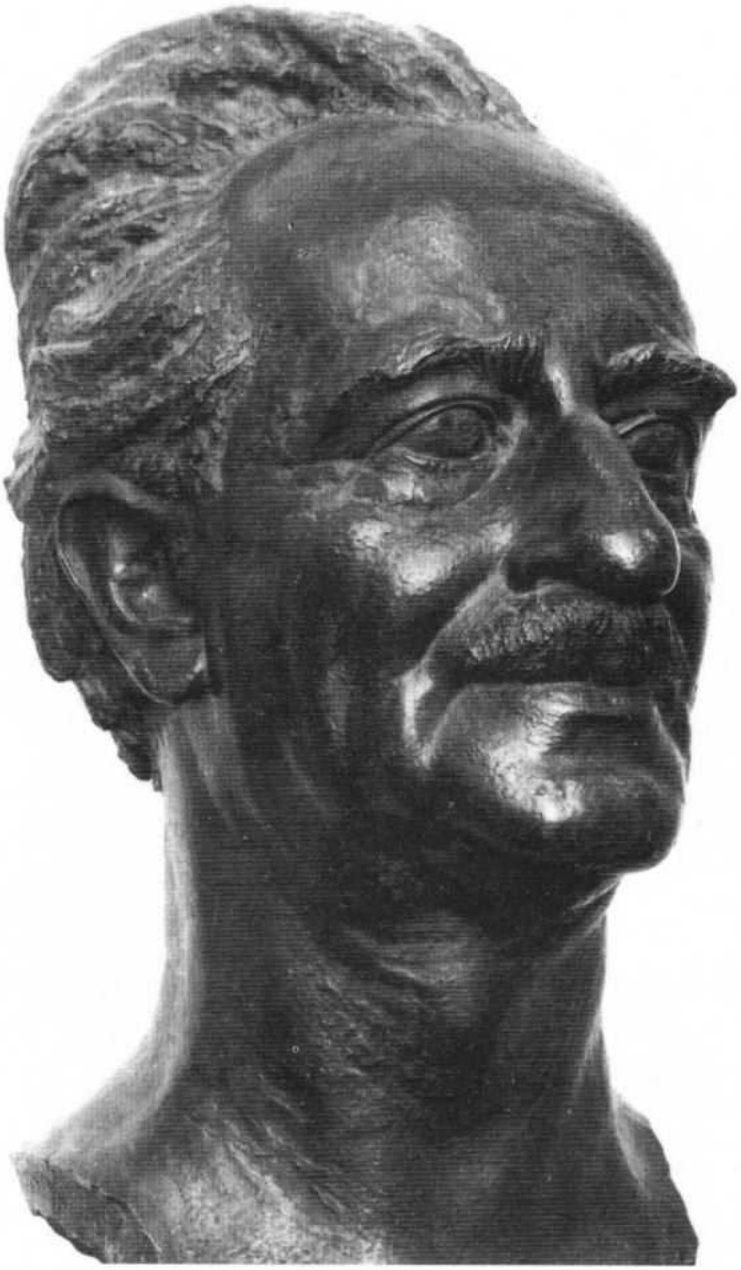
ŁUKASIEWICZ



logika i metafizyka

Sc. D.

IOHANNES ŁUKASIEWICZ

NUNC vobis in conspectum prodit Poloniae filius insignis, Varsaviae civis, qui patriae infelicis sortibus iniquis implicitus dura fugae mala dura belli perpessus virtutis memor impavidus in ruina rerum stetit. Librum pretiosum iam ad finem perductum ignibus quibus tota Varsavia consumpta est una consumi vidit. Sed habent sua fata libelli. Huic enim, ut quondam Nasoni, affirmare licet: „ingenio tamen ipse meo comitorque fruorque", et tulit in exilium exilii causam. Mox Dublini iterum studiis impigre incumbebat, ei ratiocandi parti quam Graeci λογικήν *appellant totus deditus. Aristotelis igitur Stoicorumque vestigia insecutus syllogismorum genera eploravit, principiis mathematicis exorsus inusitata quadam doctrinae subtilitate multigenis ut ita dicam variatam figuris argumentationem exposuit, et unica concinnitate demostravit quid in philosophia valeant Horatii verba: est modus in rebus sunt certi denique fines. Quae omnia summo acumine summo etiam ingenio explorata nuper publici iuris fecit. Duco ad vos* JOHANNEM ŁUKASIEWICZ, *non solum philosophum verum etiam sapientem, qui tot tantisque periculis iactatus fidem servavit, qui animi morumque constantia testatur fore ut aliquando tellus illa infelix sen invicta Polonia resurgat. Vos hospitem nobis cum propter se ipsum tum propter patriam gratissimum acclamationibus honorate auspicatissimis.*

Sc. D.

JAN ŁUKASIEWICZ

In the desctruction of Warsaw during the last war the completed manuscript of PROFESSOR ŁUKASIEWICZ's book on Logic perished in the flames. But *habent sua fata libelli*. After years of exile he resumed his studies in Dublin and recently published his masterly work on Aristotle's Syllogistic. Many-valued systems of logic, for which the modern physicist has found a ready application, are his discovery, and he has made numerous and important contributions to his subject. Skilled in the Greek and Latin tongues he has also won fame as a historian of logic, with a special understanding of Peripatetic and Stoic theory. He has further made advances in modal logic. PROFESSOR ŁUKASIEWICZ has shown that he is not only a philosopher but also a sage. His qualities of courage and steadfastness in adversity built Poland's greatness in the past and will do so again in the future.

Doktorat *h.c.* Trinity College w Dublinie

logika i metafizyka

Le honóir do Éamon de Valera,
státaire agus scoláire mór.
Is airesean a bhuíochas gur fhéad Jan Łukasiewicz
blianta deiridh a shaoil chruthaithigh
a chaitheamh i mBaile Átha Cliath na fáilte
tar éis a dhíbeartha as a thír dhúchais.

JAN ŁUKASIEWICZ

LOGIKA I METAFIZYKA

MISCELLANEA
pod redakcją
Jacka Juliusza Jadackiego



Warszawa 1998
Wydział Filozofii i Socjologii
Uniwersytetu Warszawskiego

Société des Sciences et des Lettres de Varsovie

BIBLIOTHÈQUE DES PHILOSOPHES

1

© *Copyright 1998 by Jacek Juliusz Jadacki for the concept for this volume selection and arrangement of entries*
© *Copyright 1998 by Towarzystwo Naukowe Warszawskie*

All right reserved.
No part of this book may be repreduced or utilized in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or by any information storage and retrieval system, without written permission from the publisher.

Projekt okładki: Elżbieta Olender-Dmowska
Na okładce: popiersie Jana Łukasiewicza dłuta Alfonsa Karnego (1938)

Skład komputerowy: Joanna Mroczek

Książka została wydana dzięki dotacji finansowej Komitetu Badań Naukowych

ISBN: 83-910113-3-x

Spis treści

PODZIĘKOWANIA / ACKNOWLEDGMENTS IX

* * *

CURRICULUM VITAE

1. (1938) 1
2. (1953) [przełożył Jacek J. Jadacki] 2

I. PROGRAM

1. O twórczości w nauce (1912–1915) 9
2. O nauce i filozofii (1915) 33
3. [O walce duchowej.] Treść wykładu pożegnalnego wygłoszonego w auli Uniwersytetu Warszawskiego 7 marca 1918 r. (1918) 38
4. O metodę w filozofii (1928) 41
5. [Warszawska Szkoła Logiczna] (1955) 43

II. METAFIZYKA I METODOLOGIA

1. Z psychologii porównywania (1905) 47
2. Co począć z pojęciem nieskończoności? (1907) 48
3. Zadania i znaczenie ogólnej teorii stosunków (1908) 50
4. O zasadzie wyłączonego środka (1910) 53
5. O wartościach logicznych (1911) 54
6. Zagadnienie prawdy (1911) 54
7. Zagadnienia prawdy (1913) 55
8. Rozumowanie a rzeczywistość (1914) 56
9. O przedmiocie logiki [1] (1920) 57
10. O przedmiocie logiki [2] (1921) 58
11. Dlaczego nie zadowala nas logika filozoficzna? (1925) 58
12. Znaczenie analizy logicznej dla poznania (1934) 60
13. Co dała filozofii współczesna logika matematyczna? (1936) 68
14. Logika i problem podstaw matematyki (1941) [przełożyli Jerzy Pluta i Wanda Jadacka] 70
15. [Myślenie racjonalne] (1939) 86
16. Zasada indywiduacji (1953) [przełożył Jacek J. Jadacki] 86

III. RACHUNEK KLASYCZNY

1. O stosunkach logicznych (1904) 97
2. W sprawie odwracalności stosunku racji i następstwa (1913) 98
3. Logika dwuwartościowa (1921) 110

4. Interpretacja liczbowa teorii zdań (1922/1923) 125
5. Dowód spójności aksjomatyki teorii dedukcji (1925) [przełożył Jacek J. Jadacki] 127
6. O pewnym sposobie pojmowania teorii dedukcji (1925) 128
7. Rola definicji w systemach dedukcyjnych (1928/1929) 129
8. O definicjach w teorii dedukcji (1928/1929) 130
9. Dowód zupełności dwuwartościowego rachunku zdań (1931) [przełożył Jerzy Pluta] 132
10. [Fragmenty lekcji logiki] (1946) 156
11. O systemie implikacyjnym (1947) 160
12. Dowód aksjomatyzowalności implikacyjno-negacyjnego rachunku zdań (1947) 168
13. Metody dowodzenia niezależności tez w teorii dedukcji (1947) 183
14. Najkrótszy aksjomat implikacyjnego rachunku zdań (1948) [przełożył Jacek J. Jadacki] 189
15. W sprawie aksjomatyki implikacyjnego rachunku zdań (1950) 198

IV. TEORIA INDUKCJI
1. O indukcji jako inwersji dedukcji (1903) 203
2. O dwóch rodzajach wniosków indukcyjnych (1906) 227
3. O wnioskowaniu indukcyjnym (1907) 229
4. [W sprawie wnioskowania przez analogię] (1907) 230
5. O prawdopodobieństwie wniosków indukcyjnych (1909) 231
6. O rodzajach rozumowania. Wstęp do teorii stosunków (1911) 232
7. Nowa teoria prawdopodobieństwa (1913) 233
8. Logiczne podstawy rachunku prawdopodobieństwa (1913) 233

V. SYSTEMY NIEKLASYCZNE
1. O pojęciu możliwości (1919/1920) 237
2. O logice trójwartościowej (1919/1920) 238
3. O pełnej trójwartościowej logice zdań (1935) [przełożył Jerzy Pluta] 240
4. Geneza logiki trójwartościowej (1939) 241
5. System logiki modalnej (1953) [przełożył Jacek J. Jadacki] 245
6. Komentarz do uwagi K. J. Cohena (1953) [przełożył Mikołaj Hernik] 251
7. O pewnym spornym problemie arystotelesowskiej sylogistyki modalnej (1954) [przełożył Mikołaj Hernik] 252

VI. FILOZOFIA MATEMATYKI
1. O pojęciu wielkości (1916) 267
2. O zasadzie najmniejszej liczby (1948/1949) 322

3. O formalizacji teorii matematycznych (1953) [przełożyła Wanda Jadacka] 324
4. Arytmetyka i logika modalna (1954) [przełożył Wojciech Nowak] 332

VII. HISTORIA FILOZOFII
1. Teza Husserla o stosunku logiki do psychologii (1904) 341
2. [O przekładzie *Badań* Hume'a.] Od tłumaczy (1905) 342
3. Tezy Höflera w sprawie przedstawień i sądów geometrycznych (1906) 343
4. O poglądach filozoficznych Meinonga (1909) 344
5. O zasadzie sprzeczności u Arystotelesa (1910) [przełożył Jerzy Pluta] 345
6. Filozofia [Zygmunta] Krasińskiego (1912) 362
7. Prawdziwość i fałszywość definicji (1924) 365
8. Kant i filozofia nowożytna (1924) 365
9. O logice stoików (1927) 368
10. Z dziejów logiki starożytnej (1932/1936) 369
11. Kartezjusz (1938) 370
12. [Boole.] List [...] do Komitetu Boole'owskiego Królewskiej Akademii Irlandzkiej w Dublinie (1955) [przełożył Jacek J. Jadacki] 374

VIII. PREZENTACJE I RECENZJE
1. *Vierteljahrschrift für wissenschaftliche Philosophie* (1902) 375
2. T. Mianowski, *O tzw. pojęciach wrodzonych u Locke'a i Leibniza* (1904) 379
3. H. Struve, *Die polnische Philosophie der letzten zehn Jahre* (1894–1904) (1907) 380
4. W. James, *Pragmatism. A new name for some old ways of thinking* (1908) 389
5. K. Stumpf, *Erscheinungen und psychische Funktionen; Zur Einteilung der Wissenschaften* (1908) 390
6. M. Borowski, „Krytyka pojęcia związku przyczynowego" (1908) 390
7. W. Tatarkiewicz, *Die Disposition der aristotelischen Prinzipien* (1911) 391
8. P. Natorp, *Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften* (1911) 393
9. H. Struve, *Historia logiki jako teorii poznania w Polsce* (1911) 395
10. W. Biegański, „Czym jest logika?" (1912) 397
11. J. Kleiner, *Zygmunt Krasiński. Dzieje myśli* (1913) 398
12. J. Sleszyński, *O logice tradycyjnej* (1923) 400
13. Z najnowszej niemieckiej literatury logicznej (1926/1927) 401

14. F. Weidauer, *Zur Syllogistik* (1928/1929) 402

IX. PERSPEKTYWY
1. O potrzebie założenia instytutu metodologicznego (1912) 403
2. [Przemówienie na otwarcie Uniwersytetu Poznańskiego] (1924) 405
3. Sprawozdanie z działalności Uniwersytetu Warszawskiego za r. ak. 1922–23 (1925) 405
4. Wrażenia z VI Międzynarodowego Zjazdu Filozoficznego (1928/1929) 419
5. O znaczeniu i potrzebach logiki matematycznej (1929) 424
6. [Logika a prawo] (1939) 436

X. KORESPONDENCJA
1. Z korespondencji z Kazimierzem Twardowskim 437
2. Z korespondencji z Alexiusem Meinongiem [przełożył Jerzy Pluta] 506
3. Z korespondencji oficjalnej 508
4. Z korespondencji z Józefem M. Bocheńskim 513

* * *

KALENDARIUM BIOGRAFICZNE 531

BIBLIOGRAFIA 547

WYKAZ ILUSTRACJI 557

SPIS NAZWISK 563

PODZIĘKOWANIA / ACKNOWLEDGEMENTS

Pragnę serdecznie podziękować wszystkim polskim Wydawnictwom i innym Instytucjom, które bezinteresownie wyraziły zgodę na publikację tekstów Jana Łukasiewicza w tym tomie. W szczególności dziękuję:

- Redaktorowi Naczelnemu *Przeglądu Filozoficznego* za zgodę na przedruk większości tekstów Jana Łukasiewicza, opublikowanych w tym piśmie w latach 1902–1936;
- Zarządowi Głównemu Polskiego Towarzystwa Filozoficznego za zgodę na przedruk wstępu „Od tłumaczy" do przekładu D. Hume'a *Badań dotyczących rozumu ludzkiego*, 1905, książeczki *O nauce*, 1934, oraz za zgodę na publikację listów Jana Łukasiewicza do Kazimierza Twardowskiego, przechowywanych w Archiwum PTF;
- Zarządowi Polskiej Akademii Umiejętności za zgodę na publikację polskiego przekładu artykułu „Über den Satz von Widerspruch bei Aristoteles", *Bulletin International de l'Academie des Sciences de Cracovie*, cl. I–II (1910), a także za zgodę na przedruk tekstu „Logiczne podstawy rachunku prawdopodobieństwa" ze *Sprawozdań z czynności i posiedzeń Akademii Umiejętności w Krakowie* t. XVIII(1913);
- Dyrekcji Biblioteki Jagiellońskiej za zgodę na publikację dwóch listów Jana Łukasiewicza (do H. Struvego, 1910, i M. Siedleckiego, 1919), przechowywanych w Dziale Rękopisów BJ;
- Redaktorowi Naczelnemu *Ruchu Filozoficznego* za zgodę na przedruk wszystkich tekstów Jana Łukasiewicza, publikowanych w tym piśmie w latach 1911–1937;
- Prezydium Zarządu Głównego Polskiego Towarzystwa Matematycznego za zgodę na publikację polskiego przekładu artykułu „Démonstration de la compatibilité des axiomes de la théorie de la déduction", którego oryginał ukazał się w *Roczniku PTM* t. III(1924), przedruku artykułu „O zasadzie najmniejszej liczby" z dodatku do *Rocznika PTM* t. XI(1948–1949), oraz przedruku tekstu „W sprawie aksjomatyki implikacyjnego rachunku zdań" z dodatku do *Rocznika PTM* t. XXII(1950) ;
- Rektorowi Uniwersytetu im. Adam Mickiewicza za zgodę na przedruk przemówienia na otwarcie Uniwersytetu Poznańskiego z książki zredagowanej przez A. Wrzoska *Uniwersytet Poznański w pierwszych latach swego istnienia* (1924);
- Rektorowi Uniwersytetu Warszawskiego za zgodę na przedruk *Sprawozdania z działalności Uniwersytetu Warszawskiego za rok akademicki 1922–23* (1925);
- Redaktorowi Naczelnemu *Nauki Polskiej* za zgodę na przedruk tekstu „O znaczeniu i potrzebach logiki matematycznej", opublikowanego pierwotnie w t. X(1929), tekstu „Geneza logiki trójwartościowej", opublikowanego pierwot-

nie w t. XXIV(1939), oraz głosów Jana Łukasiewicza w dyskusjach, opublikowanych pierwotnie w ostatnim tomie tego pisma;

♦ Redaktorowi Naczelnemu *Kwartalnika Filozoficznego* za zgodę na przedruk tekstu „Kartezjusz", który ukazał się pierwotnie w t. XV(1938) tego pisma;

♦ Dyrektorowi Veritas Foundation Publication Centre z Londynu za zgodę na przedruk „Listu do Stowarzyszenia Polskich Kombatantów", opublikowany pierwotnie w nie wychodzącym już tygodniku *Życie* r. IX(1955);

♦ Dyrektorowi Archiwum Uniwersytetu Warszawskiego za zgodę na publikację tekstów: „O systemie implikacyjnym", „Dowód aksjomatyzowalności inplikacyjno-negacyjnego rachunku zdań" i „Metody dowodzenia niezależności tez w teorii dedukcji", których rękopisy znajdują się w Archiwum;

♦ Śp. Ojcu Józefowi M. Bocheńskiemu za zgodę na publikację adresowanych do Niego listów Jana Łukasiewicza, udostępnionych mi w postaci odbitek kserograficznych na kilka lat przed śmiercią Adresata.

Informuję ponadto, że nie istnieją następujące instytucje, które wydały pierwodruki niektórych tekstów Jana Łukasiewicza: *Gazeta Lwowska*, Lwów (1912); Uniwersytet Jana Kazimierza we Lwowie (1912); Wydawnictwo Zjazdów Lekarzy i Przyrodników Polskich (1913); *Pro arte et studio*, Warszawa (1918); *Tydzień Polski*, Lwów (1920); *Wiadomości Literackie*, Warszawa (1924); Wydawnictwo Głównej Księgarni Wojskowej, Warszawa (1938); Biuro Handlowo-Montażowe Inż. M. Bizonia, Katowice (1946).

* * *

Największą wdzięczność winien jestem p. Helenie Rajewskiej, córce Ireny z Barwińskich Wieczerzyńskiej, siostry Reginy Łukasiewiczowej — «Helusi» (jak zwracali się do niej oboje Łukasiewiczowie) — która podarowała Archiwum UW wiele pamiątek po swoim wuju, wyraziła zgodę na to, abym opublikował przekazane rękopisy i pomogła rozwikłać niejedną zagadkę z jego życia.

Wiele Osób przyczyniło się do usunięcia usterek, do wypełnienia luk informacyjno-redakcyjnych i w ogóle do powstania tego tomu. Należą do Nich m.in.: p. Nina Andrycz, mgr Elżbieta Banachowska-Prociów (Kierownik Sekretariatu Rektora AGH w Krakowie), mgr Robert Gawkowski (z Muzeum UW), JE ks. abp. Tadeusz Gocłowski (Metropolita Gdański), prof. Henryk Hiż (Emerytowany Profesor University of Pennsylvania, Philadelphia), mgr Wiktor Obuchowski (Instytut Archeologii UW), mgr Krzysztof Pątek (Dyrektor Archiwum Dokumentacji Mechanicznej w Warszawie), mgr Krzysztof Pilecki (Dyrektor Archiwum UW), JE ks. bp Kazimierz Ryczan (Biskup Kielecki), mgr Ryszard Saciuk (Kierownik Muzeum Rzeźby Alfonsa Karnego w Białymstoku), p. Maurycy Sapieha, mgr Jan Siek (Dyrektor Biblioteki Wydziału Filozofii i Socjologii UW), p. Jacek Swieżawski (Dyrektor Biura Kadr i Odznaczeń Kancelarii Prezydenta RP),

mgr Michał Urbański (z Archiwum Uniwersytetu Warszawskiego), mgr Teresa Danuta Woyciechowska (z Biblioteki Wydziału Filozofii i Socjologii UW), prof. Jerzy Wyrozumski (Sekretarz Generalny Polskiej Akademii Umiejętności), p. Jan Zamoyski — oraz moi niezawodni koledzy: prof. Ulryk Schrade, dr Witold Strawiński, dr Kordula Świętorzecka, prof. Jan Woleński, dr Krzysztof Wójtowicz i dr Zbigniew Zwoliński.

Pragnę Im wszystkim bardzo podziękować za pomoc w tym względzie.

* * *

Szczególne podziękowania należą się Tym, którzy — bez honorarium, w poczuciu obowiązku wobec kultury narodowej — przełożyli nieistniejące dotąd po polsku teksty Jana Łukasiewicza: moim studentom, p. Mikołajowi Hernikowi i p. Wojciechowi Nowakowi, oraz doktorantowi, mgrowi Jerzemu Plucie.

* * *

I am very grateful to the foreign publishers for their kind permission of inserting in this volume the Polish versions of the following Jan Łukasiewicz's works. In particular:

- Two letters to A. Meinong from Jan Łukasiewicz — are reprinted in translation by courtesy of Universitätsbibliothek der Karl-Franzens-Universität Graz;
- „Zur vollen dreiwertigen Aussagenlogik" *Erkenntnis* B. V(1935/1936) — is reprinted in translation by courtesy of Kluwer Academic Publishers, Dordrecht;
- „Die Logik und das Grundlagenproblem", *Les entretiens de Zurich sur les fondements et la méthode des sciences mathématiques*, 1941 — is reprinted in translation by courtesy of Schulthess Polygraphischer Verlag AG, Zürich;
- „The shortest axiom of the implicational calculus of propositions", *Proceedings of the Royal Irish Academy* vol. 52(1948); and „Letter from Jan Łukasiewicz", *ibidem* vol. LVII(1955) — is reprinted in translation by courtesy of the Royal Irish Academy, Dublin;
- „Sur la formalisation des théories mathématiques", *Colloques Internationaux du Centre National de la Recherche Scientifique* vol. XXXVI(1953) — is reprinted in translation by courtesy of CNRS Editions, Paris;
- „The principle of individuation", *Proceedings of the Aristotelian Society. Supplementary Volume* vol. XXVII(1953) — is reprinted in translation by courtesy of the Editor of the Aristotelian Society, London: © 1998;
- „Comment on K.J. Cohen's remarks", *Indagationes Mathematicae* vol. XV(1953) — is reprintend in translation by courtesy of Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen, Amsterdam;

♦ „A system of modal logic", *Actes du XI*^{ème} *Congrès International de Philosophie*, 1953 — is reprinted in translation by courtesy of Nauwelaerts S.A., Beauvechain;

♦ „On a controversial problem of Aristotle's modal syllogistic", *Dominican Studies* vol. VII(1954) — is reprinted in translation by courtesy of the Regent of the Dominican House of Studies, Oxford;

♦ „Curriculum vitae", *Philosophical Studies* vol. VI(1956) — is reprinted in original version and in translation by courtesy of the Editor of *PS*, now the *International Journal of Philosophical Studies*, Dublin;

I inform also that *The Journal of Computing Systems*, where the paper „Arithmetic and modal logic" had appeared originally — in vol. I(1954) — ceased publication in 1954; and that there is no record of the Institute of Applied Logic in St. Paul, MN, still being in existence.

* * *

I am indebted to many individuals from abroad for their help. Among those who gave me their councel and assistance are: *Lic. phil.* Georg Brun (Philosophisches Seminar, Universität Zürich); Prof. Daisuke Kachi (Faculty of Liberal Arts, Saitama University, Urawa); Mrs. Krystyna Dobrzyńska-Cantwell (Loch Garman); Dr. Maria Keipert (Auswärtiges Amt der Bundesrepublik Deutschland); Rev. Dr. Fergus Kerr OP (Blackfriars St Giles', Oxford); Mrs Anke Konrad (Botschaft der Bundesrepublik Deutschland, Warsaw); Prof. Pavel Kouba (Director of the Institute for Philosophy and Religious Studies, Charles University, Prague); Prof. William Lyons (Department of Philosophy, Trinity College, Dublin); Abdel Kader Mohamed Ali Maher (Alexandria University, Alexandria); Prof. Cathal G. Ó Háinle (School of Irish, Trinity College, Dublin); Mrs. Siobhán O'Rafferty (Librarian of the Royal Irish Academy, Dublin); Mr. Pál Pap (Director of the Hungarian Institute of Culture, Warsaw); Mrs. Frances Rothwell (Elsevier Science, Oxford); Dr. Kai F. Wehmeier & Hans-Christoph Schmidt am Bush (Institut für Mathematische Logik und Grundlagenforschung, Westfälische Wilhelms-Universität, Münster); Dr. Thomas D. Searman (Royal Irish Academy, Dublin); Mgr. Helga Schmid (Österreichisches, Kulturinstitut Warschau, Warsaw); and Dr. Alan J. Weir (Head of the Department of Philosophy, The Queen's University of Belfast).

Jacek Juliusz Jadacki

CURRICULUM VITAE

1 (1938)

Stanisław ŁOZA, *Czy wiesz, kto to jest?* Warszawa 1938, Wydawnictwo Głównej Księgarni Wojskowej, s. 446

D[okto]r* fil[ozofii]. * 21.12.1878 we Lwowie. S[yn] Pawła i Leopoldyny z HOLTZERÓW. Ożeniony] 30.4.1929 z Reginą BARWIŃSKĄ. Stud[ia] filoz[oficzne] na Uniw[ersytecie] Jana Kaz[imierza] pod kier[unkiem] prof. TWARDOWSKIEGO; nast[ępnie] w Berlinie i Louvain. D[okto]rat w 1902; habilit[acja] w 1906. Nast[ępnie] od 1915 tyt[ularny] prof[esor] nadzw[yczajny] Uniw[ersytetu] Warsz[awskiego]. Od 1918 szef Sekcji Szkoln[ictwa] Wyższ[ego] w Min[isterstwie] W[yznań] R[eligijnych] i O[świecenia] P[ublicznego]. 1.1.–9.12.1919 min[ister] WRiOP w gabinecie I[gnacego] J[ana] PADEREWSKIEGO. Współtw[órca] uniwersytetu w Wilnie i Poznaniu oraz Ak[ademii] Górn[iczej] w Krakowie; 1.1.1920–31.12.1923 prof[esor] zwycz[ajny] Uniw[ersytetu] J[ózefa] P[IŁSUDSKIEGO]; 1922–23 rektor. W 1923 ustąpił z katedry, pośw[ięcając] się pracy nauk[owej]; 31.5.1924 prof[esor] hon[orowy]. W 1926 ponow[nie] ob[jął] wykłady na Uniw[ersytecie] J[ózefa] P[IŁSUDSKIEGO]. 1931–32 powt[órnie został] rekt[orem]. Czł[onek] Tow[arzystwa] Nauk[owego] Warsz[awskiego].

Poświęca się logice, zwł[aszcza] logice matemat[ycznej]. Twórca wielowartościowego systemu logiki.

Ogłosił m.in.: „Analiza i konstrukcja pojęcia przyczyny" (1906), *O zasadzie sprzeczności u Arystotelesa* (1910) (jedyna praca popul[arna] z zakr[esu] logiki), rozprawa *O nauce*; poza tym liczne art[ykuły] i rozpr[awy] nauk[owe] w *Przegl[ądzie] Filozof[icznym]*, a ost[atnio] w *Sprawozd[aniach] Tow[arzystwa] Nauk[owego] Warsz[awskiego]*.

6.11.1935 otrz[ymał] nagrodę m[iasta] st[ołecznego] Warszawy.

Odzn[aczenia]: [Order] O[drodzenia] P[olski] 2 [klasy], węg[ierski] K[rzyż] Z[asługi] 2 [klasy].

Warszawa, Sewerynów 6, tel. 5–00–77.

---

* Tu i w całym tomie uzupełnienia w nawiasach kwadratowych [ ] pochodzą od redaktora [JJJ].

2 (1953)

Philosophical Studies
vol. VI(1956), s. 43–46

I was born on the 21st of December, 1878 in Lwów (Lemberg), then capital of the Austrian province of Galicia, which had been a part of Poland before the first partition in 1772. My father, Paul LUKASIEWICZ (1824–1902) a Roman Catholic *ritus graeci*, was a captain in the Austrian army; my mother, Leopoldine LUKASIEWICZ *née* HOLTZER, a Roman Catholic *ritus latini*, was dauther of an Austrian civil servant. I was their only child. On the side of my father I have no relations at all; on my mother's side, I have distant relations of Polish, German, and Hungarian origin. (Among others I am related to the Hungarian family Kövess, to which belonged the Austro-Hungarian Field Marshal of the first world--war, Baron Hermann KÖVESS DE KÖVESSHAZA.)

As Lwów was then a Polish city and we spoke only Polish at home, my mother-tongue is Polish. After finishing in the philological gymnasium, I went in 1897 to the University of Lwów which, although an Austrian state university, was entirely Polish. I studied philosophy and mathematics; in philosophy, I am a pupil of Professor Kazimierz TWARDOWSKI (1866–1938). In 1902 I was created Doctor of Philosophy under the special patronage of Emperor FRANCIS JOSEPH I, from whom I got a doctoral ring with diamonds.

The next three years I spent partly as a private teacher, partly as a clerk on the University Library, and after having got in 1904 scholarship from the Galician autonomous government, I completed my philosophical studies at the univerisities of Berlin and of Louvain in Belgium. In 1906 I was appointed Lecturer in Philosophy («Privatdozet») at the University of Lwów, and my first course, delivered in the autumn of 1906, was on the Algebra of Logic. In 1911, I received from the Emperor FRANCIS JOSEPH I the title of «Extraordinary» Professor of the University. I was teaching in Lwów till the first world-war. In 1915, during the war, I got an invitation to lecture on philosophy at the restored Polish University of Warsaw. From this time until 1944 I lived in Warsaw. In 1916, I was Dean of the Faculty of Arts, in 1917 Pro-Rector of the University of Warsaw. In 1918, I left the University for about two years, having been appointed Head of the Department of Higher Schools in the Polish Ministry of Education. After Poland had got full independence, I was Minister of Education in [Ignacy Jan] PADEREWSKI's Cabinet from January till December 1919. From 1920 till 1939 (with a short interruption in 1924 for scientific purposes) I was Professor of Philosophy at the University of Warsaw. During this time I was twice Rector (President of the University), first in 1922–23, for the second time in 1932–32.

In 1923, I was created Grand Commander of the Polish Order *Polonia Restituta*, and some time later, Grand Commander of the Hungarian Order of Merit. In 1935, I got a grant from the City a Warsaw in recognition of my scientific work. In 1938, to honour my sixtieth birthday, I received the degree of a Doctor of Philosophy *honoris causa* from the University of Münster in Westphalia. I owe this distinction to my friend Professor Heinrich SCHOLZ in Münster, the only professor of Mathematical Logic in Germany before the second world-war. The Warsaw School of Logic was in contact with Münster because of our common interest in Mathematical Logic. The distinction was of a purely scientific character without any political background. Professor Scholtz was known as an antagonist of the Nazis. I was also an active member of the Polish Academy of Sciences in Cracow, and of the Polish Scientific Societies in Lwów and in Warsaw.

I married Regina *née* BARWINSKA, a Roman Catholic of Polish origin, who lives with me and takes care of me till the present day. The marriage ceremony took place in St. Alexander's Catholic church in Warsaw. In September 1939, at the begining of the second world-war, we lost our home with all our property due to German bombs and fire. My whole library, except for one book and the offprints of some of my papers, all my manuscripts and my whole correspondence were burnt to ashes. We found a provisional home in a house for professors. As the University was closed by the Germans and the professors got no salary, I was compelled, like many of my coleagues, to take a post in the Administration of the Archives of the City with a small salary. Beside, I gave lectures in the Polish Underground University. I lived with my wife in wretched conditions for almost five years till July 1944.

On the 17th of July 1944, feeling that the Communist front-line was drawing nearer to Warsaw and that horrible things would occur in the city, we left Warsaw for the «Reich». A fortnight later (on the first of August, 1944), began the famous rising of Warsaw in which many thousands were killed and the city almost completely destroyed, among other the house where we lived. We wanted to go to Switzerland and Professor SCHOLZ had already arranged the matter with Professor F[erdinand] GONSETH in Zurich. But it was impossible to get from the German authorities in Warsaw a permission for Switzerland. It was far easier to get a permission for the «Reich», as the «Reich» began at that time only a few miles west of Warsaw. On the ground of such permission, we went by train to Münster on the 18th of July 1944, hoping that our friends would be able to help us go further. But two days later, on the 20th of July 1944, the bomb-plot against HITLER broke out, and it was now impossible for us to cross the German frontier. So we had to stay in Münster under the heaviest bombardment of English and American airplanes. In the end, we were forced to live in the windowless celler of a destroyed house, till on New Year's Day, 1945, one ot our friends, a German of Polish name and origin, Dr. J[ürgen] VON KEMPSKI, who owned a farm in the

country, brought us to his farm in Hembsen (Kreis Höxter, Westphalia). Here we were released by Americans in April 1945.

Some days later I got a letter from the Polish general, [Leon] BERBECKI, a prisoner of war and Commander of the military camp for Polish prisoners of war in Dössel (Westphalia) to join the camp with my wife. We accepted, and spent the summer of 1945 in Hohenwopel near Dössel, where I was teaching logic in a provisionally established Polish secondary school. At the end of October 1945, thanks to the Polish and English military authorities, we managed to reach Brussels by an English military train.

In Brussels, I was attached to a provisionally founded Polish Scientific Institute, where I gave lectures in logic on an academic level. This job, however, was only temporary; the vital question arose what to do further. We should not go back to Poland, for neither I nor my wife were communists, and besides it would be impossible for me as a philosopher to propagate dialectical materialism in a communist university. When, therefore, in February 1946, a Polish-speaking Irishman in the uniform of a Polish officer, proposed to me to go to Ireland, as the Irish government was anxious to give a position to some Polish scholars, I accepted this proposal with joy and gratitude. We got at once a visa from the Irish Embassy in Paris and an English transit-visa in Brussels, and after a rest of two days in London, we went to Dublin on the fourth on March, 1946.

Some time later I was received by Mr. [Justice Brian] WALSH, the then Secretary of the Irish Ministry of Foreign Affairs, and aferwards I had an audience with the Taoiseach, Mr. [Eamon] DE VALERA. In autumn 1946 I was appointed Temporary Professor of Mathematical Logic at the Royal Irish Academy. Since 1946 I have lectured every year at the Academy, first once, and now twice weekly. In 1949 I was invited to give a course of lectures on Aristotelian Logic at University College, Dublin, and a lecture in the University of Manchester. In 1950 and 1952 I gave two courses of lectures on Mathematical Logic and on the History of Ancient Logic in the Queen's University of Belfast, and in 1950 I attended a Colloquium of Mathematical Logic in Paris and delivered two lectures in French at the Faculty of Sciences of the University of Paris. In February 1953 I was offered a grant from the Trustees of a Philosophical Fellowship Fund in Cambridge, Professors G[eorge] E[dward] MOORE and C[harlie] D[unbar] BROAD in Cambridge and Professor Gilbert RYLE in Oxford, „in recognition of my great services to the study of philosophical logic".

Dublin, 18th April, 1953.

* * *

Urodziłem się 21 grudnia 1878 roku we Lwowie, będącym wówczas stolicą Galicji, prowincji austriackiej, która stanowiła część Polski przed jej pierwszym

rozbiorem w 1772 roku. Ojciec mój, Paweł ŁUKASIEWICZ (1824–1902) — wyznania rzymsko-katolickiego obrządku greckiego — był kapitanem w armii austriackiej; matka moja, Leopoldyna ŁUKASIEWICZ z domu HOLTZER — wyznania rzymsko-katolickiego obrządku łacińskiego — była córką austriackiego urzędnika. Byłem ich jedynym dzieckiem. Ze strony ojca nie mam żadnych krewnych; ze strony matki mam dalekich krewnych polskiego, niemieckiego i węgierskiego pochodzenia. (Między innymi jestem spokrewniony z węgierską rodziną Kövess, do której należał austro-węgierski marszałek polny z czasów pierwszej wojny światowej, baron Hermann KÖVESS DE KÖVESSHAZA.)

Ponieważ Lwów był wówczas miastem polskim i mówiliśmy w domu wyłącznie po polsku, moim językiem ojczystym jest język polski. Po ukończeniu gimnazjum klasycznego wstąpiłem w 1897 roku na Uniwersytet Lwowski, który chociaż był państwowym uniwersytetem austriackim, miał czysto polski charakter, Studiowałem tam filozofię i matematykę: w dziedzinie filozofii jestem uczniem profesora Kazimierza TWARDOWSKIEGO (1866–1938). W 1902 roku zostałem doktorem filozofii pod specjalnym patronatem cesarza FRANCISZKA JÓZEFA I, od którego otrzymałem diamentowy pierścień doktorski.

Następne trzy lata spędziłem częściowo jako nauczyciel prywatny, częściowo zaś jako urzędnik w Bibliotece Uniwersyteckiej, a po otrzymaniu stypendium od galicyjskiego Wydziału Krajowego, uzupełniałem studia filozoficzne w Uniwersytetach w Berlinie i w Lowanium w Belgii. W 1906 roku zostałem docentem prywatnym w Uniwersytecie Lwowskim; moje pierwsze wykłady, odbyte jesienią 1906 roku, poświęcone były algebrze logiki. W 1911 roku otrzymałem od cesarza FRANCISZKA JÓZEFA I tytuł profesora nazwyczajnego. Wykładałem we Lwowie do pierwszej wojny światowej. W 1915 roku, podczas wojny, zostałem zaproszony do wykładania filozofii w odrodzonym polskim Uniwersytecie Warszawskiem. Od tego czasu do 1944 roku mieszkałem w Warszawie. W 1916 roku byłem dziekanem Wydziału Filozoficznego, a w 1917 roku — prorektorem Uniwersytetu Warszawskiego. W 1918 roku opuściłem Uniwersytet mniej więcej na dwa lata, w związku z mianowaniem mnie na stanowisko dyrektora Departamentu Szkół Wyższych w polskim Ministerstwie WRiOP. Po pełnym odzyskaniu niepodległości przez Polskę byłem ministrem WRiOP w gabinecie [Ignacego Jana] PADEREWSKIEGO od stycznia do grudnia 1919 roku. Od 1920 do 1939 roku (z krótkim urlopem, wziętym w celach zdrowotnych w 1924 roku) byłem profesorem filozofii w Uniwersytecie Warszawskim. W tym czasie byłem dwukrotnie rektorem: po raz pierwszy w roku akademickim 1922–23; po raz drugi w roku akademickim 1931–32.

W 1923 roku zostałem odznaczony Krzyżem Wielkim polskiego Orderu Odrodzenia Polski, a nieco później Krzyżem Wielkim węgierskiego Orderu Zasługi. W 1935 roku otrzymałem nagrodę miasta Warszawy w uznaniu moich zasług naukowych. W 1938 roku, z okazji sześćdziesiątej rocznicy urodzin, Uniwersytet Monasterski w Westfalii nadał mi tytuł doktora filozofii *honoris causa*. Zawdzię-

czam to wyróżnienie memu przyjacielowi, prof. Heinrichowi SCHOLZOWI z Monasteru, jedynemu profesorowi logiki matematycznej w Niemczech przed drugą wojną światową. Warszawska Szkoła Logiczna pozostawała w kontakcie z Monasterem z powodu wspólnych zainteresowań w dziedzinie logiki matematycznej. Otrzymane przeze mnie wyróżnienie miało czysto naukowy charakter — bez jakiegokolwiek podtekstu politycznego. Prof. SCHOLZ znany był jako przeciwnik nazistów. Byłem także aktywnym członkiem Polskiej Akademii Umiejętności w Krakowie i polskich towarzystw naukowych we Lwowie i Warszawie.

Ożeniłem się z Reginą z d. BARWIŃSKĄ, wyznania rzymsko-katolickiego, Polką, która mieszka ze mną i opiekuje się mną do chwili obecnej. Ceremonia ślubna miała miejsce w katolickim kościele św. Aleksandra w Warszawie. We wrześniu 1939 roku, na początku drugiej wojny światowej, bomby niemieckie i pożar zniszczyły nasze mieszkanie wraz z całym dobytkiem. Cała moja bilbioteka, z wyjątkiem jednej ksiażki i nadbitek niektórych moich prac, wszystkie rękopisy i cała moja korespondencja doszczętnie spłonęły. Znaleźliśmy tymczasowe mieszkanie w Domu Profesorskim. Ponieważ Uniwersytet został zamknięty przez Niemców, a profesorowie nie otrzymywali żadnej pensji,* zmuszony zostałem, jak wielu moich kolegów, przyjąć posadę w administracji Archiwum Miejskiego za niewielkie wynagrodzenie. Niezależnie od tego wykładałem w polskim Uniwersytecie Podziemnym. Mieszkałem z żoną w nędznych warunkach przez prawie pięć lat do lipca 1944 roku.

17 lipca 1944 roku, czując, że front komunistyczny podciągany jest pod Warszawę i w mieście mogłoby dojść do strasznych wypadków, wyjechaliśmy z Warszawy do Rzeszy. Dwa tygodnie później (1 sierpnia 1944 roku) rozpoczęło się sławne Powstanie Warszawskie, w którym tysiące ludzi zostało zabitych, a miasto zostało zupełnie zniszczone, w tym także dom, w którym mieszkaliśmy. Zamierzaliśmy udać się do Szwajcarii i prof. SCHOLZ uzgodnił tę sprawę z prof. F[erdinandem] GONSETHEM w Zurichu. Niemożliwe jednak było uzyskanie od władz niemieckich zezwolenia na wyjazd do Szwajcarii. Łatwiejsze było uzyskanie zezwolenia na wyjazd do Rzeszy, jako że Rzesza zaczynała się w owym czasie kilka mil od Warszawy. Na podstawie takiego zezwolenia pojechaliśmy 18 lipca 1944 roku pociągiem do Monasteru, mając nadzieję, że nasi przyjaciele będą w stanie pomóc nam pojechać dalej. Dwa dni później jednak, 20 lipca 1944 roku, dokonano zamachu bombowego na HITLERA i przekroczenie granicy niemieckiej okazało się niemożliwe. Zatrzymaliśmy się więc z Monasterze, silnie bombardowanym przez samoloty angielskie i amerykańskie. W końcu musieliśmy zamieszkać w pozbawionej okien piwnicy zburzonego domu; dopiero w dniu Nowego Roku 1945 jeden z naszych przyjaciół, Niemiec o polskim nazwisku

---

* Ludwik LANDAU zapisał w *Kronice lat wojny i okupacji* pod datą 24 grudnia 1939 roku (t. I, Warszawa, PWN 1962, s. 153): „Prof. ŁUKASIEWICZ [...], który miał sposobność przedstawić sytuację nauki w Polsce jakiemuś profesorowi niemieckiemu, otrzymał na jego interwencję ... propozycję otrzymywania bezpłatnych zup" [JJJ].

i polskiego pochodzenia, dr J[ürgen] VON KEMPSKI, mający posiadłość w okolicy, zabrał nas do swego gospodarstwa w Hembsen (w okręgu Höxter, w Westfalii). Tutaj zostaliśmy wyzwoleni przez Amerykanów w kwietniu 1945 roku.

Kilka dni później dostałem list od polskiego generała, [Leona] BERBECKIEGO, jeńca wojennego i komendanta obozu wojskowego dla polskich jeńców wojennych w Dössel (Westfalia), z propozycją przybycia z żoną do obozu. Przyjęliśmy tę propozycję, i spędziliśmy lato 1945 roku w Hohenwopel k. Dössel, gdzie wykładałem logikę w prowizorycznie utworzonej szkole średniej. W końcu października 1945 roku dzięki wojskowym władzom polskim i angielskim zdołaliśmy dotrzeć do Brukseli w angielskim pociągu wojskowym.

W Brukseli zostałem zatrudniony w prowizorycznie zorganizowanym Polskim Instytucie Naukowym, gdzie wykładałem logikę na poziomie akademickim. Była to jednak praca tymczasowa; powstała życiowa kwestia, co robić dalej. Nie mogliśmy wracać do Polski, bo ani ja, ani moja żona nie byliśmy komunistami, a poza tym nie byłbym w stanie jako filozof propagować materializmu dialektycznego w komunistycznym uniwersytecie. Kiedy więc w lutym 1946 roku mówiący po polsku Irlandczyk w mundurze oficera polskiego zaproponował mi wyjazd do Irlandii, w związku z tym, że rząd irlandzki gotów jest dać posadę niektórym uczonym polskim, przyjąłem tę propozycję z radością i wdzięcznością. Otrzymaliśmy od razu wizę od Ambasady Irlandzkiej w Paryżu i angielską wizę tranzytową w Brukseli, i 5 marca 1946 roku — po dwóch dniach pobytu w Londynie — pojechaliśmy do Dublina.

Czas jakiś potem zostałem przyjęty przez p. [Justice'a Briana] WALSHA, ówczesnego sekretarza irlandzkiego Ministerstwa Spraw Zagranicznych, a następnie udzielił mi audiencji *Taoiseach* [*scil.* premier] p. [Eamon] DE VALERA. Jesienią 1946 roku zostałem mianowany na tymczasowego profesora logiki matematycznej Królewskiej Akademii Irlandzkiej. Od 1946 roku wykładam co roku w Akademii, początkowo raz, a obecnie dwa razy w tygodniu. W 1949 roku zostałem zaproszony do wygłoszenia cyklu wykładów o logice arystotelesowskiej w dublińskim University College, i wykładu w Uniwersytecie w Manchesterze. W 1950 i 1952 roku miałem dwa cykle wykładów z logiki matematycznej i historii logiki starożytnej w Queen's University w Belfaście, a w 1950 roku wziąłem udział w Kolokwium z Logiki Matematycznej w Paryżu i wygłosiłem dwa odczyty we Francji, na Wydziale Filozofii Uniwersytetu Paryskiego. W lutym 1953 roku otrzymałem zasiłek od członków Zarządu Fundacji Towarzystwa Filozoficznego w Cambridge, profesorów G[eorge'a] E[dwarda] MOORE'A i prof. C[harliego] D[unbara] BROADA z Cambridge, oraz prof. Gilberta RYLE'A z Oxfordu, „w uznaniu wielkich zasług w badaniach w dziedzienie logiki filozoficznej".

Dublin, 18 kwietnia 1953 roku.

Przełożył Jacek J. Jadacki

I. PROGRAM

1. O TWÓRCZOŚCI W NAUCE*

Księga pamiątkowa ku uczczeniu 250-tej rocznicy założenia Uniwersytetu Lwowskiego przez Króla Jana Kazimierza r. 1661, Lwów, Uniwersytet Lwowski 1912, t. 1, s. 3–15

{TREŚĆ: 1. Wstęp. 2. Nauka a fakty. 3. Nauka a prawa. 4. Nauka a potrzeby praktyczne. 5. Nauka a potrzeby intelektualne. 6. Nauka a rozumowanie. 7. Teoria rozumowania. 8. Indukcja i hipoteza. 9. Twórczość w naukach empirycznych. 10. Przykład praw i hipotez. 11. Nauka a uczucie. 12. Nauki aprioryczne. 13. Nauka a odtwarzanie. 14. Budowa nauki. 15. Zakończenie.

1. We wstępie do dzieła, co poradą ma służyć wszystkim chętnym wiedzy a także i chciwym pracy naukowej, chcę o NAUCE przedstawić pogląd niezupełnie zgodny z mniemaniem potocznym.}

Zarówno ⟨bowiem⟩ uczeni, jak ludzie z dala od nauki stojący, mniemają często, że celem nauki jest PRAWDA, prawdę zaś opierają na zgodności myślenia i bytu. Sądzą więc, że praca uczonego polega na ODTWARZANIU faktów w sądach prawdziwych. Podobnie płyta fotograficzna odtwarza światła i cienie, a fonograf dźwięki. Poeta, malarz lub muzyk TWORZĄ; uczony nie tworzy, lecz tylko ODKRYWA prawdę.[1]

---

* Drugie — zmienione i rozszerzone — wydanie rozprawy „O twórczości w nauce" ukazało się jako rozdział „O nauce" w *Poradniku dla samouków* (Warszawa, Wydawnictwo A. Heflicha i St. Michalskiego 1915, t. 1, s. XV–XXXIX). Następnie — w tej ostatniej postaci — było przedrukowywane jeszcze trzykrotnie: w odbitce chemiograficznej *Poradnika* (1923) oraz dwukrotnie jako oddzielna broszura (Lwów, PTF 1934 i 1936, s: 40). Ustępy dodane w drugim wydaniu oznaczone są tutaj nawiasami {}; ustępy opuszczone w drugim wydaniu oznaczone są nawiasami ⟨ ⟩. Ustępy zmienione w drugim wydaniu oznaczone są znakami ^^ i opatrzone przypisem, w którym podana jest nowa wersja tekstu. Nie dotyczy to nazwisk, ponieważ wszystkie one w drugim wydaniu tekstu — podobnie jak w całym niniejszym tomie z wyjątkiem „Wykazu ilustracji" — zostały wyróżnione kapitalikami (poza nazwiskami patronów ulic, kościołów i innych instytucji oraz właścicieli firm i wydawnictw, a także nazwiskami występującymi w tytułach dzieł oraz w przytaczanych tekstach dzieł literackich). *Nb.* W wydaniach drugim i następnych opuszczone zostały przypisy [JJJ].

[1] Po napisaniu wstępu do niniejszej rozprawy znalazłem w dziele znanego metodologa nauk historycznych XENOPOLA, następujące zdanie (*La théorie de l'histoire*, Paryż 1908, s. 30): *La science*

Taki splot myśli niejednego uczonego napawa nieuzasadnioną dumą, niejednego artystę pobudza do lekceważenia nauki. Poglądy te wykopały przepaść między nauką a sztuką, a w przepaści tej zginęło zrozumienie dla rzeczy bezcennej: dla TWÓRCZOŚCI W NAUCE.

{Pragnę wykazać w tych ustępach, że nauka nie polega tylko na intelektualnym ODTWARZANIU świata, i że PRAWDA nie jest celem jej wyłącznym. Nauka jest tak jak sztuka TWÓRCZYM dziełem człowieka. Ścisłemu, trzeźwemu uczonemu wyda się może taka myśl fantazją; a jednak wiedzie nas do niej z nieuchronną koniecznością ta wiedza, którą nazywają „sztuką sztuk i nauką nauk": LOGIKA.}

⟨ Przetnijmy raz ten splot myśli ostrzem krytyki logicznej. ⟩

* * *

^1.^[I] NIE WSZYSTKIE ^SĄDY^[II] PRAWDZIWE SĄ PRAWDAMI NAUKOWYMI.* Istnieją prawdy dla nauki za BŁAHE {, bo istnieją FAKTY za błahe}. ARYSTOFANES opowiada w *Chmurach*, że

„właśnie Sokrates spytał Chajrefonta,
ile pchła własnych stóp uskoczyć zdoła,
co jednym susem ze brwi Chajrefonta
skoczyła sobie na mistrza łysinę".

SOKRATES złapał pchłę, łapki jej zanurzył w roztopionym wosku, tak pchła dostała buciki, po czym zdjął je i wymierzył nimi odległość.[2] Prawda istnieje i o pchlim skoku, przez który ucierpiał SOKRATES; ale właściwym dla prawd takich miejscem jest komedia, nie nauka.

{Mógłby może ktoś sądzić, że nie ma faktów dla nauki za błahych i nie ma prawdy zbyt błahej. Kto tak myśli, niech zważy, że wszechświat jest w swych objawach nieskończenie bogaty, i że sił ludzkich nie starczy, by poznać je wszystkie. Ileż to prawd można wypowiedzieć o tej kartce papieru! Można wymierzyć jej szerokość i długość, oznaczyć jej grubość i barwę, podać ilość liter, znajdujących się na niej. Można obliczyć, ile razy litera *w* pojawia się na jednej jej stronie, a ile razy *g*. Można opisać kształt i wielkość każdej litery i wziąwszy lupę do ręki wyszukać różnice między jednym *w* a drugim. Badania te można by rozszerzać i pogłębiać coraz bardziej, i wynikami ich zapełnić całe grube to-

---

n'est pas une création de notre ésprit, dans le genre de l'art ... Elle n'est que la reproduction intellectuelle de l'univers.

[I] 2.

[II] ZDANIA

* Zdanie to jest w drugim wydaniu wróżnione kursywą [JJJ].

[2] *Chmury*, komedia ARYSTOFANESA, z greckiego oryginału przetłumaczył Edmund Żegota CIĘGIELEWICZ (*Biblioteka przekładów z literatury starożytnej*, nr 3, Kraków, Akad[emia] Umiej[ętności], 1907, s. 46, wiersz 145 i n.).

my. Tak samo można by postąpić z każdą inną rzeczą. Z nieskończonej ilości faktów MUSIMY wybierać tylko fakty WAŻNE, a inne jako BŁAHE pomijać. Jakże łatwo byłoby dokonywać odkryć naukowych, gdyby nauka polegała na gromadzeniu JAKICHKOLWIEK zdań prawdziwych!}

Umysł ludzki, wytwarzając naukę, nie dąży do WSZECHWIEDZY. Gdyby tak było, dbalibyśmy i o najlichszą prawdę. Istotnie, wszechwiedza zdaje się być raczej ideałem religijnym niż naukowym. Bóg zna WSZYSTKIE fakty, bo jest Stwórcą i Opatrznością świata, a Sędzią ludzkich chęci i czynów. Według psalmisty, Bóg

„widzi i sprawy nasze, i myśli zamknione,
bo przezeń serca nasze stworzone".[3]

Jakże inaczej ARYSTOTELES pojmuje doskonałą wiedzę! I według niego mędrzec wie wszystko; ^NIE ZNA ATOLI FAKTÓW SZCZEGÓŁOWYCH,^[III] lecz ma tylko wiedzę OGÓŁU. Znając zaś ogół, zna poniekąd i wszystkie szczegóły, podpadające pod ogół. POTENCJALNIE zatem wie wszystko, co można w ogóle wiedzieć. Lecz tylko potencjalnie; aktualna, istotna wszechwiedza nie jest ideałem STAGIRYTY.[4]

^2.^[IV] Skoro nie wszystkie ^sądy^[V] prawdziwe należą do nauki, to POZA PRAWDZIWOŚCIĄ MUSI JESZCZE ISTNIEĆ JAKAŚ INNA WARTOŚĆ, KTÓRA ^SĄDY^[VI] PODNOSI DO GODNOŚCI PRAWD NAUKOWYCH.*

Już ^SOKRATES i jego wielcy następcy^[VII] za tę wartość dodatkową uważali OGÓLNOŚĆ. Wiedza naukowa, mówi ^ARYSTOTELES,^[VIII] nie tyczy się zdarzeń przypadkowych (jakim był skok pchły ze brwi CHAJREFONTA), ale faktów, powtarzających się STALE lub przynajmniej CZĘSTO. Wyrazem takich faktów są ^sądy^[IX] OGÓLNE, i tylko one należą do nauki.[5]

{Do podobnego poglądu skłaniają się dzisiaj ci uczeni, którzy za istotne zadanie nauki uważają tworzenie PRAW, czyli zdań ogólnych, wyrażających związki

---

[3] *Psalm* 33, *Exultate iusti in Domino*, przekładania Jana KOCHANOWSKIEGO (*Dzieła wszystkie*, wyd. pomnikowe, w Warszawie 1884, t. I, s. 52, wiersz 29 i 30). Por. także *Psalm* 139.

[III] nie zna atoli faktów SZCZEGÓŁOWYCH,

[4] *Met.* A 2, 982 *a* 8 i n., 21 i n.: υπολαμβανομεν δη πρωτον μεν επιστασθαι παντα τον σοφον ως ενδεχεται, μη καθ' εκαστον εχοντα επιστημην αυτων ... το μεν παντα επιστασθαι τω μαλιστ εχοντι την καθαλου επιστημην αναγκαιον υπαρχειν· ουτος γαρ οιδε πως παντα τα υποκειμενα.

[IV] 3.

[V] zdania

[VI] zdania

* Zdanie to jest w drugim wydaniu wyróżnione kursywą [JJJ].

[VII] ARYSTOTELES

[VIII] STAGIRYTA

[IX] zdania

[5] *Meth.* E 2, 1027 *a* 20, 21, 26: οτι δ' επιστημη ουκ εστι του συμβεβηκοτος φανερον· επιστημη μεν γαρ νασα η του αει η του ως επι το πολυ ... το δε συμβεβηκος εστι παρα ταυτα. B 6, 1003 *a* 15: καθολου γαρ αι επιστημαι παντων.

konieczne lub stałe.}

Ogólność wszelako nie jest ani niezbędną, ani wystarczającą cechą prawd naukowych. Nie jest cechą NIEZBĘDNĄ, bo nie można wykreślić z nauki ^sądów^[X] JEDNOSTKOWYCH. Zdanie jednostkowe „WŁADYSŁAW JAGIEŁŁO zwyciężył pod Grunwaldem" głosi o ważnym zdarzeniu historycznym; ^sąd jednostkowy, przewidujący na mocy rachunku istnienie planety Neptuna,^[XI] należy do największych triumfów astronomii. Bez ^sądów^[XII] jednostkowych historia przestałaby istnieć jako nauka, a z wiedzy przyrodniczej pozostałyby strzępy teorii.

Ogólność nie jest WYSTARCZAJĄCĄ cechą prawd naukowych. O czterowierszu MICKIEWICZA:

„Na każdym miejscu i o każdej dobie,
gdziem z tobą płakał, gdziem się z tobą bawił,
wszędzie i zawsze będę ja przy tobie,
bom wszędzie cząstkę mej duszy zostawił."

można orzec następujące ^sądy^[XIII] ogólne:

„Każdy wiersz zawiera literę *s*."

„Każdy wiersz, który zawiera literę *m*, zawiera ją dwa razy."

„W każdym wierszu ilość liter *m* jest funkcją ilości liter *s*, wedle wzoru:

$$m = s^2 - 5s + 6."$$[6]

{Z formułki tej wynika, że dla $s = 1$ (wiersz pierwszy i drugi) $m = 2$; dla $s = 2$ (wiersz trzeci) $m = 0$; a dla $s = 4$ (wiersz czwarty) $m = 2$, co zgodne jest z ilościami tych liter w przytoczonym czterowierszu.}

Takich ^prawd^[XIV] ogólnych można tworzyć bez liku; czy zaliczymy je do nauki?

{Mógłby jednak ktoś twierdzić, że zdania powyższe, jakkolwiek ogólne, nie są PRAWAMI, bo nie wyrażają stałego ani koniecznego związku. Kto taki zarzut stawia, może zadowoli się następującymi przykładami: „Żaden człowiek nie może zarazem mieć i nie mieć nosa długiego na 15 cm", „Każdy punkt w przestrzeni albo jest, albo nie jest oddalony o 100 metrów od kropki, która w tym egzemplarzu rozprawy „O [twórczości w] nauce" kończy niniejsze zdanie". Twierdzenia te nie tylko są ogólne, ale wyrażają zarazem jakieś związki KONIECZ-

---

[X] zdania

[XI] sąd jednostkowy o istnieniu planety Neptuna, sformułowany na mocy rachunku przed odkryciem tej planety,

[XII] zdanie

[XIII] zdania

[6] Przytoczony czetrowiersz jest trzecią zwrotką poematu *Do M****, zaczynającego się od słów: „Precz z moich oczu" (*Dzieła* Ad[ama] MICKIEWICZA, wyd. Tow[arzystwa] Lit[erackiego] im. Ad[ama] Mickiewicza, t. I, we Lwowie 1896, s. 179). Z formułki wynika, że dla $s = 1$ (wiersz pierwszy i drugi) $m = 2$, dla $s = 2$ (wiersz trzeci) $m = 0$, dla $s = 4$ (wiersz czwarty) $m = 2$.

[XIV] zdań

NE i tyczą się WSZYSTKICH punktów w przestrzeni; są więc prawami. W miejsce cyfr 15 i 100 można wstawić jakiekolwiek inne cyfry i uzyskać niekończoną ilość prawd koniecznych. Czy i te prawdy zaliczymy do nauki?}

^3.^[XV] ARYSTOTELES, przyjmując ogólność jako znamię prawd naukowych, ulegał urokowi wartości METAFIZYCZNEJ. Na dnie stale powtarzających się faktów przeczuwał byt trwały, różny od znikomych zjawisk świata zmysłowego. Dzisiaj uczeni widzą w ogólności raczej wartość PRAKTYCZNĄ.

^Sądy^[XVI] ogólne, określając warunki powstawania zjawisk, pozwalają przewidywać przyszłość, wywoływać zjawiska pożyteczne, a zapobiegać szkodliwym. Stąd pogląd, że prawdy naukowe to ^sądy^[XVII] PRAKTYCZNIE CENNE, reguły skutecznego działania.[7]

Lecz i wartość praktyczna nie jest niezbędną ani wystarczającą cechą prawd naukowych. Twierdzenie GAUSSA, że każda liczba pierwsza kształtu $4n + 1$ jest iloczynem dwu liczb sprzężonych, {np. $5 = (1 + 2i)$, $13 = (2 + 3i)\,(2 - 3i)$, przy czym $i = \sqrt{-1}$,} nie ma wartości praktycznej.[8] Natomiast wiadomość z policji, że odebrano złodziejom skradzione przez nich rzeczy, jest prawdą, dla poszkodowanych praktycznie bardzo cenną. A ile to zjawisk można przewidzieć, ilu wypadkom skutecznie zapobiec, na mocy prawa, którego w ^TYM^[XVIII] brzmieniu nie znał GALILEUSZ: „Wszystkie ołówki Towarzystwa Akcyjnego *Majewski i Spółka* w Warszawie, nie zawieszone ani podparte, spadają z prędkością, wzrastającą proporcjonalnie do czasu spadania"!

{Niejedną prawdę naukową zrodziła potrzeba życiowa. Więcej jednak pożytku, nawet praktycznego, przyniosło ludzkości bezinteresowne uprawianie wiedzy. FARADAY, badając zachowanie się zwojów drutu w obecności magnesu, nie myślał zgoła, że badania jego mogą stać się czymś więcej niż zaspokojeniem teoretycznej ciekawości. Odkrył zjawiska indukcji magnetoelektrycznej. Zasto-

---

[XV] 4.

[XVI] Zdania

[XVII] zdania

[7] A. COMTE (*Cours de philosophie positive*, t. I, wyd. 2, Paryż 1864, s. 51) stosunek nauki do działania określił w następujących słowach: *Science, d'où prévoyance; prévoyance, d'où action.* Comte jednak nie upatrywał jeszcze celu nauki w przewidywaniu lub działaniu (por. przyp. 3 na s. 6). Dziś PRAGMATYZM prawdziwość utożsamia z pożytkiem, a H. BERGSON, rzucając w *L'évolution créatrice* (wyd. 5, Paryż 1909, s. 151) hasło *homo faber* zamiast: *homo sapiens* (co przed nim zresztą powiedział już CARLYLE: *Man is a tool-using animal* (*Handthierendes Thier*), *Sarlor Resartus*, księga 1, rozdz. 5), cały rozum człowieka stawia na usługi działalności praktycznej. H. POINCARÉ w książce swej *La valeur de la science* (Paryż 1911, s. 218) cytuje następujące zdanie LE ROY'A, zwolennika BERGSONA: *La science n'est qu'une règle d'action.*

[8] GAUSS, *Theoria residuorum biquadraticorum, commentario secunda*, § 33. Przykłady: $5 = (1 + 2i)\,(1 - 2i)$, $13 = (2 + 3i)\,(2 - 3i)$ itd. Twierdzenie GAUSSA jest równoważne twierdzeniu FERMATA, że każda liczba pierwsza kształtu $4n + 1$ da się przedstawić jako suma dwu kwadratów; np. $5 = 1^2 + 2^2$, $13 = 2^2 + 3^2$ itd.

[XVIII] tym

sowaniom tego odkrycia zawdzięczamy dziś potężne prądnice, które dają nam światło elektryczne, pędzą motory i koleje, przenoszą na odległość.}

Nisko myślą o nauce ci, co radzi by z niej zrobić służebnicę życia codziennego. Wznioślej, choć nie lepiej, myślał TOŁSTOJ, gdy potępiając badania eksperymentalne, żądał od nauki jedynie pouczenia w sprawach ETYCZNYCH.[9] Nauka ma ogromne znaczenie praktyczne, może podnieść człowieka etycznie, bywa źródłem zadowolenia estetycznego; ale istotna jej wartość leży w czym innym.

^4. ARYSTOTELES^[XIX] początek nauki upatrywał w ZDZIWIENIU. Dziwili się Grecy, że bok i przekątnia kwadratu nie mają wspólnej miary.[10] Zdziwienie jest stanem psychicznym intelektualno-uczuciowym. Stanów takich istnieje więcej: jak CIEKAWOŚĆ, LĘK przed nieznanym, NIEDOWIERZANIE, NIEPEWNOŚĆ. Nie są one dotąd dokładnie zbadane, ale pobieżna już analiza wykazuje w nich wszystkich, obok czynników emocjonalnych, pierwiastek intelektualny, PRAGNIENIE WIEDZY.[11]

Pragnienie to tyczy się faktów, ważnych dla jednostek albo dla wszystkich ludzi. Zakochany, którego dręczy niepewność, czy ukochana mu sprzyja, ^rad by^[XX] poznać fakt, ważny dla niego samego. Ale każdy człowiek z lękiem i ciekawością spogląda ku śmierci, usiłując daremnie zgłębić jej tajemnicę. O ^pragnienie^[XXI] jednostek nauka się nie troszczy; bada to, co w KAŻDYM człowieku może wzbudzić chęć wiedzy.

Jeśli ^to zdanie^[XXII] jest trafne, to WARTOŚĆ DODATKOWĄ, KTÓRĄ OPRÓCZ PRAWDZIWOŚCI ^KAŻDY SĄD WINIEN^[XXIII] POSIADAĆ, AŻEBY ^NALEŻAŁ^[XXIV] DO NAUKI, MOŻNA BY OKREŚLIĆ JAKO ZDOLNOŚĆ WYWOŁYWANIA LUB ZASPOKAJANIA, BEZPOŚREDNIO ALBO POŚREDNIO, POTRZEB INTELEKTUALNYCH OGÓLNOLUDZKICH, TZN. TAKICH, KTÓRE ODCZUĆ MOŻE KAŻDY CZŁOWIEK STOJĄCY NA PEWNYM STOPNIU ROZWOJU UMYSŁOWEGO.*

---

[9] L. TOŁSTOJ uwagi swo o celach nauki zamieścił w zakończeniu książki przeciw współczesnej sztuce. (Znam to dzieło tylko w przekładzie niemieckim: *Gegen die moderne Kunst*, deutsch von Wilhelm THAL, Berlin 1898, s. 171 i n.). Tołstoja cytuje H. POINCARÉ w artykule „Le choix des faits", zawierającym się w książce jego: *Science et méthode* (Paryż 1908, s. 7).

[XIX] 5.

[10] *Met.* A2 982 *b* 11 i nast.: δια γαρ το θαυμαζειν οι ανθρωποι και νυν και το πρωτον ηρξαντο φιλοσοφειν ... 983 *a* 16: θαυμαστον γαρ ειναι δοκει πασιν, ει τι (*scil.* η διαμετρος) τω ελαχιστω μη μετρειται. COMTE (w miejscu, cytowanym na s. 13) twierdzi, że poznanie praw zjawisk zaspokaja silną potrzebę umysłu, jaka wyraża się w zdziwieniu, *étonnement*.

[11] Stany niepewności, o ile występują w pragnieniach, zanalizował Wł. WITWICKI (*Analiza psychologiczna objawów woli*, Lwów 1904, s. 99 i n.).

[XX] pragnie

[XXI] pragnienie

[XXII] myśl ta

[XXIII] każde zdanie winno

[XXIV] należało

* Zdanie to jest w drugim wydaniu wyróżnione kursywą [JJJ].

⟨ **5.** ⟩ Prawda o skoku pchły ze brwi CHAJREFONTA nie należy do nauki, bo nie wzbudza ani nie zaspokaja żadnej potrzeby intelektualnej. Wiadomość z policji o skradzionych rzeczach zaciekawić może co najwyżej jednostki. Nikomu również nie zależy na wiedzy, ile razy ^litery *m* i *s*^[XXV] pojawiają się w pewnym wierszu, i jaki związek łączy te ilości. Nawet ^sąd^[XXVI] o spadaniu ołówków Majewskiego nie znajdzie się w podręczniku fizyki, bo chęci poznania czyni już zadość OGÓLNE prawo o spadaniu ciał ciężkich.

Twierdzenia GAUSSA o możności rozłożenia liczb pierwszych kształtu $4n + 1$ na czynniki ^zespolone^[XXVII] znane jest tylko niewielu uczonym. A jednak należy do nauki, bo odsłania dziwną prawidłowość LICZB. Prawa zaś liczb, tego potężnego narzędzia badania, budzą ciekawość w każdym myślącym człowieku. Istnienie planety Neptuna nie wszystkich może obchodzi. Ale fakt ten potwierdza syntezę NEWTONA o budowie SYSTEMU SŁONECZNEGO. Przyczynia się więc pośrednio do zaspokojenia potrzeby umysłowej, odczuwanej przez ludzkość od najdawniejszych czasów. Zwycięstwo JAGIEŁŁY, jako takie, Japończyka może nie zajmie. Ale zdarzenie to jest ważnym ogniwem w dziejowym stosunku dwu narodów, a dzieje NARODU nie mogą być obojętne żadnej kulturalnej jednostce.

Jak sztuka wyrosła z tęsknoty za pięknem, tak naukę wytworzył popęd do wiedzy. Szukać celów nauki poza sferą myślową jest równie wielkim błędem, jak krępować sztukę względami na pożytek. Zarówno uprawnione są hasła: „nauka dla nauki" i „sztuka dla sztuki".

6. {Rozważania dotychczasowe dały nam dwa wyniki: okazały po pierwsze, że sama prawda nie jest WYSTARCZAJĄCĄ cechą zdań naukowych, bo istnieją zdania prawdziwe, zarówno jednostkowe, jak ogólne, które nie należą do nauki; po wtóre, że zdania prawdziwe nabierają wartości naukowej dopiero wtedy, gdy pozostają w jakimś związku z POTRZEBAMI INTELEKTUALNYMI człowieka. Następstwa tego drugiego twierdzenia doprowadzą nas do poglądu, że prawda nie tylko nie jest wystarczającą, ale że nie jest nawet NIEZBĘDNĄ cechą zdań naukowych. Nauka bowiem, dążąc do zaspokojenia intelektualnych potrzeb człowieka, nie może poprzestać na ODTWARZANIU faktów, lecz musi wytwarzać TEORIE. *Żadna teoria nie jest czystym odtworzeniem faktów, lecz każda teoria zawiera pierwiastki twórcze.* Dlatego też prawdziwość żadnej teorii nie da się udowodnić, o ile pojmujemy prawdziwość jako zgodność myślenia z rzeczywistością.

Wszelka teoria rodzi się z ROZUMOWANIA. Rozumowanie zaś bierze się stąd, że pragnienie wiedzy rzadko kiedy znajduje zupełne zaspokojenie w samej obserwacji faktów. Nie tylko bowiem pragniemy wiedzieć, jak dany fakt wygląda, ale chcemy też zwykle poznać jego PRZYCZYNY, przewidzieć jego SKUTKI, wypro-

---

[XXV] jakieś litery
[XXVI] zdanie
[XXVII] sprzężone

wadzić go z jakiejś ZASADY i ZROZUMIEĆ go wszechstronnie. We wszystkich tych wypadkach musimy sięgać do czynników, które nie są nam dane bezpośrednio, w doświadczeniu zmysłowym czy umysłowym lub w pamięci. Jedyną zaś drogą, by wyjść poza ciasne koło danych bezpośrednich, jest ROZUMOWANIE.}

^Każda potrzeba intelektualna, której nie można natychmiast zaspokoić w doświadczeniu, daje początek ROZUMOWANIU. Kto^XXVIII DZIWI się niewspółmierności boku i przekątni w kwadracie, {i} pragnie sobie ten fakt WYTŁUMACZYĆ, szuka ⟨ więc ⟩ racji, {które mu nie są bezpośrednio dane, a} z których by ^sąd^XXIX o niewspółmierności wynikał jako następstwo. Kto LĘKA się przejścia ziemi przez ogon ^komety, stara się WYWNIOSKOWAĆ przy pomocy znanych praw przyrody, jakie następstwa mogłoby to zdarzenie wywołać.^XXX Matematyk, ^NIEPEWNY,^XXXI czy równanie $x^n + y^n = z^n$ jest nierozwiązalne w liczbach całkowitych i różnych od zera dla $^n > 2$,^XXXII szuka DOWODU, czyli ^sądów^XXXIII pewnych, które by uzasadniły to ^znane^XXXIV twierdzenie FERMATA. Człowiek, który ulega halucynacjom i NIE DOWIERZA w danej chwili swoim spostrzeżeniom, pragnie SPRAWDZIĆ ich obiektywność; szuka ⟨ więc ⟩ następstw założenia, że ⟨ NIE ⟩ doznaje halucynacji. ⟨ Pyta się np. innych, czy to samo widzą.⟩ Tłumaczenie, wnioskowanie, dowodzenie, sprawdzanie — są rodzajami rozumowania.[12]

⟨ W każdym rozumowaniu zawierają się przynajmniej dwa sądy, które są połączone formalnym stosunkiem WYNIKANIA. Zbiór sądów, powiązanych takimi stosunkami, nazwać można SYNTEZĄ. Ponieważ wszelką ogólnoludzką potrzebę intelektualną zaspokoić może jedynie rozumowanie, nie zaś doświadczenie, z natury rzeczy zawsze INDYWIDUALNE, więc okazuje się z tego, że DO NAUKI NIE NALEŻĄ SĄDY ODOSOBNIONE, LECZ TYLKO SYNTEZY SĄDÓW. ⟩

{Ażeby zrozumieć, dlaczego wszelka teoria jest TWÓRCZYM dziełem człowieka, nie zaś ODTWORZENIEM faktów, trzeba poznać teorię rozumowania.}

⟨ **7.*** W skład każdej syntezy sądów wchodzi, jako czynnik niezbędny, for-

---

XXVIII I tak, kto

XXIX zdanie

XXX komety i pragnie przewidzieć przy pomocy znanych praw przyrody, jakie następstwa mogłoby to zdarzenie wywołać, ten drogą WNIOSKOWANIA stara się poznać fakty, których jeszcze nie doświadcza.

XXXI który ma WĄTPLIWOŚĆ,

XXXII n całkowitego i większego od 2,

XXXIII zdań

XXXIV wielkie

[12] Prof. K. TWARDOWSKI użył pierwszy wyrazu „rozumowanie" jako terminu ogólnego, obejmującego „wnioskowanie" i „dowodzenie" (*Zasadnicze pojęcia dydaktyki i logiki*, Lwów 1901, s. 49, ust. 97). Kontynuując poglądy prof. TWARDOWSKIEGO, wypracowałem teorię rozumowania naszkicowaną w ust. 7 niniejszej rozprawy.

* Paragrafy (7)–(12) są w drugim wydaniu całkowicie zmienione. W niniejszym wydaniu naj-

malny stosunek wynikania. Najpospolitszym, chociaż nie jedynym przykładem sądów, połączonych takim stosunkiem, jest SYLOGIZM: „Jeśli każde *S* jest *M*, a każde *M* jest *P*, to każde *S* jest *P*". Stosunek wynikania, który przesłanki sylogizmu łączy z konkluzją, nazywa się FORMALNYM, bo zachodzi bez względu na znaczenie terminów *S*, *M*, *P*, określających «materię» sylogizmu.

Formalny stosunek wynikania jest NIESYMETRYCZNY, tzn. posiada tę właściwość, że gdy sąd lub zbiór sądów *A* pozostaje w stosunku wynikania do *B*, to *B* może, lecz NIE MUSI pozostawać w tym stosunku do *A*. Sąd *A*, z którego *B* wynika, jest RACJĄ, *B* — NASTĘPSTWEM. Przejście od racji do następstwa określa KIERUNEK wynikania.

Rozumowanie, które wychodzi z racji, a szuka następstw, nazywa się DEDUKCJĄ; rozumowanie, które wychodzi z następstw, a szuka racji, nazywa się REDUKCJĄ. W dedukcji kierunek wynikania i rozumowana są ze sobą ZGODNE; w redukcji są sobie PRZECIWNE.

Rozumowanie dedukcyjne może być wnioskowaniem albo sprawdzaniem; redukcyjne — tłumaczeniem lub dowodzeniem. Jeśli z danych sądów PEWNYCH wyprowadzamy następstwa, WNIOSKUJEMY; jeśli do danych sądów PEWNYCH doszukujemy racji, TŁUMACZYMY. Jeśli szukamy sądów pewnych, które by z danych NIEPEWNYCH wynikały jako następstwa, SPRAWDZAMY; jeśli szukamy sądów pewnych, z których by dane NIEPEWNE wynikały jako następstwa, DOWODZIMY.

8. W każdym rozumowaniu tkwi pierwiastek TWÓRCZY; najwybitniej przejawia się to w tłumaczeniu.

Jednym z rodzajów tłumaczenia jest INDUKCJA NIEZUPEŁNA. Jest to sposób rozumowania, który do danych sądów jednostkowych pewnych: „S_1 jest *P*, S_2 jest *P*, S_3 jest *P* ..." doszukuje racji w formie sądu ogólnego: „Każde *S* jest *P*".

Indukcja niezupełna, jak każde rozumowanie redukcyjne, nie uzasadnia wyniku rozumowania na podstawie punktu wyjścia. S_1, S_2, S_3 bowiem nie wyczerpują zakresu pojęcia *S*, a wnioskowanie z NIEKTÓRYCH tylko sądów jednostkowych na sąd ogólny nie jest formalnie dozwolone. Dlatego też wynik indukcji niezupełnej nie jest, jako taki, sądem pewnym, lecz tylko prawdopodobnym.[13]

Uogólnienie: „Każde *S* jest *P*", można pojąć albo jako zbiór sądów jednostkowych, albo jako zależność: „Jeżli coś jest *S*, jest *P*". O ile uogólnienie jest zbiorem sądów jednostkowych, obejmuje nie tylko wypadki zbadane, ale i nieznane. Zakładając, że wypadki nieznane zachowują się tak, jak zbadane, NIE OD-

---

pierw — w nawiasach ⟨ ⟩ — podana jest pełna wersja tych paragrafów z pierwszego wydania; potem — w nawiasach { } — umieszczona jest wersja z drugiego wydania.

[13] Powyższy pogląd na istotę wnioskowania indukcyjnego zgadza się z tzw. inwersyjną teorią indukcji, stworzoną przez JEVONSA i SIGWARTA. (Zob. rozprawę moją „O indukcji jako inwersji dedukcji", *Przegląd Filozoficzny*, r. VI, 1903, s. 9[–24, 138–152. W tym tomie s. 203–227; dopisek mój, JJJ.)

TWARZAMY faktów, danych w doświadczeniu, lecz na wzór sądów o wypadkach znanych TWORZYMY sądy nowe.

O ile uogólnienie wyraża ZALEŻNOŚĆ, wprowadza czynnik doświadczeniu obcy. Od czasów HUME'A wolno tylko mówić, że spostrzegamy współistnienie lub następstwo zjawisk, ale nie ich zależność.[14] Sąd o zależności NIE ODTWARZA więc faktów, danych w doświadczeniu, lecz znowu jest wyrazem TWÓRCZEJ myśli człowieka.

Nikła to jeszcze twórczość; poznamy pełniejszą.

9. Rozważmy uogólnienie GALILEUSZA: „Wszystkie ciała ciężkie, nie zawieszone ani [nie] podparte, spadają z prędkością, wzrastającą proporcjonalnie do czasu spadania". W uogólnieniu tym zawiera się prawo, wyrażające związek funkcjonalny między prędkością v, a czasem spadania t, o wzorze: $v = gt$.

Wielkość t może przybierać wartości całkowite, ułamkowe, niewymierne, przestępne. Powstaje nieskończona moc sądów o wypadkach, których nikt nigdy nie stwierdził i nie zdoła stwierdzić. Oto jeden, wspomniany już czynnik TWÓRCZY.

Drugi tkwi w KSZTAŁCIE związku. Żaden pomiar nie jest dokładny. Niepodobna więc stwierdzić, że prędkość jest DOKŁADNIE proporcjonalna czasowi spadania. A więc i kształt związku NIE ODTWARZA faktów, danych w doświadczeniu: CAŁY związek jest TWÓRCZYM dziełem umysłu.

Wiemy zresztą skądinąd, że prawo o spadaniu ciał ciężkich może być tylko w przybliżeniu prawdziwe. Suponuje bowiem warunki nieistniejące, jak stałość przyspieszenia ziemskiego lub brak oporu powietrza. Nie odtwarza więc rzeczywistości, lecz tyczy się jedynie FIKCJI.

Toteż historia uczy, że prawo to nie wyrosło z obserwacji zjawisk, lecz zrodziło się *a priori* w twórczym umyśle GALILEUSZA. Dopiero po STWORZENIU prawa GALILEUSZ sprawdzał następstwa jego na faktach.[15] Taka jest rola doświadczenia w każdej teorii przyrodniczej: BYĆ BODŹCEM JENO DLA TWÓRCZYCH POMYSŁÓW I DOSTARCZAĆ MATERIAŁU DLA ICH SPRAWDZANIA.

10. Innym rodzajem tłumaczenia jest TWORZENIE HIPOTEZ. Tworzyć hipotezę, znaczy przyjmować istnienie faktu, nie stwierdzonego w doświadczeniu, w tym celu, by z sądu o nim jako racji częściowej wyprowadzić dany sąd pewny jako następstwo. Ktoś wie np., że jakieś S jest P; ale nie wie, dlaczego. Chcąc znaleźć wyjaśnienie, przyjmuje, że owo S jest M, chociaż w doświadczeniu tego faktu nie stwierdza. Wie wszakże, że każde M jest P; jeśli więc przyjmie, że S jest M, to z obu tych sądów może wysnuć wniosek, że S jest P.

---

[14] W zależności tkwi pojęcie związku koniecznego, którego zmysłami spostrzec nie można (D. HUME, *Badania dotyczące rozumum ludzkiego*, przekład ŁUKASIEWICZA i TWARDOWSKIEGO, Wydawnictwo Polskiego Towarzystwa Filozoficznego we Lwowie, t. I, s. 88, ust. 100).

[15] Por. E. MACH, *Die Mechanik in ihrer Entwickelung*, 6 wyd., Lipsk 1908, s. 129 i n.

Hipotezą był sąd o istnieniu Neptuna, zanim nie stwierdzono tego faktu doświadczalnie. Hipotezą jest dotąd sąd o istnieniu Wulkana, planety bliższej słońca niż Merkury. Hiptezą jest i będzie zawsze pogląd, że istnieją atomy, elektrony lub eter.[16] Na hipotezach spoczywa cała paleontologia; nie zjawisk bowiem, dostępnych spostrzeżeniu, tyczy się np. zdanie, że pewne szare bryłki wapienia, znajdowane na Podolu, są śladami ramienionogów, żyjących w sylurze albo dolnym dewonie. Historia jest olbrzymią siecią hipotez, które przy pomocy sądów ogólnych, wziętych najczęściej z praktyki życiowej, tłumaczą fakty, dane w doświadczeniu, tzn. zabytki, dokumenty, urządzenia, zwyczaje, DZIŚ istniejące.

Wszystkie hipotezy są TWORAMI umysłu; kto bowiem przyjmuje fakt, nie stwierdzony w doświadczeniu, tworzy coś nowego. Hipotezy — to TRWAŁE składniki wiedzy, nie zaś tymczasowe pomysły, które by przez sprawdzenie zmieniały się w ustalone prawdy. Sąd o fakcie tylko wtedy przestaje być hipotezą, gdy fakt ten można stwierdzić w BEZPOŚREDNIM doświadczeniu. To zdarza się wyjątkowo. Wykazać zaś tylko, że NASTĘPSTWA hipotezy zgodne są z faktami, nie znaczy zamienić hipotezę w prawdę. Z prawdziwości następstwa bowiem nie wynika prawdziwość racji.

11. Inne rodzaje rozumowania nie kryją w swej treści PIERWOTNYCH czynników twórczych, tak jak tłumaczenie. Dowodzenie bowiem szuka racji ZNANYCH; wnioskowanie zaś i sprawdzanie rozwijają następstwa, ZAWARTE JUŻ w danych przesłankach. W każdym rozumowaniu tkwi jednak FORMALNY czynnik twórczy: logiczna ZASADA ROZUMOWANIA.

Zasada rozumowania to sąd, orzekający, że między pewnymi formami sądów zachodzi stosunek wynikania. Sylogizm: „Jeśli *S* jest *M*, a *M* jest *P*, to *S* jest *P*", jest zasadą rozumowania[17].

Zasady rozumowania NIE ODTWARZAJĄ faktów, danych w doświadczeniu; ani bowiem niesymetryczny stosunek wynikania nie jest przedmiotem doświadczenia, ani też formy sądów, jak „*S* jest *P*", nie wyrażają zjawisk.

Stosunki niesymetryczne nie łączą nigdy przedmiotów rzeczywistych. Niesymetrycznym bowiem zowie się stosunek, który MOŻE, ale nie musi zachodzić między *B* i *A*, gdy zachodzi między *A* i *B*. Jeśli zaś *A* i *B* istnieją rzeczywiście,

---

[16] Wiele przykładów, wykazujących pierwiastki twórcze w fizyce, podaje Dr Bronisław BIEGELEISEN w rozprawie „O twórczości w naukach ścisłych" (*Przegląd Filozoficzny*, r. XIII, 1910, s. 263 i 387). Dr BIEGELEISEN zwraca między innymi uwagę na uzmysławianie teorii fizykalnych przez MODELE mechaniczne (s. 389 i n.). Między modelem, objaśniającym teorię, a WYNALAZKIEM, który jest niewątpliwie dziełem TWÓRCZYM, istnieje tylko różnica w celu i stosowaniu tych przedmiotów. Modele istnieją i w dziedzinie logiki; np. fortepian logiczny JEVONSA (zob. rysunek w książce jego: *The principles of science*, Londyn 1883) lub maszyny logiczne MARQUANDA (zob. *Studies in logic by members of the John Hopkins University*, Boston 1883, s. 12 i n.).

[17] Pojęcie „zasady rozumowania" zawdzięczam prof. K. TWARDOWSKIEMU (zob. *Zasadnicze pojęcia dydaktyki i logiki*, Lwów 1901, s. 30, ust. 64).

to każdy stosunek albo ZACHODZI między nimi, albo NIE zachodzi. Faktyczność wyklucza MOŻLIWOŚĆ.

Możliwość tkwi i w formach sądów. Terminy *S* i *P* to ZMIENNE, które nie oznaczają wprawdzie nic określonego, ale cokolwiek bądź oznaczać MOGĄ. Czynnik możliwości wystarcza, by uznać zasady rozumowania za TWORY umysłu, nie zaś za odtworzenia faktów rzeczywistych.

Logika jest nauką aprioryczną. Twierdzenia jej są prawdziwe na mocy określeń i pewników płynących z ROZUMU, nie z doświadczenia. Nauka ta jest dziedziną CZYSTEJ TWÓRCZOŚCI myślowej.

12. Z logiki wyrasta matematyka. Matematyka, według RUSSELLA, to zbiór sądów postaci „*Z p* wynika *q*", przy czym sądy *p* i *q* obok tych samych zmiennych zawierać mogą tylko stałe logiczne.[18] Do stałych logicznych należą zaś pojęcia takie, jak stosunek wynikania, stosunek indywiduum do klasy itp. Jeżeli cała matematyka da się sprowadzić do logiki, więc jest także CZYSTYM TWOREM myślowym.

Do tej samej konkluzji prowadzi rozważanie poszczególnych nauk matematycznych. Punkt, prosta, trójkąt, sześcian, wszystkie utwory badane przez geometrię mają tylko byt idealny; w doświadczeniu nie są dane. Tym mniej istnieją w doświadczeniu figury nieeuklidesowe lub bryły wielowymiarowe. Nie ma też w świecie zjawisk liczb całkowitych, niewymiernych, urojonych, sprzężonych. Już DEDEKIND nazwał liczby „wolnymi tworami ducha ludzkiego".[19] Liczby zaś są podstawą całej analizy.

Logikę wraz z matematyką można by przyrównać do misternej sieci, którą zarzucamy w niezmierzoną toń zjawisk, by wyławiać z niej perły syntez naukowych. Są to potężne NARZĘDZIA badania, lecz tylko narzędzia. Sądy logiczne i matematyczne są prawdami jedynie w świecie bytów idealnych. Czy bytom tym odpowiadają jakieś przedmioty rzeczywiste, o tym zapewne nigdy się nie dowiemy.[20]

APRIORYCZNE KONSTRUKCJE UMYSŁU, WCHODZĄC W SKŁAD KAŻDEJ SYNTEZY, PRZEPAJAJĄ CAŁĄ NAUKĘ PIERWIASTKIEM IDEALNYM I TWÓRCZYM. }

{**7.** Każde rozumowanie opiera się na stosunku WYNIKANIA. Mówimy, że ze zdania albo z grupy zdań *a* WYNIKA zdanie *b*, jeśli *b* musi być prawdziwe, gdy prawdziwe jest *a*. Zdanie lub grupa zdań *a* zowie się RACJĄ, zdanie *b* NASTĘPSTWEM. Z prawdziwością racji łączy się więc zawsze prawdziwość następstwa. Np., jeśli

---

[18] B. RUSSELL, *The principles of mathematics*, Cambridge 1903, s. 3.

[19] R. DEDEKIND, *Was sind und was sollen die Zahlen*, Brunświg 1888, s. VII: *Die Zahlen sind freie Schöpfungen des menschlichen Geistes.*

[20] W pracy *O zasadzie sprzeczności u Arystotelesa* (Kraków 1910, s. 133 i n.) starałem się wykazać, że nawet tego nie możemy być pewni, czy przedmioty rzeczywiste podlegają zasadzie sprzeczności.

prawdziwe są zdania: „Każdy Polak jest człowiekiem" i „Każdy człowiek jest śmiertelny", to musi być prawdziwe zdanie: „Każdy Polak jest śmiertelny". Ogólnie: „Jeśli każde *S* jest *M* i każde *M* jest *P*, to każde *S* jest *P*".

Stosunek wynikania jest NIESYMETRYCZNY, czyli ma tę właściwość, że MOŻE, ale nie MUSI zachodzić w kierunku od *b* do *a*, gdy zachodzi w kierunku od *a* do *b*. Innymi słowy, jakkolwiek z prawdziwością racji łączy się zawsze prawdziwość następstwa, to, na odwrót, z prawdziwością następstwa nie łączy się zawsze prawdziwość racji. Nie można tedy wnioskować z prawdziwości następstwa o prawdziwości racji. Np., z tego, że „każde *S* jest *P*", nie wynika, że „każde *S* jest *M*" lub że „każde *M* jest *P*".

Racja i następstwo odgrywają zatem w stosunku wynikania role odmienne i inne jest przejście od racji do następstwa, a inne od następstwa do racji. Przejście od racji do następstwa zowię KIERUNKIEM WYNIKANIA.

Fakt, że stosunek wynikania jest niesymetryczny, a zatem KIERUNKOWY, ma zasadnicze znaczenie dla teorii rozumowania. ROZUMOWANIEM nazywam taką czynność umysłu, która na podstawie zdań danych, będących PUNKTEM WYJŚCIA rozumowania, szuka zdań innych, będących CELEM rozumowania, a połączonych z poprzednimi stosunkiem wynikania. Przejście od punktu wyjścia do celu rozumowania zowię KIERUNKIEM ROZUMOWANIA.

Kierunek rozumowania może być ZGODNY lub NIEZGODNY z kierunkiem wynikania. Stąd można podzielić wszystkie rozumowania na dwie wielkie klasy: rozumowanie DEDUKCYJNE, w którym kierunek rozumowania jest zgodny z kierunkiem wynikania, i rozumowania REDUKCYJNE, w których kierunek rozumowania jest przeciwny kierunkowi wynikania. Rozumowanie dedukcyjne czyli DEDUKCJA szuka następstw dla danych racji, rozumowanie redukcyjne czyli REDUKCJA szuka racyj dla danych następstw.

Każdą z tych dwu klas rozumowania można jeszcze podzielić na dwie dalsze, zależnie od tego, czy punkt wyjścia rozumowania jest zdaniem PEWNYM, czy takim, o którego prawdziwości rozumujący jest przekonany, czy też NIEPEWNYM. W ten sposób powstają cztery główne rodzaje rozumowania.

WNIOSKOWANIE: jest to rozumowanie dedukcyjne, które dla danych zdań PEWNYCH szuka następstw. Wnioskuję, jeśli za punkt wyjścia rozumowania obieram zdanie pewne, np.: „Każda liczba pierwsza kształtu $4n + 1$ jest sumą dwu kwadratów", zdanie to traktuję jako rację i wyprowadzam z niego następstwo: „A więc 53 jest sumą dwu kwadratów". Następstwa racji pewnych są zawsze pewne.

SPRAWDZANIE: jest to rozumowanie dedukcyjne, które dla danych zdań NIEPEWNYCH szuka następstw pewnych. Sprawdzam, jeśli za punkt wyjścia rozumowania obieram zdanie niepewne, np.: „Ulegam (może) halucynacji wzrokowej", zdanie to traktuję jako rację i wyprowadzam z niego następstwo: „A więc tego, co widzę, (może) ktoś inny nie widzi", usiłując przy tym przekonać się o prawdziwości tego następstwa.

TŁUMACZENIE: jest to rozumowanie redukcyjne, które dla danych zdań PEWNYCH szuka racyj. Tłumaczę, jeśli za punkt wyjścia rozumowania obieram zdanie pewne, np.: „Nie otrzymałem listu od przyjaciela", zdanie to traktuję jako następstwo i staram się doszukać do niego jakiejś racji: „Przyjaciel mój [jest] chory i pisać nie może" albo „List zaginął". Racje następstw pewnych nie muszą być pewne.

DOWODZENIE: jest to rozumowanie redukcyjne, które dla zdań NIEPEWNYCH szuka racji pewnych. Dowodzę, jeśli za punkt wyjścia rozumowania obieram zdanie niepewne, np. twierdzenie FERMATA o równaniu $x^n + y^n = z^n$, zdanie to traktuję jako następstwo i szukam zdań pewnych, z których by jako z racji wynikało to twierdzenie.

8. Gdyby prawdą było, że nauka ma na celu ODTWARZAĆ rzeczywistość, to musiałyby ten cel spełniać przede wszystkim nauki EMPIRYCZNE. Są to bowiem nauki, które zajmują się badaniem rzeczywistości i opierają się na faktach, danych w doświadczeniu. Zdania, stwierdzające te fakty, są jednostkowe i pewne.

Stwierdzanie faktów nie może atoli pragnienia wiedzy zaspokoić w całej pełni; do faktów trzeba dołączyć TEORIĘ, stworzoną drogą rozumowania.

W naukach empirycznych rozumowanie to musi za punkt wyjścia obierać zdania o faktach, danych w doświadczeniu, a więc zdania JEDNOSTKOWE i PEWNE. Nie może to być przeto ani sprawdzanie, ani dowodzenie, bo te rodzaje rozumowania wychodzą ze zdań niepewnych, ani też wnioskowanie, bo zdania jednostkowe nie nadają się na racje zdań innych. Nauki empiryczne zatem posługują się głównie TŁUMACZENIEM, a więc tym rodzajem rozumowania redukcyjnego, które dane zdania pewne traktuje jako NASTĘPSTWA i doszukuje do nich RACYJ.

Najprostszym i najpospolitszym rodzajem tłumaczenia, używanym w naukach empirycznych, jest INDUKCJA NIEZUPEŁNA czyli WŁAŚCIWA. Jest to rozumowanie, które za punkt wyjścia obiera zdania jednostkowe i pewne, mające różne podmioty a to samo orzeczenie, np.: „S_1 jest P", „S_2 jest P", „S_3 jest P" ..., zdania te traktuje jako następstwa i doszukuje do nich racji w formie zdania ogólnego: „Każde S jest P", przy czym zakres terminu S obejmuje zarówno indywidua S_1, S_2, S_3, jak i inne indywidua, nie zaobserwowane.

Rozumowanie to nie może uchodzić za wnioskowanie, bo z tego, że NIEKTÓRE tylko S są P, nie wynika, że wszystkie S są P. Kierunek wynikania nie jest więc zgodny z kierunkiem rozumowania, przebiega natomiast odwrotnie, bo z tego, że „każde S jest P", wynika, że „S_1 jest P" i „S_2 jest P" itd. Zdanie ogólne czyli PRAWO: „Każde S jest P" TŁUMACZY nam zatem, dlaczego „S_1 jest P" i „S_2 jest P" itd.

Innym rodzajem tłumaczenia, stosowanym przez nauki empiryczne, jest tworzenie HIPOTEZ. Jakkolwiek przez hipotezę rozumiemy zazwyczaj każde zdanie niepewne, to przecież byłoby może rzeczą stosowną zachować to wyrażenie dla zdań o FAKTACH, których w doświadczeniu bezpośrednio nie stwierdzamy, a które w połączeniu z jakimś zdaniem ogólnym tłumaczą nam fakty, dane w doświad-

czeniu. Ktoś stwierdził np., że jakieś „*S* jest *P*"; ale nie wie, dlaczego. Chcąc znaleźć wyjaśnienie, przyjmuje, że owo „*S* jest *M*", chociaż w doświadczeniu tego faktu nie stwierdza. Wie wreszcie, że „każde *M* jest *P*"; jeśli więc przyjmie, że „*S* jest *M*", to z obu tych przesłanek może wyprowadzić zdanie, że „*S* jest *P*".

I to rozumowanie nie jest wnioskowaniem, bo z tego, że „*S* jest *P*", nie wynika, że „*S* jest *M*", bez względu na to, czy zdanie: „Każde *M* jest *P*" jest prawdziwe, czy nie. Kierunek wynikania nie jest więc zgodny z kierunkiem rozumowania, przebiega natomiast odwrotnie, bo z tego, że „*S* jest *M*", wynika, że „*S* jest *P*", jeśli prawdziwe jest zdanie, że „każde *M* jest *P*". Hipoteza: „*S* jest *M*" TŁUMACZY nam zatem, przy pomocy prawa „Każde *M* jest *P*", dlaczego „*S* jest *P*".

9. Każda teoria naukowa, tycząca się faktów rzeczywistych, a więc i każda teoria przyrodnicza, jest splotem praw i hipotez. Ponieważ prawa i hipotezy uzyskujemy drogą rozumowania redukcyjnego, przeto i wszelkie teorie nauk empirycznych są wynikami redukcji.

Wyniki rozumowania redukcyjnego posiadają dwie cechy: zawierają COŚ WIĘCEJ, niż zdania będące punktem ich wyjścia, i NIE DADZĄ SIĘ na podstawie tych zdań UDOWODNIĆ.

Pierwsza cecha bierze się stąd, że racja, obejmując sobą wszystkie swe następstwa, jest OBSZERNIEJSZA niż każde z jej następstw z osobna lub jakaś część jej następstw. Jeśli tedy rozumujemy DEDUKCYJNIE, np. wnioskujemy, to z danych racji wysnuwamy tylko takie zdania, które potencjalnie już się w nich zawierają. Stąd mniemanie, niesłuszne zresztą, że dedukcja nie daje nam nic nowego. Jeśli natomiast rozumujemy REDUKCYJNIE, wtedy, idąc od następstw ku racjom, wznosimy się do zdań, obejmujących WIĘCEJ niż dane nam następstwa, i zdobywamy naprawdę NOWE wiadomości.

Stwierdzić to można z łatwością na prawach, uzyskanych indukcyjnie, i na hipotezach. Zdanie ogólne czyli prawo: „Każde *S* jest *P*", zdobyte na podstawie zdań jednostkowych: „S_1 jest *P*", „S_2 jest *P*" ..., zawiera coś więcej niż te zdania jednostkowe. Bo albo pojmujemy to zdanie ogólne jako zbiór zdań jednostkowych: „S_1 jest *P*" i „S_2 jest *P*" i ... „S_n jest *P*", a wtedy zdanie takie, jak „S_n jest *P*", nie zaobserwowane w doświadczeniu, jest całkiem NOWE, różne od danych nam następstw; albo też pojmujemy to zdanie ogólne jako okres warunkowy, wyrażający zależność: „Jeśli coś jest *S*, to jest *P*", a wtedy zależność ta jest także czymś NOWYM, co nie jest nam dane w zdaniach jednostkowych. W obu wypadkach racja zwiera COŚ WIĘCEJ niż doświadczalnie dane następstwa; a to *plus* nie pochodzi już z doświadczenia i nie jest ODTWORZENIEM faktów, tylko jest WYTWORZONE przez umysł człowieka.

Tak samo ma się sprawa z hipotezami. Zdanie „*S* jest *M*" nie zawiera się w następstwie, stwierdzonym doświadczalnie: „*S* jest *P*", choćbyśmy nawet uwzględnili prawo: „Każde *M* jest *P*". Hipoteza: „*S* jest *M*" przedstawia COŚ NOWEGO, jakiś fakt przypuszczalny, którego w danej chwili nie stwierdzamy

w doświadczeniu, tylko, co najwyżej, możemy później stwierdzić. A więc i hipotezy nie pochodzą z doświadczenia i nie są ODTWORZENIEM rzeczywistości, tylko są WYTWORZONE przez umysł człowieka.

Okazuje się w ten sposób na mocy właściwości rozumowania redukcyjnego, że żadna teoria nauk empirycznych nie jest czystym odtworzeniem faktów, lecz że każda zawiera pierwiastki TWÓRCZE.

Z właściwości redukcji wynika i druga cecha teorii empirycznych, mianowicie ta, że nie dadzą się udowodnić na podstawie swego punktu wyjścia czyli doświadczenia. Rozumowanie redukcyjne bowiem szuka racyj dla danych następstw; z prawdziwością następstwa jednak nie musi się łączyć prawdziwość racji. Dlatego też nie możemy nigdy wiedzieć na pewno, czy prawa, zdobyte indukcyjnie, lub hipotezy, których nie stwierdziliśmy później w doświadczeniu, są prawdziwe. Zdobywamy dzięki redukcji NOWE wiadomości, ale tylko kosztem zrezygnowania z ich PEWNOŚCI.

Nauki empiryczne posługują się wprawdzie jeszcze innym rozumowaniem, które możliwe jest dopiero wtedy, gdy jakieś prawa lub hipotezy zostały już utworzone: SPRAWDZANIEM. Ale i to rozumowanie nie daje nam pewności. Sprawdzanie bowiem jest to takie rozumowanie, które dla danych zdań niepewnych, w tym wypadku praw i hipotez, szuka następstw pewnych. Otóż o ile jakieś następstwo prawa lub hipotezy okaże się FAŁSZYWE, to i prawo to lub hipoteza są fałszywe, bo z fałszywością następstwa musi się łączyć fałszywość racji. Jeśli jednak wszystkie znane nam następstwa są prawdziwe czyli zgodne z faktami, to z tego nie wynika, że i racja jest prawdziwa, bo z prawdziwością następstwa nie musi się łączyć prawdziwość racji. Wnioskować z prawdziwości następstw o prawdziwości racji można tylko wtedy, gdy znane są WSZYSTKIE następstwa; wiedza ta atoli nie jest nam nigdy dana, gdy chodzi o badanie faktów rzeczywistych.

Mógłby się ktoś zapytać, dlaczego w ogóle rozumujemy redukcyjnie, skoro nie otrzymujemy tą drogą zdań prawdziwych, a przynajmniej nie możemy stwierdzić ich prawdziwości. Odpowiedź na to pytanie jest prosta, jeśli zastanowimy się nad celami nauki. Nauka ma na celu zaspokajać ogólnoludzkie potrzeby intelektualne. Do potrzeb tych należy i pragnienie, by ZORIENTOWAĆ się w chaosie otaczających nas zjawisk i ZROZUMIEĆ je o ile możności, a cel ten osiągamy, wyprowadzając te zjawiska z niewielu prostych zasad. Zasad tych nie umiemy wprawdzie udowodnić, ale z chwilą, gdy możemy z nich jako z racyj wyprowadzić znane nam fakty, a nawet szczęśliwym trafem przewidzieć inne nie znane, i gdy dzięki nim możemy wszystkie te fakty uporządkować i ująć w jakąś całość, to pragnienie nasze zostało zaspokojone. Dlatego też bywa czasem, że wyniki redukcji utrzymujemy w mocy nawet wtedy, gdy nie wierzymy już w ich prawdziwość, jeśli tylko pozwalają nam orientować się w świecie. Chwieją się dziś podobno *leges motus* NEWTONA; gdyby nawet runęły, to przecież w praktyce

długo jeszcze zapewne przetrwają swój upadek, bo tłumaczą nam w genialnie prosty sposób zjawiska mechaniczne na ziemi i na niebie.

10. Suche te i abstrakcyjne rozważania nabiorą może życia, gdy sprawdzimy je na przykładach.

Zastanówmy się nad uogólnieniem GALILEUSZA: „Wszystkie ciała ciężkie, nie zawieszone ani [nie] podparte, spadają z prędkością, wzrastającą proporcjonalnie do czasu spadania". W uogólnieniu tym zawiera się prawo, wyrażające związek funkcjonalny między prędkością v a czasem spadania t, o wzorze $v = gt$.

Prawo to GALILEUSZ opierał na znikomo małej ilości faktów: kazał toczyć się kulom metalowym w pochyło ustawionych rynienkach i mierzył ich czasy spadania. A przecież uogólnienie jego obejmowało WSZYSTKIE wypadki wolnego spadania ciał. Nie tylko kula metalowa, tocząca się w rynience, ale ta sama kula, lecąca z wysokiej wieży, i kamień, wrzucony do głębokiej studni, i każdy przedmiot, upuszczony przez człowieka, muszą wedle niego ulegać temu prawu. I nie tylko zachowywać się muszą w ten sposób ciała ciężkie we Florencji w wieku XVII, ale gdziekolwiek bądź na ziemi i w jakimkolwiek bądź czasie, nawet w epoce węglowej, gdy ludzi jeszcze nie było. Ileż faktów, nie stwierdzonych i nie zbadanych, mieści w sobie to uogólnienie?

Idźmy dalej. Wielkość t w podanej przez GALILEUSZA formułce przybierać może wartości całkowite, ułamkowe, niewymierne, przestępne. Powstaje znowu nieskończona moc zdań o wypadkach, których także nikt nigdy nie stwierdził i NIE MOŻE stwierdzić. Jakże więc można mniemać, że prawo GALILEUSZA jest odtworzeniem faktów? Może by nam wolno było tak sądzić, gdybyśmy przynajmniej mieli pewność, że prawo to jest prawdziwe. Ale jak zdobyć tę pewność, skoro znamy tylko nieznaczną ilość faktów i to tylko LABORATORYJNYCH, a olbrzymia ich reszta jest dla nas na zawsze niedostępna? A brak nam przecież wszelkiej logicznej podstawy, by twierdzić, że fakty nieznane muszą zachowywać się tak samo, jak znane i zbadane.

Gdybyśmy jednak mieli nawet możność poznania wszystkich faktów wolnego spadania ciał, to i wtedy nie moglibyśmy formułki $v = gt$ uważać za ich odtworzenie. Chcąc bowiem przekonać się, czy formułka ta jest wiernym wyrazem rzeczywistości, musielibyśmy w każdym wypadku wymierzyć prędkość v i czas spadania t. Żaden zaś pomiar nie jest nigdy dokładny. Niepodobna więc stwierdzić, że prędkość jest DOKŁADNIE proporcjonalna czasowi spadania.

Wiemy wreszcie skądinąd, że prawo o spadaniu ciał ciężkich może być tylko w przybliżeniu prawdziwe. Suponuje bowiem warunki nie istniejące, jak stałość przyśpieszenia ziemskiego lub brak oporu powietrza. Nie odtwarza więc rzeczywistości, lecz tyczy się jedynie FIKCJI.

Podobne uwagi można by poczynić o każdym innym prawie, uzyskanym drogą indukcji. Żadne z nich nie opiera się logicznie na zdaniach jednostkowych o faktach, danych w doświadczeniu. Jeśli zaś nie opiera się na faktach i nie jest

ich odtworzeniem, czymże innym być może, jeśli nie wynikiem twórczej czynności człowieka? Toteż uczy nas historia, że prawo wolnego spadania ciał, które dało początek całej nowożytnej mechanice, nie wyrosło z obserwacji faktów, lecz zrodziło się *a priori* w twórczym umyśle GALILEUSZA. Dopiero PO stworzeniu prawa GALILEUSZ sprawdzał następstwa jego na faktach. Taka jest rola doświadczenia w każdej teorii przyrodniczej: *być bodźcem jeno dla twórczych pomysłów i dostarczać materiału do ich sprawdzania.*

Przez długie lata astronomowie nie mogli sobie wyjaśnić zaburzeń w ruchach planety Urana, niezgodnych z obliczeniami opartymi na prawie grawitacji NEWTONA. LEVERRIER powziął przypuszczenie, że zaburzenia te wywołuje planeta nowa i nieznana, znajdująca się poza Uranem. Obliczył jej drogę, czas obrotu i masę. Wkrótce potem w pobliżu wskazanego miejsca GALLE odkrył Neptuna. Hipoteza LEVERRIERA była TWÓRCZYM dziełem jego umysłu, nie zaś ODTWORZENIEM faktu, wówczas nikomu nie znanego. Przypadek zdarzył, że hipotezę tę sprawdzono. Ale nie zawsze tak bywa. Hipoteza o istnieniu Wulkana, planety bliższej słońca niż Merkury, dotąd nie jest stwierdzona. Niektóre hipotezy nigdy zapewne nie doczekają się potwierdzenia doświadczalnego. Takimi zdają się być przypuszczenia o istnieniu atomów, elektronów lub eteru. Należą do nich także hipotezy o zjawiskach minionych. Paleontologia składa się z samych takich hipotez; nie zjawisk bowiem, dostępnych spostrzeżeniu, tyczy się np. zdanie, że pewne szare bryłki wapienia, znajdowane na Podolu, są śladami ramienionogów, żyjących w sylurze albo dolnym dewonie. Historia jest olbrzymią siecią hipotez, które przy pomocy zdań ogólnych, wziętych najczęściej z praktyki życiowej, tłumaczą fakty, dane w doświadczeniu, tzn. zabytki, dokumenty, urządzenia, zwyczaje, DZIŚ istniejące. Historia nie jest więc ODTWORZENIEM przeszłości, tylko jej WYTWORZENIEM. Staramy się wprawdzie, by wytwór ten był możliwie wierny, ale nie wiemy i nie dowiemy się nigdy, czy jest taki w istocie.

11. Pogląd, że każda teoria empiryczna zawiera pierwiastki twórcze, ma najgłębsze swe źródło w fakcie natury LOGICZNEJ: w niesymetrii stosunku wynikania. Fakt ten odbija się nie tylko na GOTOWYCH już wytworzach myśli ludzkiej, ale równie silny oddźwięk znajduje w CZYNNOŚCIACH umysłu, tworzącego teorie.

Niewiele wiemy dotąd z psychologii twórczości naukowej. Zbyt mało mamy na to materiału doświadczalnego. Inaczej bowiem zwykle uczony tworzy, a inaczej układa dzieło do druku. Wytworzyły się z biegiem czasu konwencjonalne formy STYLU naukowego, które sprawiają, że dzieła wszystkich uczonych, zwłaszcza pracujących w tej samej dziedzinie wiedzy, są do siebie stylistycznie bardzo podobne. Skutkiem tego mogą one wszystkie uchodzić za cząstki JEDNEJ wielkiej BUDOWY NAUKOWEJ, do której uczeni wszystkich czasów i narodów «dorzucają swe cegiełki», a której formą najdoskonalszą ma być, zdaniem wielu, podręcznik lub encyklopedia. Na powstanie takich poglądów wpłynęło właśnie mylne pojmowanie nauki jako odtwarzania rzeczywistści. Sądzę inaczej: systematyzowanie

wiedzy naukowej w celach praktycznych lub dydaktycznych jest ważne i pożyteczne; ale o wiele cenniejsze są MONOGRAFIE wielkich twórców naukowch, które należy traktować tak samo indywidualnie, jak arcydzieła poezji lub sztuki.

Chociaż zatem nie wiemy dokładnie, jak uczeni tworzą, to przynajmniej tyle powiedzieć możemy, że twórczość ta nie jest MECHANICZNĄ czynnością intelektu. Byłaby taką, gdyby polegała na WNIOSKOWANIU, a więc na wyprowadzaniu następstw z danych racji. Nie potrzeba na to żadnej twórczości, by wywnioskować, że gdy „każde *S* jest *M* i każde *M* jest *P*", to „każde *S* jest *P*". Tworzenie teorii nie jest jednak dedukcją, tylko REDUKCJĄ, a więc wyszukiwaniem racyj dla danych następstw. Stosunek wynikania nie przebiega w kierunku od następstwa do racji; brak tu wszelkiego węzła logicznego i umysł musi SKOK uczynić, by znaleźć rację dla danego następstwa.

Słusznie przyrównywano świat zjawisk do depeszy szyfrowanej. Kto zna KLUCZ depeszy, ten ułoży ją w szyfrach mechanicznie i odcyfruje ją równie łatwo. Ale my jesteśmy w położeniu tych niewtajemniczonych, co depeszy nie układali i klucza nie znają, i muszą go dopiero WYSZUKAĆ drogą mozolnych i zawodnych prób. Tym kluczem do odcyfrowania znaków przyrody są teorie naukowe.

Uczy nas zatem sama logika, że teorie nie powstają i nie MOGĄ powstać drogą czystego myślenia logicznego. Działają więc przy ich tworzeniu się czynniki alogiczne. O czynnikach takich była już mowa, gdy przyjęliśmy za ARYSTOTELESEM, że początkiem nauki są stany intelektualno-UCZUCIOWE, jak zdziwienie, ciekawość, lęk, niedowierzanie. Pierwiastki emocjonalne, zawarte w tych stanach, współdziałają właśnie w powstawaniu teoryj.

Nie tylko bowiem pragniemy WIEDZIEĆ, ale pragniemy wiedzieć coś takiego, co by nam przyniosło RADOŚĆ i ROZKOSZ, a usunęło BÓL i CIERPIENIE. Szukamy w świecie ładu i prządku, bo wszelka HARMONIA sprawia nam przyjemność, a dysharmonia jest przykra. Wierzymy, że świat jest urządzony rozumnie i celowo, bo czerpiemy stąd pokrzepienie na dzień dziesiejszy, a nadzieję i ufność na niepewne dni przyszłe. Pragniemy, by świat ten nie był dziełem SZATANA, lecz BOGA, i chcemy się KORZYĆ przed mądrością przyrody, nie zaś walczyć ze ślepym, bezrozumnym przypadkiem. Poczucie piękna i siły, czci i pokory, uczucia estetyczne, etyczne, religijne — łączą się z pragnieniem wiedzy.

Jak wpływają te uczucia na tworzenie teoryj, niech zaświadczą przykłady z astronomii. Starożytni Grecy umieli odróżniać gwiazdy stałe od planet, gdyż rychło spostrzegli, że planety zmieniają swe miejsce na tle gwiaździstego nieba, lecz czynią to raz prędzej, raz wolniej, niekiedy zaś stają i cofają się w biegu, zakreślając pętlice. Grecy uważali gwiazdy za istoty boskie, wszelkiej czci godne, i dziwnym im się wydało takie zachowanie się planet. Cóż byśmy powiedzieli o poważnym obywatelu, który by na ulicy raz kroku przyśpieszał, drugi raz zwalniał, to znowu stawał i wracał się bez powodu? Uczucie czci i potrzeba harmonii skłoniły Greków, że ruchy planet, widzialne na niebie, uznali za pozorne i kazali planetom poruszać się jednostajnie po drogach kolistych. Tak

powstała pierwsza teoria astronomiczna. Donosi nam o tym GEMINOS, astronom grecki, żyjący w pierwszym wieku przed CHRYSTUSEM.

Pitagorejczycy za środek wszechświata przyjęli nie ziemię i nie słońce, lecz jakiś mityczny OGIEŃ CENTRALNY. Uczynili to dlatego, wedle świadectwa ARYSTOTELESA, że ogień wydawał im się GODNIEJSZYM do zajmowania tak honorowego miejsca niż ziemia lub słońce. Nazwali ten ogień „strażą Zeusa". Gdy później hipoteza ta upadła i trzeba było wyszukać inny środek świata, równie bliska lub równie daleka była droga od ognia centralnego do ziemi, jak do słońca. U pitagorejczyków powstała też po raz pierwszy teoria heliocentrycznej budowy świata. Religijne uczucie czci wpłynęło w ten sposób na ukształtowanie się poglądu, który wyznajemy do dnia dzisiejszego.

Jednym z poprzedników KOPERNIKA był ARYSTARCH Z SAMOS, Pitagorejczyk. ARCHIMEDES opowiada w *Liczypiasku*, że ARYSTARCH dlatego przyjął obrót ziemi dokoła osi, bo odczuwał, iż świat jest niezmiernie wielki, i nie mógł zgodzić się na to, by ten wielki wszechświat obracał się codziennie wraz z słońcem dokoła ziemi. Uczucie nieskończoności świata a znikomości ziemi skłoniło i KOPERNIKA do tego samego poglądu, a głębokie poczucie religijne i wrażliwość na harmonię kazały mu porzucić zawiły system PTOLEMEUSZA i stworzyć nowy, bardziej odpowiadający niezmierzonej mądrości Bożej.

Nie mnóżmy przykładów. Można by je znaleźć w dziejach każdej nauki. Poznanie ich OŻYWIA martwe twierdzenia podręczników naukowch. Ze studium historii nauk zaczerpnąłem przekonanie, że kto nie ma zachwytu dla sztuki i piękna, kto jest nieczuły na ból i krzywdę, komu brak poczucia religijnego, słowem, kto żyjąc tylko trzeźwym rozumem, ma ubogie życie duchowe, ten nigdy zapewne nie stworzy nic wielkiego ani w obserwatorium astronomicznym, ani w pracowni chemicznej, ani w żadnej dziedzinie wiedzy naukowej.

12. Istnieją jeszcze w naukach empirycznych pierwiastki twórcze, o których dotąd mowy nie było, bo w całej pełni występują w innych naukach: w APRIORYCZNYCH.

Naukami tymi są LOGIKA i MATEMATYKA. Ponieważ dziś coraz bardziej toruje sobie drogę przekonanie, że matematyka jest tylko szczegółową częścią logiki, przeto obie te nauki możemy traktować jako jedną całość.

Punktem wyjścia nauk apriorycznych nie są zdania jednostkowe o faktach, tylko zdania OGÓLNE i OCZYWISTE, tzw. PEWNIKI. Pewnikiem jest zasada sprzeczności: „Żaden przedmiot nie może tej samej cechy zarazem posiadać i nie posiadać". Pewnikiem jest także znane twierdzenie matematyczne: „Dwie wielkości równe trzeciej są równe między sobą".

Ponieważ nauki aprioryczne wychodzą ze zdań ogólnych i oczywistych, a więc takich, których nie można i nie trzeba udowadniać, przeto formą rozumowania, najczęściej stosowaną w tych naukach, jest WNIOSKOWANIE. Nauki aprioryczne są więc DEDUKCYJNE. W dalszych stadiach tych nauk używamy też bardzo

często DOWODZENIA, gdy chodzi o sprowadzenie jakiegoś zdania niepewnego do znanych już i pewnych twierdzeń. Rozumowania aprioryczne nie prowadzą więc do pierwiastków twórczych. Mimo to cała dziedzina tych nauk jest TWÓRCZA, bo nauki te nie opierają się na doświadczeniu i nie są odtworzeniem faktów.

Żadne twierdzenie nauk apriorycznych nie opiera się na faktach, danych w doświadczeniu. Nie dlatego przyjmujemy zasadę sprzeczności, jakobyśmy stwierdzili w wielu wypadkach, iż przedmioty konkretne nie posiadają cech sprzecznych, lecz uważamy zasadę tę za pewną PRZED wszelkim doświadczeniem. Pochodzi ona, jak mówimy, z ROZUMU. Tak samo nie na faktycznych pomiarach opiera się twierdzenie, że suma kątów w trójkącie równa się dwu prostym. Twierdzenie to wynika z zasad geometrii, które płyną znowu z rozumu.

Ponieważ nauki aprioryczne powstały niezależnie od doświadczenia, dlatego też twory tych nauk nie mają często z doświadczeniem żadnego związku. Nie istnieją w rzeczywistości figury geometrii nieeuklidesowej, ani bryły czterowymiarowe. Ale nawet punkt, prosta, trójkąt lub sześcian zwykłej geometrii nie istnieją w doświadczeniu. Punkt geometryczny nie ma rozciągłości, a prosta ma tylko jeden wymiar — długość. Takie utwory chyba w naturze nie istnieją. Wszystkie przedmioty, którymi zajmuje się geometria, są IDEALNYMI konstrukcjami umysłu. Tak samo nie ma w świecie zjawiskowym liczb całkowitych, ułamkowych, niewymiernych, urojonych. Według DEDEKINDA liczby są „wolnymi tworami ducha ludzkiego". Liczby zaś są podstawą całej analizy matematycznej.

Mogłoby się jednak zdawać, że niektóre twierdzenia logiczne, zwłaszcza te, które przybierają formę ONTOLOGICZNĄ, a więc tyczą się nie zdań, lecz PRZEDMIOTÓW, są przecież odtworzeniem faktów, danych w doświadczeniu. Nikt bowiem nie wątpi, że żaden przedmiot rzeczywisty nie może posiadać zarazem cech sprzecznych. Zdanie to zdaje się być wyrazem rzeczywistości, choćby nawet z doświadczenia nie pochodziło.

Pogląd ten jest mylny. Chociaż zasady nauk apriorycznych są oczywiste, to jednak nie wynika stąd jeszcze ich prawdziwość, jeżeli pojmujemy prawdziwość jako zgodność myślenia z rzeczywistością. Nie mamy żadnej gwarancji, że to, co rozumowi naszemu wydaje się oczywistym, musi być także zrealizowane w przyrodzie. Czyż rozum ludzki MOŻE swe prawa dyktować naturze? Przeciwnie, zdaje się być rzeczą prawdopodobną, że rzeczywistość praw rozumu nie słucha. Do konsekwencji tej prowadzi nas znowu sama logika. Głośne stały się w ostatnich czasach trudności logiczne, znane pod nazwą ANTYNOMII. Istnieją konstrukcje umysłowe, które zdają się nieuchronną zawierać sprzeczność. Konstrukcją taką jest np. zdanie:

„Wiersz 38 na s. 29 tej książki zawiera zdanie fałszywe".

Zdanie to zawiera sprzeczność, bo łatwo można wykazać, że z prawdziwości jego wynika jego własna fałszywość, a z jego fałszywości jego własna prawdziwość, jeśli tylko zważymy, że zdanie to zawiera się właśnie w wierszu 38 na s. 29 tej książki. Sprzeczność bierze się stąd, że nie uwzględniamy pewnego

ważnego a nieznanego dotąd prawa logicznego. By zrozumieć to prawo trzeba wiedzieć, że każda zasada logiczna zawiera jakąś ZMIENNĄ. Jest to termin oznaczony literami *X*, *S*, *M*, *P* itp., który MOŻE oznaczać cokolwiek bądź, ale nie oznacza żadnego określonego przedmiotu. Tak np. w zasadzie sylogizmu: „Jeśli każde *S* jest *M* i każde *M* jest *P*, to każde *S* jest *P*", litery *S*, *M*, *P* oznaczają zmienne. Te zmienne logiczne mogą, tak jak matematyczne, przybierać różne wartości. Otóż istnieje prawo, które orzeka, że wszystkie zasady logiczne tyczą tylko TYCH przedmiotów, które mogą być WARTOŚCIAMI ZMIENNYCH. Można okazać, że zdanie powyższe, zawierające sprzeczność, nie może być wartością zmiennej. A więc prawa logiczne nie stosują się do niego; konstrukcja ta stoi poza logiką. Jeśli tedy istnieją konstrukcje umysłowe, które nie podlegają prawom logicznym, czyż nie mogą istnieć i przedmioty rzeczywiste, które logiki nie słuchają? Rzeczywistość jest tak bogata i tak niewyczerpana, że żadne więzy logiczne nie zdołają jej ująć.

Okazuje się z tego wszystkiego, że nauki aprioryczne są czystym WYTWOREM umysłu ludzkiego, nie zaś odtworzeniem faktów. Pierwiastki nauk apriorycznych wchodzą jednak w skład każdej teorii empirycznej. Wprawdzie nie wszystkie nauki stosują matematykę; ale wszystkie posługują się ROZUMOWANIEM, a zatem i ZASADAMI LOGICZNYMI, na których wspiera się każde rozumowanie. I w innym jeszcze, bardziej wewnętrznym, związku pozostają nauki empiryczne z apriorycznymi. Dzięki teorii STOSUNKÓW logika przekształca się dziś coraz bardziej w ogólną teorię FORM. W teorii form zakładamy np., że między pewnymi elementami, pozbawionymi zresztą wszelkich cech bezwzględnych, zachodzą jakieś stosunki; na podstawie tych założeń wyprowadzamy szereg praw rządzących tymi elementami. Jeśli tym elementom przypiszemy później jakieś cechy, wzięte z doświadczenia, to jako szczegółowe wypadki owych praw apriorycznych możemy otrzymać jakieś prawa empiryczne. Tak można niektóre prawa geometrii, stwierdzalne w doświadczeniu, np. o przecinaniu się prostych w pewnych punktach, wyprowadzić z ogólniejszych zasad formalnych, w których nie ma mowy o punktach i prostych.

W ten sposób nauki aprioryczne nabierają ogromnego znaczenia metodologicznego. Logikę wraz z matematyką można by przyrównać do misternej sieci, którą zarzucamy w niezmierzoną toń zjawisk, by wyławiać z niej perły syntez naukowych. Są to potężne NARZĘDZIA badania, którymi posługujemy się przy budowie każdej teorii.

Aprioryczne konstrukcje umysłu, wchodząc w skład każdej teorii, przepajają całą naukę pierwiastkiem idealnym i twórczym.}

13. Czas teraz zająć się pytaniem: które sądy naukowe są CZYSTYM ODTWORZENIEM faktów? Skoro bowiem uogólnienia, prawa i hipotezy, a więc i wszelkie teorie nauk empirycznych, oraz cały obszar nauk apriorycznych powstały przez

twórczą pracę umysłu, więc niewiele chyba istnieje sądów w nauce czysto tylko odtwórczych.

Odpowiedź na to pytanie jest na pozór prosta. ^SĄDEM^[XXXV] CZYSTO ODTWÓRCZYM MOŻE BYĆ TYLKO ZDANIE JEDNOSTKOWE O FAKCIE, DANYM BEZPOŚREDNIO W DOŚWIADCZENIU; np. „Tu rośnie sosna", „Ta igła magnesowa teraz się odchyla", „W tym pokoju znajdują się dwa okna". Kto jednak bliżej przyjrzy się tym sądom, i w nich jeszcze dopatrzy się może pierwiastków twórczych. Wyrazy „sosna", „igła magnesowa", „dwa" oznaczają POJĘCIA, a przez nie przeziera ukryta praca ducha. Wszystkie fakty ujęte w słowa są już, choćby prymitywnie, opracowane przez człowieka. «Fakt surowy», nietknięty przez umysł zdaje się być pojęciem GRANICZNYM.

Jakkolwiek rzecz się ma, czujemy przecież, że twórczość umysłu nie jest nieograniczona. Idealistyczne systemy teorii poznania nie zdołają wyrugować poczucia, że istnieje jakaś rzeczywistość niezależna od człowieka, i że szukać jej należy w przedmiotach SPOSTRZEŻEŃ, w DOŚWIADCZENIU. Zbadać, co w tej rzeczywistości pochodzi od umysłu ludzkiego, jest od dawna wielkim zadaniem filozofii.[21]

14. Dwa rodzaje ^sądów^[XXXVI] należy wyróżnić w nauce: o jednych przyjmujemy, że ODTWARZAJĄ fakty dane w doświadczeniu, inne są WYTWORZONE przez umysł człowieka. ^Sądy^[XXXVII] pierwszej kategorii są prawdziwe, ponieważ prawdziwość polega na zgodności myślenia i bytu; czy prawdziwe są ^sądy^[XXXVIII] i drugiej kategorii?

Nie możemy orzec stanowczo, iż są FAŁSZYWE. To, co umysł wytworzył, nie musi być tylko fantazją. Ale nie mamy też prawa uznać je za PRAWDZIWE. Nie wiemy bowiem na ogół, czy odpowiada im byt rzeczywisty. Mimo to włączamy je do nauki, o ile powiązane są stosunkami wynikania z sądami pierwszej kategorii i nie prowadzą do następstw niezgodnych z faktami.

Błędne jest przeto zdanie, że celem nauki jest PRAWDA. Nie dla prawdy umysł tworzy. CELEM NAUKI JEST BUDOWA ^SYNTEZ,^[XXXIX] ZASPOKAJAJĄCYCH OGÓLNOLUDZKIE POTRZEBY INTELEKTUALNE.

[XXXV] ZDANIEM

[21] Kopernikańska myśl KANTA, który próbował dowieść, że raczej przedmioty stosują się do poznawania niż poznawanie do przedmiotów, zawiera poglądy, sprzyjające tezie o twórczości. Usiłowałem atoli przeprowadzić tę tezę nie na podstawie jakiejś specyficznej teorii poznania, tylko na gruncie POTOCZNEGO REALIZMU, przy pomocy wyników moich badań LOGICZNYCH. Z tego samego powodu nie uwzględniłem również pragmatyzmu JAMESA ani humanizmu SCHILLERA.

[XXXVI] zdań

[XXXVII] Zdania

[XXXVIII] zdania

[XXXIX] TEORII,

W skład tych ^syntez^[XL] wchodzą ^sądy prawdziwe^[XLI] o faktach; one głównie WZBUDZAJĄ potrzeby intelektualne. To są elementy REKONSTRUKCYJNE. Ale do ^syntez^[XLII] należą i ^sądy^[XLIII] twórcze; one ZASPOKAJAJĄ potrzeby intelektualne. To są elementy KONSTRUKCYJNE. Elementy jedne i drugie jednoczą się w całości dzięki logicznym stosunkom WYNIKANIA. Stosunki te ^syntezom sądów^[XLIV] nadają charakter NAUKOWY.

Twórczość poetycka nie różni się od naukowej większym polotem fantazji. Kto, jak KOPERNIK, ziemię ruszył z posad i pchnął ja na tory w krąg słońca, lub, jak DARWIN, ujrzał we mgle dziejów genezyjskie przemiany gatunków, godzien stanąć obok największych poetów. Uczony tym jednak różni się od poety, że zawsze i wszędzie ROZUMUJE. Nie wszystko musi i może uzasadnić, ale cokolwiek głosi, musi węzłami logicznymi powiązać w ścisłą całość. Na dnie tej całości leżą ^sądy^[LIII] o faktach, nad nimi wznosi się teoria, która fakty tłumaczy, porządkuje, przepowiada. Tak powstaje POEMAT NAUKI.[22]

⟨* * *⟩

{**15.**} Żyjemy w okresie skrzętnego zbierania faktów. Zakładamy muzea przyrodnicze i sporządzamy zielniki. Zestawiamy katalogi gwiazd i kreślimy mapy księżyca. Urządzamy wyprawy do biegunów ziemi i w niebotyczne góry Tybetu. Mierzymy, liczymy, uprawiamy statystykę. Gromadzimy zabytki przedhistoryczne i okazy sztuki ludowej. Przetrząsamy grobowce starożytne w pogoni za nowymi papirusami. Wydajemy źródła dziejowe i układamy bibliografie. Każdy skrawek zadrukowanego papieru radzibyśmy uchronić od zagłady. Cenna to praca i niezbędna.

Zbiór faktów wszelako nie jest jeszcze nauką. Ten jest prawdziwym uczonym, kto fakty umie powiązać w syntezy. Nie wystarcza zaś na to samo poznanie faktów; trzeba jeszcze przynieść ze sobą MYŚL TWÓRCZĄ.

{Kto pragnie być TWÓRCZYM w dziedzinie nauki, winien pracę nad sobą podjąć w trzech kierunkach: niech kształci ZMYSŁY, ucząc się fakty spostrzegać i obserwować, bo fakty są punktem wyjścia i sprawdzianem teorii; niech kształci UCZUCIE, bo na tle bogatego życia wewnętrznego zrodzi się najprędzej myśl nowa

---

[XL] teorii

[XLI] zdania jednostkowe, ODTWÓRCZE

[XLII] teorii

[XLIII] zdania

[XLIV] teoriom

[XLV] zdania

[22] I. MATUSZEWSKI w rozprawie swej „Cele sztuki", zawartej w książce *Twórczość i twórcy* (Warszawa 1904), rozwija podobne poglądy o twórczości w nauce. Badania jego, podjęte w innym celu i z innego punktu widzenia, doprowadziły do tych samych wyników, do jakich wiodą rozważania logiczne.

a płodna; niech kształci ROZUM, bo z twórczych swych pomysłów musi wysnuć następstwa i zestawić je z faktami.

Twórca naukowy niech będzie PEŁNYM człowiekiem.

Kształcąc się zaś w ten sposób, niech i jednej jeszcze nie zapomni rzeczy: żadna myśl twórcza, nawet najgenialniejsza, nie ma wartości naukowej, dopóki nie zostaje ujęta w SŁOWA i nie stanie się w ten sposób dostępną ludzkości. Niech więc każdy przyszły twórca naukowy uczy się swe myśli wyrażać w słowach; niech dba o swój język i stara się pisać nie tylko prosto i jasno, z nieubłaganą ścisłością logiczną, ale zajmująco i PIĘKNIE. Tylko PIĘKNE dzieła przetrwają wieki, wpływ swój wywierając na coraz dalsze pokolenia.}

^Im więcej kto kształcić będzie zarówno rozum, jak serce, im bliżej przestawać będzie z wielkimi twórcami ludzkości, tym więcej twórczych pomysłów wysnuje ze swej bogatej duszy. I^[XLVI] może kiedyś, w szczęśliwej chwili, zabłyśnie w nim iskra NATCHNIENIA, która pocznie rzecz ^wielką.^[XLVII] Albowiem „wszystkie wielkie rzeczy na świecie — powiedział raz Adam MICKIEWICZ[23] — narody, prawodawstwa, instytucje wiekowe; wszystkie wiary przed przyjściem CHRYSTUSA; wszystkie nauki, wynalazki, odkrycia, wszystkie arcydzieła poezji i sztuki — wszystkie wzięły początek w NATCHNIENIU proroków, mędrców, bohaterów, poetów".

2. O NAUCE I FILOZOFII
Treść wykładu wstępnego wygłoszonego w Uniwersytecie Warszawskim d[nia] 22 listopada 1915 r.

Przegląd Filozoficzny
r. XVIII(1915) z. 3–4 s. 190–196

W chwili, w której mowa polska rozbrzmiewa znowu w Uniwersytecie Warszawskim, wdzięczna myśl jednych zwraca się ku jasnym momentom polskiej

---

[XLVI] A gdy ktoś spełni wszystkie te warunki i, przestając z wielkimi twórcami ludzkości, pogłębi rozum i serce, to

[XLVII] WIELKĄ

[23] Powiedzenie to, zaczerpnięte z *Listów z podróży* ODYŃCA, cytuje W. BIEGAŃSKI w pracy swej „O filozofii Mickiewicza" (*Przegląd Filozoficzny*, r. X, 1907, s. 205).

PRZESZŁOŚCI tej Wszechnicy, trwożna myśl innych wybiega w zakrytą przed nami PRZYSZŁOŚĆ. Od myśli tych o przeszłości i przyszłości ważniejsza jest myśl o TERAŹNIEJSZOŚCI. Przeżywamy chwile, które są prawdziwie wielkie. Trzeba nam całą energię duchową skupić na DZIŚ, które jest nasze. Niech każdy, nie oglądając się zbytnio na przeszłość ani na przyszłość, wytęży wszystkie swe siły, by pracować dla dobra narodu. Do takiej pracy w tym odnowionym uniwersytecie polskim powołani jesteśmy i MY, nauczyciele, i uczniowie, *universitas docentium et studentium*.

Mamy tu pielęgnować naukę, ten najpotężniejszy oręż człowieka w walce jego z rzeczywistością. Zastanówmy się zatem, jakie zdolności umysłu naszego musimy kształcić, ażeby stać się pracownikami naukowymi.

Nauka jest wytworem myśli. Ażeby jednak myśl jakaś należała do nauki, trzeba ją ubrać w szatę zmysłowo dostrzegalną, a więc wyrazić ją w słowach. Myśl, choćby najgenialniejsza, ale zamknięta w umyśle jednego człowieka, nie należy do nauki, bo jest niedostępna dla kontroli naukowej. Chcąc zatem stać się pracownikiem naukowym, trzeba umieć wyrażać swe myśli w słowach. Najłatwiej to uczynić w języku ojczystym; należy przeto pielęgnować swój język ojczysty już nie tylko ze względów NARODOWYCH, ale ze względów NAUKOWYCH. Starać się trzeba o czystość języka, o poprawną terminologię naukową i dążyć do stworzenia jasnego i ścisłego, a przy tym pięknego stylu naukowego. Tak więc pierwszym zadaniem naszym jest PIELĘGNOWAĆ MOWĘ OJCZYSTĄ I ZDOLNOŚĆ WYRAŻANIA SIĘ W TEJ MOWIE.

Nauka, rozpatrywana z punktu widzenia językowego, przedstawia się jako zbiór zdań. Wśród tych zdań podstawowe są zdania o faktach. Przez fakt należy rozumieć to wszystko, co dane jest nam bezpośrednio w doświadczeniu zewnętrznym, zmysłowym, albo w doświadczeniu wewnętrznym, duchowym. Każdy fakt jest czymś jednostkowym i wyrazem jego są zdania jednostkowe, nie zaś ogólne. Zdania jednostkowe: „Ta kartka jest biała", „Ta kartka teraz spada" — są zdaniami o faktach, nie wyraża natomiast faktu zdanie ogólne: „Każde ciało ciężkie spada".

Każda nauka badająca rzeczywistość za punkt wyjścia i sprawdzian swych badań musi obierać zdania o faktach. Fakty nie łatwo stwierdzać i obserwować. Kto pracował kiedykolwiek w instytucie fizycznym, wie, jak trudno zważyć dokładnie kawałek szkła; kto zajmował się kiedykolwiek chemią, wie, jak trudno niekiedy zaobserwować osad, tworzący się w próbówce przy reakcji chemicznej; podobnie historycy i filologowie wiedzą bardzo dobrze, jak trudno niekiedy odczytać jakiś tekst lub rękopis. Stwierdzania i obserowowania faktów trzeba się więc uczyć, kształcąc ZMYSŁY i UWAGĘ. Ale to jeszcze nie wystarcza: trzeba wyrobić w sobie pewne zamiłowanie do faktów, trzeba je ukochać, a więc wykształcić w sobie i pewne UCZUCIOWE strony duszy. Przyrodnik, kochający przyrodę, ujrzy w niej więcej, niż widz obojętny. FABRE odkrył nam świat życia owadów, bo ukochał te stworzenia. Nie wszystkie jednak fakty wywołują w nas uczu-

cia przyjemne: wśród faktów są i przykre, i możemy się z nimi spotkać zarówno w prosektorium anatomicznym, jak w archiwach historycznych. Trzeba NIE BĄĆ SIĘ przykrości w dotknięciu z faktami, przystępować do nich śmiało, bez uprzedzeń, z szacunkiem. Kształcenie tych wszystkich zdolności można nazwać kształceniem poczucia rzeczywistości. Poczucie to i w nauce, i w życiu jest nam niezbędne. Tak więc drugim zadaniem naszym jest PIELĘGNOWAĆ POCZUCIE RZECZYWISTOŚCI.

Zbiór zdań jednostkowych o faktach nie jest jeszcze nauką. Nauka bowiem to nie jest odtworzenie wszystkich faktów w zdaniach, to nie jest fotografia lub fonograf. Naprzód, wszystkich faktów odtworzyć nie można, bo jest ich nieskończenie wiele. O tej kartce papieru można wypowiedzieć ogromną ilość zdań prawdziwych, ale większość tych zdań i faktów, przez nie wyrażonych, jest nam obojętna. Wybieramy w nauce jedynie fakty praktycznie lub teoretycznie dla nas ważne. Zajmiemy się naukowo sprawą pieczenia chleba, bo sprawa ta jest dla nas praktycznie ważna; badać będziemy mgławicę Andromedy, chociaż mgławica ta znajduje się niezmiernie daleko od nas i z życiem naszym nie ma żadnego związku; pragniemy ją jednak poznać ze względów teoretycznych. Nie będziemy natomiast liczyć liter na tej kartce papieru, bo sprawa ta nie jest ani praktycznie, ani teoretycznie ważna.

Nie wszystkie więc fakty są przedmiotem badania. Ale nawet zbiór zdań o tych faktach, które są dla nas praktycznie lub teoretycznie ważne, nie jest nauką. Ażeby ze zbioru faktów powstała nauka, trzeba te fakty UPORZĄDKOWAĆ; trzeba im nadać jakąś FORMĘ. Jedne nauki SZEREGUJĄ fakty na podstawie stosunku przyczynowego, jak np. historia; inne nauki tworzą PRAWA, to jest zdania ogólne, jak np. fizyka. Zarówno konstrukcja historyczna, jak prawo fizykalne, nie są już czystym wyrazem faktów, ale zawierają dodatki NASZE, zaczernięte z ROZUMU. Wiemy bowiem od czasów HUME'A, że nie spostrzegamy w doświadczeniu, jak jedne fakty wywołują drugie, tylko widzimy ich następstwo czasowe. Konieczność, tkwiąca w związku przyczynowym, nie jest więc dana w doświadczeniu. Podobnie ogólność, zawarta w każdym prawie fizycznym, nie jest dana w doświadczeniu, bo w doświadczeniu stwierdzać możemy tylko nieliczne stosunkowo fakty jednostkowe. Zdania takie, które nie są bezpośrednim wyrazem faktów, lecz zawierają dodatki nasze, nie są oczywiście tak pewne, jak zdania jednostkowe o faktach; przyjmujemy je jednak, bo one nam fakty porządkują, tłumaczą i pozwalają przewidywać. Taka jest rola każdej TEORII naukowej, to jest tego kompleksu zdań, które nie są bezpośrednim wyrazem faktów. Każda nauka badająca rzeczywistość składa się ze zdań o faktach i z teorii. Teoria, do której należą prawa i hipotezy, nie opiera się na faktach, wręcz przeciwnie, jest to jakaś nadbudowa, z której zdania o faktach wynikają. Z tego, że poszczególne ciała ciężkie spadają, nie można wnosić, że wszystkie ciała ciężkie spadają; na odwrót jednak, jeżeli jest prawdą, że wszystkie ciała ciężkie spadają, to muszą być wtedy prawdziwe i zdania o poszczególnych wypadkach spadania ciał. Teoria jest więc

połączona ze zdaniami o faktach węzłem logicznym w ten sposób, że prawa i hipotezy są racją zdań o faktach. Tylko dzięki temu, że taki stosunek logiczny istnieje między teorią a faktami, można fakty tłumaczyć i przewidywać. Chcąc więc przekonać się, czy jakaś teoria ma wartość naukową, trzeba z niej jako z racji wyprowadzać następstwa i następstwa te porównywać z faktami, a więc trzeba ROZUMOWAĆ. Umieć rozumować jest rzeczą niezbędną, by zrozumieć należycie budowę nauki i móc pracować nad jej postępem. Tak więc trzecim zadaniem naszym jest PIELĘGNOWAĆ ZDOLNOŚĆ ROZUMOWANIA.

Tych dwóch zalet umysłu: silnego poczucia rzczywistości i zdolności rozumowania wymgają wszystkie nauki EMPIRYCZNE. Są to nauki, których punktem wyjścia i sprawdzianem jest empiria czyli doświaczenie. Nauki te dzielą się na dwa wielkie działy: na nauki humanistyczne i przyrodnicze. Nauki humanistyczne traktują o wytworach ducha ludzkiego, jakimi są: język, literatura, obyczaje, prawo, urządzenia społeczne. Do nauk humanistycznych należą zatem: filologia, historia, historia literatury, nauki prawnicze i społeczne. Nauki przyrodnicze zajmują się rzeczywistością, nie będącą wytworem ducha ludzkiego; do nauk tych należą: fizyka, chemia, astronomia, biologia, geologia itd. W środku niejako między naukami humanistycznymi a przyrodniczymi znajduje się psychologia. Przedmiotem jej nie są wytwory ducha ludzkiego, lecz samo życie duchowe człowieka; stąd nauka ta jest podstawą wszystkich nauk humanistycznych. W badaniach swych jednakże psychologia posługuje się metodami przyrodniczymi.

Oprócz nauk empirycznych istnieją nauki nie oparte na doświadczeniu czyli APRIORYCZNE. W naukach tych spotykamy np. takie zdania: „Dwie wielkości równe trzeciej są równe między sobą", „Jeżeli żadne *A* nie jest *B*, to żadne *B* nie jest *A*". Zdania te nie opierają się na doświadczeniu, lecz wynikają z pewnych z góry przyjętych założeń i definicji. Nie mają też one w sobie żadnego pierwiastka zmysłowego. Występują w nich tylko litery, tak zwane zmienne, które mogą oznaczać cokolwiek bądź. Zdania takie przedstawiają tylko jakąś FORMĘ, która nabiera treści dopiero wtedy, gdy w miejsce zmiennych wstawimy jakieś określone wartości. Nauki, które składają się z takich zdań, a należą do nich logika i matematyka, nazywamy dlatego naukami FORMALNYMI.

Nauki formalne są instrumentem badania. Wprawdzie matematyki nie możemy wszędzie zastosować, logika jednak jest potrzebna w każdej gałęzi wiedzy. Ona to bowiem określa, które zdania pozostają do siebie w stosunku racji i następstwa; na jej podstawie możemy osądzić, czy jakaś teoria tłumaczy fakty, czy nie; logika uczy nas prowadzić badania naukowe według pewnych zasad metodycznych. Myśleć dobrze i prowadzić należycie badania w pewnej dziedzinie wiedzy potrafi wprawdzie każdy, kto ma pewne zdolności wrodzone i nabył wykształcenia w tej nauce. Kto jednak zna jeszcze przy tym i logikę, ten nie tylko potrafi badanie swe prowadzić metodycznie, ale potrafi też uzasadnić, dlaczego w ten a nie inny sposób należy postępować, i w wypadkach wątpliwych da sobie radę lepiej, niż ktoś nie znający logiki. Podobnie wszyscy władamy naszą mową oj-

czystą, ale bez znajomości gramatyki nie możemy rozstrzygnąć, dlaczego należy mówić tak a nie inaczej, i w wypadkach wątpliwych jesteśmy bezradni. Tak więc każdy, kto w przyszłości pragnie pracować naukowo, powinien uczyć się logiki, bo przez to pogłębi ścisłość i metodyczność swojego myślenia. Do trzech zadań, o których była mowa poprzednio, do pielęgnowania mowy ojczystej i zdolności wyrażania się w tej mowie, do pielęgnowania poczucia rzeczywistości i zdolności rozumowania, dołącza się, jako zadanie czwarte, PIELĘGNOWANIE ŚCISŁOŚCI I METODYCZNOŚCI MYŚLENIA.

Zastanawiając się nad tym, jakie zdolności należy pielęgnować, ażeby skutecznie pracować nad nauką, poznaliśmy zarazem w najogólniejszych zarysach budowę nauki oraz klasyfikację nauk. Poznaliśmy nauki empiryczne i apriorycznе, humanistyczne i przyrodnicze. W wyliczeniu naszym brakło dotąd filozofii. Powstaje pytanie, do którego z powyższych rodzajów nauk należy filozofia.

Można w dwojaki sposób pojmować filozofię: albo jako zbiór nauk, albo jakąś jednolitą całość. Traktując filozofię jako zbiór nauk zaliczamy do niej: logikę, psychologię, metafizykę, teorią poznania, etykę, estetykę. Jedne z tych gałęzi filozofii, jak psychologia, należą do nauk empirycznych; inne, jak logika, należą do nauk apriorycznych. O ile metafizyka lub etyka są w ścisłym tego słowa znaczeniu naukami, to także należeć będą albo do grupy nauk empirycznych, albo apriorycznych. W ten sposób filozofia mieściłaby się całkowicie w ramach podanego wyżej podziału.

Istnieje jednak jeszcze inny sposób pojmowania filozofii. Według tego sposobu, filozofią nazywamy najogólniejszy pogląd na świat i na życie. Filozofia w tym znaczeniu ma nam dać odpowiedź na takie pytania, jak: co to jest świat; czy świat ten jest stworzony, czy też istnieje odwiecznie; czy światem rządzi Opatrzność, czy ślepy przypadek; co to jest człowiek; czy dusza ludzka jest nieśmiertelna itp. Są to pytania, na które nie umiemy dzisiaj podać naukowo uzasadnionych odpowiedzi. PRAGNIEMY jednak mieć jakąś odpowiedź na te pytania, bo one są dla nas bardzo ważne i pozostają w związku z najgłębszymi potrzebami naszego życia duchowego. Nie mając odpowiedzi uzasadnionych naukowo, zadowalamy się hipotezami nienaukowymi, byle tylko hipotezy te nie były niezgodne z uznanymi prawdami naukowymi i zaspokajały nasze potrzeby uczuciowe. Filozofia, jako pogląd na świat i na życie, dopuszczając hipotezy nienaukowe i będąc wytworem nie tylko intelektualnej strony umysłu ludzkiego, lecz CAŁEGO człowieka wraz z jego życiem uczuciowym, nie jest w ścisłym tego słowa znaczeniu nauką. Zajmuje ona stanowisko pośrednie między nauką, literaturą a religią. Z tego powodu można mówić o jakimś INDYWIDUALNYM lub NARODOWYM poglądzie na świat i na życie, a nie można mówić o indywidualnej lub narodowej nauce.

W bieżącym półroczu wykładać będę logikę i historię filozofii nowożytnej. Ucząc się logiki, będziemy się kształcić w jasnym, krytycznym i metodycznym myśleniu; pielęgnować więc będziemy zdolność rozumowania i metodyczność

myślenia. Na wykładach z historii filozofii przedstawię krytycznie poglądy na świat i na życie najwybitniejszych filozofów nowożytnych. Będą to filozofowie obcy, bo nie mieliśmy dotąd wielkich filozofów polskich. Nie mamy też dotąd własnego, narodowego poglądu na świat i życie. Nie stać nas dzisiaj na taki pogląd, bo jesteśmy znękami wiekową niedolą i klęskami obecnej wojny. I w przeszłości nie mieliśmy nigdy własnego poglądu na świat i na życie, a ulegaliśmy zawsze poglądom cudzym. Za czasów ZABELLEWICZA i LACHA-SZYRMY, wykładających w Uniwersytecie Królewskim, ulegaliśmy myśli KANTA. Później, gdy uniwersytetu w Warszawie zabrakło, a filozofia polska dosięgła swego rozkwitu w myślicielach takich, jak: GOŁUCHOWSKI, CIESZKOWSKI, TRENTOWSKI, LIBELT, KREMER, byliśmy przeważnie pod wpływem myśli HEGLA. Jeszcze później, w ostatnich latach istnienia Szkoły Głównej, gdy wykładali w niej STRUVE i PAWLICKI, zaczynał się u nas okres pozytywizmu, oparty na poglądach COMTE'A i MILLA. I dzisiaj ulegamy poglądom obcym: niemieckiemu idealizmowi, angielskiemu pragmatyzmowi, francuskiemu bergsonizmowi.

Ale dzisiaj stać już nas, filozofów polskich, na to, by chyląc czoła przed każdą prawdziwą zasługą, nie giąć karków przed cudzym autorytetem. Powinniśmy się i w filozofii wyzwolić spod obcych wpływów i pracować nad stworzeniem własnego, POLSKIEGO poglądu na świat i na życie. Jeżeli z murów tej odnowionej wszechnicy, z tego może grona słuchaczy, do którego mam zaszczyt przemawiać, błyśnie kiedyś na całą Polskę jasna synteza filozoficzna, i jeżeli my, pracujący tu wspólnie nad rozwojem myśli polskiej, przyczynimy się choć w części do powstania takiej syntezy, to zdziałamy rzecz wielką i trudy nasze będą sowicie opłacone.

3. [O WALCE DUCHOWEJ.] Treść wykładu pożegnalnego wygłoszonego w auli Uniwersytetu Warszawskiego dnia 7 marca 1918 r.

Pro arte et studio
r. III(1918) z. 11 s. 3–4

W tym wykładzie pożegnalnym chcę dać syntezę prac swoich, opartą na wyznaniach autobiograficznych. Chcę przedstawić tło uczuciowe, na jakim wyrastały moje poglądy.

Wypowiedziałem walkę duchową wszelkiemu przymusowi, krępującemu wolną twórczość człowieka.

Są dwa rodzaje przymusu.

Jeden z nich, to przymus FIZYCZNY, który występuje bądź jako siła zewnętrzna, pętająca swobodę ruchów, bądź jako niemoc wewnętrzna, ubezwładniająca działanie.

Od przymusu tego można się uwolnić. Wytężeniem mięśni można rozerwać krępujące pęta, wytężeniem woli przemóc bezwład ciała. A gdy wszystkie środki zawiodą, zawsze jeszcze pozostaje śmierć-wybawicielka.

Drugi rodzaj — to przymus LOGICZNY. Musimy uznawać zasady oczywiste i płynące z nich twierdzenia. Przymus ten jest o wiele silniejszy od fizycznego; nie ma tu nadziei wyzwolenia. Żadna siła fizyczna ani umysłowa nie może pokonać zasad logiki lub matematyki.

Począł się ten przymus z chwilą powstania logiki ARYSTOTELESA i geometrii EUKLIDESA. Zrodziło się wtedy pojęcie NAUKI jako systemu zasad i twierdzeń połączonych stosunkami logicznymi. Z Grecji pojęcie to wyszło i zapanowało wszechwładnie. Na wzór systemu naukowego pomyślano wszechświat: wszystkie zdarzenia i zjawiska połączone są ze sobą łańcuchem przyczynowym i wynikają jedne z drugich, jak twierdzenia teorii naukowej. Wszystko, co jest, podlega PRAWOM KONIECZNYM.

W tak pojętym świecie nie ma miejsca dla czynu twórczego, nie wynikającego z prawa, lecz z samorzutnego porywu. I porywy podlegają prawom, powstają z konieczności, mogłyby być przewidziane przez istotę wszechwiedną. Zanim zaistniałem na świecie, czyny moje były już ustalone w najdrobniejszych szczegółach.

Koncepcja ta wtargnęła aż do praktyki życiowej. Okazało się, że postępowanie poddane prawu, tak przyrodniczemu, jak społecznemu, a więc uporządkowane i celowe, jest zawsze SKUTECZNE. Jeżeli naród cały potrafi stać się mechanizmem, odtwarzającym w swej konstrukcji system naukowy, to nabiera tak olbrzymiej mocy, iż może się pokusić o władzę nad światem.

Wobec tej koncepcji nauki, świata i życia — burzy się umysł twórczy. Jednostka dzielna, czująca swą wartość, nie chce być tylko ogniwem w łańcuchu przyczyn i skutków; chce na bieg świata wpływać samodzielnie.

Na tym tle przeciwstawiała się zawsze nauce twórczość artystyczna. Ale twórcy-artyści stoją z dala od zagadnień naukowych, nie odczuwają przymusu logicznego. Cóż ma począć uczony?

Dwie drogi pozostają mu do wyboru: albo utonąć w sceptycyzmie, rezygnując z pracy naukowej, albo PODJĄĆ WALKĘ Z ISTNIEJĄCĄ KONCEPCJĄ NAUKI, OPARTĄ NA LOGICE ARYSTOTELESA.

Wybrałem drugą drogę. Powoli i stopniowo uświadamiałem sobie cel walki, którą teraz głoszę. Nieświadomie jednak wszystkie moje prace dawniejsze zdążały ku temu celowi.

Chcąc przekształcić koncepcję nauki, opartej na logice ARYSTOTELESA, trzeba było ukuć oręż od tej logiki silniejszy. Orężem tym stała się dla mnie logika symboliczna.

W świetle tej logiki rozważałem wielkie SYSTEMY FILOZOFICZNE, głoszące powszechną przyczynowość zjawisk. Przekonałem się, że wszystkie, nie wyłączając krytycyzmu KANTA, poddane krytyce logicznej, rozpadają się w nicość. Stają się zbiorem luźnych, genialnych niekiedy pomysłów, pozbawionych atoli wartości naukowej. Z tej strony nie grozi wolności żadne niebezpieczeństwo.

NAUKI EMPIRYCZNE dochodzą do praw ogólnych drogą rozumowania indukcyjnego. Zająłem się logiczną budową wniosków indukcyjnych. Biorąc za punkt wyjścia badania JEVONSA i SIGWARTA, starałem się wykazać, że indukcja jest rozumowaniem redukcyjnym, szukającym racji dla danych następstw. Rozumowanie takie nie daje nigdy wyników pewnych, lecz tylko przypuszczenia. I tutaj zatem przestaje działać przymus logiczny.

Prawa i teorie przyrodnicze, będąc przypuszczeniami, nie są odtworzeniem faktów, lecz twórczym płodem myśli. Należy je przyrównać nie do mechanicznej fotografii, lecz do obrazu, namalowanego przez artystę. Jak ten sam krajobraz może być różnie ujęty w dziełach różnych artystów, tak dla wytłumaczenia tych samych zjawisk służyć mogą różne teorie. Ujrzałem w tym po raz pierwszy zbliżenie się twórczości naukowej do artystycznej.

Przymus logiczny przejawia się najsilniej w NAUKACH APRIORYCZNYCH. Tu walka była najtrudniejsza. W roku 1910 wydałem książkę *O zasadzie sprzeczności u Arystotelesa*, w której usiłowałem wykazać, że zasada ta nie jest tak oczywista, za jaką uchodzi. Dążyłem już wówczas do utworzenia logiki niearystotelesowej, lecz bezskutecznie.

Dziś, jak mniemam, zdołałem cel ten osiągnąć. Drogę wskazały mi ANTYNOMIE, które dowiodły, że w logice ARYSTOTELESA istnieje luka. Wypełnienie tej luki doprowadziło mnie do przekształcenia tradycyjnych zasad logiki.

Rozważania na ten temat były treścią ostatnich moich wykładów. Dowiodłem, że oprócz zdań prawdziwych i fałszywych istnieją zdania MOŻLIWE, którym odpowiada obiektywna możliwość, jako coś trzeciego obok bytu i niebytu.

Tak powstał system LOGIKI TRÓJWARTOŚCIOWEJ, który opracowałem szczegółowo ubiegłego lata. System ten jest w sobie równie zwarty i konsekwentny, jak logika ARYSTOTELESA, a bogactwem praw i wzorów przewyższa ją o wiele.

Ta nowa logika, wprowadzając obiektywną możliwość, łamie dotychczasową koncepcję nauki, opartą na konieczności. Zjawiska możliwe nie mają przyczyn, choć same mogą być początkiem szeregu przyczynowego. Czyn jednostki twórczej może być wolny i wpływać zarazem na bieg świata.

Możność tworzenia różnych systemów logicznych świadczy, że logika nie jest skrępowana odtwarzaniem faktów, lecz jest wolnym dziełem człowieka, jak twór artystyczny. Przymus logiczny rozpływa się w samym swym źródle.

Takie to były prace moje, takie ich tło uczuciowe i cel, który im przyświecał.

A teraz muszę na jakiś czas te poczynania odłożyć i sam poddać się przymusowi, i słuchać praw i przepisów, a nawet stać na ich straży. Nie będę wolny, choć zdecydowałem się na to z własnej woli. Lecz gdy znów uczuję się wolny, wrócę do nauki. Wrócę i stanę może przed Wami lub przed następcami Waszymi, by dalej wieść tę idealną walkę o wyzwolenie ducha ludzkiego.

4. O METODĘ W FILOZOFII
[Odczyt wygłoszony 23 września 1927 roku podczas II Polskiego Zjazdu Filozoficznego w Warszawie]

Przegląd Filozoficzny
r. XXXI(1928) z. 1–2 s. 3–5

Filozofowie, nawet najwięksi, w tworzeniu systemów filozoficznych nie posługują się metodą naukową. Pojęcia, których używają, są przeważnie niejasne i wieloznaczne, twierdzenia najczęściej niezrozumiałe lub nieuzasadnione, rozumowania prawie stale błędne. Wystarczy przypomnieć sobie dowody istnienia Boga u DESCARTESA lub jego definicję substancji, pseudonaukowe dedukcje SPINOZY, fantazje LEIBNIZA o monadach i harmonii z góry ustanowionej, krytykę czystego rozumu KANTA, dociekania idealistycznych filozofów pokantowskich. Wszystkie te systemy filozoficzne posiadają zapewne niemałe znaczenie w dziejach myśli ludzkiej, mają nieraz wielką wartość estetyczną lub etyczną, zawierają nawet niektóre trafne, na intuicji oparte spostrzeżenia; wartości NAUKOWEJ nie posiadają żadnej. Stąd pochodzi, że filozofia nie tylko nie doszła dotąd, jak inne nauki, do jakichś prawd ustalonych i powszechnie uznanych, ale nie zdobyła się nawet na ścisłe sformułowanie swych zagadnień.

Jedną z przyczyn nienaukowości filozofii zdaje się być zaniedbanie logiki przez filozofów nowożytnych. Zamiast udoskonalać tę naukę, przekazaną przez starożytnych, a tak subtelnie uprawianą w średniowieczu, filozofowie nowożytni, z jednym wyjątkiem LEIBNIZA, zwrócili swą uwagę na mętne i jałowe zagadnienia tak zwanej «teorii poznania». Logika «filozoficzna», to znaczy uprawiana przez filozofów, znajduje się dziś w beznadziejnym upadku. Odnosi się wrażenie, że filozofowie poszli po drodze najmniejszego oporu; spekulacja bowiem nie wymaga tak wielkiego wysiłku umysłowego, jak studium logiki, naukowo pojętej. Ale z tego zaniedbania logiki płyną dla filozofii dwie szkody: naprzód, filozofowie wskutek nieznajomości logiki nie przestrzegają w swych wywodach

wymagań ścisłości naukowej, nie umieją po prostu myśleć logicznie; następnie zaś, jak świadczy przykład KANTA, opierają często swe poglądy filozoficzne na błędnych teoriach logicznych.

Logika, stworzona przez matematyków, ustalając nową miarę ścisłości naukowej, daleko wyższą od wszelkich dotychczasowych miar ścisłości, otworzyła nam oczy na nicość spekulacji filozoficznej. Rodzi się tedy, jak za czasów KANTA, potrzeba reformy filozofii. Ale reformy nie w imię jakiegoś mętnego «krytycyzmu» i w duchu nienaukowej «teorii poznania», lecz reformy w imię nauki i w duchu logiki matematycznej. Przyszła filozofia naukowa musi zacząć swą budowę od samego początku, od fundamentów. Zacząć zaś od fundamentów, to znaczy zrobić naprzód przegląd zagadnień filozoficznych i wybrać spośród nich te tylko zagadnienia, które można sformułować zrozumiale, odrzucić zaś wszelkie inne. Już w tej pracy przedwstępnej logika matematyczna może być użyteczna, bo ustaliła znaczenie wielu wyrażeń, należących do filozofii. Następnie trzeba przystąpić do prób rozwiązania tych zagadnień filozoficznych, które można sformułować zrozumiale. Najodpowiedniejszą metodą, którą należałoby zastosować w tym celu, zdaje się być znowu metoda logiki matematycznej: metoda dedukcyjna, aksjomatyczna. Oprzeć się trzeba na zdaniach, o ile możności intuicyjnie jasnych i pewnych, i takie zdania przyjąć jako aksjomaty. Jako pojęcia pierwotne, czyli niezdefiniowane, należy wybrać takie wyrażenia, których sens można wszechstronnie wyjaśnić na przykładach. Starać się trzeba, by aksjomatów i pojęć pierwotnych było jak najmniej i trzeba je wszystkie dokładnie wyliczyć. Wszystkie inne pojęcia muszą być bezwarunkowo zdefiniowane na podstawie pojęć pierwotnych, a wszystkie inne twierdzenia bezwarunkowo udowodnione na podstawie aksjomatów i przy pomocy przyjętych w logice dyrektyw dowodzenia. Wyniki w ten sposób uzyskane, należy ustawicznie kontrolować z danymi intuicji i doświadczenia oraz z rezultatami innych nauk, zwłaszcza przyrodniczych. W razie niezgodności należy system poprawiać, formułując nowe aksjomaty i dobierając nowe pojęcia pierwotne. O kontakt z rzeczywistością należy dbać nieustannie, by nie tworzyć bytów mitologicznych w rodzaju idei platońskich i rzeczy samych w sobie KANTA, lecz zrozumieć istotę i budowę tego świata realnego, w którym żyjemy i działamy, i który chcemy jakoś przekształcać na lepszy i doskonalszy.

W pracy tej trzeba się na razie tak zachować, jak gdyby nic dotąd w filozofii nie zrobiono. Wszelki nawrót do ARYSTOTELESA, do LEIBNIZA, do KANTA, nie tylko nie przyniesie pożytku, lecz raczej wyrządzi szkodę. Ulegamy bowiem sugestii tych wielkich nazwisk i nabywamy złych nałogów myślowych. Gdy metoda aksjomatyczna, zastosowana do filozofii, wyda już rezultaty, wtedy będzie czas zwrócić się do przeszłości i w dziejach filozofii poszukać zaczątkowych śladów nowych zdobyczy myśli. Praca, która czeka przyszłych filozofów naukowych, jest i tak olbrzymia; podołają jej umysły o wiele potężniejsze, niż kiedykolwiek dotąd zjawiły się na ziemi.

5. [WARSZAWSKA SZKOŁA LOGICZNA]

Życie. Katolicki Tygodnik Religijno-Kulturalny r. IX(1955) nr 43 s. 5

Nagrodę ustanowioną przez Stowarzyszenie Polskich Kombatantów za prace naukowe, reprezentujące polską kulturę naukową wobec innych narodów,* przyjmuję z wdzięcznością jako wyraz uznania nie tylko dla moich indywidualnych wysiłków, ale dla całej działalności tak zwanej „Warszawskiej Szkoły Logicznej", której byłem jednym z współtwórców. Drugi współtwórca tej szkoły, profesor Stanisław LEŚNIEWSKI, uczony o potężnym i głębokim umyśle, zmarł w sile wieku przed drugą wojną światową w maju 1939 roku.

Dzięki powstaniu niepodległego Państwa Polskiego i zwycięskiemu zakończeniu wojny polsko-rosyjskiej mogliśmy obaj, uzupełniając się nawzajem, szerzyć w latach 1921–1939 kulturę logiczną wśród studentów odrodzonego Uniwersytetu Warszawskiego, zdobywając sobie wybitnie uzdolnionych uczniów. Ten zespół profesorów i uczniów wytworzył z biegiem lat atmosferę naukową, w której rodziły się idee logiczno-filozoficzne, nowe nie tylko w obrębie naszego kraju, ale o zasięgu światowym. Znaleźliśmy szczęśliwym trafem złotodajną żyłę, nie wyzyskaną należycie przez innych.

Nie jest rzeczą możliwą scharakteryzować krótko a przystępnie zakres zagadnień i osiągnięć właściwych Warszawskiej Szkole Logicznej. Byłby to temat może równie trudny, jak popularne przedstawienie współczesnych teorii fizykalnych. Ograniczę się przeto do podania głównych celów i kierunków badań obu współtwórcow Szkoły, chcąc by uczestnicy zebrania otrzymali choćby ogólnikowy obraz naszych poczynań.

Złotodajną żyłą, którą wyzyskaliśmy, była tak zwana „logika matematyczna" lub „symboliczna", nazwana tak dlatego, że prawa logiczne formułuje we wzorach symbolicznych podobnych do wzorów matematycznych. Logika formalna, która w czasach nowożytnych znajdowała się w głębokim upadku, odrodziła się jako logika symboliczna z ducha matematyki w drugiej połowie XIX wieku pod wpływem prac BOOLE'A, FREGEGO, PEIRCE'A. Szerszy rozgłos uzyskała dopiero w roku 1910, w którym Alfred N. WHITEHEAD i Bertrand RUSSELL zestawili jej wyniki w I tomie dzieła *Principia mathematica.*

Nawiązaliśmy nasze badania do tej logiki symbolicznej. Głównym celem dzieła *Principia mathematica* było ugruntować matematykę — tak pod względem

---

* Nagrodę tę otrzymał ŁUKASIEWICZ za pracę *Aristotle's syllogistic form the standpoint of modern formal logic* (Oxford 1951, Clarendon Press). *Nb.* ŁUKASIEWICZ był od chwili powstania Polskiego Towarzystwa Naukowego na Obczyźnie (27.01.1950) członkiem czynnym zamiejscowym jego I Wydziału (Humanistycznego) [JJJ].

formy, jak treści — na pojęciach i zasadach logicznych, to znaczy wyprowadzić matematykę z logiki. Dzieło to jednak zawierało wiele nieścisłości. LEŚNIEWSKI zauważył to wkrótce i próbował w lepszy sposób cel ten osiągnąć, budując w ciągu lat trzy głęboko obmyślane i z niezrównaną ścisłością opracowane systemy logiczne, które nazwał prototetyką, ontologią i mereologią, wierząc, że wystarczą do ugruntowania matematyki. Nie zdołał jednak przed śmiercią ogłosić swych odkryć w całej pełni, a rękopisy pozostawione przez niego uległy zniszczeniu w czasie Powstania Warszawskiego. Na szczęście uczniowie jego, Czesław LEJEWSKI w Londynie, Jerzy SŁUPECKI we Wrocławiu i Bolesław SOBOCIŃSKI w Stanach Zjednoczonych, opierając się na swych notatkach z wykładów LEŚNIEWSKIEGO, starają się zrekonstruować całokształt jego systemu i udostępnić go Zachodowi.

Co się tyczy mojej osoby, to skoncentrowałem się na najprostszym systemie logicznym, tak zwanym „rachunku zdań". W zakresie tego rachunku udało mi się, jeszcze przed działalnością warszawską, bo z początkiem roku 1920, stworzyć tak zwaną „logikę trójwartościową".

Odkrycie to można porównać z odkryciem geometrii nieeuklidesowej w XIX wieku. Cała dotychczasowa logikia oparta jest na zasadzie, którą nazwałem „zasadą dwuwartościowości", orzekającą, że istnieją tylko dwie wartości logiczne, prawda i fałsz, czyli, że każde zdanie może być tylko albo prawdziwe, albo fałszywe. Zastanawiając się nad logiką modalną, która dołącza do logiki zdania stwierdzające możliwość i konieczność, doszedłem do przekonania, że obok prawdy i fałszu mogą być jeszcze inne pośrednie wartości logiczne, i systemy logiczne oparte na nich mogą być różne od powszechnie przyjętej logiki.

Prowadząc dalej te badania w Dublinie, stworzyłem niedawno czterowartościowy system logiki modalnej, który uzupełnia system logiczny zapoczątkowany jeszcze przez ARYSTOTELESA.

Drugim kierunkiem badań moich była historia logiki. Będąc jeszcze we Lwowie, wydałem w roku 1910 książkę *O zasadzie sprzeczności u Arystotelesa*, a w roku 1934 ogłosiłem po polsku i po niemiecku rozprawę „Z historii logiki zdań", w której wykazałem po raz pierwszy, że logika stoików jest starożytnym odpowiednikiem nowożytnego rachunku zdań. W rozprawie tej zwróciłem także uwagę na cenne wyniki z zakresu rachunku zdań uzyskane przez filozofow średniowiecznych, rehabilitując w tej dziedzinie działalność naukową scholastyków niesłusznie osławioną przez ignorantów. To ostatnie odkrycie stało się punktem wyjścia szeregu prac z zakresu historii logiki średniowiecznej głównie dzięki temu, że zainteresował się tą sprawą wybitny znawca scholastyki, nieżyjący już ks. profesor Konstanty MICHALSKI w Krakowie. Kontynuatorem moich poczynań stał się mój uczeń, ks. profesor Jan SALAMUCHA, zamordowany podczas Powstania Warszawskiego; za jego pośrednictwem zajął się logiką średniowieczną dominikanin I. M. BOCHEŃSKI, profesor Uniwersytetu we Fryburgu szwajcarskim,

a wreszcie obcy, jak zmarły niedawno franciszkanin Philotheus BOEHNER, działający w Stanach Zjednoczonych lub dominikanin Ivo THOMAS w Oksfordzie.

Do kategorii prac historycznych należy także książka moja *O sylogistyce Arystotelesa z punktu widzenia nowoczesnej logiki formalnej*, rozpoczęta tuż przed wojną w Warszawie, a ukończona przeze mnie w języku angielskim w Dublinie i wydana w roku 1951 przez Clarendon Press w Oksfordzie. Książka ta rozeszła się w wielu setkach egzemplarzy w całym świecie i wywołała przeszło 30 artykułów i recenzji w rozmaitych językach, przyczyniając się do rozgłosu Warszawskiej Szkoły Logicznej.

W całej mojej działalności naukowej przyświecała mi myśl daleka, że poprzez poprawę logicznego myślenia dojdziemy kiedyś do poprawniejszych poglądów na świat i życie. W logice symbolicznej znalazłem miarę ścisłości naukowej przewyższającą znacznie ścisłość matematyków, a nieprównanie większą od rozważań i rozumowań filozofów.

Jestem zdania, że wiedza logiczna największych nawet filozofów, np. KANTA lub HEGLA, znajduje się poniżej poziomu naukowego, a ponieważ zagadnienia logiczne są często podstawą spekulacji filozoficznych, przeto i filozofia ich nie znajduje się na o wiele wyższym poziomie. Dawałem temu niejednokrotnie wyraz zarówno w swych pracach fachowych, jak w artykułach popularnych, pisząc np. o filozofii KANTA w *Wiadomościach Literackich*, a o filozofii KARTEZJUSZA w *Kwartalniku Filozoficznym*. Nie byłem nigdy żołnierzem, ale na terenie duchowym prowadzę uporczywą walkę z błędem i nieścisłością w przekonaniu, że lepsza logika i lepsza filozofia doprowadzi nas kiedyś do lepszej przyszłości.

II. METAFIZYKA I METODOLOGIA

1. Z PSYCHOLOGII PORÓWNYWANIA [Odczyt wygłoszony 29 marca 1905 roku na XX posiedzeniu naukowym PTF we Lwowie]

Przegląd Filozoficzny
r. VIII(1905) z. 3 s. 290–291

Ponieważ znaczna część badań z zakresu psychofizyki opiera się na porównywaniu, więc uznano w ostatnich czasach za rzecz niezbędną poznać przede wszystkim dokładnie samą czynność porównywania. Doświadczenia, robione na tym polu przez prof. SCHUMANA w Berlinie, wykazały, że w tych wypadkach, kiedy przedmioty, które mamy porównać, nie są nam dane współcześnie, lecz po sobie, możemy wydać sąd porównawczy, nie zestawiając spostrzeganego przedmiotu z wyobrażeniem odtwórczym poprzedniego, jak to dotychczas na ogół mniemano. Porównywając np. długość dwóch linii, z których naprzód spostrzegamy jedną a potem drugą, oceniamy zazwyczaj natychmiast tę drugą jako dłuższą, krótszą lub równą. Fakt ten tłumaczy prof. SCHUMAN tym, że poprzednie wyobrażenie spostrzegawcze pozostawia pewne nieznane nam zresztą co do swej natury i w danej chwili nieuświadamiane *residuum*, które działa modyfikująco na nowe wyobrażenie spostrzegawcze i powoduje odpowiedni sąd porównawczy. Wypadki, w których przy kolejnym porównywaniu wydajemy odnośny sąd dopiero po zestawieniu danego wyobrażenia spostrzegawczego z odpowiednim wyobrażeniem odtwórczym, są raczej wyjątkiem, a w każdym razie [są] nierównie rzadsze.

Odczyt zakończył prelegent kilkoma uwagami o znaczeniu psychologii eksperymentalnej, przypisując jej tylko metodyczną wartość do poznania istotnych zjawisk życia psychicznego.

2. CO POCZĄĆ Z POJĘCIEM NIESKOŃCZONOŚCI? [Odczyt wygłoszony 14 listopada 1905 roku na XLIII posiedzeniu naukowym PTF we Lwowie] Autoreferat

Przegląd Filozoficzny
r. X(1907) z. 1 s. 135–137

Tematem odczytu była kwestia MNOGOŚCI NIESKOŃCZONYCH, tzn. takich, które są większe od każdej mnogości skończonej, jak np. mnogość wszystkich liczb w szeregu naturalnym: 1, 2, 3, 4, 5, *in inf.* LEIBNIZ twierdzi w jednym z listów swoich (*Phil. Werke*, wyd. Gerhardta, t. I, s. 335), że pojęcie mnogości wszystkich liczb (a więc i pojęcie mnogości nieskończonych) zawiera sprzeczność. Można bowiem z jednej strony naturalny szereg liczb:

1, 2, 3, 4, 5 ... *in infinitum*

JEDNOZNACZNIE PRZYPORZĄDKOWAĆ szeregowi liczb parzystych:

2, 4, 6, 8, 10 ... *in infinitum*,

tzn. zestawić oba te szeregi w ten sposób, że KAŻDEJ liczbie w szeregu pierwszym odpowiada JEDNA i TYLKO jedna liczba (mianowicie dwa razy większa) w szeregu drugim, i na odwrót, KAŻDEJ liczbie w szeregu drugim odpowiada JEDNA i TYLKO jedna liczba (mianowicie o połowę mniejsza) w szeregu pierwszym. Wynikałoby stąd, że tyle jest wszystkich liczb, ile parzystych. Z drugiej strony jednak mnogość liczb parzystych jest tylko CZĘŚCIĄ mnogości wszystkich liczb, a więc nie może być jej równa, lecz musi być od niej mniejsza; tzn. WIĘCEJ jest wszystkich liczb niż parzystych. Pojęcie mnogości wszystkich liczb zawiera zatem sprzeczność.

Nowsi matematycy, którzy zajmowali się tą kwestią, nie przyjmują konkluzji LEIBNIZA. Zmuszeni są wszelako zaprzeczyć zarazem albo tej tak jasnej zasadzie, że dwie mnogości, których wszystkie elementy dadzą się jednoznacznie przyporządkować, są równe, albo znowu temu na pozór oczywistemu pewnikowi, że część jest mniejsza od całości. Pierwszą drogę obiera BOLZANO (*Paradoxien des Unendlichen*), który twierdzi, że mnogość liczb parzystych, będąc CZĘŚCIĄ mnogości wszystkich liczb, jest mniejsza od swej całości; możność zaś jednoznacznego przyporządkowania elementów obu mnogości nie stanowi dowodu, że jedna równa się drugiej, bo kryterium tego nie można stosować do mnogości nieskończonych. Drugą drogę obrali R. DEDEKIND (*Was sind und was sollen die Zahlen?*), Jerzy CANTOR (por. np. *Math. Annalen*, t. XLVI) oraz B. RUSSELL (*The principles of mathematics*, t. I). Uczeni ci twierdzą, że mnogość liczb parzystych równa się mnogości wszystkich liczb, ponieważ elementy obu tych mnogości

dadzą się jednoznacznie przyporządkować, i że KAŻDA w ogóle mnogość nieskończona jest, a nawet MUSI być równa jakiejś części swojej. Rzekomy pewnik „Część jest mniejsza od całości" jest sądem fałszywym w zastosowaniu do mnogości nieskończonych, a zatem jest w ogóle fałszem w tym potocznym, za szerokim sformułowaniu. Dzięki tym założeniom zdołał Jerzy CANTOR stworzyć sławną swą teorię o mnogościach pozaskończonych (*transfinite Mengenlehre*).

Do poglądu CANTORA skłania się i prelegent, ponieważ sądzi, że tylko TEN pogląd, mimo swą pozorną paradoksalność, wolny jest od zarzutów i sprzeczności. Jedyną jego trudnością jest konieczność zaprzeczenia zasady, iż część jest mniejsza od całości. Otóż zasada ta jest w samej rzeczy błędna, jeśli trafnie określimy pojęcia w niej zawarte. Oznaczmy literami *A* i *B* dwie mnogości; że *A* jest CZĘŚCIĄ *B*, znaczy, iż każdy element mnogości *A* jest zarazem elementem mnogości *B*, ale nie na odwrót: NIE każdy element mnogości *B* jest elementem mnogości *A*. Że *A* jest MNIEJSZA od *B*, znaczy zaś, iż WSZYSTKIE elementy mnogości *A* dadzą się jednoznacznie przyporządkować elementom mnogości *B*, ale na odwrót: NIE wszystkie elementy mnogości *B* dadzą się jednoznacznie przyporządkować elementom mnogości *A*. Obie te definicje zgodne są z potocznym używaniem wyrazów „część" i „mniejszy". Żadną jednak miarą nie można z nich wyprowadzić «pewnika», że część jest mniejsza od całości, ani też wykazać, że zaprzeczenie jego zawiera sprzeczność. Owszem, istnieją przykłady, właśnie w dziedzinie mnogości nieskończonych, które dowodą, że cechy: „być częścią" i „nie być mniejszym" zgodne są ze sobą.

Oczywiście, jeśli ktoś odrzuci definicję pierwszą i przez CZĘŚĆ *A* całości *B* rozumieć będzie mnogość MNIEJSZĄ od *B*, może wprawdzie twierdzić *ex definitione*, że część jest mniejsza od całości; ale nie może utrzymywać, że liczby parzyste są częścią wszystkich — o ile tylko zgadza się na definicję drugą. Na odwrót, gdy przyjmie wprawdzie definicję pierwszą, lecz odrzuci drugą, i przez mnogość *A* MNIEJSZĄ od *B* rozumieć będzie CZĘŚĆ *B*, nie będzie mógł np. twierdzić, że Polaków jest mniej niż Niemców; Polacy bowiem nie są częścią Niemców. Gdy wreszcie odrzuci obie definicje i zechce część określić przez mniejszość, a mniejszość przez część lub w ogóle żadnych określeń nie poda, wtedy wszelka dyskusja stanie się daremna.

Taka była treść odczytu.

Dodać należy, że w najnowszych czasach spotkała się teoria CANTORA w dalszym swym rozwoju z innymi trudnościami i sprzecznościami, które nie zostały dotąd usunięte (np. antynomia BURALIEGO-FORTIEGO). Sprzeczności te, pozorne czy rzeczywiste, zdają się mieć niemałe znaczenie i dla teorii logicznych. W sprawach tych wre obecnie na szpaltach *Revue de Métaphysique et de Morale* (roczn. 1906) żywa polemika, w której biorą udział filozofowie-matematycy COUTURAT, POINCARÉ i B. RUSSELL.

3. ZADANIA I ZNACZENIE OGÓLNEJ TEORII STOSUNKÓW
[Odczyt wygłoszony 8 kwietnia 1908 roku na LXVI posiedzeniu naukowym PTF we Lwowie]
Autoreferat

Przegląd Filozoficzny
r. XI(1908) z. 4 s. 344–347

Ogólna teoria stosunków jest nauką nową, jakkolwiek próby stworzenia takiej nauki sięgają czasów dawniejszych. Dotąd odróżnić można dwa kierunki, w których rozwijała się teoria stosunków. Do przedstawicieli pierwszego kierunku, PSYCHOLOGICZNO-EPISTEMOLOGICZNEGO, należą: LOCKE, HUME, James MILL, SPENCER, MEINONG. Autorowie ci uważają stosunki za wytwory czynności lub stanów umysłowych, np. porównywania, i starają się podać jakąś klasyfikację stosunków z punktu widzenia psychologicznego. Z psychologiczną teorią stosunków łączą nowsi badacze teorię CAŁOŚCI czyli kompleksji (*Gestaltqualität* — EHRENFELS, MEINONG). (U nas zajmował się teorią całości w nie wydanej dotąd pracy dr M. BOROWSKI.) Najważnieszym dziełem z zakresu psychologicznych badań nad stosunkami jest monografia MEINONGA *Hume-Studien II. Zur Relationstheorie* (Wiedeń 1882, Stizungsber. d. phil.-hist. Cl. d. k. Ak. d. Wiss. t. CI). Do przedstawicieli drugiego kierunku, LOGICZNO-MATEMATYCZNEGO należą: LEBNIZ, DE MORGAN, Ch. PEIRCE, SCHRÖDER, B. RUSSELL. Genialny Amerykanin Charles S. PEIRCE, jeden z twórców głośnego dziś pragmatyzmu, skonstruował ALBGEBRĘ stosunków, którą wydoskonalił, ale tylko w kierunku symboliczno-matematycznym, nie zaś logicznym, E. Schröder w III t. swoich *Vorlesungen über die Algebra der Logik, Algebra und Logik der Relative* (Lipsk 1895). B. RUSSELL łączy z teorią stosunków teorię SZEREGÓW i upatruje w tych badaniach podstawowe założenia matematyki (*The principles of mathematics*, t. I, Cambridge 1903).

Prelegent wykładał w półroczu zimowym r. szk. 1907–08 w Uniwersytecie Lwowskim *Ogólną teorię stosunków* (3 godz. tyg.) oraz prowadził *Ćwiczenia z zakresu teorii stosunków* (2 godz. tyg.), w których przedstawił algebrę stosunków, posługując się symboliką SCHRÖDERA. Wyniki jego badań dadzą się streścić w następujących punktach.

(1) Teoria stosunków jest uogólnieniem logiki. Logika tradycyjna jest teorią jednego wzgl[ędnie] kilku tylko stos[unków], jak stos[unek] subsumpcji, inherencji, wykluczania się itp. Każdy sąd można wprawdzie przedstawić w formie stosunku subsumpcji lub inherencji; postępowanie takie sprawia jednak, że zatracamy wiele form rozumowania, używanych w nauce i w życiu, a nie dających się sprowadzić do stosunku subsumpcji lub inherencji. Każdy sąd pojmować za-

tem należy jako szereg słów albo innych znaków, orzekających, że przedmiot *S* pozostaje lub nie pozostaje w stosunku *r* do przedmiotu *P*. Każdy typ stosunku posiada pewne tryby i figury, zazwyczaj różne od trybów logiki tradycyjnej. Np. stos[unek] następstwa czasowego posiada tryb pierwszej figury o obu przesłankach przeczących, które mimo to dają wynik: *M* nie jest przed *P*, *S* nie jest przed *M*, a więc *S* nie jest przed *P*.

(2) Jednym z najgłówniejszych zadań teorii stosunków jest wyszukać, po pierwsze: rozmaite typy stosunków, które różnią się między sobą cechami formalnymi, tzn. różne posiadają tryby; po wtóre: wykazać związki konieczne, które zachodzą między tymi cechami. Przez wykonanie tych zadań uzyskalibyśmy racjonalną klasyfikację stosunków. Nad zadaniem pierwszym pracowali już niektórzy autorowie (jak DE MORGAN, PEIRCE, SCHRÖDER, RUSSELL) i dzięki ich badaniom odróżniamy typy stos[unków] symetrycznych (np. stos[unek] równości), asymetrycznych (np. stos[unek] większości), niesymetrycznych czyli nijakich (np. stos[unek] wynikania), przechodnich, nieprzechodnich, stos[unków] jednoznacznego przyporządkowania (*one-one relation*; zob. powyżej sprawozdanie z LXI pos[iedzenia] nauk[owego]*) itd. Badania te są wszkże bardzo niezupełne. Nad zadaniem drugim prawie nikt dotąd nie pracował; przy pomocy symboliki SCHRÖDERA udało się prelegentowi wyszukać kilkadziesiąt praw, dotąd nie znanych, wyrażających związki konieczne między formalnymi cechami stosunków. Np. jeśli stos[unek] *r* ma tę cechę, że gdy jest *MrP* i *SrM*, to nie może być *SrP*, wówczas stos[unek] ten zachodzić może tylko między przedmiotami RÓŻNYMI (taki jest np. stos[unek] ojcostwa lub stos[unek] prostopadłości prostych na tej samej płaszczyźnie itd.). Albo jeśli stos[unek] *r* ma te cechy, że gdy jest *MrP* i *MrS*, to musi być *SrP*, i gdy jest *PrM* i *SeM*, to musi być także *SrP* — dla jakichkolwiek *S*, *M*, *P* — wówczas stos[unek] ten musi być symetryczny, tzn. gdy jest *SrP*, musi być *PrS*. Na podstawie tych praw zdołał prelegent wypracować bardzo szczegółową klasyfikację stosunków.

(3) Zbadanie cech formalnych doprowadziło dalej autora do odpowiedzi na pytanie, czym jest stosunek, czyli jaka jest ISTOTA stosunku. Oprócz teorii psychologicznej wyróżnić można dotąd dwa główne poglądy na istotę stosunku: teorię monadystyczną i monistyczną (RUSSELL). Obie te teorie są bardzo mętnie i nieściśle sformułowane. Prelegent przyjmuje teorię MONADYSTYCZNĄ i formułuje ją w następujący sposób: Między przedmiotami *S* i *P* zachodzi stos[unek] *r*, to znaczy, że *S* ma pewne cechy bezwzględne, a przynajmniej niezależne od stos[unku] *r*, i *P* ma pewne cechy bezwzględne. Np., że między śniegiem a cukrem zachodzi podobieństwo pod względem barwy, tzn. że śnieg jest biały i cukier jest biały. W ten sposób każdy stos[unek], z wyjątkiem stos[unku] inherencji, da się sprowadzić do pojęć przedmiotu i cechy. Wynika stąd, że z wyjątkiem stos[unku] inherencji nie istnieją REALNIE żadne inne stos[unki] między przed-

* W tym tomie: s. 390–391 [JJJ].

miotami. Stosunki są to tylko wytwory umysłu ludzkiego, skonstruowane w tym celu, by zaprowadzić jakiś ład wśród chaosu zjawisk i poznawać zjawiska, które leżą poza bezpośrednimi danymi zmysłów i pamięci. Ponieważ z wyjątkiem stos[unku] inherencji nie ma w świecie stosunków realnych, łączących zjawiska, a więc nie ma i stosunków zależności, przeto cały świat rozpada się na niezależnie od siebie istniejące byty czyli monady, obdarzone pewnymi cechami. Teoria monadystyczna prowadzi więc do monadologii LEIBNIZA, i stąd jej nazwa. Powyższą teorię uważa prelegent jedynie za HIPOEZĘ, która ma wartość naukową tylko o tyle, o ile można na jej podstawie wyprowadzić konsekwencje zgodne z faktami. Otóż okazało się, że wszystkie konsekwencje teorii monadystycznej zgodne są z wynikami badań, opisanych pod (2), a nawet prowadzą do nowych odkryć. Jednym z takich odkryć jest kryterium, które pozwala nam wyróżnić stosunki, zachodzące między przedmiotami abstrakcyjnymi, czyli przedmiotami pojęć. Wynikałoby z tego kryterium, że stosunki o członach indywidualnych muszą należeć albo do typu stosunku równości, albo do typu stosunku opiekuna do pupila.

(4) Znaczenie tych nowych badań jest następujące. (a) Teoria stos[unków] przynosi ze sobą cały skarbiec nowych prawd, równie pewnych i ścisłych, jak prawdy matematyczne (zob. (2)). (b) Rozszerza w niebywały sposób ramy dotychczasowej logiki. Najogólniejsze, znane dotąd zasady logiczne są w teorii stos[unków] jedynie sądami JEDNOSTKOWYMI. Np. zasada tożsamości znaczy, że stosunek wynikania jest zwrotny; zasada sylogizmu, czyli *dictum de omni*, znaczy, że stosunek wynikania jest przechodni itd. (c) Teoria ta rzuca nowe światło na pojęcie świata. Między innymi pozwala nam ocenić, co w pojęciu świata jest czynnikiem realnym, a co tylko pomocniczą konstrukcją naszego umysłu. (To są tylko hipotezy, ale hipotezy płodne; zob. (3).) (d) Stanowi podstawę filozofii matematyki, umożliwiając ścisłe określenie pojęcia liczby, szeregu, nieskończoności, ciągłości (zob. dzieło RUSSELLA). (e) Może stać się potężnym instrumentem badania naukowego, stwarzając nowe metody badania — wystarczy wskazać na metodę szeregowania, opierającą się na stosunkach asymetrycznych przechodnich; por. np. szereg MENDELEJEWA — i wskazując pewną drogę w badaniu zawiłych stosunków, np. stosunków prawnych.

Niniejszy autoreferat należy uważać jako tymczasową zapowiedź obszerniejszego dzieła z zakresu teorii stos[unków], w którym autor przedstawi prawa tej nauki i umotywuje dokładniej swe poglądy.

4. O ZASADZIE WYŁĄCZONEGO ŚRODKA
[Odczyt wygłoszony 26 lutego 1910 roku na XCIII posiedzeniu naukowym PTF we Lwowie]

Przegląd Filozoficzny
r. XIII(1910) z. 3 s. 372–373

Zdaniem prelegenta, dwie najwyższe zasady ontologiczne, znane pod nazwą zasady sprzeczności i zasady wyłączonego środka, nie są prawdziwe same przez się, lecz wymagają dowodu; ponieważ jednak udowodnić się nie dadzą, zwłaszcza w zastosowaniu do przedmiotów rzeczywistych, więc należy je uważać tylko za przypuszczenia. Konieczność uznawania tych zasad nie ma zatem źródła LOGICZNEGO, lecz wynika z pewnych potrzeb PRAKTYCZNYCH. Z tego punktu widzenia opracował prelegent sprawę zasady sprzeczności w książce swej pt. *O zasadzie sprzeczności u Arystotelesa* (Kraków 1910, Akad. Umiej., s: 210), a obecnie zajmuje się opracowaniem zasady wyłączonego środka. Wyniki dotychczasowych jego badań są następujące. (1) Zachodzi wątpliwość, czy pod zasadę wyłączonego środka podpadają przedmioty ogólne, jak trójkąt w ogóle, człowiek w ogóle itd. Zdaje się bowiem, że przedmioty te są określone tylko ze względu na cechy ISTOTNE podporządkowanych indywiduów, nie zaś ze względu na ich cechy PRZYPADKOWE. Np. trójkąt w ogóle jest wprawdzie określony ze względu na ilość boków, bo cecha ta jest istotna dla wszystkich trójkątów, nie jest jednak określony ze względu na cechy przypadkowe równoboczności i nierównoboczności, skutkiem czego oba sądy: „Trójkąt jest równoboczny" i „Trójkąt nie jest równoboczny", zdają się być fałszywe. (2) O ile chodzi o przedmioty rzeczywiste, zasada wyłączonego środka zdaje się pozostawać w ścisłym związku z postulatem powszechnej DETERMINACJI zjawisk, nie tylko teraźniejszych i przeszłych, ale i przyszłych. Kto by przeczył, jakoby wszystkie zjawiska przyszłe były już dzisiaj pod każdym względem predeterminowane, ten nie mógłby prawdopodobnie przyjmować omawianej zasady. Przypuszczenie to, o ile jest trafne, wyjaśni nam może w dalszych badaniach motywy praktyczne, które nas skłaniają do uznawania zasady wyłączonego środka.

5. O WARTOŚCIACH LOGICZNYCH
[Odczyt wygłoszony 4 i 12 listopada 1910 roku na C i CI posiedzeniu naukowym PTF we Lwowie]

Ruch Filozoficzny
t. I(1911) nr 3 s. 52a

Wartościami logicznymi prelegent nazywa prawdziwość, fałszywość i prawdopodobieństwo. Wartości logiczne są wielkościami i można je obliczać. Prelegent przedstawił swój pogląd na istotę sądów prawdopodobnych i podał odkryte przez siebie prawo wartości logicznych: „Wartość logiczna racji nie może być większa od wartości logicznej następstwa".

6. ZAGADNIENIE PRAWDY
[Odczyt wygłoszony 18 lipca 1911 roku w Sekcji Filozoficznej XI Zjazdu Lekarzy i Przyrodników Polskich odbytego w Krakowie]

Ruch Filozoficzny
t. I(1911) nr 8 s. 161–162

[Referent] poruszył trzy punkty zagadnienia: pojęcie prawdy, kryterium prawdy, stosunek prawdy do nauki. Przez prawdę rozumie referent sąd, który odtwarza fakty istnienia lub nieistnienia. Żadnego kryterium prawdy nie można udowodnić. Nie wszystkie prawdy należą do nauki, lecz tylko te, które powiązane stosunkami logicznymi tworzą syntezy naukowe.

7. ZAGADNIENIA PRAWDY
[*Ibidem*]

Księga pamiątkowa XI ZLiPP,
Kraków [1913], s. 84–85, 87

Referent poruszył trzy zagadnienia, pozostające w związku z pojęciem prawdy: (1) sprawę definicji prawdy, (2) kwestię kryterium prawdy, (3) stosunek prawdy do nauki. Dwa pierwsze zagadnienia omówił krótko, trzeciemu poświęcił więcej czasu.

Ad (1). Przez prawdę referent rozumie sąd, który tę cechę przedmiotowi przyznaje, jaką przedmiot posiada, albo mu tej cechy odmawia, której przedmiot nie posiada.

Ad (2). Żadnego kryterium prawdy UDOWODNIĆ nie można, bo w razie dowodzenia powstaje albo błędne koło, albo *regressus in infinitum*. Mimo to prawda w rozliczne sposoby jest dotępna poznaniu ludzkiemu.

Ad (3). Nie wszystkie sądy prawdziwe należą do nauki. Poza prawdziwością musi więc jeszcze istnieć jakaś inna wartość, która sądy podnosi do godności prawd naukowych. Tą wartością dodatkową jest, zdaje się, przynależność sądu prawdziwego do syntezy naukowej. Prawda naukowa nie jest nigdy sądem odosobnionym, lecz jest powiązana logicznym stosunkiem WYNIKANIA z innymi sądami. Zbiór sądów powiązanych stosunkami wynikania, stanowi SYNTEZĘ NAUKOWĄ.

W skład syntez naukowych wchodzą sądy dwojakiego rodzaju: jedne odtwarzają fakty jednostkowe i są zwykle w syntezie NASTĘPSTWAMI; drugie jako sądy ogólne są zwykle RACJAMI. Sądy pierwszego rodzaju muszą być prawdziwe; sądy drugiej kategorii są elementami KONSTRUKCYJNYMI syntezy i spełniają pewne funkcje PRAKTYCZNE: ujmują wiele faktów w jedną całość, porządkują je, wyjaśniają, pozwalają przewidywać przyszłość, służą ku opanowaniu przyrody. Sądy te należą do nauki, chociaż najczęściej prawdziwości ich nie możemy uzasadnić.

Pragmatyzm te właśnie sądy konstrukcyjne uważa na prawdy naukowe i stąd jako kryterium prawdy przyjmuje wartość praktyczną. Pogląd ten jest błędny i pragmatyzm jako teoria prawdy nie ma znaczenia naukowego. Natomiast ma tę zasługę, że zaakcentował czynnik TWÓRCZY w nauce, którym są sądy konstrukcyjne.

* * *

W odczycie został sformułowany pogląd, że sądy naukowe rozpadają się na dwie klasy: sądów, dla których kryterium prawdziwości jest zgodność z rzeczy-*

* Rekonstukcja — na podstawie sprawozdania z dyskusji [JJJ].

wistością — oraz sądów, które są konstrukcjami poznającego: syntezami sądów pierwszej kategorii. Z tego [m.in.?] powodu — podanie jednolitego kryterium prawdy jest niemożliwe.

* * *

W odpowiedzi na uwagi, podniesione w dyskusji, referent zaznaczył naprzód, że istnieje różnica między definicją a kryterium prawdy. Przedstawił następnie argument L. NELSONA, wykazujący niemożliwość uzasadnienia kryterium prawdy; wreszcie wskazał, że w referacie chodziło mu o kwestię *prawdziwości* sądów, nie zaś o *Prawdę* w znaczeniu bytu istotnego.

8. ROZUMOWANIE A RZECZYWISTOŚĆ [Odczyt wygłoszony 17 stycznia 1914 roku na CLI posiedzeniu naukowym PTF we Lwowie] Autoreferat

Ruch Filozoficzny
t. IV(1914) nr 2 s. 91a

Za punkt wyjścia zagadnienia prelegent obrał podział zdań (sądów) na jednostkowe, nieokreślone, ogólne i szczegółowe. Tylko zdania jednostkowe mogą odtwarzać rzeczywistość; wszystkie inne zdania zawierają w sobie zmienną, która jest konstrukcją rozumową. Prelegent zastanawiał się, jaki jest stosunek zdań jednostkowych do innych zdań, stwierdzając, że kwestia ta nie była dotąd opracowana ani w logice tradycyjnej, ani w logice symbolicznej. Badania nad tą sprawą doprowadziły go do przekonania, że ze zdań nieokreślonych i ogólnych wynikają zdania jednostkowe tylko pod tym warunkiem, jeżeli termin, będący podmiotem zdania jednostkowego, może być wartością zmiennej. Uzasadnienie swe znajduje ten pogląd w istnieniu antynomii. Z poglądu tego wynika, że nie tylko na podstawie rozumowania indukcyjnego, polegającego na doświadczeniu, ale i na mocy rozumowania apriorycznego, opartego na zasadach logicznych, nie można nigdy z wszelką pewnością przewidzieć żadnego wypadku jednostkowego, ponieważ mogą istnieć takie fakty i zdarzenia, które nie są wartościami zmiennych i nie podpadają skutkiem tego pod żadne prawa uznanej dotąd logiki.

9. O PRZEDMIOCIE LOGIKI [1]
[Odczyt wygłoszony 22 listopada 1920 roku na CCXXIII posiedzeniu naukowym PTP w Warszawie]

Tydzień Polski
r. I(1920) nr 33 s. 16

Wśród odpowiedzi, jakie bywają zazwyczaj dawane na pytanie, jaki jest przedmiot logiki, dadzą się wyróżnić trzy stanowiska, które prelegent zilustrował na przykładzie, interpretując kolejno w myśl każdego z tych stanowisk prawo odwracania zdań ogólnych przeczących.

Pierwsze z tych stanowisk — stanowisko psychologiczne, uważa logikę za naukę o prawach myślenia. Stanowisko to naraża się na ten zarzut, że tak pojęty przedmiot logiki nie jest jej tylko właściwy, albowiem każde zdanie prawdziwe w każdej z nauk nakłada pewne karby naszemu myśleniu; stąd powiedzieć można, że każda nauka zajmuje się prawami myślenia. Drugie ze stanowisk uznaje za przedmiot logiki nie myśli odpowiadające pewnym zdaniom, lecz treść tych zdań. Nieuchronną konsekwencją tego stanowiska jest uznanie logiki za gałąź ontologii — oba zatem powyższe stanowiska prowadzą do zanegowania istnienia swoistego przedmiotu logiki. Stanowisko trzecie, głoszące, że logika jest nauką o zdaniach prawdziwych i fałszywych, naraża się na analogiczny zarzut, gdyż każda nauka zajmuje się zdaniami prawdziwymi i fałszywymi. Logika, według prelegenta, nie zajmuje się zdaniami prawdziwymi i fałszywymi, lecz prawdziwością i fałszywością w oderwaniu od zdań, podobnie jak arytmetyka liczbę, oderwaną od zbioru przedmiotów, czyni przedmiotem swych rozważań. Pod symbole logiki dwie tylko wartości podstawiać można: prawdę i fałsz. Definicja prawdy i fałszu nie należy już do logiki; logik może bez niej pracować, podobnie jak matematyk pracuje bez definicji liczby. Tak pojęta logika znacznie się upraszcza i, jak stwierdził na zasadzie własnego doświadczenia prelegent — stać się może źródłem niejednej nowej koncepcji.

10. O PRZEDMIOCIE LOGIKI [2]
[*Ibidem*]
Autoreferat

Ruch Filozoficzny
t. VI(1921/1922) nr 1–2 s. 26a–b

Prelegent wyraził zdanie, że logika ma swój własny przedmiot badania, którym nie zajmuje się żadna inna nauka. Przedmiotem logiki jest prawda i fałsz, przy czym przez „prawdę" i „fałsz" nie należy rozumieć zdań prawdziwych i fałszywych, lecz jakieś przedmioty idealne, które w podobny sposób powstają drogą abstrakcji, jak liczby naturalne. Jak artymetyka, badając liczby naturalne, nie zajmuje się zbiorami przedmiotów, którym liczby te jako cechy przysługują, tak i logika, tworząc teorię prawdy i fałszu, nie potrzebuje zajmować się zdaniami, którym prawda i fałsz przysługują jako cechy.

11. DLACZEGO NIE ZADOWALA NAS LOGIKA FILOZOFICZNA?
[Odczyt wygłoszony 15 grudnia 1924 roku na CCXCIV posiedzeniu naukowym PTP w Warszawie]
Autoreferat

Ruch Filozoficzny
t. IX(1925) nr 1–2 s. 25a–b

Przez logikę filozoficzną prelegent rozumie logikę uprawianą na dawną modłę przez filozofów i przeciwstawia jej współczesną logikę matematyczną. W odczycie omawia głównie ten dział logiki filozoficznej, który obejmuje naukę o wnioskowaniu bezpośrednim oraz teorię sylogizmu kategorycznego i warunkowego. Dział ten, tradycyjna logika formalna, zdaje się być najlepiej ugruntowaną częścią logiki filozoficznej. Zdaniem prelegenta jest to historycznie powstały zlepek zdań, niekiedy prawdziwych, często fałszywych, a prawie zawsze

źle sformułowanych. Zdania te logicy filozoficzni zestawiają obok siebie bez żadnej metody naukowej, a nawet bez żadnego zrozumienia. Przede wszystkim nie zdają sobie sprawy z tego, że na tradycyjną logikę formalną składają się dwie teorie, które nie różnią się od siebie mniej niż logika od arytmetyki. Są to teoria dedukcji w znaczeniu dzieła *Principia mathematica*, do której należy nauka stoicka o sylogizmach warunkowcyh i rozjemczych, oraz teoria sylogizmu ARYSTOTELESA. Z teorii tych pierwsza jest logicznie wcześniejsza, druga opiera się na pierwszej. Tej pierwszej, podstawowej teorii logicznej logicy filozoficzni nie znają i nie uświadamiają sobie wobec tego, jakie znaczenie mają fragmenty logiki stoickiej, dołączane na mocy tradycji do logiki perypatetycznej. Łącznikiem tych dwu teorii jest zazwyczaj podział zdań na kategoryczne, warunkowe i rozjemcze, wprowadzony przez KANTA — podział nieuzasadniony i błędny. Teorię sylogizmu ARYSTOTELESA podają w postaci skażonej przez tradycję. ARYSTOTELES prawa sylogistyczne formułował jako zdania w okresach warunkowych; logika tradycyjna formułuje je jako wnioski. U ARYSTOTELESA są próby zaksjomatyzowania teorii; logika filozoficzna zdaje się nie wiedzieć, że każdą teorię dedukcyjną obowiązuje dziś wykład aksjomatyczny. Jakie są aksjomaty sylogistyki ARYSTOTELESA, nie wiemy, a zamiast dowodów otrzymujemy ilustracje na kołach. W ogóle, co to jest dowód i jakie są reguły dowodzenia czyli dyrektywy, o tym logika filozoficzna nie ma pojęcia. Natomiast w logice tej dużo miejsca zajmują rozważania naukowo bezwartościowe. Dla KANTA podział wnioskowania na bezpośrednie i pośrednie miał głębokie znaczenie filozoficzne; naukowo jest on bez znaczenia. Zdaniem prelegenta, filozofowie jako tacy nie mają dostatecznych kwalifikacji do uprawiania logiki; ażeby naukę tę uprawiać z pożytkiem, należy stać na mocnym gruncie naukowych metod dedukcyjnych, które można sobie przyswoić przez studium matematyki. W logice filozoficznej panuje beznadziejna niemoc myślenia. Niemoc ta odbiła się fatalnie na całej filozofii nowożytnej i na wielu naukach szczegółowych. Logika ta nie tylko nie uczy dobrze myśleć, ale wytwarza szkodliwe nawyki myślowe. Dlatego powinna jak najprędzej zniknąć, zwłaszcza z nauczania szkolnego, a jej miejsce powinna zająć logika matematyczna.

12. ZNACZENIE ANALIZY LOGICZNEJ DLA POZNANIA[1]

(Bedeutung der logischen Analyse für die Erkenntnis) [Odczyt wygłoszony 2 września 1934 roku podczas VIII Międzynarodowego Zjazdu Filozoficznego w Pradze]

Przegląd Filozoficzny
r. XXXVII(1934) z. 4 s. 369–377

Gdy otrzymałem zaszczytne zaproszenie, ażeby na Zjeździe Filozofów w Pradze przedstawić znaczenie analizy logicznej dla poznania, nie miałem, jako przedstawiciel logistyki, ani chwili wątpliwości, że zadanie moje ma polegać na tym, by zestawić w odczycie najważniejsze dla poznania wyniki LOGISTYKI. Z tego nadzwyczaj bogatego tematu wybrałem niniejszym przede wszystkim takie punkty, które nawiązują do rzeczy znanych i byłyby dostępne także i tym filozofom, którzy nie zajmują się specjalnie logiką. Dlatego w przedstawieniu swoim poświęciłem tak dużo miejsca logice arystotelesowej. Zanim jednak przejdę do właściwego tematu, chciałbym złożyć jeszcze następujące zasadnicze oświadczenie.

Logistyka, zwana także „logiką matematyczną", ciągle jeszcze zdaje się być niektórym filozofom tylko pewnym KIERUNKIEM, który istnieje w obrębie logiki obok innych równouprawnionych kierunków, dla niektórych zaś matematyków zdaje się posiadać tylko wartość nauki POMOCNICZEJ, stworzonej w tym celu, by umożliwić ugruntowanie matematyki. Wobec tego chciałbym podkreślić, że traktuję logistykę jako naukę AUTONOMICZNĄ, która ucieleśnia w sobie nowoczesną formalną logikę NAUKOWĄ, i że nie byłoby mi rzeczą możliwą uznać poza logistyką jakiś «kierunek» logiczny, który mógłby uchodzić za logikę naukową. HISTORYCZNIE, i na to chciałbym położyć szczególny nacisk, logistyka nowoczesna jest wyższym stadium rozwojowym antycznej logiki formalnej, która rozkwitła w całej pełni dopiero dzięki temu, że przy współdziałaniu matematyków zdołała się szczęśliwie wyzwolić z mętnych spekulacji filozoficznych, tak długo tamujących jej postęp.

A teraz przystępuję do właściwego tematu.

I.

1. Logika formalna dzieli się na dwie główne nauki, które różnią się od siebie nie mniej niż arytmetyka od geometrii: na LOGIKĘ ZDAŃ i na LOGIKĘ NAZW. Różnica

---

[1] Przekład referatu niemieckiego, zatytułowanego „Bedeutung der logischen Analyse für die Erkenntnis", dokonany przez autora. [Oryginał ukazał się w: *Actes du VIII*^{ème} *Congrès International de Philosophie*, Prague 1936, s. 75–84; dopisek mój, JJJ.]

między tymi naukami polega na tym, że w logice zdań oprócz stałych logicznych występują tylko zmienne zdaniowe, gdy natomiast w logice nazw występują zmienne nazwowe.

Do logiki zdań należy np. stoicka zasada tożsamości „Jeśli *p*, to *p*"; do logiki nazw perypetetycka zasada tożsamości „Każde *a* jest *a*".

2. Logika zdań jest nauką LOGICZNIE WCZEŚNIEJSZĄ od logiki nazw, tzn. logika nazw może być zbudowana tylko przy pomocy logiki zdań. W teorii sylogizmu ARYSTOTELESA, która należy do logiki nazw, można np. tryb *Baroco*:

Jeśli każde *b* jest *a* i pewne *c* nie jest *a*, to pewne *c* nie jest *b*,

udowodnić formalnie na podstawie trybu *Barbara*:

Jeśli każde *b* jest *a* i każde *c* jest *b*, to każde *c* jest *a*,

tylko przy pomocy tezy z logiki zdań:

Jeśli (jeśli *p* i *q*, to *r*), to (jeśli *p* i nie *r*, to nie *q*).[2]

W logice arystotelesowej występują wyłącznie zdania ogólne i szczegółowe typu: „Każde *a* jest *b*", „Pewne *a* jest *b*", „Żadne *a* nie jest *b*" i „Pewne *a* nie jest *b*". Na mocy milcząco przyjętego założenia wolno przy tym za zmienne nazwowe „*a*" i „*b*" podstawiać z sensem tylko nazwy OGÓLNE. Zdania jednostkowe nie są uwzględnione. Brak także kwantyfikatorów. Teorię sylogizmu ARYSTOTELESA zastąpiła nowoczesna LOGIKA PREDYKATÓW, która obejmuje całą logikę nazw łącznie z teorią relacyj.

4. Dialektyka stoicka, która jest antyczną formą nowoczesnej logiki zdań, posiada bez porównania większe znaczenie, niż teoria sylogizmu ARYSTOTELESA. Wszyscy znani mi autorowie dawniejsi, którzy zajmowali się historią logiki, jak PRANTL, ZELLER, BROCHARD, nie rozumieli logiki stoickiej i oceniali ją niesprawiedliwie.[3]

II.

5. Istnieje zasadnicza różnica między tezą logiczną a regułą wnioskowania.

TEZA LOGICZNA jest to zdanie, w którym prócz stałych logicznych występują tylko zmienne zdaniowe lub nazwowe, i które jest prawdziwe dla wszystkich wartości zmiennych, jakie w nim występują. REGUŁA WNIOSKOWANIA jest to przepis, który upoważnia wnioskującego do wyprowadzenia tez nowych na podstawie

---

[2] Dowód przeprowadzony jest niżej w punkcie 9-tym.

[3] Ten pogląd na logikę stoicką głoszę już od r. 1923 (por. ŁUKASIEWICZ, „Philosophische Bemerkungen zu mehrwetigen Systemen des Aussagenkalküls", *Comptes rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie* XXXIII. 1930. Cl. III, s. 77). Cieszę się, że pozyskałem sobie w H. SCHOLZU (*Geschichte der Logik*, s. 31) zwolennika tego poglądu.

tez uznanych. Tak np. wyżej podane zasady tożsamości są tezami logicznymi, regułą wnioskowania jest natomisat następująca «reguła odrywania»:

> Kto uznaje za prawdziwą implikację „Jeśli α, to β" oraz poprzednik tej implikacji „α", ten ma prawo uznać za prawdziwy i następnik tej implikacji „β".

6. Oryginalny sylogizm arystotelesowy jest tezą logiczną, sylogizm tradycyjny ma znaczenie reguły wnioskowania.

Podany wyżej tryb *Barbara*, różniący się od arystotelesowego tylko w słowach, jest IMPLIKACJĄ typu „*Jeśli* α i β, to γ", której poprzednikiem jest koniunkcja przesłanek α i β, a następnikiem konkluzja γ. Jako implikacja sylogizm arystotelesowy jest ZDANIEM, które ARYSTOTELES uznaje za prawdziwe, a mianowicie zdanie to jest prawdziwe dla wszystkich wartości zmiennych „*a*", „*b*" i „*c*", które w nim występują. Jeśli zatem za zmienne te podstawimy jakieś wartości stałe, to otrzymamy prawdziwe ZDANIA. Ponieważ w rozważanym trybie prócz zmiennych występują jeszcze tylko stałe logiczne, mianowicie „jeśli-to", „i" oraz „każde-jest", przeto sylogizm arystotelesowy jest tezą logiczną.

Sylogizm tradycyjny:

Każde *b* jest *a*
Każde *c* jest *b*

Każde *c* jest *a*,

NIE JEST implikacją. Składa się z trzech form zdaniowych, wypisanych jedna pod drugą, które razem NIE tworzą jednolitego zdania. Ponieważ sylogizm tradycyjny nie jest zdaniem, przeto nie może też być ani prawdziwy, ani fałszywy, gdyż zgodnie z powszechnie przyjętym poglądem prawdziwość i fałszywość przysługują tylko zdaniom. Sylogizm tradycyjny NIE JEST przeto tezą. Jeśli w sylogizmie tym podstawimy za zmienne jakieś wartości stałe, to nie otrzymamy zdania, tylko WNIOSEK. Sylogizm tradycyjny jest zatem jakimś schematem wniosku i ma znaczenie REGUŁY WNIOSKOWANIA, którą dokładniej można wyrazić w następujący sposób:

> Kto uznaje za prawdziwe przesłanki typu „Każde *b* jest *a*" i „Każde *c* jest *b*", ten ma prawo uznać także za prawdziwą konkluzję typu „Każde *c* jest *a*".[4]

7. Dzięki temu odróżnieniu tez logicznych od reguł wnioskowania stało się rzeczą możliwą zbudować nauki logiczne AKSJOMATYCZNIE w postaci systemów dedukcyjnych.

---

[4] Jak nieścisłe są dotychczasowe opracowania historyczne logiki, świadczy o tym ten nader charakterystyczny szczegół, że wszyscy znani mi autorowie, którzy pisali o logice arystotelesowej, m.in. PRANTL (*Geschichte der Logik im Abendlande* I, s. 273) i MAIER (*Der Syllogistik des Aristoteles* II, 1. s. 75) przedstawiają sylogizmy arystotelesowe w formie tradycyjnej, nie zdając sobie nawet sprawy z tego, jaka zasadnicza różnica zachodzi między tymi formami.

Twórcą nowoczesnej logiki zdań w postaci aksjomatycznej jest Gottlob FREGE. Opiera on całą logikę zdań na dwóch pojęciach podstawowych oraz na sześciu aksjomatach, i wyprowadza z tych aksjomatów wszystkie tezy logiki zdań za pomocą reguł PODSTAWIANIA i ODRYWANIA.[5]

Najprostszy system tego rodzaju zbudowałem w roku 1924. Dwoma pojęciami podstawowymi są, jak u FREGEGO, pojęcie NEGACJI „Nie *p*", w znakach „*Np*", oraz pojęcie IMPLIKACJI „Jeśli *p*, to *q*", w znakach „*Cpp*". System składa się z następujących trzech aksjomatów:

1. Jeśli (jeśli *p*, to *q*), to [jeśli (jeśli *q*, to *r*), to (jeśli *p*, to *r*)].
2. Jeśli (jeśli nie *p*, to *p*), to *p*.
3. Jeśli *p*, to (jeśli nie *p*, to *q*).

W znakach (funktor „*C*" znajduje się w mojej symbolice beznawiasowej zawsze przed argumentami):

1. *CCpqCCqrCpr*
2. *CCNppp*
3. *CpCNpq*

Regułę PODSTAWIANIA można wysłowić w następujący sposób:

Z danych tez logiki zdań wolno wyprowadzać inne tezy, podstawiając za zmienne albo inne zmienne, albo negacje zmiennych, a więc wyrażenia typu „*Np*", albo implikacje dwóch zmiennych, a więc wyrażenia typu „*Cpp*".[6]

Reguła ODRYWANIA została podana już wyżej. Do systemu można dołączyć definicje koniukcji, alternatywy itd. wraz z regułą wnioskowania, pozwalającą zastępować definiens przez definiendum i na odwrót definiendum przez definiens.

Na mocy tych reguł wnioskowania otrzymujemy z aksjomatów niezliczone twierdzenia, a wśród nich wiele takich, które mają jak największe znaczenia dla dowodzenia i wnioskowania.

8. Teoria sylogizmu arystotelesowego, którą już ARYSTOTELES próbował zaksjomatyzować, której jednkowoż nikt dotąd nie przedstawił w formie aksjomatycznej, opiera się na dwóch pojęciach podstawowych: „Każde *a* jest *b*", w znakach „*Uab*", i „Pewne *a* jest *b*", w znakach „*Iab*" oraz na następujących aksjomatach:

1. Każde *a* jest *a*.
2. Pewne *a* jest *a*.

---

[5] *Begriffschrift*, 1879, s. 25 i nn. W związku z tym por.: ŁUKASIEWICZ i TARSKI, „Untersuchungen über den Aussagenkalkül, *Comptes rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie* XXXIII. 1930. Cl. III, s. 35, przyp. 9.

[6] To najprostsze sformułowanie reguły podstawiania zawdzięczam Drowi A. TARSKIEMU. Zwyczajna reguła podstawiania, która jest znacznie silniejsza, suponuje pojęcie „wyrażenia sensownego".

3. Jeśli każde *b* jest *a* i każde *c* jest *b*, to każde *c* jest *a*.
4. Jeśli każde *b* jest *a* i pewne *b* jest *c*, to pewne *c* jest *a*.

W znakach (funktory „*U*" oraz „*I*" stoją przed argumentami, a tak samo znak koniunkcji „*K*" = „i"):

1. *Uaa*
2. *Iaa*
3. *CKUbaUcbUca* (*Barbara*)
4. *CKUbaIbcIca* (*Datisi*)

Wyrażenia „Pewne *a* nie jest *b*", w znakach „*Oab*", i „Żadne *a* nie jest *b*", w znakach „*Yab*", można zdefiniować w taki oto sposób:

Df1. *Oac* = *NUab*
Df2. *Yab* = *NIab*

Na mocy obu reguł podstawiania i odrywania (za zmienne zdaniowe wolno podstawiać formy zdań logiki arystotelesowej, za zmienne nazwowe TYLKO inne zmienne nazwowe), oraz przy pomocy tez z logiki zdań można z tych aksjomatów i definicyj wyprowadzić wszystkie 24 (nie 14, ani też 19!) poprawne tryby sylogistyki arystotelesowej.[7]

III.

9. Systemy logiczne, zbudowane aksjomatycznie, są ściśle SFORMALIZOWANE, tzn. można skontrolować poprawność wywodów, nie odwołując się do znaczeń symbolów, użytych w wywodach, ani nie rozumiejąc ich nawet, byleby się tylko znało reguły wnioskowania.

Dla ilustracji przedstawię poniżej dwa przykłady wywodów sformalizowanych.

(a) Dowód zasady tożsamości „*Cpp*" na podstawie aksjomatów logiki zdań:[8]

1. *CCpqCCqrCpr*
2. *CCNppp*
3. *CpCNpq*
   1 *q*/*Csq* × 4 (podstawienie wyrażenia „*Csq*" za „*q*")
4. *CCpCsqCCCsqrCpr*
   4 *s*/*Np* × 5 (podstawienie wyrażenia „*Np*" za „*s*")
5. *CCpCNpqCCCNpqrCpr*
   5 × *C*3 – 6 (oderwanie tezy 6 na mocy tez 5 i 3)

---

[7] Przedstawioną tu aksjomatyzację sylogistyki arystotelesowej jako też wywód wszystkich trybów znaleźć można w litografowanym skrypcie z wykładów moich, wygłoszonych w trymestrze jesiennym 1928/29 w Uniwersytecie Warszawskim, pt.: *Elementy logiki matematycznej*, opracował M. PRESBURGER, Warszawa 1929, s. 170 i nn.

[8] W sprawie techniki wywodów por. ŁUKASIEWICZ, „Eine Vollständigkeitsbeweis des zweiwertigen Aussagenkalküls", *Comptes Rendus des Séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie* XXXIV. 1931. Cl. III, s. 157 [zob. w tym tomie s. 135; dopisek mój, JJJ].

6. *CCCNpqrCpr*
   6 q/p,r/p × 7 (podstawienie wyrażenia „*p*" za „*q*" i „*r*")
7. *CCCNpppCpp*
   7 × *C*2 – 8 (oderwanie tezy 8 na mocy tez 7 i 2)
8. *Cpp*

(b) Dowód trybu *Baroco* na podstawie trybu *Barbara*:

1. *CCKpqrCKpNrNq* (teza pomocnicza z logiki zdań)
2. *CKUbaUcbUca* (*Barbara*)

Dfa. *Oab* = *NUab*

   1 *p/Uba, q/Ucb, r/Uca* × 3
3. *CCKUbaUcbUcaCKUbaNUcaNUcb*
   3 × *C*2 – 4
4. *CKUbaNUcaNUcb*
   4 Dfa × 5 (zastąpienie wyrażenia „*NU*" przez „*O*")
5. *CKUbaOcaOcb* (*Baroco*)

Sformalizowane wywody logiki przedstawiają najwyższy osiągalny dla nas stopień ścisłości i mogą służyć za wzór dla wszystkich wywodów, nie wyłączając matematycznych.

10. Aksjomatyczne systemy logiki stanowią przedmiot bardzo ważnych badań «metalogicznych», które obejmują m.in. zagadnienia niesprzeczności, niezależności i zupełności.

Wymienione tu zagadnienia zostały dla logiki zdań całkowicie rozwiązane. I tak, można dowieść, po pierwsze, że z podanych powyżej trzech aksjomatów logiki zdań nie można wyprowadzić przy pomocy obu reguł podstawiania i odrywania dwóch tez typu „α" i „*N*α", że zatem system jest *niesprzeczny*. Po wtóre, można wykazać, że żaden z aksjomatów nie da się wyprowadzić z pozostałych przy pomocy podstawiania i odrywania, że zatem system jest niezależny. Wreszcie można przeprowadzić dowód, że każde wyrażenie sensowne w systemie albo jest konsekwencją aksjomatów, albo dołączone do aksjomatów pociąga za sobą wszystkie sensowne wyrażenia systemu, a więc że system jest zupełny.

11. Systemy logiki zdań można również budować przy pomocy tzw. metody matrycowej, która wyrosła ze znanego sposobu sprawdzania tez w zwyczajnej logice zdań, zapoczątkowanego przez Peirce'a.[9] Ten sposób sprawdzania polega na tym, iż we wzorach logiki zdań podstawia się za zmienne dowolne dwa znaki, np. „*0*" i „*1*", we wszystkich możliwych kombinacjach, i otrzymane w ten sposób wyrażenia redukuje się na podstawie następujących równości:

---

[9] Por. cytowany wyżej komunikat Łukasiewicza i Tarskiego, „Untersuchungen über den Aussagenkalkül, s. 32 i nn.

$N0 = 1$ $C00 = 1$ $C10 = 0$
$N1 = 0$ $C01 = 1$ $C11 = 1$

Jeżeli dla każdej kombinacji podstawień otrzyma się z danego wzoru wynik końcowy *1*, to wzór jest prawdziwy; jeśli zaś choć dla JEDNEJ kombinacji podstawień otrzyma się *0*, to wzór jest fałszywy. Tak np. otrzymuje się dla podanego wyżej trzeciego aksjomatu logiki zdań następujące cztery kombinacje podstawień:

$p/0, q/0$: $C0CN00 = C0C10 = C00 = 1$
$p/0, q/1$: $C0CN01 = C0C11 = C01 = 1$
$p/1, q/0$: $C1CN10 = C1C00 = C11 = 1$
$p/1, q/1$: $C1CN11 = C1C01 = C11 = 1$

Wszystkie kombinacje podstawień dają po redukcji wartość *1*, a więc wzór jest prawdziwy.

12. Metoda matrycowa doprowadziła do ważnego rozszerzenia logiki, mianowicie do utworzenia WIELOWARTOŚCIOWYCH systemów logiki zdań. Zwyczajna «dwuwartościowa» logika zdań, stworzona przez stoików, opiera się na zasadzie, że każde zdanie jest albo prawdziwe, albo fałszywe, że może zatem przybierać jedną spośród DWU TYLKO wartości logicznych. Już w roku 1920 utworzyłem TRÓJWARTOŚCIOWY system logiki zdań, przyjmując, że istnieją zdania, które nie są ani prawdziwe, ani fałszywe, a więc muszą przybierać jakąś *trzecią wartość logiczną*.[10] Jeżeli oznaczymy tę trzecią wartość przez „*2*" i dodamy do przytoczonych powyżej sześciu równości, które są charakterystyczne dla logiki dwuwartościowej, sześć dalszych równości, w których występuje wartość *2*:

$N2 = 2$ $C02 = 1$ $C20 = 2$ $C22 = 1$
$C12 = 2$ $C21 = 1$

to okaże się, że w tym nowym systemie nie wszystkie tezy logiki dwuwartościowej są sprawdzone. Tak np., drugi z podanych wyżej aksjomatów logiki dwuwartościowej, *CCNppp*, przechodzi dla *p/2* nie w *1*, tylko w *2*, a więc nie jest wzorem prawdziwym. Jak okazał jeden z moich uczniów, Dr M. WAJSBERG, system wzorów, sprawdzonych przez tę matrycę trójwartościową, jest aksjomatyzowalny i może być sprowadzony do następujących czterech aksjomatów:[11]

1. *CqCpq*
2. *CCpqCCqrCpr*

---

[10] W związku z tym por. mój wyżej cytowany komunikat: „Philosophische Bemerkungen zu mehrwerigen Systemen des Aussagenkalküls", s. 64 i nn.

[11] M. WAJSBERG, „Aksjomatyzacja trójwartościowego rachunku zdań", *Comptes rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie* XXXIV. 1931. Cl. III.

3. *CCCpNppp*
4. *CCNqNpCpq*

Aksjomaty te nie wystarczają jednakowoż, by zbudować PEŁNĄ trójwartościową logikę zdań, ponieważ przy pomocy implikacji i negacji nie można zdefiniować wszystkich funkcji, możliwych w logice trójwartościowej. Jeżeli dodamy atoli do tych dwu pojęć podstawowych jeszcze trzecie pojęcie, „*Tp*", które przybiera stałą wartość *2* (a więc *T0* = *2*, *T1* = *2* i *T2* = *2*), to teraz można już zdefiniować wszystkie funkcje, i pełną trójwartościową logikę zdań można oprzeć, jak to wykazał inny z moich uczniów, J. SŁUPECKI, w nie ogłoszonej dotychczas pracy, na następujących sześciu aksjomatach:

1. *CqCpq*
2. *CCpqCCqrCpr*
3. *CCCpNppp*
4. *CCNqNpCpq*
5. *CTpNTp*
6. *CNTpTp*

Regułę podstawiania należy rozszerzyć o tyle, że za zmienne wolno także podstawiać wyrażenia typu „*Tp*". Reguła odrywania pozostaje bez zmiany. System ten jest tak samo, jak dwuwartościowa logika zdań, niesprzeczny, niezależny i zupełny.

Przedstawiony tu w postaci aksjomatycznej system pełnej trójwartościowej logiki zdań różni się od systemu dwuwartościowego nie mniej niż geometria nieeuklidesowa od euklidesowej.

* * *

Z tego zwięzłego przedstawienia najważniejszych wyników logistyki wypływają, zdaniem moim, m.in. następujące konsekwencje, które chciałbym tu ująć w formie postulatów.

I. Logika zdań powinna być w przyszłości uważana za jądro logiki formalnej zarówno w nauczaniu szkolnym, jak w badaniach naukowych.

II. Teoria sylogizmu ARYSTOTELESA nie może już nadal uchodzić za całą logikę formalną i stanowić wyłączną podstawę spekulacji logiczno-filozoficznych.

III. Historia logiki powinna być napisana na nowo, i to przez historyka, który gruntownie opanował logistykę.

IV. Logistyczne wyszkolenie przyszłych badaczy i myślicieli na polu filozofii jest palącym i nieodzownym postulatem, jeśli przykładamy wagę do tego, by stworzyć filozofię naukową.

13. CO DAŁA FILOZOFII WSPÓŁCZESNA LOGIKA MATEMATYCZNA? [Odczyt wygłoszony 24 września 1936 roku podczas III Polskiego Zjazdu Filozoficznego w Krakowie]

Przegląd Filozoficzny
r. XXXIX(1936) z. 4 s. 325–329

1. Według HUME'A jedynymi przedmiotami nauk demonstratywnych są wielkość i liczba, wszystkie zaś inne badania dotyczą wyłącznie faktów i istnienia. Współczesna logika matematyczna okazała, że metodę demonstratywną, czyli matematyczną, można stosować i do zdań, które nie dotyczą wielkości i liczby. Takimi zdaniami są prawa logiczne, wspaniałym zaś przykładem nauki, nie traktującym o wielkości i liczbie, a zbudowanej w jak najściślejszy sposób przy pomocy metody matematycznej, jest właśnie logika matematyczna. Skoro można tedy stosować metodę matematyczną w znacznie szerszym zakresie niż przypuszczał HUME, a za nim wszyscy niemal filozofowie, przeto wolno nam się spodziewać, że będzie można tę metodę zastosować i do zagadnień filozoficznych.

2. Przez wieki całe i aż do dnia dzisiejszego filozofowie uważali i uważają za jądro logiki formalnej sylogistykę ARYSTOTELESA. Współczesna logika matematyczna okazała, że sylogistyka ARYSTOTELESA jest tylko ubogim fragmentem logiki nazw, którego użyteczność i możność stosowania jest bardzo ograniczona. Na czoło logiki formalnej wysunęła się stoicka logika zdań. Stąd wynika konieczność poddania rewizji wielu poglądów filozoficznych, wyrosłych na gruncie sylogistyki arystotelesowej. Do takich poglądów zaliczam między innymi rozróżnienie sądów analitycznych i syntetycznych, które, należycie sformułowane, może mieć sens na gruncie logiki nazw, ale z którym nie wiadomo co począć na gruncie logiki zdań; zaliczam tu dalej uporczywie trwający, a niewątpliwie błędny pogląd, związany z zasadą *dictum de omni*, według którego dedukcja nie rozszerza wiedzy naszej, lecz tylko wyraża *explicite* to, co *implicite* włożyliśmy w przesłanki; zaliczam tu wreszcie zagadnienia tak zwanych najwyższych praw myślenia.

3. Dotychczasowa logika, zarówno arystotelesowa, jak stoicka, była logiką dwuwartościową, to znaczy opierała się na zasadzie, że istnieją dwie i tylko dwie wartości logiczne, prawda i fałsz. Współczesna logika matematyczna okazała, że można skonstruować wielowartościowe systemy logiki zdań, które są w sobie najzupełniej konsekwentne i niesprzeczne, a których nie można w żaden sposób sprowadzić do logiki dwuwartościowej. Systemy takie umiemy już dzisiaj przed-

stawiać nie tylko przy pomocy metody matrycowej, ale i aksjomatycznej. Fakt ten, który obala pogląd, jakoby logika dotychczasowa wraz z zasadą duwartościowości była jakąś nieodpartą koniecznością myślenia, winien w filozofii wywołać równie wielki przewrót, jak odkrycie w swoim czasie systemów geometrii nieeuklidesowej.

* * *

*W odczycie zostały sformułowane ponadto następujące tezy:**

(1) Logika matematyczna jest osobną nauką, a nie — filozofią, choć może być wykorzystana jako narzędzie filozofii (i matematyki).

(2) O tym, która z rozmaitych (możliwych) logik jest słuszna, może rozstrzygnąć doświadczenie.

(3) Należy uznać sensowność (przynajmniej niektórych) zagadnień metafizycznych, i przeciwstawić się tendencjom Koła Wiedeńskiego odmawiania im sensowności.

(4) Zagadnienia metafizyczne są pewnymi bardzo ogólnymi zagadnieniami empirycznymi — i jako takie są rozwiązywalne.

(5) Powinno się je rozwiązywać porządnie (poprawną metodą) — w szczególności starać się o maksimum ścisłości i jednoznaczności.

* * *

Prelegent w odpowiedzi [na głosy dyskutantów] podkreślił m.in., że logistyka nie odrzuca intuicji, a nominalizm wyznaje jako stanowisko metodyczne, nie zaś jako doktrynę filozoficzną. Referent nie jest osobiście zwolennikiem konwencjonalizmu, dedukcyjności zaś i formalizacji nie uważa za przeszkodę dla ścisłego ujmowania zagadnień metafizycznych. Koło Wiedeńskie opiera się na pojęciu metafizyki, wynikającym z mylnego rozumienia tytułu ksiąg arystotelesowych, traktujących o pierwszej filozofii. Różnica między Kołem Wiedeńskim a referentem dotyczy tego, że Wiedeńczycy pewne zagadnienia, np. przyczynowości i determinizmu, uważają za zagadnienia z zakresu składni języka, gdy natomiast referent uważa je za zagadnienia metafizyczne, które wymagają rozstrzygnięcia na drodze empirycznej. Tak samo inny niż u Wiedeńczyków jest pogląd referenta na stosunek nauk apriorycznych do rzeczywistości. Prawdą jest, że w obrębie każdego systemu logicznego twierdzenia logiczne są rozstrzygalne niezależnie od doświadczenia; w zastosowaniu jednakowoż do rzeczywistości jedne systemy logiczne mogą się okazać lepszymi od drugich, i wtedy doświadczenie rozstrzygać będzie o tym, którą z logik należy uważać za słuszną.

---

* Rekonstukcja — na podstawie sprawozdania z dyskusji [JJJ].

14. LOGIKA I PROBLEM PODSTAW MATEMATYKI (Die Logik und das Grundlagen problem)

Les entretiens de Zurich sur les fondements et la méthode des sciences mathématiques. 6–9 Décembre 1938 (red. F. GONSETH), Zurich, Editeurs S. A. Leemann frères & Cie. 1941, s. 82–100

1. Podstawową dyscypliną logiczną jest rachunek zdań. Nad rachunkem zdań nadbudowane są inne dyscypliny logiczne, w szczególności rachunek predykatów, a z kolei na logice opiera się cała matematyka. Rachunek zdań jest więc najgłębszą podstawą wszystkich nauk dedukcyjnych. Temu fundamentalnemu rachunkowi i jego znaczeniu dla matematyki poświęcony jest niniejszy wykład.

2. Logikę zdań stale zaniedbywano. Nieznana ARYSTOTELESOWI, wynaleziona została dopiero przez stoików. Jednakże stoicka logika zdań została wyparta zarówno w starożytności, jak i w średniowieczu i czasach nowożytnych przez arystotelesowską sylogistykę. Praca genialnego niemieckiego logika FREGEGO, który w 1879 roku stworzył rachunek zdań niemalże w doskonałej postaci, nie zwróciła na siebie zrazu żadnej uwagi. Dopiero w 1910 roku pp. RUSSELL i WHITEHEAD w swojej fundamentalnej pracy *Principia mathematica* umieścili rachunek zdań na szczycie logiki matematycznej, gdyż stało się jasne, jakie zasadnicze znaczenie ma ta dysyplina w obrębie nauk matematycznych.

3. Mimo to po dziś dzień większość matematyków zdaje się nie wiedzieć zbyt wiele o rachunku zdań. Posługują się oni całkowicie intuicyjnie, jak to czynił już ARYSTOTELES, kilkoma najprostszymi regułami wnioskowania tej logiki, nie domyślając się przy tym, jak bogata jest ona w twierdzenia i jaką obfitość problemów nastręcza. Aby moich szanownych słuchaczy wprowadzić w te problemy, chcę jako przykład wymienić dwie spośród najczęściej przez matematyków używanych reguł wnioskowania, które należą do logiki zdań.

4. Jeśli dane są dwie przesłanki o następującej postaci: „Jeśli p, to q" oraz „Jeśli q, to r", to można z nich wyciągnąć wniosek: „Jeśli p, to r". W ujęciu symbolicznym („C" odpowiadają słowa „jeśli-to"):

$$\begin{array}{ll} Cpq & P_1 \\ Cqr & P_2 \\ \hline Cpr & S \end{array}$$

Jeśli pierwszą przesłankę oznaczy się przez P_1, drugą przez P_2, a konkluzję przez S, to oczywiście zachodzi formuła:

(1) $CP_1CP_2\,S$

A więc: „Jeśli P_1, to jeśli P_2, to S". Jeśli w formułach tych na miejsce liter P_1, P_2 i S podstawi się wyrażenia przez nie oznaczane, to otrzymuje się następującą tezę rachunku zdań:

(2) $CCpqCCqrCpr$

Słownie: „Jeśli (jeśli p, to q), to (jeśli (jeśli q, to r), to (jeśli p, to r))". Jest to prawo sylogizmu hipotetycznego, najbardziej znanego sposobu wnioskowania.

5. Inną bardzo często stosowaną regułą wnioskowania jest wnioskowanie pośrednie. Zdania p dowodzi się pośrednio w ten sposób, że za punkt wyjścia w dowodzie bierze się jego negację Np („N" znaczy „nie"), a z Np wynika zdanie q, o którym wiadomo, że jest fałszywe. A zatem, wnioskuje się dalej, że również Np musi być fałszywe, a stąd p musi być prawdziwe. Wnioskowanie pośrednie ma przeto formę:

$$\begin{array}{ll} CNpq & P_1 \\ Nq & P_2 \\ \hline p & S \end{array}$$

Gdy do tej reguły wnioskowania zastosuje się formułę (1), to otrzymuje się inną tezę rachunku zdań:

(3) $CCNpqCNqp$

Teza ta, która słownie brzmi: „Jeśli (jeśli nie-p, to q), to (jeśli nie-q, to p)", jest jedną z odmian prawa transpozycji.

6. Ta druga reguła wnioskowania została zakwestionowana przez znanego matematyka, p. prof. BROUWERA. Daje się ona mianowicie użyć do udowodnienia istnienia takich liczb, których nie można wytworzyć efektywnie — czyli drogą konstrukcji. Efektywnie dowodzi się np. istnienia prostych liczb pierwszych, na podstawie następującego twierdzenia logiki predykatów:

(4) $CFa\Sigma xFx$

Słowami: „Jeśli F od a, to istnieje takie x, że F od x". Jeśli „Fx" znaczy „x jest prostą liczbą pierwszą", i jeśli w (4) zamiast a podstawi się liczbę 2, to otrzymuje się następujący wywód:

[1] $CF2\Sigma xFx$
[2] $F2$

[1] = C[1][2]
[3] $\Sigma x Fx$

Mówiąc swobodnie:

1. Jeśli 2 jest prostą liczbą pierwszą, to istnieją proste liczby pierwsze.
2. 2 jest prostą liczbą pierwszą.

A więc przez odrywanie:

3. Istnieją proste liczby pierwsze.

7. Twierdzenie egzystencjalne ΣxFx można również udowodnić pośrednio. Jeśli przyjmie się negację tego twierdzenia, czyli $N\Sigma xFx$, jako punkt wyjścia dla dowodu, to z tej negacji otrzymuje się twierdzenie fałszywe α i na podstawie tezy (3) twierdzenie egzystencjalne. Wywód wygląda następująco:

[1] $CCNpqCNqp$
[2] $CN\Sigma xFxa$
[3] $N\alpha$
[1] $p/\Sigma xFx$, q/α = [4]
[4] $CCN\Sigma xFx\alpha CN\alpha\Sigma xFx$
[4] = C[2][5]
[5] $CNa\Sigma xFx$
[5] = C[3][6]
[6] ΣxFx

Zakłada się tu, że [2] i [3] są przesłankami prawdziwymi. Przez podstawienie do [1] otrzymuje się [4], a z [4] uzyskuje się poprzez dwukrotne odrywanie zdanie egzystencjalne [6].

8. Zdania egzystencjalnego otrzymanego w ten — czyli nieefektywny — sposób nie chcą uznać zwolennicy logiki intuicjonistycznej. W związku z tym są oni zmuszeni odrzucić również prawo transpozycji *CCNpqCNqp*. Istnieją też jeszcze inne tezy logiki zdań, które według intuicjonistów nie mają ważności ogólnej. Wśród owych proskrybowanych tez znajduje się druga odmiana prawa transpozycji *CCNpNqCpq*, ponadto prawo podwójnego przeczenia z negacją w poprzedniku *CNNpp*, jak również prawo wyłączonego środka *ApNp* („*A*" jest znakiem alternatywy „lub"; „*ApNp*" znaczy „*p* lub nie-*p*"). Natomiast ważność zachowują dwa pozostałe prawa transpozycji *CCpqCNqNp* i *CCpNqCqNp*, prawo podwójnego przeczenia z negacją w następniku *CpNNq*, oraz prawo niesprzeczności *NKpNp* („*K*" jest znakiem koniukcji „i"; „*NKpNp*" znaczy „nie zarazem *p* i nie-*p*"). Sprawa staje sie poważna: widać, że istnieje spór wewnątrz najprostszej i najbardziej podstawowej dyscypliny logicznej — prawdziwy spór o podstawy matematyki.

9. Wszelako logika zdań nie jest kupą kamieni, która będzie istniała dalej, nawet gdy się z niej kilka kamieni usunie; przeciwnie, jest ona mechanizmem o największej precyzji, który staje już po usunięciu jednego kółeczka i musi być przebudowany. Dlatego wszyscy jesteśmy wielce zobowiązani p. HEYTINGOWI, że przedsięwziął on w 1930 roku formalizację intuicjonistycznego rachunku zdań. Udało mu się zbudować system aksjomatów dla intuicjonistycznego rachunku zdań, którego nie będę tu przytaczał; natomiast w związku z tym systemem chciałbym zakomunikować Państwu wynik, do którego doszedłem w maju bieżącego roku dzięki zachęcie ze strony mojego wielce szanownego przyjaciela, p. prof. SCHOLZA z Münster; wynik ten ułatwi nam dokonanie porównania między zwykłą i intuicjonistyczną logiką zdań.

10. Do zbudowania zwykłego rachunku zdań wystarcza następujący niezależny system aksjomatów, składający się z czterech grup aksjomatów:

I.	1	*CpCqp*
	2	*CCpCpqCpq*
	3	*CCpqCCqrCpr*
II.	4	*CKpqp*
	5	*CKpqq*
	6	*CCpqCCprCpKqr*
III.	7	*CpApq*
	8	*CqApq*
	9	*CCprCCqrCApqr*
IV.	10	*CCpNqCqNq*
	11	*CNpCpq*
	12	*CCCpNpqCCpqq*

Aksjomaty grupy I zawierają tylko znak implikacji „*C*". Charakteryzują one tzw. logikę pozytywną w sensie prof. BERNAYSA. Aksjomaty grupy II zawierają ponadto znak koniunkcji „*K*", a aksjomaty grupy III — znak alternatywy „*A*". Aksjomaty trzech pierwszych grup podał już p. prof. BERNAYS. Aksjomaty grupy IV dotyczą znaku negacji „*N*". Do systemu należą dwie reguły wnioskowania: reguła podstawiania, która pozwala nam na miejsce zmiennej podstawiać dowolne wyrażenie sensowne, oraz reguła odrywania, która głosi, że z wyrażenia $C\alpha\beta$ i α można zawsze wyprowadzić β.

11. Powyższy system 12 aksjomatów jest, jak już powiedziałem, ważny dla zwykłego czyli klasycznego rachunku zdań. Jeśli usunie się ostatni — 12 — aksjomat, to otrzymuje się system aksjomatów intuicjonistycznego rachunku zdań, który jest równoważny systemowi aksjomatów p. HEYTINGA wraz ze wszystkimi jego regułami wnioskowania. Jeśli usunie się dwa ostatnie aksjomaty — 11 i 12 — to powstaje tzw. minimalny rachunek p. JOHANSSONA. Stosunek między

klasycznym rachunkiem zdań a intuicjonistycznym rachunkiem zdań jest teraz jasny: intuicjonistyczna logika zdań obejmuje dokładnie określoną część właściwą tez klasycznego rachunku zdań i dlatego jest systemem znacznie słabszym niż tamten. Jest już zadaniem matematyków zbadanie, co będzie można osiągnąć na tej słabszej podstawie matematyki. Wdzięczne i ważne dla problemu podstaw matematyki mogą być ponadto takie badania, jak zpoczątkowane przez mojego wielce szanownego warszawskiego kolegę, p. prof. SIERPIŃSKIEGO badania nad pewnikiem wyboru p. ZERMELA oraz jego rolą w teorii mnogości i analizie.

12. Nie chcę tu poruszać kwestii, czy usunięcie jakiejś reguły wnioskowania z klasycznego rachunku zdań jest usprawiedliwione. Jedno jest dla mnie jasne: w chwili obecnej nie można wymuszać roztrzygnięcia problemu podstaw matematyki ani na gruncie logiki, ani na gruncie matematyki. Tym bardziej nie są rozstrzygające argumenty filozoficzne przytaczane ewentualnie przez jedną czy drugą stronę. Trzeba najpierw zgłębić sam problem. Uczynię to, chociaż jestem świadom, jak ciężka jest owa droga w głąb. Chciałbym przy tym podnieść cztery okoliczności — jakby cztery drogowskazy. (a) Istnieją matryce logiki zdań. (b) Każdemu systemowi logiki zdań odpowiada adekwatna matryca. (c) Wielowartościowe matryce można również interpretować intuicyjnie. d) W matrycach interpretowanych intuicyjnie muszą być uwzględnione wszystkie funkcje logiczne dopuszczalne ze względu na daną matrycę.

13. Metodę matrycową wynalazł w 1885 roku znany logik amerykański Charles PEIRCE. W logice zdań prawdziwość tez nie zależy od ich treści, lecz od wartości logicznej. W klasycznym rachunku zdań istnieją dwie wartości logiczne: prawda i fałsz. Jeśli prawdę oznaczymy przez „1" a fałsz przez „2", to można sformułować następujące równania:

Negacja	Implikacja	Koniunkcja	Alternatywa
$N1 = 2$	$C11 = 1$	$K11 = 1$	$A11 = 1$
$N2 = 1$	$C12 = 2$	$K12 = 2$	$A12 = 1$
	$C21 = 1$	$K21 = 2$	$A21 = 1$
	$C22 = 1$	$K22 = 2$	$A22 = 2$

Całość tych równań, które będzie można przedstawić krócej w postaci następujących tabel (przy funkcjach dwuargumentowych pierwszy argument jest zapisany po lewej stronie a drugi u góry):

N	
1	2
2	1

C	1	2
1	1	2
2	1	1

K	1	2
1	1	2
2	2	2

A	1	2
1	1	1
2	1	2

nazywa się matrycą dla *N*, *C*, *K* i *A*. Każda matryca ma co najmniej jedną wartość wyróżnioną; tutaj jest nią prawda, czyli 1.

14. Z każdą matrycą związana jest określona metoda weryfikacji. Mówimy mianowicie, że wyrażenie rachunku zdań spełnia matrycę, jeśli przy nadaniu zmiennym zdaniowym w nim występującym wszystkich wartości matrycy wyrażenie to po zredukowaniu go zgodnie z matrycą przechodzi w wartość wyróżnioną. Tak np. teza *CCCpNpqCCpqq* spełnia wyżej podaną matrycę, gdyż otrzymujemy:

dla *p*/1, *q*/1: $CCC1N11CC111 = CCC121C11 = CC211 = C11 = 1$
dla *p*/1, *q*/2: $CCC1N12CC122 = CCC122C22 = CC221 = C11 = 1$
dla *p*/2, *q*/1: $CCC2N21CC211 = CCC211C11 = CC111 = C11 = 1$
dla *p*/2, *q*/2: $CCC2N22CC222 = CCC212C12 = CC122 = C22 = 1$

Wszystkie matryce są dziedziczne ze względu na regułę podstawiania. Jeśli zatem wyrażenie spełnia daną matrycę, to tę matrycę spełniają również wszystkie podstawienia tego wyrażenia. Jeśli matryca będzie dziedziczna ze względu na regułę odrywania, to jest to warunek wystarczający, jeśli również i nie konieczny, do tego, żeby dwuargumentowa funkcja $F\alpha\beta$, na której opiera się reguła odrywania, zwykle o postaci implikacji, przy wyróżnionej wartości α tylko wtedy była równa wartości wyróżnionej, gdy również β jest wyróżniona. Tak więc podana wyżej formuła $C1\beta$ tylko wtedy jest równa 1, gdy również β jest równa 1. Taką matrycę mój warszawski kolega, p. TARSKI, nazywa normalną. Wszystkie matryce normalne są dziedziczne ze względu na regułę odrywania; jeśli mianowicie normalna matryca jest spełniona przez $F\alpha\beta$ i α, to musi być ona spełniona również przez β.

15. Metoda matrycowa została najpierw użyta do weryfikacji tez klasycznego rachunku zdań. Jednakże wkrótce okazało się, że metodzie tej trzeba przypisać o wiele większe znaczenie. Umożliwia nam ona mianowicie przeprowadzanie w dziedzinie logiki zdań dowodów niezależności, które nie były jeszcze znane FREGEMU i RUSSELLOWI. Zasługa pokazania, jak metodę matrycową można wykorzystywać do dowodów niezależności, przypada p. prof. BERNAYSOWI. Ale ta sama metoda była mi znana jeszcze przed jej opublikowaniem przez p. BERNAYSA. Ideę tego dowodu niezależności najlepiej można wyjaśnić na jakimś przykładzie. Jeśli trzeba wykazać w wyżej podanym systemie aksjomatów niezależność ostatniego — 12 — aksjomatu od pozostałych aksjomatów, to oczywiście wystarczy znaleźć cechę, która jest dziedziczna ze względu na regułę wnioskowania i przysługuje wszystkim aksjomatom z wyjątkiem ostatniego. Spełnianie przez aksjomat matrycy normalnej jest właśnie tą cechą tego aksjomatu, która jest dziedziczna ze względu na regułę podstawiania i odrywania. Konstruujemy następującą matrycą trójwartościową dla *N*, *C*, *K* i *A*:

N	
1	3
2	3
3	1

C	1	2	3
1	1	2	3
2	1	1	3
3	1	1	1

K	1	2	3
1	1	2	3
2	2	2	3
3	3	3	3

A	1	2	3
1	1	1	1
2	1	2	2
3	1	2	3

1 jest tu znowu wartością wyróżnioną. Matryca jest normalna, gdyż $C1\beta$ jest równe 1 tylko wtedy, gdy również β jest równe 1. Łatwo można się przekonać, że matryca jest spełniona przez jedenaście pierwszych aksjomatów, gdyż przy wszystkich wartościach zmiennych — 1, 2, 3 — aksjomaty te po dokonaniu redukcji według matrycy przechodzą w 1. Tylko ostatni aksjomat nie spełnia matrycy, bowiem dla $p/2$ i $q/2$ otrzymujemy:

$$CCC2N22CC222 = CCC232C12 = CC322 = C12 = 2$$

16. W ten sposób pierwsza z czterech wyżej wspomnianych okoliczności byłaby omówiona. Istnieją matryce logiki zdań i grają one w rachunku zdań wyjątkową rolę. Przechodzę więc do drugiej okoliczności. Dzięki metalogicznym badaniom p. TARSKIEGO jesteśmy w stanie ściśle zdefiniować pojęcie systemu logiki zdań. Przez system logiki zdań rozumiemy mianowicie zbiór sensownych wyrażeń logiki zdań, domknięty ze względu na dane reguły wnioskowania. Jako reguły wnioskowania wchodzą przy tym w rachubę w pierwszej kolejności reguła podstawiania i odrywania. System logiki zdań tworzą więc dowolne wyrażenia sensowne, np. *CCppp* i *CCCpqqCCqpp*, wraz ze wszystkimi konsekwencjami, które mogą być z nich wyprowadzone przy użyciu wymienionych reguł wnioskowania. Jest teraz jasne, że każda normalna matryca definiuje jeden system logiki zdań. Dziwnym zbiegiem okoliczności zachodzi również twierdzenie odwrotne. Jeden z moich warszawskich kolegów, p. LINDENBAUM, udowodnił mianowicie, że dla każdego systemu logiki zdań istnieje adekwatna matryca normalna z co najwyżej przeliczalnym zbiorem wartości. Matrycę nazywa się adekwatną względem systemu, jeśli jest ona spełniona przez wszystkie wyrażenia tego systemu i tylko przez nie. To ważne twierdzenie zostało opublikowane bez dowodu w wydanych przez mnie wraz z p. TARSKIM w 1930 roku „Badaniach nad rachunkiem zdań".

17. Z twierdzenia tego chiałbym wyciągnąć kilka wniosków. Przede wszystkim jasne jest, że wszystkie systemy logiki zdań zbudowane aksjomatycznie są systemami logiki zdań w sensie definicji p. TARSKIEGO. Zatem zgodnie z twierdzeniem p. LINDENBAUMA wszystkie takie systemy powinny mieć adekwatną matrycę normalną. Dla klasycznego rachunku zdań zbudowanego aksjomatycznie podana wyżej matryca normalna jest adekwatna. Albowiem zostało po wielokroć wykazane, że matryca ta spełniona jest przez wszystkie tezy klasycznego rachunku zdań i tylko przez nie. Dlatego też klasyczny rachunek zdań został nazwany

dwuwartościowym. Dla każdego systemu w porównaniu z nim słabszego, tzn. dla każdego takiego systemu, w którym pewne tezy dwuwartościowego rachunku nie zachodzą, adekwatna matryca nie jest przeto dwuwartościowa, lecz wielowartościowa. Takim systemem jest m.in. zaksjomatyzowany intuicyjny rachunek zdań p. HEYTINGA. Rachunek ten musi więc posiadać adekwatną matrycę wielowartościową. P. GÖDEL udowodnił, że dla systemu heytingowskiego nie istnieje żadna adekwatna matryca normalna ze skończonym zbiorem wartości. Niezależnie od GÖDLA do tego samego wyniku doszedł w Warszawie jeden z moich byłych uczniów, p. JAŚKOWSKI, który również skonstruował matrycę intuicjonistycznej logiki zdań o nieskończonej liczbie wartości.

18. Nie mogę tu wchodzić głębiej w ten bardzo skomplikowany problem adekwatnych matryc intuicjonistycznego rachunku zdań. Dla celu, który sobie wytyczyłem, wystarczy wybrać prostszy przykład. Podałem już wyżej trójwartościową matrycę normalną, która jest spełniona przez pierwszych jedenaście aksjomatów stworzonego przeze mnie systemu aksjomatycznego. Tych jedenaście pierwszych aksjomatów stanowi więc intuicjonistyczną logikę zdań. Wspomniana matryca, która pochodzi zresztą od p. HEYTINGA, nie jest jednak adekwatna względem intuicjonistycznego rachunku. Chociaż bowiem jest ona spełniona przez wszystkie tezy tego rachunku, to zarazem jednak spełniają ją też inne tezy, które nie należą do rachunku intuicjonistycznego. Toteż przy pomocy tej matrycy zostaje zdefiniowany system mocniejszy. Udało mi się ten system zaksjomatyzować.

19. Jeśli w systemie aksjomatycznym wprowadzonym w punkcie 10 zamiast aksjomatu 12 przyjąć następujący aksjomat:

12a $CCNpqCCCqpqq$

to aksjomaty 1–11 oraz 12a tworzą sytem niezależny, dla którego adekwatna jest trójwartościowa matryca normalna HEYTINGA, podana w punkcie 15. Aksjomat 12a, z jednej strony, nie daje się wyprowadzić z aksjomatów rachunku intuicjonistycznego, co można udowodnić przy pomocy matrycy czterowartościowej, a z drugiej strony, jeśli aksjomat ten spełnia trójwartościową matrycę podaną przez HEYTINGA, to również wraz z pozostałymi aksjomatami nie wystarcza do ugruntowania rachunku dwuwartościowego. W ten sposób otrzymaliśmy prosty przykład systemu logiki zdań ujętego w formie aksjomatycznej, który jest słabszy niż klasyczny rachunek zdań, ale który tak samo jak ten rachunek posiada adekwatną matrycę normalną, z tym że nie dwuwartościową, lecz trójwartościową. Dla wszystkich systemów, które są słabsze od dwuwartościowego rachunku zdań, istnieją adekwatne wielowartościowe matryce normalne. Nie jest to przypadek — lecz prawo. Prawo to przydaje metodzie matrycowej fundamentalne znaczenie.

W ten sposób wyczerpaliśmy to, co się tyczy drugiej z czterech wspomnianych uprzednio okoliczności.

20. Matryca dla dwuwartościowego rachunku zdań powstała na bazie intuicyjnej. Wartości matrycy zostały zinterpretowane jako wartości logiczne: 1 była prawdą, a 2 fałszem. Później jednak, gdy metody matrycowej zaczęto używać do dowodów niezależności i w tym celu wynaleziono wiele matryc wielowartościowych, intuicyjna interpretacja wartości matrycy zatraciła się. Nie było przecież potrzeby, aby te wartości interpretować jakoś intuicyjnie. Matryce służyły do tego, aby wykrywać cechy danych tez, które byłyby dziedziczne ze względu na reguły wnioskowania. Wartości matrycy zostały zdegradowane do nic nie znaczących stałych, a tworzenie matryc przybrało charakter czysto formalny. Jednakże jest rzeczą możliwą, aby rownież w matrycach wielowartościowych wartości interpretować intuicyjnie. Jako pierwszy przykład chciałbym przytoczyć wskazaną wyżej trójwartościową matrycę wprowadzoną przez p. HEYTINGA.

21. W swojej głównej pracy o „regułach formalnych logiki intuicjonistycznej" p. HEYTING mówi: „Grupa XII — jest to właśnie matryca o której mowa, z tym, że wartości są w niej nazwane inaczej — może być interpretowana następująco: 2 oznacza dowolne zdanie prawdziwe, które nie może być fałszywe, ale którego prawdziwość nie została wykazana. Dalej otrzymuje się właśnie powyższe tabele." Z tego objaśnienia autora wynika, że zgodnie ze swoim intuicyjnym tokiem myślenia uważał on, że wspomnianą matrycę jest w stanie skonstruować z oczywistą pewnością. Spróbujmy ów tok myślenia prześledzić.

22. Wśród 30 równań, które obejmuje matryca, 14 następujących wzięto z rachunku dwuwartościowego:

$N1 = 3$	$C11 = 1$	$K11 = 1$	$A11 = 1$
$N3 = 1$	$C13 = 3$	$K13 = 3$	$A13 = 1$
	$C31 = 1$	$K31 = 3$	$A31 = 1$
	$C33 = 1$	$K33 = 3$	$A33 = 3$

1 jest tu mianowicie prawdą, a 3 fałszem. Dalszych 10 równań, dla koniunkcji i alternatywy, otrzymuje się na podstawie następujących rozważań: nowa wartość 2 przysługuje zdaniom, które nie mogą być fałszywe, ale nie są dowiedzione. Wartość ta jest w sposób oczywisty słabsza niż prawda, ale mocniejsza jest niż fałsz. W oczywisty więc sposób wartość koniunkcji opiera się na słabszej wartości argumentu, alternatywy zaś — na mocniejszej wartości argumentu. Przy równej wartości argumentów wartość obu funkcji jest równa wartości argumentów. Tak otrzymuje się oczywiste równania:

$$K12 = 1 \qquad A12 = 1$$
$$K21 = 2 \qquad A21 = 1$$
$$K22 = 2 \qquad A22 = 2$$
$$K23 = 3 \qquad A23 = 2$$
$$K32 = 3 \qquad A32 = 2$$

Dwa dalsze równania, a mianowicie dla implikacji:

$$C21 = 1 \text{ i } C32 = 1$$

otrzymuje się na podstawie reguły ważnej w rachunku dwuwartościowym, która głosi, że przy prawdziwym następniku lub fałszywym poprzedniku implikacja musi być prawdziwa bez względu na wartość drugiego argumentu.

Trzecie równanie dla implikacji:

$$C22 = 1$$

wynika z w pełni intuicyjnej zasady tożsamości. Trudność mogłaby powstać co najwyżej przy określaniu wartości wyrażeń $C12$, $C23$ i $N2$. $C12$ nie może być prawdą, ponieważ w przeciwnym razie również 2 musiałoby być prawdą. Ale nie może ono być też fałszem, gdyż nie posiada fałszywego następnika. Otrzymujemy więc:

$$C12 = 2$$

Natomiast w sposób oczywisty $C23$ jest fałszem, bowiem poprzednik, który nie może być fałszywy, nie może pociągać za sobą fałszywego następnika. Stąd otrzymuje się:

$$C23 = 3$$

Jako ostatnie równanie otrzymujemy:

$$N2 = 3$$

gdyż jest jasne, że negacja zdania, które nie może być fałszywe, jest także fałszem.

23. Byłem w stanie tym łatwiej wczuć się w ten tok myślowy, że sam przed laty, i to jako pierwszy, stworzyłem intuicyjną matrycę trójwartościową. Jednakże kierowały mną wówczas inne idee. Zgodnie ze znanym przykładem ARYSTOTELESA doszedłem do wniosku, że sądy o przypadkowych zdarzeniach przyszłych nie są ani prawdziwe, ani fałszywe. To, że w południe 8 grudnia 1939 będę w Warszawie, jest sądem, którego słusznie dzisiaj nie można określić ani jako prawdziwy, ani jako fałszywy. Musi on więc mieć trzecią wartość logiczną. Ta trzecia wartość logiczna ma się wobec tego, co jest możliwe, tak jak prawda do tego, co rzeczywiste, czy fałsz do tego, co nierzeczywiste. Na podstawie tej idei już w 1920 roku stworzyłem następującą matrycę trójwartościową:

N	
1	3
2	2
3	1

C	1	2	3
1	1	2	3
2	1	1	2
3	1	1	1

K	1	2	3
1	1	2	3
2	2	2	3
3	3	3	3

A	1	2	3
1	1	1	1
2	1	2	2
3	1	2	3

1 jest wartością wyróżnioną — prawdą, 3 jest fałszem, 2 jest wartością trzecią, tym, co «możliwe». Matryca jest normalna.

24. Porównanie powyższej matrycy z matrycą heytingowską jest nader pouczające. Ponieważ również tutaj trzecia wartość, jako to, co możliwe, jest słabsza niż prawda, a silniejsza niż fałsz, to dla koniunkcji i alternatywy muszą zachodzić te same równania. Matomiast różnica pojawia się w równaniach dla implikacji i negacji, ale tylko w dwóch punktach: dla wyrażeń $C23$ i $N2$. $C23 = 2$, a nie $= 3$, jak u HEYTINGA, ponieważ to, co możliwe, nie może zmienić się w prawdę czy fałsz. W pierwszym wypadku $C23$ przechodzi w $C13$, a więc w fałsz, w drugim wypadku przekształca się w $C33$, a więc w prawdę. $C23$ nie jest zatem ani prawdziwe, ani fałszywe: ma wartość trzecią. Trzecią wartość musi mieć również $N2$, gdyż jest oczywiste, że skoro sąd „W południe 8 grudnia 1939 roku będę w Warszawie" nie jest dzisiaj ani prawdziwy, ani fałszywy, a tylko możliwy, to również zaprzeczenie tego sądu „W południe 8 grudnia 1939 nie będę w Warszawie" nie może być ani prawdziwe, ani fałszywe, a tylko możliwe. W ten sposób na tych dwóch przykładach omówiona została trzecia z czterech wspomnianych wyżej okoliczności: również macierze wielowartościowe można interpretować intuicyjnie.

25. Istnieją częściowe systemy dwuwartościowego rachunku zdań, tj. systemy, w których nie wszystkie funkcje tego rachunku mogą być zdefiniowane. Takim systemem częściowym jest system implikacyjny, oparty na implikacji jako jedynym terminie i na tezie *CCCpqrCCrpCsp* (jest to najkrótsza teza, która pociąga za sobą wszystkie tezy implikacyjne). Systemy częściowe są niezupełne, a więc niedoskonałe. W systemach implikacyjnych nie jest definiowalna ani negacja, ani koniunkcja. Jeśli chcemy mieć logikę stosowalną we wszystkich wypadkach i zupełną, to musimy starać się dążyć do tego, aby budować takie systemy logiki zdań, w którym wszystkie dopuszczalne w danym systemie funkcje byłyby definiowalne. W dwuwartościowym rachunku zdań mamy $2^2 = 4$ możliwe funcje jednoargumentowe i $2^{2^2} = 16$ funkcji dwuargumentowych. Jeśli nawet nie wszystkie z tych funkcji są potrzebne do praktycznego wnioskowania i mogą być wyrażone w języku potocznym, to jednak wszystkie one są definiowalne w systemie implikacyjno-negacyjnym. Zatem system ten jest zupełny.

26. Jak teraz przedstawia się problem systemów wielowartościowych? Wraz ze wzrostem liczby wartości matrycowych rośnie liczba możliwych funkcji. Zgodnie z elementarnym obliczeniem kombinatorycznym dla matrycy n-wartościowej mamy n^n możliwych funkcji jednoargumentowych i n^{n^n} możliwych funkcji dwuargumentowych. Liczby rosną bardzo szybko. Dla systemów trójwartościowych liczba możliwych funkcji jednoargumentowych wynosi $3^3 = 27$, a dwuargumentowych $3^{3^3} = 19\ 683$. W systemach czterowartościowych liczby te wynoszą odpowiednio $4^4 = 256$ i $4^{4^4} = 4\ 294\ 967\ 296$, a więc ponad cztery miliardy. W matrycach o przeliczalnej liczbie wartości zbiór możliwych funkcji jest nieprzeliczalny.

27. Powróćmy teraz do naszych przykładów. W trójwartościowej logice zdań, zwłaszcza w takiej, w której wartości logiczne można interpretować intuicyjnie, wolno — podobnie jak w rachunku dwuwartościowym — wymagać, aby wszystkie funkcje były definiowalne. Nie jest to jednak spełnione w wypadku podanych wyżej systemów trójwartościowych. Można łatwo np. wykazać, że w żadnym z tych systemów nie może być zdefiniowana funkcja „*Tp*" (czytana jako „*tertium* od *p*"), która przyjmuje stałą wartość 2 (a więc $Tp = 2$). Tym samym oba systemy są niezupełne. Niezupełny jest również rachunek intuicjonistyczny, w którym zresztą nie można ustalić, jak nieskończenie wiele wartości należącej do niego matrycy da się zinterpretować intuicyjnie. Spróbujmy zatem uzupełnić oba z wprowadzonych wyżej trójwartościowych systemów. Ponieważ prace nad systemem opartym na matrycy HEYTINGA nie są jeszcze zakończone, za podstawę naszych dalszych rozważań musi służyć system trójwartościowy zbudowany przeze mnie.

28. Przede wszystkim chciałbym stwierdzić, że w stworzonym przeze mnie trójwartościowym rachunku zdań zarówno koniunkcja, jak i alternatywa jest definiowalna. Definicje te brzmią następująco:

$$Apq = CCpqq \quad \text{i} \quad Kpq = NANpNq$$

(Chciałbym tu dodać, że w trójwartościowym rachunku HEYTINGA alternatywa jest definiowalna, a mianowicie

$$Apq = KCCpqqCCqpp$$

ale koniunkcja — nie; w intuicjonistycznym rachunku zdań żadna z czterech funkcji N, C, K i A nie jest definiowalna przez pozostałe.) Następnie trzeba podkreślić, że w moim rachunku zbiór tez z C i N, które spełniają matrycę, jest aksjomatyzowalny. Dowód tego podał jeden z moich byłych uczniów, p. WAJSBERG, który stworzył dla tego rachunku następujący system aksjomatów:

[1] $CpCqp$
[2] $CCpqCCqrCpr$

[3] *CCCpNppp*
[4] *CCNpNqCqp.*

Stworzona przeze mnie matryca trójwartościowa jest adekwatna względem tego systemu aksjomatów.

29. Trójwartościowy rachunek zdań zdefiniowany na podstawie mojej matrycy i ZAKSJOMATYZOWANY przez p. WAJSBERGA, jak już powiedziałem, nie jest zupełny, bowiem nie wszystkie z 27 funkcji jednoargumentowych i 19 683 funkcji dwuargumentowych są w nim definiowalne. Innemu z moich uczniów, p. SŁUPECKIEMU udało się poprzez dodanie nowej funkcji uzupełnić ten system i ten uzupełniony system zaksjomatyzować. P. SŁUPECKI wykazał, że po dodaniu wspomnianej już wyżej funkcji *Tp* będą mogły być zdefiniowane wszystkie funkcje systemu, i podał dla tej nowej funkcji dwa nowe aksjomaty. Chciałbym tutaj jeszcze raz przedstawić wielce szanowym słuchaczom zarówno zupełną aksjomatykę tego systemu, jak i adekwatną względem niego matrycę:

[1] *CpCqp*
[2] *CCpqCCqrCpr*
[3] *CCCpNppp*
[4] *CCNpNqCqp*
[5] *CTpNTp*
[6] *CNTpTp*

N	
1	3
2	2
3	1

T	
1	2
2	2
3	2

C	1	2	3
1	1	2	3
2	1	1	2
3	1	1	1

W systemie tym obowiązują reguły podstawiania i odrywania. System aksjomatów jest niezależny, niesprzeczny i zupełny w tym sensie, że każde wyrażenie sensowne w systemie jest albo wyprowadzalne z aksjomatów, albo po dodaniu go do aksjomatów prowadzi do sprzeczności, tj. pociąga za sobą wszystkie wyrażenia sensowne. System ten jest zupełny także w tym sensie, że wszystkie funkcje dopuszczalne w systemie są definiowalne. Wykazuje również wszystkie cechy, które przysługują klasycznemu dwuwartościowemu rachunkowi zdań. W ten sposób wyczerpaliśmy uwagi dotyczące ostatniej z wyżej wspomnianych okoliczności.

30. Przeszliśmy trudną drogę w głąb. Była ona trudna nie tylko dlatego, że rozwiązywane problemy są skomplikowane technicznie — wszędzie unikałem tego, co techniczne i podawałem tylko gotowe wyniki — lecz zwłaszcza dlatego, że chodzi tu o tworzenie całkowicie nowych pojęć i o całkowicie nowe metody. Chciałbym powiedzieć, że wiele tęgich głów zadało sobie ogromy trud, aby dojść do tych wyników. Na zakończenie swego referatu chcę zupełnie krótko wskazać na znaczenie tych wyników i naświetlić ich związek z problemem podstaw matematyki.

31. Na początku referatu podkreśliłem, że intuicjonistyczna logika zdań, która odrzuciła różne tezy dwuwartościowego rachunku zdań, jest systemem słabszym niż ten rachunek. Na niezliczenie wiele sposobów można ten system wzmacniać, wybierając spośród odrzuconych tez dwuwartościowego rachunku za każdym razem inne i dołączając je do niego, aby w końcu otrzymać system najmocniejszy: dwuwartościową logikę zdań. Ze stworzonym przeze mnie i przez p. SŁUPECKIEGO zaskjomatyzowanym zupełnym systemem trójwartościowej logiki zdań — jak krótko mówimy: systemem *S* — sprawa ma się zupełnie inaczej. Jeśli do aksjomatów tego systemu dołączy się jakąś nie wyprowadzalną, ale ważną w rachunku dwuwartościowym zdań tezę, to nie otrzymuje się systemu mocniejszego, lecz sprzeczność. Ten ważny fakt chciałbym wyjaśnić na pewnym przykładzie.

[7] *CCNppp*
[7] *p/Tp* = *C*[6][8]
[8] *Tp*
[5] = *C*[8][9]
[9] *NTp*
[2] *q/Cqp* = *C*[1][10]
[10] *CCCqprCpr*
[10] *q/Np, p/Nq, r/Cpq* = *C*[4][11]
[11] *CNqCqp*
[11] *q/Tp* = *C*[9]*C*[8][12]
[12] *p*

32. Teza *CCNppp* nie jest ważna ani w systemie intuicjonistycznym, ani w systemie *S*. Jeśli tezę tę dołączy się do systemu intuicjonistycznego, to otrzymuje się rachunek dwuwartościowy, jeśli natomiast dołączy się ją do systemu *S*, to powstaje sprzeczność. Sprzeczność tę można wykazać w sposób następujący.

Do systemu aksjomatycznego SŁUPECKIEGO dołącza się *CCNppp* jako tezę [7]. Z tej tezy i z aksjomatów [6] i [5] przez podstawienie i oderwanie otrzymuje się dwie tezy, *Tp* i *NTp*, które przeczą sobie nawzajem. Sprzeczność ta jeszcze się wzmocni, gdy na podstawie *CNqCqp*, które są wyprowadzalne w systemie, z [8] i [9] wywnioskuje się zmienną *p*, z której przez podstawianie mogą powstać wszystkie wyrażenia sensowne.

33. Wynika stąd, że system *S* nie jest słabszy niż rachunek dwuwartościowy, lecz jest systemem całkowicie od niego różnym. Z jednej strony istnieją tezy systemu *S*, których w ogóle nie można zinterpretować w rachunku dwuwartościowym, takie jak *CTpNTp* i *CNTpTp*, a z drugiej strony można podać tezy dwuwartościowego rachunku, takie jak *CCNppp*, które w systemie *S* prowadzą do sprzeczności. W ten sposób na naszych oczach powstała całkowicie nowa logika, logika modalna, do której dążył ARYSTOTELES i scholastycy. Nie jest to jedyna możliwa forma trójwartościowej logiki zdań; istnieją różne typy systemów

trójwartościowych, które nie są do siebie nawzajem sprowadzalne, i niezliczone formy wyższych systemów wielowartościowych. Te różne formy wielowartościowej logiki zdań mają się do klasycznego dwuwartościowego rachunku zdań tak samo, jak różne systemy geometrii nieeuklidesowej do geometrii euklidesowej. Zachodzi tylko taka różnica: o ile geometrie nieeuklidesowe można interpretować w geometrii euklidesowej, o tyle interpretacja systemu wielowartościowego w systemie dwuwartościowym wydaje się wykluczona. Odwrotnie, możliwe jest różnorakie zinterpretowanie dwuwartościowej logiki zdań w systemie *S*, tak że rachunek trójwartościowy okazuje się rachunkiem mocniejszym i bogatszym od dwuwartościowego.

34. W ten sposób doszliśmy do najistotniejszego — spośród kiedykolwiek sformułowanych w matematyce — wyników, związanych z problemem jej podstaw. Rachunek zdań jest fundamentalną dyscypliną logiczną. Na rachunku tym nadbudowana jest cała logika, a na logice — matematyka. Skoro istnieją różne, niesprowadzalne do siebie nawzajem systemy logiki zdań, to muszą również istnieć różne systemy logiki predykatów, a na tych różnych systemach logicznych będą opierały się jakieś różne systemy teorii mnogości i arytmetyki. Nie pojawiły się jeszcze prace, które by szły w tym kierunku. Jak dotąd udało się nam stworzyć w sposób formalny i z najwyższą precyzją wielowartościowy system logiki zdań. Jeśli systemy takie mają znaleźć zastosowanie w matematyce, to muszą one zostać zanalizowane również od strony intuicyjnej. Że jest to możliwe, pokazuje przykład intuicjonistycznej logiki zdań. Oby zatem te najwyższej wagi badana fundamentalne były bliskie sercu wszystkim logikom i matematykom.

Przełożył Jerzy Pluta

DYSKUSJA
[Odpowiedzi J. ŁUKASIEWICZA]

1. Funkcja *Tp* jest ekstensjonalna z tych samych powodów, co i funkcje „*verum p*" i „*falsum p*", które również nie zależą od konkretnej wartości nadanej *p*, a więc mają wartość stałą — dokładnie tak, jak *Tp*.

Skądinąd „*verum p*" odpowiada *Cpp*, a „*falsum p*" — jej negacji. W matrycy trójwartościowej *Cpp* ma zawsze wartość 1, a *NCpp* zawsze 3; podobnie *Tp* ma zawsze wartość 2.

Co się tyczy intuicyjnej interpretacji przedstawionej logiki, to należy ją uznać za system modalny, w którym wartość 2 oznaczałaby możliwość. Już ARYSTOTE-

LES zwracał uwagę na to, że zdania odnoszące się do wydarzeń przyszłych mogą dziś nie być ani prawdziwe, ani fałszywe; wolno im zatem przypisać trzecią wartość, którą byłaby właśnie możliwość.

2. Funkcja *Tp* jest wyrażeniem najdogodniejszym do zaksjomatyzowania przedstawionego systemu logicznego; do tego celu można jednak posłużyć się także terminem oznaczanym przez *Mp*; jego znaczenie intuicyjne nie budzi żadnych wątpliwości: można go mianowicie zinterpretować jako „możliwość". Odpowiednia aksjomatyka przedstawiałaby się wówczas następująco:

1° *CNMpCNMpNp*
2° *CNMNpCNMNpp*
3° *CMpCMpMNp*
4° *CCpqCCNpqCCMpqq*

System ten nadaje się więc do interpretacji intuicyjnej. Nie można jednak zinterpretować intuicyjnie wszystkich funkcji definiowalnych w tym rachunku. Ich liczba (3^9) jest zbyt duża, aby w języku potocznym istniało wyrażenie odpowiadające każdej z nich.

Z tym samym zjawiskiem mamy zresztą do czynienia już w logice dwuwartościowej. Brak reprezentacji dla części (a nawet dla większości) możliwych funkcji nie stanowi zatem argumentu przeciwko intuicyjności danego systemu.

3. Formuła (1) [jeśli poprzednik nie jest powtórzony] traci ważność, ponieważ znaczenie implikacji [w logice trójwartościowej] nie pokrywa się ściśle z jej znaczeniem w logice tradycyjnej.

4. Skoro *Tp* przyjmuje zawsze wartość 2, która nie jest wartością najwyższą (prawdą), to nigdy nie można będzie wyprowadzić *Tp* z jednego z aksjomatów (5) i (6), a *NTp* z drugiego; nigdy więc nie dojdzie do powstania sprzeczności [...].

Jeśli chodzi o znaczenie logik wielowartościowych, to — jak się zdaje — w logice dwuwartościowej nie można zdefiniować modalności. W logice takiej nie można zdefiniować np. możliwości czy konieczności w taki sposób, aby oddać wszystkie intuicje z nimi związane. Jeśli zgodzimy się, że wszystkie przyjęte funkcje są ekstensjonalne, to logika modalna musi być wielowartościowa.

W logice dwuwartościowej brak odpowiednich funkcji ekstensjonalnych dla odróżniania możliwości od niemożliwości, przypadkowości od konieczności *etc.*

Przełożyła Wanda Jadacka

15. [MYŚLENIE RACJONALNE]
[Głos w dyskusji nad odczytem Kazimierza DOBROWOLSKIEGO „Studia nad myśleniem pierwotnym" wygłoszonym 23 kwietnia 1938 roku na XXXIV posiedzeniu naukowym Koła Naukoznawczego w Warszawie]

Nauka Polska
t. XXIV(1939) s. 228

Prof. J[an] ŁUKASIEWICZ podnosi potrzebę dokładniejszego zastanowienia się nad różnicą między myśleniem pierwotnym i racjonalnym. Podstawą racjonalnego myślenia jest logika. Nasze tłumaczenia zjawisk są przypuszczeniami. Wierzyć w hipotezę możemy wówczas, gdy ją sprawdzimy przez wnioskowanie dedukcyjne. Udowodnić, uzasadnić przypuszczenia nie możemy, podobnie jak i ludzie pierwotni. Wiele jest dziś poglądów na pozór dziwacznych, które nazywamy przesądami (np. wystrzeganie się złych myśli o kimś, żeby mu złą myślą nie zaszkodzić), które, być może, nie są przesądami. Racjonalność tych poglądów trzeba by było sprawdzić drogą naukową. Zdaniem mówcy, różnica między nami i człowiekiem pierwotnym polega na tym, że dziś lepiej sprawdzamy nasze przypuszczenia — że porządniej rozumujemy.

16. ZASADA INDYWIDUACJI
(The principle of individuation)

Proceedings of the Aristotelian Society. Supplementary volume. Berkeley and modern problems
vol. XXVII(1953), s. 69–82

Problem zasady indywiduacji jest problemem metafizycznym i jest trudny do zrozumienia bez uwzględnienia tła, które stanowi dla niego metafizyka arystotelesowska. Dobrze wiadomo, że zwolennicy tzw. Koła Wiedeńskiego odrzucali problemy metafizyczne jako bezsensowne. Warszawska Szkoła Logiczna, której jestem jednym z członków, była od początku w kontakcie z Kołem Wiedeńskim z powodu naszych wspólnych zainteresowań logiką matematyczną; nigdy jednak w Warszawie nie podzielaliśmy poglądów filozoficznych naszych wiedeńskich

kolegów.[12] W artykule „Logistyka i filozofia", opublikowanym w 1936 roku w *Przeglądzie Filozoficznym*, ogłosiłem swój pogląd na metafizykę, stwierdzając m.in. że nie wszystkie problemy metafizyczne są bezsensowne, lecz wszystkie wymagają starannej rewizji, opierającej się na nowoczesnej logice formalnej.[13] Z tego punktu widzenia spróbuję skomentować problem zasady indywiduacji.

1. Sformułowanie problemu. Problem zasady indywiduacji podniósł ARYSTOTELES, którego autorytet w dziedzinie metafizyki jest do dziś niezaprzeczalny. ARYSTOTELES był w istocie wielkim logikiem, a jego mistrzowska teoria sylogizmu asertorycznego pozostanie na zawsze trwałym osiągnięciem.[14] Nie dostrzegł on jednak, że podstawowym systemem logicznym nie jest logika nazw, której sylogistyka jest jedynie częścią, lecz logika zdań, stworzona po nim przez stoików; nie włączył on w swoją sylogistykę w sposób systematyczny zdań jednostkowych, które mają dla metafizyki ogromne znaczenie, a jego błędy i niespójności w logice modalnej, z którą związane są tak ważne terminy metafizyczne, jak konieczność i możliwość, z trudem znajdują usprawiedliwienie. Jeśli wielki filozof, taki jak ARYSTOTELES czy KANT, robi błąd lub przeprowadza niejasne rozumowania, to mamy skłonność nie ganić go, lecz szukać takiej interpretacji, która wyjaśniłaby i ocaliła jego myśl. Stąd się biorą obszerne komentarze do prac wszystkich wielkich filozofów. Moim zdaniem lepiej jest pójść prostą drogą i nazwać po imieniu błędy i niejasności.

Nie jestem w stanie podać ścisłego sformułowania naszego problemu w języku metafizyki arystotelesowskiej z powodu niejasności terminologii metafizycznej ARYSTOTELESA. Problem zasady indywiduacji — tak jak go rozumiem — przedstawia się następująco.

Każde indywiduum (τοδε τι), np. SOKRATES, jest całością (συνολον) złożoną z dwóch składników: materii (υλη) i formy (ειδος). Który z tych dwóch składników, materia czy forma, jest źródłem indywidualności?

ARYSTOTELES daje różne odpowiedzi na to pytanie w różnych częściach *Metafizyki*.[15] Odpowiedzi jego nie zawsze są jasne; najjaśniejszy fragment brzmi tak: „Całość jest tą właśnie określoną formą ciała i kości tworzących SOKRATESA i KALIASA, różniących się materią (bo materia jest rzeczywiście różna), ale identycznych pod względem formy, bo ich forma jest niepodzielna".[16]

---

[12] Zob. K. AJDUKIEWICZ, „Der logistische Antiirationalismus in Polen", *Erkenntnis*, vol. 5, 1935, s. 151–161.

[13] Zob. J. ŁUKASIEWICZ, „Logistyka a filozofia", *Przegląd Filozoficzny*, r. 39, 1936, s. 115–131.

[14] Zob. J. ŁUKASIEWICZ, *Aristotle's syllogistic form the standpoint of modern formal logic*, Oxford, Clarendon Press, 1951.

[15] Zob. Aristotle's *Metaphysics* (a revised text with introduction an commentary by W. D. Ross), Oxford, Clarendon Press, 1924, vol. 1, s. CXV–CXIX.

[16] *Met.* Z 8, 1034[a] 5: το δ'απαν ηδη, το τοιονδε ειδος εν ταισδε ταις σαρξι και οστοις, Καλλιας και Σωκρατης· και ετερον μεν δια την υλην (ετερα γαρ), ταυτο δε τω ειδε (ατομον γαρ το ειδος). Przekład według Sir Davida ROSSA, *l.c.*, vol. 1, s. CXVI, poza tym, że ειδος jest wszędzie tłumaczony jako

Jeśli przyjmiemy, że „materia" to „materiał" lub „tworzywo", a „forma" to „kształt", wszystko wydaje się jasne, jak gdyby nie było tu w ogóle żadnego problemu. Przy tej interpretacji jasna jest w szczególności różnica między materią a formą. Mamy rzeczy z tego samego materiału, ale o różnym kształcie, np. posąg (ανδριας) lub kulę (σφαιρα), i rzeczy z różnego materiału, ale o tym samym kształcie, np. posąg z kamienia (λιθινος) lub z brązu (χαλκος). Wydaje się oczywiste, że wszystkie te rzeczy są indywiduami dzięki swej materii, jako że każdy kawałek materii zajmuje w danym czasie swe własne miejsce i różni się od wszystkich innych rzeczy materialnych w świecie. Ale arystotelesowska „materia" i „forma" są terminami metafizycznymi i mają znaczenie metafizyczne, które bardzo trudno uchwycić. Zacznijmy od „materii".

2. Materia arystotelesowska. Czytamy w *Metafizyce* następującą definicję materii: „Materią nazywam to, co samo przez się nie jest ani określoną rzeczą, ani nie jest ilością, ani żadną inną kategorią określającą byt". Powtarza się to kilka wierszy dalej: „Ostateczny substrat (το εσξατον) nie jest sam przez się ani poszczególną rzeczą, ani określoną ilością, ani żadną inną kategorią; nie jest też ich zaprzeczeniem, bo również zaprzeczenia będą mu przysługiwały akcydentalnie".[17]

Jeśli dobrze rozumiem te słowa, według ARYSTOTELESA żaden sąd z „materią" jako podmiotem nie może być prawdziwie stwierdzony. Nieprawda, że „materia jest kamieniem" (rzeczą), ani że „materia jest rozciągła" (ilość), ani że „materia jest biała" (jakość) itd. Nawet negacji: „Materia nie jest kamieniem" czy „Materia nie jest biała" nie można prawdziwie stwierdzić o materii «w sobie». Wnoszę stąd, że materia arystotelesowska nie ma w ogóle żadnych cech. To, że nie jest to tylko moje własne wrażenie, jasno wynika z następującej wypowiedzi Sir Davida ROSSA, który mówi komentując fragment odrzucający negacje o materii: „Jest to pewna trudność; można by przypuszczać, że to właśnie istota materii, tak jak ją rozumie ARYSTOTELES, powinna nie być τι, ani ποσον *etc.* Zdaje się on jednak tu wyczuwać, że mówiąc nawet coś takiego o niej, przypisujemy jej pewną cechę, podczas gdy jej cechą jest nie mieć żadnej cechy."[18]

Cokolwiek niejasne wyrażenie „w sobie" (καθ' αυτο; ARYSTOTELES przypisuje pięć znaczeń temu wyrażeniu w swym słowniku terminów filozoficznych)[19] przy-

---

„forma". [Zob. ARYSTOTELES, *Metafizyka* (tłum. Kazimierz LEŚNIAK), Warszawa, PWN 1963, s. 177; dopisek mój, JJJ.]

[17] *Met.* Z 3, 1029[a] 20: λεγω δ'υλην η καθ' αυτην μητε τι μητε ποσον μητε αλλο μηδεν λεγεται οις ωρισται το ον ... 24: το εσχατον καθ' αυτο ουτε τι ουτε ποσον ουτε αλλο ουδεν εστιν· ουδε δη αι αποφασεις, και γαρ αυται υπορξουσι κατα συμβεβηκος. [Zob. ARYSTOTELES, *op. cit.*, s. 162; dopisek mój, JJJ.]

[18] *L.c.*, vol. 2, s. 165.

[19] *Met.* Δ 18; zob. ROSS, *l.c.*, vol. 1, s. 333.

pomina mi sławne kantowskie *„an sich"* i ośmielam się wygłosić pogląd, że arystotelesowska „materia w sobie" jest poprzedniczką kantowskiej *Ding an sich*, i krewniaczką *Nichts* HEIDEGGERA. Zgodnie z ARYSTOTELESEM materia jest niepoznawalna w sobie,[20] i taka sama jest także zgodnie z KANTEM jego *Ding an sich*.

Zobaczymy na podstawie analizy logicznej, że arystotelesowska idea materii pociąga za sobą sprzeczność. Najpierw jednak chciałbym stwierdzić, że nic nie można wyjaśnić za pomocą terminów [odnoszących się do przedmiotów], które nie mają żadnych cech. Niektórzy filozofowie scholastyczni próbowali wyjaśnić tzw. zmianę substancjalną, tj. zmianę jednej substancji w inną — jak wina w ocet lub drewna w popiół — za pomocą arystotelesowskiej idei materii, nazywanej przez nich „pierwszą materią".[21] Zmiana taka implikuje według nich podmiot substancjalny, który się zmienia; inaczej bowiem mielibyśmy unicestwienie i stworzenie, nie zaś zmianę. Rozumowali oni dalej, że skoro podmiot taki musi być wspólny dla dwóch odrębnych substancji, to on sam nie powinien posiadać żadnej cechy którejkolwiek z nich, a więc powinien być zupełnie nieokreślony i pozbawiony cech. Zakładają oni jednak, że ten pozbawiony cech podmiot pozostaje ten sam w czasie zmiany, co pociąga za sobą to, że ma on przynajmniej cechę bycia i pozostawania tożsamym z samym sobą. Bez tego założenia, które jest niezgodne z arystotelesowską definicją materii, wyjaśnienie zmiany substancjalnej byłoby niemożliwe.

3. Forma arystotelesowska. Przejdźmy do drugiego składnika indywiduum — do formy. Jedyny fragment *Metafizyki*, który przypomina definicję tego terminu, wygląda następująco: „Formą nazywam istotę".[22] „Istota" nie jest dosłownym przekładem greckiego το τι εη ειναι; jej dokładniejszy sens, podany przez Sir Davida ROSSA jest taki: „odpowiedź na pytanie, co to było, aby być takie-a-takie".[23] Muszę wyznać, że nie rozumiemiem jasno ani oryginału greckiego, ani przekładu angielskiego. Wskazówkę, jak należy rozumieć słowo „istota", można znaleźć w następującej wypowiedzi ARYSTOTELESA: „Istnieje istota tylko tych rzeczy, których pojęcie (λογος) jest definicją (ορισμος)".[24] Forma zatem ma jakiś związek z definicją.

Związek ten prowadzi wstecz do SOKRATESA. ARYSTOTELES mówi, że „dwa [...] odkrycia można słusznie przypisać SOKRATESOWI: wnioskowanie indukcyjne [...] i ogólną definicję [...]. SOKRATES jednak nie przyznawał oddzielnego istnienia

---

[20] *Met.* Z 10, 1036[a] 8: η δ'υλη αγνωοστος καθ' αυτην.

[21] Zob. R. P. PHILLIPS, *Modern thomistic philosophy*, London 1934, vol. 1, s. 42. „Pierwsza" znaczy tu to samo, co arystoteleowska „ostateczna" (εσχατον; zob. przypis 17).

[22] *Met.*, Z 10, 1035[b] 32; ειδος δε λεγω το τι ην ειναι. [Zob. ARYSTOTELES, *op. cit.*, s. 183; dopisek mój. JJJ.]

[23] Zob. *l.c.*, vol. 1, s. 127.

[24] *Met.* Z 4, 1030[a] 6: το τι ην ειναι εστιν οσωον ο λογος εστιν ορισμος. [Zob. ARYSTOTELES, *op. cit.*, s. 164; dopisek mój, JJJ.]

(χωριστα) ani ogółom, ani definicjom. Dopiero jego następcy (tj. platończycy) przyznali im oddzielne istnienie i nazwali je ideami."[25] To krótkie, ale wyjątkowo jasne sformułowanie rzuca pewne światło na znaczenie „formy" (ειδος, ιδεα). SOKRATES był pierwszym [filozofem], który badał cnoty etyczne[26] pytając „Co to jest miłość" lub „Co to jest sprawiedliwość", sądząc, że poprzez udzielenie odpowiedzi na takie pytania będzie w stanie zobaczyć «istotę» tych cnót. To, co w rzeczywistości robił, było jednak rozwiązywaniem problemu „Co znaczą, po grecku oczywiście, słowa „miłość" lub „sprawiedliwość" ", i podejmowaniem prób określenia ich znaczenia przez rozumowania indukcyjne w formie definicji. Uważał on, jak się zdaje, definicje terminów ogólnych za konieczny warunek rozsądnego mówienia o rzeczach oznaczanych przez te terminy. Jego następca, PLATON, pozostawał w młodości pod wpływem heraklitejskiej zasady płynności rzeczy zmysłowych, i zdawał sobie sprawę, że nauka o takich zmiennych przedmiotach nie jest możliwa. Powszechniki definiowane metodą sokratejską stanowiły przedmioty stałe, które mogły dać trwałą podstawę badaniom naukowym. Zastosował on tę metodę nie tylko do terminów etycznych, lecz i do innych powszechników, takich jak „człowiek". Źródło jego doktryny o ideach — jak mi się zdaje — wygląda następująco. Termin ogólny typu „człowiek" musi mieć gdzieś obiektywny korelat, tak jak termin jednostkowy „SOKRATES" ma obiektywny korelat w żywym indywiduum. Ale człowiek jako powszechnik nie istnieje w świecie rzeczywistym; stąd musi być inny świat, świat idei, gdzie można znaleźć człowieka w ogóle. Była to oczywiścia czysta mitologia (φιλομυθος o φιλοσοφος) i została słusznie odrzucona przez ARYSTOTELESA, które przeniósł platońskie idee jako formy do świata materialnego. Jeśli to wyjaśnienie jest poprawne, to forma rzeczy indywidualnej byłaby obiektywnym korelatem powszechnika i można by ją nazwać zgodnie z trafnym wyrażeniem Sir Davida ROSSA „wewnętrzną naturą rzeczy", która czyni rzecz tym, czym ona jest, i jest ujawniania w definicji.[27]

4. Uwagi krytyczne o arystotelesowskich ideach definicji i formy. Metoda sokratejska otworzyła królewską drogę do analitycznej wiedzy *a prori*. Zastosowana do terminu „człowiek", który zdefiniowany został jako „zwierzę dwunożne" (ζωον διπουν), stała się źródłem takich prawd, jak „Każdy człowiek jest zwierzęciem". Zdanie to jest przecież prawdziwe nie dlatego, że istotą człowieka jest bycie zwierzęciem, lecz dlatego, że przez termin „człowiek" rozumiemy pew-

---

[25] *Met.* M 4, 1078[b] 27; δυο γαρ εστιν α τις αν αποδοιη Σωκρατει δικαιως, τους τ' επακτικους λογους και το οριζεσθαι καθολου ... αλλ' ο μεν Σωκρατης τα καθολου ου χωριστα εποιει ουδε τους ορισμους· οι δ'εχωρισταν, και τα τοιαυτα των οντων ιδεας προσηγορευσαν. [Zob. ARYSTOTELES, *op. cit.*, s. 337; dopisek mój, JJJ.]

[26] *Ibid.*[b] 17: Σοκρατους δε περι τας ηθικας αρετας πραγματευομενου και περι τουτων οριζεσθαι καθολου ζητουντος πρωτον ...

[27] *L.c.*, vol. 1, s. XCIV.

ne zwierzę. Wszystkie definicje są nominalne i mogą dać jedynie prawdy analityczne. Aby dowiedzieć się, co jest istotą człowieka, nie może oprzeć się na znaczeniu słów, lecz musimy zbadać same indywidua ludzkie, ich anatomię, histologię, fizjologię, psychologię itd., a to jest przedsięwzięcie, które nie ma końca. Nawet dzisiaj nie jest paradoksem powiedzieć, że człowiek jest bytem nieznanym.

Jednakże odkrycie sądów analitycznych miało wielką wagę filozoficzną i uległo wkrótce egzageracji, jak każde wielkie odkrycie. ARYSTOTELES powiada w *Analitykach wtórych*, że zasady rozumowań dowodowych są definicjami.[28] Jest to z pewnością fałsz. Żadna nauka nie rozpoczyna od definicji. Nauki indukcyjne rozpoczynają od faktów, nauki dedukcyjne zaś od sądów pierwotnych, uznawanych bez dowodu, tzw. aksjomatów, i od niezdefiniowanych terminów pierwotnych, których sens określany jest przez aksjomaty, w których [te terminy] występują. ARYSTOTELES widział *regressus in infinitum* w tych pierwszych — nie widział zaś go w tym drugich.

Nowoczesny pogląd na definicję jest całkowicie różny od arystotelesowskiej koncepcji definicji przez *genus* i *differentia*, która wywodzi się od platońskiej definicji przez podział (διαιρεσις). Rozumiemy dziś przez definicję równoważność — i w następstwie tego dwa człony definicji, *definiendum* i *definiens*, nie są nazwami lecz wyrażeniami zdaniowymi. Zdania podmiotowo-orzecznikowego, np. „Człowiek jest to zwierzę dwunożne" nie uważa się za definicję; powiedzielibyśmy zamiast tego: „*a* jest człowiekiem" znaczy to samo, co — albo jest równoważne z — „*a* jest dwunożnym zwierzęciem". *Definiendum* zawiera termin nowo wprowadzony, *definiens* zaś powinien składać się ze stałych pierwotnych lub z terminów za pomocą nich zdefiniowanych, a żadna zmienna rzeczywista występująca w *definiendum* nie powinna występować w *definiensie* i odwrotnie. Definicje, które spełniają trzy powyższe warunki można nazwać „dobrze ułożonymi".

Nie jest wcale konieczne, aby dobrze ułożone definicje odnosiły się do *genus* i *differentia*. Definicja relacji „mniejsze od" w teorii liczb naturalnych 1, 2, 3, ... *in inf.* brzmi: „*a* jest mniejsze od *b*" znaczy to samo, co „Dla pewnego *c*, *c* plus *a* równa się *b*". Jest to dobrze ułożona definicja, jeżeli „plus" i „równa się" są terminami pierwotnymi, a jednak nie odwołuje się ona do *genus* i *differentia*. Znaczy to tylko, że zamiast wyrażenia złożonego „Dla pewnego *x*, *x* plus *a* równa się *b*" możemy zawsze użyć [wyrażenia] prostszego „*a* jest mniejsze od *b*". Większość logików nowoczesnych traktuje definicje jako zwykłe skróty i żywi przekonanie, że definicje są czymś teoretycznie zbędnym.[29] Z tego punktu widzenia żadna definicja nie może wyjaśnić «wewnętrznej natury» rzeczy.

---

[28] *An. post.* B 3, 90^b 24: αι αρχαι των αποδειξεων οριομοι.

[29] Zob. A. N. WHITEHEAD & B. RUSSELL, *Principia mathematica*, Cambridge 1910, vol. 1, s. 12.

Muszę dodać, że jest wiele fragmentów *Metafizyki* związanych z naszym problemem, które nie odznaczają się ścisłością lub są wzajemnie niespójne. Weźmy dwa przykłady. ARYSTOTELES zdaje się nie widzieć różnicy między definicją, która jest zawsze λογος, tj. ciągiem słów, a jej obiektywnym korelatem — formą. Mówi więc np.: „Człowiek i koń oraz cokolwiek innego orzekanego ogólnie o indywiduach, nie jest substancją, lecz złożeniem (συνολον) téj definicji (λογος) i tej materii (υλη) wziętych ogólnie".[30] Wprowadza się tu „materię pojęciową" (υλη νοητη), a powszechniki mają się składać z takiej materii i z definicji jako formy. Że nie jest to *lapsus calami*, wynika z innego fragmentu, gdzie czytamy takie trochę śmieszne zdanie: „KALLIAS jest to pojęcie z materią".[31] Powstaje poważna niespójność, jeżeli porównamy cztery następujące zdania: Indywidua składają się z materii i formy;[32] forma jest istotą;[33] tylko te rzeczy mają istotę, które są definiowalne;[34] indywidua są niedefiniowalne.[35] Jeżeli są one niedefiniowalne, to nie mają istoty, a w następstwie tego formy, co jest niezgodne z twierdzeniem, że składają się one z materii i formy.

Arystotelesowska idea formy, w przeciwieństwie do jego idei materii, nie pociąga za sobą — jak sądzę sprzeczności — ale z powodu swej niejasności nie wyjaśnia niczego.

5. Ontologia LEŚNIEWSKIEGO. Myślę, że problemu zasady indywiduacji nie można rozwiązać na gruncie metafizyki arystotelesowskiej, ponieważ na tym gruncie nie jest on dostatecznie zrozumiały. Rozwiązanie [tego problemu] wymaga — jak wiele innych problemów metafizycznych — solidniejszej podstawy, którą można otrzymać przez rekonstrukcję całej «filozofii pierwszej».

Czy taka rekonstrukcja jest możliwa? Myślę, że jest i że został już zrobiony wielki krok w tym kierunku. Mam na myśli system logiczny stworzony przez mego kolegę, LEŚNIEWSKIEGO, nazwany przez niego „ontologią".[36] System ten jest mało znany w tym kraju [tj. w Wielkiej Brytanii], ponieważ ani sam autor nie sporządził z niego pełnego sprawozdania, ani też nie są łatwo dostępne odpo-

---

[30] *Met.* Z 10, 1035[b] 27: ο δ'ανθρωπος και ο ιππος και τα ουτως επι των καθ εκαστα, καθολον δε, ουκ εστιν ουσια αλλα συνολον τι εκ τουδι του λογον και τησδι της υλης ως καθολου. [Tutaj daję przekład z angielskiego, albowiem tłumaczenie polskie — *l.c.*, s. 183 — przesądza, że chodzi o wyrażenia, a nie ich desygnaty; dopisek mój, JJJ.]

[31] *Met.* I 9, 1058[b] 10: ο δε Καλλιας εστι ο λογος μετα της υλης. [Zob. ARYSTOTELES, *op. cit.*, s. 264; dopisek mój, JJJ.]

[32] Zob. przypis 14.

[33] Zob. przypis 20.

[34] Zob. przypis 24.

[35] *Met.* Z 10, 1036[a] 2: του δε συνολου ηδη, οιον κυκλου τουδι και των καθ' εκαστα τινος η αισθητου η νπητου — λεγω δε νοητους μεν οιον τους μαθηματικους, αισθητους δε οιον τους χαλκους και τους ξνλινους — τουτων δε ουκ εστιν ορισμος.

[36] Stanisław LEŚNIEWSKI, ur. 1886, był od 1919 roku aż do śmierci w maju 1939 roku profesorem filozofii matematyki w Uniwersytecie Warszawskim.

wiednie artykuły.[37] Chodzi tu o niezwykle bogaty system, zbudowany z najwyższą starannością i dokładnością, tak że zasługuje na naszą najwyższą uwagę. Dam tutaj jego krótki opis.

Zacznę od wspomnienia osobistego. Było to w roku 1921. Byłem niezadowolny z nieścisłego opisu łącznika „jest", podanego przez PEANA, i z niejasnego symbolu ε w teorii mnogości. W trakcie dyskusji logicznej zapytałem LEŚNIEWSKIEGO, co on rozumie przez wyrażenie „*a* jest *b*". Otrzymałem odpowiedź, że używa on tego wyrażenia w sensie potocznym. Byłem nadal niezadowolony, gdyż sądziłem, że łącznik „jest" powinien być albo zdefiniowany, albo opisany przez aksjomaty, jeżeli ma być terminem pierwotnym. Po pewnym czasie LEŚNIEWSKI powiedział mi, że znalazł potrzebny aksjomat, siedząc na ławce w Ogrodzie Saskim w Warszawie.

Jedynym terminem pierwotnym występującym w ontologii LEŚNIEWSKIEGO jest łącznik „jest" (εστιν). Inne stałe należą albo do rachunku zdań, jak „jeżeli-to", „nie", „i", albo do rachunku kwantyfikatorów, jak „dla każdego" i „dla pewnego". Litery *a*, *b*, *c*, ... są zmiennymi nazwowymi mającymi jako wartości nazwy dowolnego rodzaju: jednostkowe, ogólne i puste. System był początkowo oparty na jednym aksjomacie, zbudowanym w postaci równoważności, i składającym się z następujących czterech wyrażeń:

(1) *a* jest *b*.

(2) Dla każdego *c*, jeżeli *c* jest *a*, to *c* jest *b*.

(3) Dla pewnego *c*, *c* jest *a*.

(4) Dla każdego *c* i *d*, jeżeli *c* jest *a* i *d* jest *a*, to *c* jest *d*.

Aksjomat ma schemat:

(A) (1) — zawsze i tylko, gdy — (2) i (3) i (4).

Znaczy to: „(*a* jest *b*) — zawsze i tylko, gdy — (dla każdego *c*, jeżeli *c* jest *a*, to *c* jest *b*) i (dla pewnego *c*, *c* jest *a*) i (dla każdego *c* i *d*, jeżeli *c* jest *a* i *d* jest *a*, to *c* jest *d*)". Przykład: „(SOKRATES jest człowiekiem) — zawsze i tylko, gdy — (dla każdego *c*, jeżeli *c* jest SOKRATESEM, to *c* jest człowiekiem) i (dla pewnego *c*, *c* jest SOKRATESEM) i (dla każdego *c* i *d*, jeżeli *c* jest SOKRATESEM i *d* jest SOKRATESEM, to *c* jest *d*)".

Reguły wnioskowania obejmują — poza zwykłymi regułami podstawiania i odrywania — starannie wypracowane reguły definicji, w szczególności tzw. definicji ontologicznych, które nazywam „*quasi*-definicjami", ponieważ włączają

---

[37] Ogólny opis ontologii można znaleźć w: S. LEŚNIEWSKI, „Über die Grundlagen der Ontologie", *Comptes Rendus de Séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie*, vol. 23, 1930, Cl. III. Zob. także: Z. JORDAN, „The development of mathematical logic and of logical positivism in Poland between the two wars", *Polish Science and Learning*, no 6, Oxford 1945; B. SOBOCIŃSKI, „L'Analyse de l'antinomie Ressellienne par Leśniewski", *Methodos*, vol. 1–2. Milano 1949–1950; K. AJDUKIEWICZ, „On the notion of existense", *Studia Philosophca*, vol. IV, Poznań 1951.

one pewne własności terminów pierwotnych nie dedukowalne z owego aksjomatu.

6. Ontologiczne implikacje ontologii LEŚNIEWSKIEGO. Ontologia, czyli teoria bytu (το ov), jest częścią metafizyki; idee ontologiczne mają więc wielkie znaczenie metafizyczne. Wyjaśnijmy pewne idee tego rodzaju na gruncie ontologii LEŚNIEWSKIEGO.

Z aksjomatu (A) wynika, że zdanie o postaci „*a* jest *b*" może być uznane za prawdziwe tylko wtedy, gdy *a* jest terminem jednostkowym. Zdania z terminem ogólnym jako podmiotem, jak np. „Człowiek jest śmiertelny" lub „Człowiek jest człowiekiem", są fałszywe, ponieważ implikują one fałszywą konsekwencję: „Jeżeli *c* (SOKRATES) jest człowiekiem i *d* (KALLIAS) jest człowiekiem, to *c* jest *d* (SOKRATES jest KALLIASEM)". Możliwe prawdy: „*a* jest *a*", nie zawierające określonego *a* — w rodzaju „Byt jest bytem" — nie są w ogóle prawdami. Możemy powiedzieć tylko: „Wszelkie *a* jest *a*" i „Wszelki byt jest bytem", ponieważ arystotelesowska przesłanka „Wszelkie *a* jest *b*" jest definiowalna za pomocą „*a* jest *b*", a jego cała sylogistyka jest częścią właściwą ontologii LEŚNIEWSKIEGO.

Z aksjomatu (A) możemy otrzymać tezę: „Jeżeli *a* jest *b* i *b* jest *c*, to *a* jest *b* i *b* jest *a*". Z kolei „*a* jest *b* i *b* jest *a*" znaczy dokładnie to samo, co „*a* jest tożsame z *b*". Jeśli więc przesłanki „*a* jest *b*" i „*b* jest *c*" są prawdziwe, to zarówno *a*, jak i *b* muszą być terminami jednostkowymi; widzimy więc, że termin jednostkowy może być orzecznikiem w zdaniu prawdziwym tylko wtedy, gdy jest tożsamy z podmiotem. Terminy jednostkowe są zatem ostatecznymi podmiotami wszystkiego, i w ten sposób otrzymujemy jasną ideę arystotelesowskiego *substratum* (υποκειμενον).[38]

W ontologii LEŚNIEWSKIEGO można zdefiniować dwie inne ważne idee za pomocą łącznika „jest": „istnienie" i „byt". Wyrażenie „*a* istnieje (εστιν)" znaczy zgodnie z nim: „Dla pewnego *c*, *c* jest *a*". Czarne łabędzie istnieją, jeżeli pewne indywiduum jest czarnym łabędziem. Wyrażenie „*a* jest bytem (*ens*, ov)" znaczy: „Dla pewnego *c*, *a* jest *c*". Atlantyda jest *ens*, jeżeli coś może być o niej prawdziwie orzeczone.[39] *Non entis nulla attributa.* Ponieważ można dowieść w tym systemie, że wyrażenie „Dla pewnego *c*, *a* jest *c*" i „*a* jest *a*" są równoważne, to „*a* jest bytem" można także zdefiniować przez „*a* jest *a*".

Możemy teraz pokazać, że arystotelesowska idea materii pociąga za sobą sprzeczność. Arystotelesowska materia nie ma w ogóle żadnych cech; jest *non ens*. Może więc zostać zdefiniowana następująco:

(B) *a* jest materią — zawsze i tylko, gdy — *a* jest *a* i dla każdego *b*, *a* nie jest *b*. Z *definiensa* po prawej stronie wynika niemal natychmiast sprzeczność:

---

[38] *Met.* Z 3, 1028[b] 36: το δ'υποκειμενον εστι καθ' ου τα αλλα λεγεται, εκεινο δε αυτο μηκετι κατ' αλλου.

[39] Oba przykłady zawdzięczam AJDUKIEWICZOWI; zob. jego artykuł cytowany w przypisie 37.

„*a* jest *a* i *a* nie jest *a*". Definicja (B) jest „ontologiczną" definicją typu „*a* jest *X*", gdzie „*X*" jest nowo wprowadzonym terminem, a zgodnie z LEŚNIEWSKIM wszystkie poprawne definicje tego typu muszą zawierać w *definiensie* czynnik „*a* jest *a*", tj. „*a* jest bytem". Jeśli opuścimy ten czynnik, to otrzymamy sprzeczność w samym systemie. RUSSELLA definicja klasy *w* wszystkich tych klas, które nie są swoimi elementami: „*x* jest *w* — zawsze i tylko, gdy — *x* nie jest *x*" jest niepoprawna i prowadzi w konsekwnecji do antynomii.[40]

7. Wskazówki do rozwiązania problemu indywiduacji. Terminy jednostkowe, ogólne i puste w ontologii LEŚNIEWSKIEGO są wszystkie tej samej kategorii semantycznej. Łącznik „jest", podobnie jak stałe zdaniowe „jeżeli-to" czy „i", należą do innej kategorii semantycznej, nazywanej „funktorami". Dwie te kategorie mają wiele wspólnego z arystotelesowską materią i formą.

Rozważając problemy metafizyczne ARYSTOTELES nie tylko rozważa indywidua realne, takie jak SOKRATES czy KALLIAS, lecz także przedmioty myślowe, takie jak liczby. Liczby, zgodnie z nim, składają się z materii i formy. Materią liczby 2 są dwie jednostki, ale co uznaje on za jej formę, nie jest dla mnie zrozumiałe.[41] Nie widzi on, że forma liczby 2 jest reprezentowana przez funktor „plus". Liczba 2, która równa jest 1 + 1, jest całością, która składa się z dwóch jednostek jako materii i dodawania jako formy. Innym abstrakcyjnym przykładem jest sylogizm arystotelesowski. ARYSTOTELES nie używa słowa υλη w swoich *Analitykach*, ale jego komentator, ALEKSANDER, nazywa tym słowem terminy sylogizmu, tj. podmioty i orzeczniki przesłanek i wniosku, będąc w pełni świadomy, że poza terminami trzeba wziąć pod uwagę ich układ i formę (σχημα).[42] Tryb *Barbara* np.: „Jeżeli każde *a* jest *b* i każde *b* jest *c*, to każde *a* jest *c*", jest całością złożoną z terminów *a*, *b* i *c* jako materii, oraz z funktorów „każde-jest", „jeżeli-to" i „i" odpowiednio ułożonych jako forma.

Zastosujmy te idee do indywiduum realnego. SOKRATES, jak dowolne inne indywiduum, jest całością, tj. jednością, która jest także numerycznie jednym (εν) bytem różnym od wszystkich innych rzeczy na świecie. Nie możemy powiedzieć, że materia jest zasadą jego indywidualności; tłumaczyłoby to tylko jego numeryczną jedyność, ale nie wyjaśniałoby jedności od urodzenia do śmierci. Materia SOKRATESA, jego ciało i kości, są zmienne, i pijąc cykutę nie był on materialnie taki sam, jak [wtedy, gdy] urodziła go FENARETA. A jednak zawsze był tym samym SOKRATESEM: synem SOFRONISKA i FENARETY. Zasada jego jedności i jedyności nie może być czymś materialnym.

---

[40] Zob. *Principia mathematica*, *l.c.*, s. 63; B. SOBOCIŃSKI, *l.c.*, *Methodos*, vol. 2, s. 248.

[41] *Met.* M 8, 1084^{b} 5: εκαστη γαρ των μοναδων μοριον του αριθμου ως υλη, ο (*scil.* ο αριθμοσ) δ' ως ειδος.

[42] Zob. moją książkę o sylogistyce ARYSTOTELESA, s. 8, przypis 2.

Jedność dowolnej rzeczy złożonej wymaga, moim zdaniem, niematerialistycznej zasady: formy lub funktora. Liczba 2 jest jednością nie dzięki swej materii, lecz dzięki swej formie. Źródłem tej jedności jest funktor liczbotwórczy „plus". Tryb sylogistyczny *Barbara* jest jednością nie dzięki swej materii — tj. terminom *a*, *b* i *c* — lecz dzięki głównemu funktorowi „jeżeli-to", który będąc funktorem zdaniotwórczym nadaje razem z innymi funktorami temu trybowi jedność w formie implikacji. Ciało ludzkie składa się z niezliczonej liczby małych cząstek materialnych: atomów, elektronów czy czegokolwiek jeszcze — zostawmy to fizykom — ale człowiek jest jednością i nie da się wyjaśnić tej jego jedności za pomocą rzeczy materialnych. Każdy indywidualny człowiek ma jakąś strukturę wewnętrzną, jak każda liczba lub tryb sylogistyczny, i struktura ta określona jest za pomocą relacji oznaczanych przez funktory. Wśród tych relacji musi być relacja zasadnicza, która tłumaczy jedność i jedyność indywidualnego człowieka, i pozostaje ta sama przez całe jego życie.

Przełożył Jacek J. Jadacki

III. RACHUNEK KLASYCZNY

1. O STOSUNKACH LOGICZNYCH
[Odczyt wygłoszony 29 marca 1904 roku na IV posiedzeniu naukowym PTF we Lwowie]

Przegląd Filozoficzny
r. VII(1904) z. 2 s. 245

Przez stosunki logiczne należy rozumieć stosunki, zachodzące między sądami ze względu na ich prawdziwość lub mylność. Stosunków takich odróżnić można dwie kategorie: (1) stosunki logicznej niezależności; (2) stosunki logicznej zależności. Stosunki drugiej kategorii, które zachodzą wszędzie tam, gdzie z prawdziwością lub fałszywością sądu jednego łączy się w sposób konieczny prawdziwość lub fałszywość sądu drugiego, dzielą się na rozmaite rodzaje lub typy. Prelegent starał się wyliczyć wszystkie rodzaje stosunków logicznej zależności, zachodzących między dwoma sądami, ułożyć je systematycznie i przeprowadzić dowód, że podział jego jest wyczerpujący. W tym celu skonstruował figurę, którą nazwał „bikwadratem logicznym", a która przedstawia w sposób symboliczny związki, zachodzące pomiędzy ośmioma prostymi stosunkami zależności logicznej, dającymi się wyróżnić na podstawie praw kombinatoryki. Na mocy tych związków doszedł prelegent do wniosku, że istnieje tylko pięć rodzajów stosunków zależności logicznej czyli koniecznych związków logicznych, łączących dwa sądy: (1) stosunek racji [do] następstwa; (2) równoważność; (3) przeciwieństwo; (4) podprzeciwieństwo; (5) sprzeczność. Omówiwszy niektóre właściwości tych stosunków, przeciwstawił prelegent swojemu «bikwadratowi logicznemu», «kwadrat logiczny» tradycyjnej logiki formalnej, wykazując rozliczne błędy i braki, na które narażona jest w tych kwestiach tradycyjna logika formalna.

2. W SPRAWIE ODWRACALNOŚCI STOSUNKU RACJI I NASTĘPSTWA

Przegląd Filozoficzny
r. XVI(1913) z. 2–3 s. 298–314

Treść niniejszej rozprawy była przedmiotem odczytu, który wygłosiłem na CXLII posiedzeniu naukowym Polskiego Towarzystwa Filozoficznego dnia 10 maja 1913.

Przedstawiając w wykładach, mianych w Uniwersytecie Lwowskim w półroczu zimowym 1912/13, teorię rozumowania, wyraziłem przypuszczenie, że jeśli wszystkie następstwa jakiejś racji są prawdziwe, to i racja musi być prawdziwa. Przypuszczenie to nasunęło mi się naprzód przy omawianiu tego rodzaju rozumowania, które nazywam sprawdzaniem. W sprawdzaniu obieramy za punkt wyjścia rozumowania jakiś sąd niepewny, np. jakąś hipotezę lub generalizację, i szukamy sądów pewnych, które byłyby następstwami danego sądu niepewnego. Jeżeli przy tym choć jedno następstwo okaże się fałszywe, to cel rozumowania jest spełniony, bo wiemy wtedy, że dany sąd niepewny, będąc racją sądu fałszywego, jest także fałszywy. Jeżeli natomiast wszystkie następstwa, jakie zdołaliśmy wykryć, są prawdziwe, to nie możemy stąd jeszcze wnioskować, że i racja jest prawdziwa, gdyż z prawdziwości następstwa nie wynika prawdziwość racji. Powstaje jednak pytanie, co by było wtedy, gdybyśmy się przekonali, że WSZYSTKIE następstwa jakiegoś sądu są prawdziwe. Oczywiście nie istniałoby wówczas niebezpieczeństwo, że znajdziemy przy dalszym badaniu jakieś następstwo fałszywe, które by obaliło rację; ale czy nie można by wtedy przypuszczać, że racja jest prawdziwa? Intuicja logiczna zdaje się to przypuszczenie potwierdzać.

Analogiczne zagadnienie nasuwa się przy innym rodzaju rozumowania, mianowicie przy dowodzeniu. W dowodzeniu obieramy także za punkt wyjścia rozumowania jakiś sąd niepewny, tak zwaną TEZĘ, i szukamy sądów pewnych, czyli ARGUMENTÓW, kóre byłyby racją danego sądu niepewnego. Jeżeli przy tym choć jedna racja okaże się prawdziwa, to cel rozumowania jest spełniony, bo wiemy wtedy, że dana teza, będąc następstwem sądu prawdziwego, jest także prawdziwa. Jeżeli natomiast wszystkie racje czyli argumenty, jakie zdołaliśmy wykryć, są fałszywe, to nie możemy stąd jeszcze wnioskować, że i teza jest fałszywa, gdyż z fałszywości racji nie wynika fałszywość następstwa. Lecz znowu powstaje pytanie, co by było wtedy, gdybyśmy się przekonali, że WSZYSTKIE racje jakiegoś sądu są fałszywe. Oczywiście nie moglibyśmy wówczas owego sądu udowodnić. Ale czy nie można by wtedy przypuszczać, że sąd ten jest fałszywy? I znowu intuicja logiczna zdaje się to przypuszczenie potwierdzać.

Twierdzenia, o które w obu zagadnieniach chodzi, a które można by krótko w ten sposób sformułować: „Z iloczynu logicznego wszystkich następstw wynika

racja" i „Suma logiczna wszystkich racji wynika z następstwa", są niewątpliwie w tym najogólniejszym sformułowaniu prawdziwe, jeżeli staniemy na stanowisku logiki symbolicznej. Według tej logiki bowiem każdy sąd wynika z siebie, czyli każdy sąd jest swą własną racją i swym własnym następstwem. Jeśli więc wszystkie następstwa danego sądu są prawdziwe, to i on sam, jako jedno ze swych następstw, musi być prawdziwy. Tak samo, jeśli jakiś sąd jest prawdziwy, to i suma logiczna jego racji musi być prawdziwa, bo on sam zawiera się w tej sumie jako jedna ze swych racji. W logice zwykłej wszakże, mówiąc o następstwach jakiejś racji, mamy zawsze na myśli sądy różne od racji, a szukając racji dla jakiegoś następstwa, wybieramy sądy różne od następstwa. Należałoby zatem wykazać, że powyższe twierdzenia są prawdziwe i wtedy, gdy pojęcia racji i następstwa zacieśnimy w sposób, wykluczający wspomniany właśnie wypadek «wynikania z siebie».

Takie ciaśniejsze sformułowanie pierwszego z powyższych dwu twierdzeń (drugie bowiem jest równoważne pierwszemu i nie wymaga, by zajmować się nim osobno) podał p. dr Kazimierz AJDUKIEWICZ w odczycie, wygłoszonym na CXLI posiedzeniu naukowym Polskiego Towarzystwa Filozoficznego dnia 19 kwietnia 1913 r.[1] Sformułowanie to brzmi w następujący sposób: „Iloczyn logiczny wszystkich NIERÓWNOWAŻNYCH następstw danego sądu jest racją tego sądu". Biorąc pod uwagę tylko nierównoważne następstwa danej racji, usuwamy spośród tych następstw zarówno rację samą, jako też wszystkie sądy równoważne racji. Twierdzenie traci wówczas swą pierwotną bezpośrednią oczywistość i staje się problematem, nad którego udowodnieniem warto się potrudzić.

Posługując się logiką symboliczną, podał p. AJDUKIEWICZ nie tylko sformułowanie, ale i dowód powyższego ciaśniejszego twierdzenia i wysnuł z niego szereg ciekawych i ważnych konsekwencji. Roważania p. AJDUKIEWICZA zachęciły mnie do dalszych w tym kierunku badań. Przekonałem się niebawem, że problemat jest płodny, i że wyrastają z niego liczne nowe zagadnienia. Ponieważ w ciągu tych badań doszedłem do kilku twierdzeń, które zdają mi się być nowe, dlatego pozwalam je sobie ogłosić, w tej nadziei, że może zachęcą one kogoś do jeszcze dalszych i głębszych poszukiwań, i że z tych wszystkich drobnych dotąd przyczynków wyłoni się może jakaś szersza synteza, która rzuci nowe światło na tak ważny w logice stosunek racji i następstwa.

* * *

1. Zakładam, że sądy n_1, n_2, n_3,... podlegają w stosunku do sądu r następującym warunkom.

Każdy z sądów n jest następstwem sądu r, czyli w znakach:

(1) $$r < n_i \qquad i = 1, 2, 3,...$$

[1] Zob. *Przegląd Filozoficzny* z. 2–3 s. 287–297.

Żaden z sądów n nie jest racją sądu r, czyli w znakach:

(2) $$n_i \not< r_i \qquad i = 1, 2, 3,...$$

Dla krótkiego oznaczenia obu tych warunków używać będę wyrażenia: każdy z sądów n jest NIERÓWNOWAŻNYM następstwem sądu r.

Warunek (2) może być tylko wtedy spełniony, gdy r nie jest sądem prawdziwym, czyli gdy:

(3) $$r \neq 1;$$

wiadomo bowiem z zasad logiki symbolicznej, że sąd prawdziwy (= 1) wynika z każdego sądu, czyli jest następstwem każdego sądu, a więc dla jakiegokolwiek a mamy $a < 1$. Założenie $r \neq 1$ jest ważne dla wszystkich następnych wywodów.

Przy założeniu (3) warunki (1) i (2) nie zawierają sprzeczności; albowiem istnieje z pewnością przynajmniej jeden sąd, $n = 1$, który spełnia oba te warunki.

Przyjąwszy powyższe założenia, formułuję następujące twierdzenie:

JEŻELI ILOCZYN LOGICZNY WSZYSTKICH NIERÓWNOWAŻNYCH NASTĘPSTW n SĄDU r JEST RACJĄ TEGOŻ SĄDU r, CZYLI JEŚLI

(4) $$\Pi_i\, n_i < r \qquad i = 1, 2, 3,...$$

TO ISTNIEJE PRZYNAJMNIEJ JEDNA PARA SĄDÓW SPRZECZNYCH a I a', KTÓRE NIE SĄ RACJAMI SĄDU r, CZYLI

(5) $$a \not< r \qquad \text{ORAZ} \qquad a' \not< r;$$

I NA ODWRÓT, JEŻELI ISTNIEJE PRZYNAJMNIEJ JEDNA PARA SĄDÓW SPRZECZNYCH a I a', KTÓRE NIE SĄ RACJAMI SĄDU r, TO ILOCZYN LOGICZNY WSZYSTKICH NIERÓWNOWAŻNYCH NASTĘPSTW n SĄDU r JEST RACJĄ TEGOŻ SĄDU r.

Twierdzenie to orzeka przeto, że formułki (4) i (5), pojęte w znaczeniu powyżej określonym, są RÓWNOWAŻNE.

Dowód tego twierdzenia składa się z dwu części; należy bowiem wykazać, że z (4) wynika (5), i że z (5) wynika (4).

Z (4) wynika (5). Jeśli bowiem przyjmiemy, że $\Pi\, n_i < r$, to przy założeniu $r \neq 1$ otrzymujemy $\Pi_i\, n_i \neq 1$; bo gdybyśmy mieli $\Pi_i\, n_i = 1$, to byłoby $r = 1$, co jest sprzeczne z założeniem (3). Jeżeli dalej $\Pi_i\, n_i \neq 1$, to musi istnieć przynajmniej jedno n, nazwijmy je a, które jest różne od 1, czyli $a \neq 1$; bo gdyby wszystkie n były równe 1, mielibyśmy $\Pi_i\, n_i = 1$. Jeśli dalej $a \neq 1$, to $a' \not< a$; bo z $a' < a$ otrzymalibyśmy $a' = 0$ czyli $a = 1$. Ponieważ a jest jednym z nierównoważnych następstw sądu r, przeto mamy z jednej strony $a \not< r$, z drugiej $r < a$. Z połączenia $(a' \not< a)\ (r < a)$ otrzymujemy $a' \not< r$, czyli $(a' \not< a)\ (r < a) < (a' \not< r))$; gdyby bowiem było $a' < r$, to przy założeniu $r < a$ otrzymalibyśmy $a' < r < a$, a więc $a' < a$ czyli $a = 1$, co jest niemożliwe. Otrzymaliśmy zatem $a \not< r$ oraz $a' \not< r$, a więc stwierdziliśmy, że z (4) wynika (5).

Z (5) wynika (4). Jeśli bowiem przyjmiemy, że istnieje jakaś para sądów sprzecznych a i a', które nie są racjami sądu r, czyli $a \not< r$ oraz $a' \not< r$, to

wyrażenia $a + r$ oraz $a' + r$ będą nierównoważnymi następstwami sądu r. Z r wynika bowiem zarówno $a + r$, jak $a' + r$ na mocy prawa symplifikacji; na odwrót jednak ani z $a + r$, ani z $a' + r$ nie wynika r, bo ani a, ani a' nie są racjami sądu r. Wyrażenia $a + r$ i $a' + r$ muszą więc jako nierównoważne następstwa sądu r zawierać się w iloczynie logicznym wszystkich nierównoważnych następstw tego sądu, czyli $\Pi_i\, n_i\, (a + r)\, (a' + r)$. Mnożąc zaś ze sobą $a + r$ oraz $a' + r$, otrzymujemy r na mocy zasady sprzeczności i prawa absorpcji; w znakach: $(a + r)\, (a' + r) = aa' + ar + a'r + r = r$. Zestawiając oba te ostatnie wyniki, otrzymujemy $\Pi_i\, n_i < r$. Stwierdziliśmy zatem, że z (5) wynika (4), i udowodniliśmy równoważność formułek (4) i (5).

2. Równoważność, udowodniona w poprzednim paragrafie, rzuca ciekawe światło na twierdzenie, że iloczyn logiczny wszystkich nierównoważnych następstw danego sądu jest racją tego sądu. Okazuje się przede wszystkim, iż twierdzenie to nie może być prawdziwe, jeżeli przyjmiemy, jak to czyni zazwyczaj logika symboliczna, że każdy sąd jest albo prawdziwy albo fałszywy, czyli że równa się zawsze 1 lub 0. Przy takim bowiem założeniu nie może być prawdą, że istnieje para sądów sprzecznych nie będących racjami żadnego innego sądu. Gdyż albo $a = 0$, a wtedy a jest racją każdego sądu, bo w myśl zasad logiki symbolicznej z sądu fałszywego wynika wszystko, czyli sąd fałszywy jest racją każdego sądu, albo $a = 1$, a wtedy $a' = 0$ i sąd a' jest racją każdego sądu. Przyjmując tedy, że każdy sąd może mieć tylko dwie wartości 0 lub 1, musimy uważać sąd o współistnieniu stosunków $a \not< r$ oraz $a' \not< r$ za fałszywy i położyć $(a \not< r)(a' \not< r) = 0$, a nastomiast uznać za prawdę, że r wynika albo z a', albo wynika z a', czyli $(a < r) + (a' < r) = 1$. Skoro zaś formułka (5) stała się fałszywą, musi być fałszywe i równoważne z nią twierdzenie (4).

Istotnie, rachunek sądów w zakresie wartości 0 i 1 zna tylko trzy formy stosunku racji i następstwa czyli stosunku wynikania: $0 < 0$, $1 < 1$, $0 < 1$. Dwie pierwsze formy nie odpowiadają założeniom twierdzenia (4), albowiem w nich obu JEDYNE następstwo jest równoważne racji, a więc nie ma w ogóle następstw nierównoważnych (nadto zaś w formie drugiej racja $r = 1$). Pozostaje przeto forma trzecia, która posiada wprawdzie następstwo nierównoważne racji, ale to następstwo jest jedyne i nie może skutkiem tego utworzyć iloczynu, z którego by wynikała racja. W żadnym więc wypadku twierdzenie (4) w zakresie sądów 0 i 1 nie jest prawdziwe.

Gdyby wszystkie sądy były prawdziwe lub fałszywe, twierdzenie (4) musiałoby być bezwarunkowo mylne. Istnieją jednak sądy, które nie są ani prawdziwe, ani fałszywe, które są więc różne od 0 i 1. Są to sądy nieokreślone, zawierające jakąś zmienną i obdarzone tą własnością, że dla pewnych wartości zmiennej otrzymujemy z nich sądy prawdziwe, a dla innych wartości fałszywe. Taki jest np. sąd „x jest podzielne przez 2", jeżeli założymy, że x może oznaczać liczby całkowite od 1 do 6. Dla $x = 4$ otrzymujemy z powyższego sądu nie-

określonego sąd określony prawdziwy „4 jest podzielne przez 2", dla $x = 5$ otrzymujemy sąd określony fałszywy „5 jest podzielne przez 2". Ponieważ ów sąd nieokreślony, obejmując sobą zarówno sądy prawdziwe, jak fałszywe, sam nie jest ani prawdziwy, ani fałszywy, przeto i zaprzeczenie jego „x nie jest podzielne przez 2" nie jest ani prawdziwe, ani fałszywe. Przeszkoda, która wykluczała prawdziwość formułki (5), a zatem i twierdzenia (4), nie istnieje w zakresie sądów nieokreślonych.

Przyjmijmy dalej, że dwa sądy nieokreślone, a i b, pozostają w stosunku racji i następstwa czyli w stosunku wynikania, jeżeli dla każdej pary wartości zmiennych, zawartych w a i b, albo sąd a daje sąd fałszywy, albo sąd b daje sąd prawdziwy. Jeżeli zmienna, zawarta w sądzie a, jest różna, a więc i niezależna od zmiennej sądu b, to stosunek wynikania między sądami a i b zachodzi tylko wtedy, gdy albo KAŻDA wartość zmiennej sądu a daje sąd fałszywy, albo KAŻDA wartość zmiennej sądu b daje sąd prawdziwy. Jeśli zaś w obu sądach a i b zawiera się TA SAMA zmienna, to zachodzi między tymi sądami stosunek wynikania, gdyż każda wartość zmiennej, sprawdzająca sąd a, sprawdza zarazem sąd b.

Przy takich założeniach nietrudno wyszukać parę sądów sprzecznych a i a', które nie są racjami jakiegoś innego sądu r. Przyjmijmy np., że a znaczy „x jest podzielne przez 2", a' — „x nie jest podzielne przez 2", r wreszcie „x jest podzielne przez 3"; załóżmy przy tym, że we wszystkich tych sądach zmienna x może jako wartości przybierać liczby całkowite od 1 do 6. Ani z a, ani z a' nie wynika r; albowiem istnieje wartość zmiennej $x = 4$, która sprawdza sąd a, a nie sprawdza sądu r; istnieje dalej inna wartość zmiennej $x = 5$, która sprawdza a', a nie sprawdza r. Z przykładu tego wynika, że w zakresie sądów nieokreślonych formułka (5) może być prawdziwa, trzeba tylko wykazać, że jest zawsze prawdziwa dla jakiegokolwiek $r \neq 1$, a wówczas twierdzenie (5), a zatem i (4), będę udowodnione.

3. Dowód, że dla jakiegokolwiek sądu r, różnego od 1, istnieje para sądów sprzecznych a i a', które nie są racjami sądu r, dzielę na dwie części: przeprowadzam go osobno dla wypadku, w którym $r = 0$, a osobno dla wypadku $r \neq 0$.

Dla $r = 0$ dowód nie przedstawia żadnej trudności. Każda para sądów sprzecznych, które nie są ani prawdziwe, ani fałszywe, spełnia wtedy warunki formułki (5). Możemy np. przyjąć jako a — „x jest podzielne przez 2", jako a' = „x nie jest podzielne przez 2", zakładając, że x oznacza liczby całkowite od 1 do 6. Wówczas ani z a, ani z a' nie wynika r, bo sąd fałszywy może być tylko następstwem sądu fałszywego, a ani a, ani a' nie są sądami fałszywymi. Formułka (5) jest więc prawdziwa; a zatem musi być prawdziwe i równoważne z nią twierdzenie (4). Istotnie, sąd fałszywy jest racją każdego sądu; z r musi zatem wynikać zarówno a, jak a', czyli $r < a$ oraz $r < a'$. Ponieważ jednak ani a, ani a' nie są racjami sądu r, czyli $a \not< r$ oraz $a' \not< r$, przeto a i a' są nierównoważnymi następstwami sądu r. Ich iloczyn logiczny równa się 0, czyli $aa' = 0$. Iloczyn

ten musi zawierać się w iloczynie logicznym wszystkich nierównoważnych następstw sądu r, a ponieważ równa się 0, więc i ten drugi iloczyn musi być równy 0, i musi być wobec tego racją sądu r. W ten sposób sprawdza się formułka (4): $\Pi_i\, n_i < r$.

Dla $r \neq 0$ można by dowód twierdzenia (5) przeprowadzić w następujący sposób. Ponieważ założyliśmy od początku, że $r \neq 1$, więc przy założeniu, że $r \neq 0$, sąd r nie może być ani prawdziwy, ani fałszywy, i musi skutkiem tego zawierać jedną lub więcej zmiennych, dających dla pewnych wartości sądy prawdziwe, a dla innych fałszywe. Oba wypadki, istnienie jednej lub więcej zmiennych, możemy traktować jednakowo. Mówić więc będziemy tylko o zmiennej x, rozumiejąc w danym razie przez x i system wielu zmiennych. Ponieważ sąd r nie jest ani prawdziwy, ani fałszywy, przeto musi istnieć przynajmniej jedna wartość zmiennej x, np. x_i, która wstawiona w miejsce x sprawdza sąd r, a tak samo musi istnieć jakaś druga wartość zmiennej x, np. x_k, która nie sprawdza sądu r. Przyjmując takie założenia, tworzymy sąd a w ten sposób, że wszystkie terminy określone, które zawierają się w sądzie r, pozostawiamy bez zmiany w sądzie a, we wszystkich zaś miejscach, w których w sądzie r zawierają się zmienne, kładziemy i w sądzie a zmienne o tym samym zakresie wartości, tylko odróżniamy je za pomocą innych liter, kreski lub wskaźnika od zmiennych sądu r, chcąc przez to zaznaczyć, że zmienne w sądzie a traktujemy niezależnie od zmiennych w sądzie r. Sąd a' jest zaprzeczeniem utworzonego w ten sposób sądu a. Możemy wówczas udowodnić, że r nie wynika ani z a, ani z a'. Wstawiając bowiem w sądzie r zamiast zmiennej x jej wartość x_k, otrzymujemy według założenia sąd fałszywy. Ponieważ dalej zmienną w sądzie a, a więc i w a', traktujemy niezależnie od zmiennej w sądzie r, przeto wolno nam wstawić w sądzie a w miejsce jego zmiennej wartość x_i, a w sądzie a' wartość x_k. Otrzymamy wtedy w obu wypadkach sądy prawdziwe, ponieważ założyliśmy, że sądy a i a' różnią się od sądu r tylko niezależnością zmiennych, ale nie różnią się ani zakresem zmiennych, ani też swą konstrukcją (wyjąwszy przeczenie w sądzie a'), tak że wartość x, która sprawdza sąd r, musi także sprawdzać sąd a, a wartość x_k, która nie sprawdza sądu r, nie może także sprawdzać sądu a, czyli musi sprawdzać sąd a'. Otrzymaliśmy w ten sposób parę sądów sprzecznych a i a', które nie są racjami sądu r, bo nie dla każdej pary wartości zmiennych, zawartych w sądzie a względnie a' i w sądzie r, sąd pierwszy a wzgl[ędnie] a' daje sąd fałszywy, albo sąd drugi r daje sąd prawdziwy. Udowodniliśmy zatem formułkę (5), a z nią razem i twierdzenie (4), które jest równoważne formułce (5).

Powyższe rozumowanie pragnę jeszcze wyjaśnić na przykładzie. Przyjmijmy, że sąd r znaczy: „x jest podzielne przez 2", dla $x = 1, 2, 3, \ldots, 6$. Sąd nieokreślony r nie jest ani prawdziwy, ani fałszywy, bo dla $x = 4$ otrzymujemy zeń sąd prawdziwy, a dla $x = 5$ sąd fałszywy. Utwórzmy sądy: „y jest podzielne przez 2" i „y nie jest podzielne przez 2", zakładając, że y jest zmienną o tym samym zakresie, co x. Wówczas sąd „x jest podzielne przez 2" nie wynika ani z sądu „y jest

podzielne przez 2", ani z zaprzeczenia tego sądu „y nie jest podzielne przez 2". Możemy bowiem zamiast x wstawić wartość 5, a zamiast y w pierwszym sądzie 4, w drugim zaś 5. Sądy o zmiennej y są wtedy prawdziwe, a sąd o zmiennej x jest fałszywy, a więc żaden z dwu pierwszych sądów nie jest racją drugiego.

Okazuje się zatem, że w zakresie sądów nieokreślonych prawdziwe jest bez zastrzeżeń twierdzenie następujące:

ILOCZYN LOGICZNY WSZYSTKICH NIERÓWNOWAŻNYCH NASTĘPSTW DANEGO SĄDU JEST RACJĄ TEGOŻ SĄDU.

Twierdzenie to można przez kontrapozycję przekształcić w następującą formę równoważną:

SUMA LOGICZNA WSZYSTKICH NIERÓWNOWAŻNYCH RACJI DANEGO SĄDU JEST NASTĘPSTWEM TEGOŻ SĄDU.

4. Dowód twierdzenia (4), przeprowadzony w § 3, nie wymaga wyszukania wszystkich następstw danego sądu, lecz opiera się tylko na dwu następstwach, specjalnie dobranych. Chcąc np. na wzór tego twierdzenia udowodnić, że ogół nierównoważnych następstw sądu ogólnego „Każde A jest B" jest racją tego sądu, nie trzeba sprawdzić wszystkich sądów jednostkowych „A_1 *jest* B", „A_2 *jest* B" itd., przy czym indywidua A_1, A_2 itd. wyczerpywałyby zakres terminu A, lecz wystarczy wyszukać parę sądów sprzecznych, które nie są racjami owego sądu ogólnego, np. „C jest D" i „C nie jest D", i utworzyć sumy logiczne: „Każde A jest B albo C jest D" oraz „Każde A jest B albo C nie jest D". Te sumy logiczne są następstwami, z których iloczynu wynika racja.

Następstwami są one tylko dzięki temu, że zawiera się w nich jako składnik CAŁA RACJA, i tylko dzięki temu wynika z ich iloczynu racja, że składniki, stojące na drugim miejscu, jako względem siebie sprzeczne, znoszą się nawzajem, pozostawiając tylko składnik pierwszy, którym jest właśnie racja. Jakkolwiek rozumowanie to jest zupełnie poprawne, to jednak nie zadowalało mnie ono, gdyż następstwa w postaci sum $r + a$ wydawały mi się formalne i sztuczne. Sądziłem, że tak jak można było usunąć z następstw sądu r zarówno sam sąd r, jako też sądy jemu równoważne, bez szkody dla twierdzenia o odwracalności racji i ogółu jej następstw, tak samo można by wyłączyć spośród następstw te wszystkie sumy logiczne, które jako składnik zawierają sąd r albo sądy jemu równoważne. Szukałem przeto innego jeszcze dowodu twierdzenia (4), który by nie posługiwał się następstwami w formie sum $r + a$, w przekonaniu, że dowód taki istnieć musi nie tylko dla $r = 0$ (wypadek ten nie przedstawia większego interesu), ale i dla $r \neq 0$. Znalazłem istotnie taki dowód, okazało się jednak, że dowód ten nie jest ogólny, to znaczy, nie jest ważny dla wszystkich r różnych od 0, i że w ogóle nie można przeprowadzić dowodu ogólnego twierdzenia (4), nie opierając się na następstwach w formie sum $r + a$.

Ten nowy, nieogólny dowód polega na twierdzeniu, które jest niemal bezpośrednio oczywiste, a nie było dotąd, o ile mi wiadomo, nigdy sformułowane,

chociaż ma znaczenie ogólniejsze. Twierdzenie to tyczy się wszystkich sądów nieokreślonych, które zawierają zmienną lub system zmiennych x i nie są ani prawdziwe, ani fałszywe, a brzmi w następujący sposób:

JEŻELI JAKAŚ WARTOŚĆ ZMIENNEJ x, NP. x_k, NIE SPRAWDZA SĄDU r, ZAWIERAJĄCEGO TĘ ZMIENNĄ, TO SĄD $x \neq x_k$ JEST NASTĘPSTWEM SĄDU r.

Dowód tego twierdzenia jest bardzo prosty. Sąd $x \neq x_k$ jest prawdziwy dla wszystkich wartości zmiennej x z wyjątkiem wartości x_k, która według założenia nie sprawdza sądu r. Możemy więc twierdzić na pewno, że każda wartość zmiennej x, która SPRAWDZA sąd r, sprawdza także sąd $x \neq x_k$, czyli że sąd $x \neq x_k$ jest następstwem sądu r.

Związek logiczny, wyrażony w powyższym twierdzeniu, jest podstawą wielu rozumowań życia potocznego. Jeżeli ktoś mi powiada, że pojawiła się nowa rozprawa jakiegoś logika niemieckiego, którego nazwisko wypadło mu z pamięci, to wnioskuję na tej podstawie, że autorem tej rozprawy nie jest ani COUTURAT ani RUSSELL. Formalnie można by takie rozumowanie przedstawić w następujący sposób. „Jeżeli x jest logikiem niemieckim, to x nie jest COUTURATEM, ani też x nie jest RUSSELLEM". Albowiem wartości „COUTURAT" i „RUSSELL", wstawione w poprzedniku w miejsce zmiennej x, nie sprawdzają tego sądu, skoro ani COUTURAT, ani RUSSELL nie są logikami niemieckimi.

Powyższe prawo logiczne ma swoje *pendant* w innym twierdzeniu, które podaję dla zupełności, jakkolwiek nie jest potrzebne dla naszego dowodu:

JEŻELI JAKAŚ WARTOŚĆ ZMIENNEJ x, NP. x_i, SPRAWDZA SĄD r, ZAWIERAJĄCY TĘ ZMIENNĄ, TO SĄD $x = x_i$ JEST RACJĄ SĄDU r.

Twierdzenie to jest odwrotnością poprzedniego prawa. Jest ono niewątpliwie słuszne, bo skoro sąd $x = x_i$ jest prawdziwy tylko dla wartości x_i, dla której według założenia i sąd r jest prawdziwy, to każda wartość zmiennej x, która sprawdza sąd $x = x_i$, sprawdza także sąd r, czyli że sąd $x = x_i$ jest racją sądu r.

Opierając się na pierwszym z podanych dwu praw, można obecnie przeprowadzić dowód twierdzenia (4), pod tym atoli warunkiem, że sąd r posiada przynajmniej DWIE wartości niesprawdzające, np. x_k i x_l. Tylko wtedy bowiem, gdy taki warunek przyjmiemy, możemy wykazać, że sądy $x \neq x_k$ i $x \neq x_l$ są NIERÓWNOWAŻNYMI następstwami sądu r. W samej rzeczy, jeśli istnieje oprócz wartości x_k jeszcze inna wartość x_l, która nie sprawdza sądu r, to z sądu $x \neq x_k$ nie może wynikać sąd r, gdyż wstawiając w miejsce zmiennej x wartość x_l, otrzymujemy z poprzednika sąd prawdziwy, a z następnika fałszywy. Tak samo z drugiego sądu $x \neq x_l$ nie wynika sąd r, bo dla $x = x_k$ sąd $x \neq x_l$ jest prawdziwy, a sąd r jest fałszywy. Jeśli zaś istnieje tylko JEDNA wartość x_k, która nie sprawdza sądu r, to rzecz jasna, że sąd $x \neq x_k$ musi być równoważny sądowi r.

Utwórzmy teraz iloczyn logiczny wszystkich sądów typu $x \neq x_k$, będących następstwami sądu r; jest ich oczywiście tyle, ile jest wartości niesprawdzających r. Iloczyn ten, który zawiera się w iloczynie logicznym wszystkich nierównoważnych następstw sądu r, musi być racją tego sądu. Albowiem WSZYSTKIE sądy,

składające się na nasz iloczyn, mogą być zarazem sprawdzone jedynie przez te wartości zmiennej x, które są różne od wszystkich wartości niesprawdzających r, a więc przez te wartości, które sąd r sprawdzają. Iloczyn wszystkich sądów typu $x \neq x_k$ jest zatem racją sądu r, a ponieważ iloczyn ten wynika z $\Pi_i n_i$, przeto twierdzenie (4) jest udowodnione.

Dowód ten nie jest wszakże ogólny, gdyż ważny on jest tylko pod tym warunkiem, że sąd r posiada przynajmniej DWIE wartości niesprawdzające. W wypadku, w którym tylko jedna wartość zmiennej nie sprawdza sądu r, dowód taki przeprowadzić się nie da, wypadek ten trzeba więc rozważyć osobno.

5. Jeżeli sąd r, który zawiera zmienną x i nie jest ani prawdziwy, ani fałszywy, posiada tylko jedną wartość niesprawdzającą x_k, to sąd ten musi być równoważny sądowi $x \neq x_k$. Z obu bowiem sądów powstają dla wszystkich wartości zmiennej, różnych od x_k, sądy prawdziwe, a dla wartości x_k fałszywe. Ponieważ sądy r i $x \neq x_k$ są równoważne, przeto wszystkie następstwa pierwszego sądu muszą być następstwami drugiego i na odwrót. Zamiast badać tedy następstwa sądu r, którego bliżej nie znamy, możemy badać następstwa sądu $x \neq x_k$.

Żadne następstwo sądu $x \neq x_k$ nie może być fałszywe, gdyż według założenia sąd ten, jako równoważny sądowi r, nie jest fałszywy. Następstwa prawdziwe nie obchodzą nas, naprzód dlatego, że nie są to specjalne następstwa sądu $x \neq x_k$, gdyż sądy prawdziwe wynikają z jakiegokolwiek sądu, a po wtóre dlatego, że w iloczynie nierównoważnych następstw sądu $x \neq x_k$, sądy prawdziwe, jako równe 1, nie odgrywają żadnej roli. Szukać zatem musimy takich następstw, które nie są ani prawdziwe ani fałszywe, które muszą przeto zawierać jakąś zmienną. Przypuśćmy, że następstwem racji $x \neq x_k$ byłby sąd, zawierający tę samą zmienną wzgl[ędnie] ten sam system zmiennych, co racja, a więc sąd, będący funkcją $f(x)$ zmiennej x. Otóż jeśli sąd $f(x)$ jest następstwem naszej racji, to musi być prawdziwy dla wszystkich wartości zmiennej, różnych od x_k. Dla wartości x_k może być albo prawdziwy, albo fałszywy; jeśli i dla tej wartości jest prawdziwy, to jest w ogóle sądem nieokreślonym prawdziwym równym 1, jakim jest np. sąd: „x jest podzielne przez 1" dla jakiegokolwiek x całkowitego; jeśli zaś sąd $f(x)$ dla wartości x_k jest fałszywy, to musi być wtedy równoważny sądowi $x \neq x_k$. W obu wypadkach sąd $f(y)$ jako następstwo nierównoważne nie wchodzi w rachubę. Okazuje się z tego, że następstw sądu $x \neq x_k$ musimy szukać w dziedzinie takich sądów nieokreślonych, które zawierają inne zmienne niż sąd $x \neq x_k$. Nie mogą to być jednak sądy, zawierające wyłącznie zmienne różne i niezależne od zmiennej x. Sąd taki, np. $f(x)$, nie będąc ani prawdziwym, ani fałszywym, nie mógłby być następstwem sądu $x \neq x_k$, albowiem sądy o zmiennych niezależnych x i y mogą tylko wtedy pozostawać w stosunku racji i następstwa, gdy albo dla KAŻDEJ wartości zmiennej x otrzymujemy z sądu pierwszego sąd fałszywy, albo dla KAŻDEJ wartości zmiennej y otrzymujemy z sądu drugiego sąd prawdziwy, tak jedno zaś, jak drugie, jest w naszym wypadku wykluczone. Następstwem

nierównoważnym i różnym od 1 sądu $x \neq x_k$ może być tylko taki sąd, który oprócz zmiennej x zawiera jeszcze jakąś inną zmienną y, niezależną od x, który zatem da się przedstawić w formie $f(x,y)$.

Zobaczmy teraz, jakie warunki musi spełnić sąd $f(x,y)$, ażeby mógł być następstwem nierównoważnym i różnym od 1 sądu $x \neq x_k$. Sąd ten musi być dla wszystkich wartości x różnych od x_k prawdziwy, czyli jakąkolwiek wartość różną od x_k wstawimy w $f(x,y)$, musimy otrzymać sąd nieokreślony wprawdzie, bo zawierający jeszcze zmienną y, ale prawdziwy. To jest możliwe. Następnie sąd $f(x,y)$ dla wartości x_k nie może być ani prawdziwy, ani fałszywy; gdyby bowiem i dla tej wartości był prawdziwy, byłby równy 1, a ma być różny od 1; gdyby zaś był fałszywy, byłby równoważny sądowi $x \neq x_k$. Otóż i to jest możliwe, że sąd $f(x,y)$ dla wartości x_k nie jest ani prawdziwy, ani fałszywy, bo zawiera przecież zmienną y, pod tym jednak warunkiem, że istnieją zarówno takie wartości zmiennej y, np. y_i, które sąd $f(x_k, y)$ sprawdzają, jak i takie, które sądu $f(x_k, y)$ nie sprawdzają. Jeśli te wszystkie warunki są spełnione, to sąd $f(x,y)$ jest nierównoważnym i różnym od 1 następstwem sądu $x \neq x_k$; nierównoważnym dlatego, że dla wartości $x = x_k$ oraz $y = y_i$ sąd $f(x,y)$ jest prawdziwy, a sąd $x \neq x_k$ jest fałszywy.

Analizę sądu $f(x,y)$ można jednak poprowadzić dalej, opierając się na pierwszym z dwu praw, przedstawionych w § 4. Ponieważ sąd $f(x,y)$ musi być dla pewnych wartości zmiennych x i y fałszywy, załóżmy przeto, że wartościami tymi są x_k (nie może być inna wartość x, bo dla wszystkich wartości, różnych od x_k, sąd $f(x,y)$ jest prawdziwy) oraz y_k. Suma logiczna $(x \neq x_k) + (y \neq y_k)$ musi być wtedy następstwem sądu $f(x,y)$; suma ta bowiem jest fałszywa tylko dla $x + x_k$ oraz $y = y_k$, a dla tych dwu wartości fałszywy jest także i sąd $f(x,y)$. Jeżeli istnieją inne jeszcze wartości zmiennej y, które w połączeniu z wartością x_k nie sprawdzają sądu $f(x,y)$, to i dla tych innych wartości otrzymujemy analogiczne sumy jako następstwa sądu $f(x,y)$. Iloczyn logiczny wszystkich tych następstw musi być także sumą logiczną, której pierwszym składnikiem będzie wspólny wszystkim czynnikom wyraz $x \neq x_k$, a drugim iloczyn tylu sądów typu $y \neq y_k$, ile jest wartości zmiennej y, nie sprawdzających w połączniu z x_k sądu $f(x,y)$. Ta suma logiczna, która da się przedstawić w formie $(x \neq x_k) + f(y)$, musi być na podstawie dowodu, podanego w § 4, równoważna sądowi $f(x,y)$. Okazuje się więc z tego, że sąd $f(x,y)$ jest w istocie swej sumą logiczną, której jednym składnikiem jest sąd $x \neq x_k$, a ponieważ sąd $x \neq x_k$ jest równoważny sądowi r, przeto dochodzimy do konkluzji, że każde nierównoważne i różne od 1 następstwo sądu r, posiadającego jedną tylko wartość niesprawdzającą, jest sumą logiczną postaci $r + a$.

Ponieważ rozumowanie, które nas doprowadziło do tej konkluzji, jest dość długie i zawiłe, przeto pozwolę je sobie wyjaśnić na przykładzie. Przyjmijmy, że można skonstruować następujący stosunek wynikania: „Jeśli y widział x zabijającego N, to x jest zabójcą N". Zakładamy przy tym, że A jest zabójcą N,

a tylko B i C są świadkami zabójstwa N, czyli widzieli A zabijającego N. Jako zakres wartości zmiennych x i y możemy oznaczyć grono indywiduów, pozostających w jakimś związku z zabójstwem, np. A, B, C, D, E. Powyższy stosunek wynikania równoważny jest następującemu: „Jeśli x nie jest zabójcą N, to y nie widział x zabijającego N". Poprzednik tego stosunku jest sądem typu $x \neq x_k$, gdyż istnieje tylko jedna wartość x, która sądu tego nie sprawdza, mianowicie A, czyli że x_k równa się tutaj A. Następnik jest funkcją dwu zmiennych $f(x,y)$. Dla wszystkich wartości x różnych od A jest ten następnik mimo zmienną y sądem prawdziwym; skoro bowiem A jest zabójcą N, więc NIKT nie mógł widzieć kogo innego niż A, zabijającego N. Dla $x = A$ następnik jest sądem, który nie jest ani prawdziwy, ani fałszywy. Jeśli bowiem zamiast y wstawimy B lub C, otrzymamy sądy fałszywe, bo według założenia B i C są świadkami zabójstwa; jeśli zaś wstawimy D lub E, otrzymamy sądy prawdziwe, bo D i E nie są świadkami zabójstwa. Łatwo dalej stwierdzić, że suma logiczna $(x \neq A) + (y \neq B)$ jest następstwem sądu $f(x,y)$; bo gdyby ta suma była fałszywa, czyli gdyby było $x = A$ oraz $y = B$, to wynikałoby z tego, że „B nie widział A zabijającego N", co jest sprzeczne z założeniem. Tak samo suma logiczna $(x \neq A) + (y \neq C)$ jest następstwem sądu $f(x,y)$. Iloczyn obu tych sum $(x \neq A) + (y \neq B)(y \neq C)$ jest równoważny sądowi $f(x,y)$. To znaczy, że sąd: „y nie widział x zabijającego N" jest równoważny sądowi: „x nie jest A albo y nie jest B i y nie jest C", czyli znaczy to samo, co „x nie jest zabójcą N albo y nie jest świadkiem zabójstwa N". Szukanym następstwem sądu: „x nie jest zabójcą N" jest zatem suma logiczna, zawierająca ów sąd: „x nie jest zabójcą N albo y nie jest świadkiem zabójstwa N". Przykład ten, odpowiadający najdokładniej rozumowaniu poprzednio podanemu, ułatwi może zrozumienie tego rozumowania.

Z całego powyższego rozważania wynika, że nie można przeprowadzić ogólnego dowodu twierdzenia (4), nie posługując się formalymi na pozór i sztucznymi następstwami sądu r w postaci sum logicznych $r + a$. Istnieją bowiem sądy, które innych następstw nierównoważnych, mogących być podstawą dowodu, nie posiadają. Dowód, podany w § 3, zdaje się być przeto najprostszym i najnaturalniejszym uzasadnieniem twierdzenia, że iloczyn logiczny wszystkich nierównoważnych następstw danego sądu jest racją tego sądu.

* * *

Kończę na tym uwagi, tyczące się odwracalności stosunku racji i następstwa. Nie sądzę, ażeby miały one same przez się jakąś wybitniejszą wartość. Wydaje mi się wszakże, że mogą być ciekawe z następujących dwu względów. Okazują naprzód, w jaki sposób można użyć logiki symbolicznej do badania problematów czysto logicznych. Logika symboliczna doszła już wprawdzie w swej części algebraicznej do dość wielkiego udoskonalenia, ale rzadko na ogół była dotąd stosowana do interpretacji i analizy zagadnień logicznych. Że takie jej zastoso-

wanie jest możliwe i pożyteczne, dowodzi tego rozprawa p. AJDUKIEWICZA o odwracalności stosunku i następstwa oraz moje uwagi na ten sam temat. Po wtóre, każde dokładniejsze zbadanie jakiegoś problematu prowadzi zazwyczaj do zagadnień nowych; a należy pamiętać, że i z najdrobniejszej kwestii może się urodzić najgłębsze zagadnienie. Zdaje mi się zwłaszcza, że w badaniach logicznych, choćby były one nie wiedzieć jak suche i błahe na pozór, o ile tylko prowadzone są z całym przejęciem się i szacunkiem dla tematu, znajdzie się zawsze jakiś moment, wskazujący na coś większego i głębszego. Trzeba tylko dużo wytrwałości i siły umysłowej, ażeby móc zawsze pójść głębiej.

Z licznych zagadnień i pytań, które nasunęły mi się w związku z niniejszym tematem, chcę tutaj w krótkości zwrócić uwagę na kilka najważniejszych. Szukając dowodu dla twierdzenia o odwracalności racji i ogółu jej następstw, natknąłem się na sądy typu $x = x_i$ oraz $x \neq x_k$. Sądy te z wielu względów zasługują na bliższe zbadanie. Naprzód wydają się być bardzo proste i pierwiastkowe; następnie pierwsze z nich mają tę osobliwą własność, że istnieje tylko JEDNA wartość zmiennej, która je sprawdza, tak samo, jak drugie tym się znowu odznaczają, że istnieje tylko JEDNA wartość zmiennej, która ich nie sprawdza. Ważne są zwłaszcza sądy typu $x = x_i$, dla których proponuję nazwę sądów JEDNOWARTOŚCIOWYCH; orzeczenia tych sądów przypisują podmiotom jakąś cechę INDYWIDUALNĄ. Np. „x jest MICKIEWICZEM" albo „x jest twórcą *Pana Tadeusza*".

Ważnym dalej wydaje mi się być twierdzenie, udowodnione *implicite* w § 4, a orzekające, że każdy sąd nieokreślony r, zawierający zmienną x, da się przedstawić równoważnie zarówno jako suma logiczna wszystkich sądów typu $x = x_i$, w których terminy określone x_i są wartościami sprawdzającymi r, jak też jako iloczyn logiczny sądów typu $x \neq x_k$, w których terminy określone x_k są wartościami niesprawdzającymi r. Tak np. sąd „x jest podzielne przez 3" jest równoważny dla $x = 1, 2, ..., 6$ zarówno sumie logicznej „$(x = 3) + (x = 6)$", jak iloczynowi logicznemu „$(x \neq 1)\ (x \neq 2)\ (x \neq 4)\ (x \neq 5)$". Okazuje się z tego, że sądy typu $x = x_i$ oraz $x \neq x_k$ odgrywają istotnie rolę jakichś pierwiastków logicznych. Ta analiza sądów nieokreślonych o zmiennej x przypomina najzupełniej rozkładanie równań n-tego stopnia o jednej niewiadomej (które są zresztą sądami nieokreślonymi):

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0 = 0$$

na iloczyn czynników:

$$(x - x_1)\ (x - x_2)\ ...\ (x - x_n) = 0,$$

przy czym $x_1, x_2, ... x_n$ są pierwiastkami równania.

Badając następstwa sądów typu $x \neq x_k$, doszedłem do konkluzji, że wszystkie nierównoważne następstwa takich sądów dadzą się zawsze przedstawić w postaci sum logicznych, których pierwszym składnikiem jest sama racja, drugim zaś jakiś sąd, zawierający zmienną niezależną od zmiennej, występującej w racji. Otóż badanie nierównoważnych następstw sądów typu $x \neq x_k$ nie jest niczym innym,

jak badaniem nierównoważnych racji sądów jednowartościowych. Z formułki $(x \neq x_k) < (x \neq x_k) + f(y)$ otrzymujemy bowiem przez kontrapozycję: $(x = x_k)$ $f(y) < (x = x_k)$. W racji $(x = x_k)$ $f(y)$ jest drugi czynnik $f(y)$ w stosunku do następstwa $x = x_k$ niezależny; jest przeto rzeczą obojętną, czy ten drugi czynnik zawiera się w racji, czy też nie, bo on zupełnie nie wpływa na następstwo, które wynika jedynie z czynnika pierwszego, a więc z siebie. Można by na tej podstawie sformułować prawo, że ŻADEN SĄD JEDNOWARTOŚCIOWY NIE MA RACJI RÓŻNYCH OD SIEBIE; A JEŚLIBY SIĘ ZDAWAŁO, ŻE TAKĄ RACJĘ POSIADA, TO MUSI ON SIĘ W NIEJ ZAWIERAĆ W CAŁOŚCI, PRZY CZYM POZOSTAŁA CZĘŚĆ RACJI STOI DO NIEGO W STOSUNKU NIEZALEŻNOŚCI LOGICZNEJ. Twierdzenie to można wyrazić krócej, tworząc termin nowy i nowe pojęcie: jeśli dwa sądy r i n pozostają do siebie w stosunku racji i następstwa, i jeśli racja r da się rozłożyć na iloczyn dwu sądów n i a w ten sposób, że a pozostaje w stosunku niezależności logicznej do n, to nazywam ten stosunek racji i następstwa ANALITYCZNYM. Następstwo bowiem zawiera się tutaj w racji w analogiczny sposób, jak w sądach analitycznych orzeczenie zawiera się w przedmiocie. Używając tego nowego terminu, można więc powiedzieć: KAŻDY STOSUNEK WYNIKANIA, W KTÓRYM JAKO NASTĘPSTWO WYSTĘPUJE SĄD JEDNOWARTOŚCIOWY, JEST ANALITYCZNY. W dziedzinie metafizycznej zdanie takie oznaczałoby, że cechy indywdualne nie są następstwem żadnego prawa, a więc nie ulegają konieczności.

Szkicuję tylko te wyniki. Nie wydają mi się jeszcze zupełnie pewne. Pojęcie analitycznych stosunków wynikania i odpowiadające mu pojęcie syntetycznych stosunków wynikania, jeżeli stosunki takie w ogóle istnieją, wymaga jeszcze dokładnego opracowania a nawet sformułowania, które zwłaszcza na tle logiki symbolicznej nie jest bynajmniej łatwe. Jeżeli mimo to pozwoliłem sobie o pojęciach tych wspomnieć, to tylko dlatego, ażeby zachęcić czytelników do tych, jak mi się wydaje, ważnych i ciekawych badań.

Lwów, w maju 1913 r.

3. LOGIKA DWUWARTOŚCIOWA

Przegląd Filozoficzny
r. XXIII(1920) s. 189–205

Jest to fragment większego dzieła o logice trójwartościowej, które przygotowuję do druku. Logikę dwuwartościową chcę tu ująć w taki sposób, by logika trójwartościowa okazała się naturalnym rozszerzeniem dwuwartościowej.

Praca ta jest zestawieniem znanych już prawd i poglądów. Zaznaczam krótko, z jakich autorów korzystałem najwięcej. Pojęcia „prawdy" i „fałszu", jako też „uznawania" za-

wdzięczam FREGEMU. Dodając do „uznawania" „odrzucanie", poszedłem za BRENTANEM. Pomysł wyprowadzenia praw logicznych z zasad. dotyczących 0 i 1, zaczerpnąłem od SCHRÖDERA. Ze względów praktycznych przyjąłem symbolikę boole'owsko-schröderowską, uproszczoną przez COUTURATA: z symboliki boole'owsko-schröderowskiej przejąłem tylko użycie kropek po znaku uznania lub odrzucenia i po kwantyfikatorach. Nazwa i oznaczenie kwantyfikatorów pochodzą od PEIRCE'A. Uznając tylko zmienne pozorne, poszedłem za zdaniem prof. LEŚNIEWSKIEGO.

Zasady logiki trójwartościowej streściłem w autoreferacie, zamieszczonym w *Ruchu Filozoficznym*, [t.] V., [s.] 170.*

TREŚĆ

1. Prawda i fałsz. 2. Logika dwuwartościowa. 3. Uznawanie i odrzucanie. 4. Postępowanie trafne i błędne. 5. Wstrzymywanie się i postępowanie obojętne. 6. Zasady wynikania. 7. Zmienne logiczne i kwantyfikatory. 8. Przykład wyrażenia zawierającego zmienną. 9. Dwojaka interpretacja zmiennych logicznych. 10. Prawa wynikania. 11. Definicje. 12. Zaprzeczanie. 13. Dodawanie. 14. Mnożenie. 15. Równoważność. 16. Reguły mówione. 17. Przykłady wyprowadzania zasad z definicyj. 18. Zasady działań logicznych i równoważności. 19. Znaczenie kwantyfikatorów. 20. Twierdzenia i prawa. 21. Przykłady sprawdzania praw. 22. Aksjomatyka zasad logiki dwuwartościowej. 23. Spis aksjomatów i definicji logiki dwuwartościowej. 24. Najważniejsze prawa logiki dwuwartościowej.

1. Prawda i fałsz. Wyrazów tych nie definiuję, rozumiem zaś przez PRAWDĘ nie zdanie prawdziwe, lecz PRZEDMIOT, oznaczony przez zdanie prawdziwe, a przez FAŁSZ nie zdanie fałszywe, lecz PRZEDMIOT, oznaczony przez zdanie fałszywe. Powiadam, że „2 razy 2 jest 4" jest prawdą, bo zdanie „2 razy 2 jest 4" oznacza ten sam przedmiot, co wyraz „prawda", tak jak 2 razy 2 jest cztery, bo wyrażenie „2 razy 2" oznacza ten sam przedmiot, co wyraz „cztery".

Dwa różne zdania prawdziwe, np. „2 razy 2 jest 4" i „Warszawa leży nad Wisłą", różnią się tylko swą TREŚCIĄ, oznaczają zaś TEN SAM przedmiot, to jest prawdę, tak jak wyrażenia „2 razy 2" i „3 więcej 1" różnią się tylko swą treścią, oznaczają zaś TEN SAM przedmiot, to jest liczbę 4. Wszystkie zdania prawdziwe oznaczają jeden i ten sam przedmiot, mianowicie prawdę, a wszystkie zdania fałszywe oznaczają jeden i ten sam przedmiot, mianowicie fałsz. Prawdę i fałsz uważam za przedmioty w tym samym znaczeniu JEDNOSTKOWE, co liczby 2 lub 4. Mamy tyle różnych nazw jednej tylko prawdy, ile zdań prawdziwych, i tyle różnych nazw jednego tylko fałszu, ile zdań fałszywych. Ontologicznie prawdzie odpowiada byt, fałszowi — niebyt.

Przedmioty, oznaczane przez zdania, nazywam WARTOŚCIAMI LOGICZNYMI. Prawda jest dodatnią, fałsz — ujemną wartością logiczną. Prawdę oznaczam przez 1, fałsz — przez 0. Znaki te czytam także jako zdania: „Prawda jest", „Fałsz jest".

---

* Zob. w tym tomie s. 239 [JJJ].

2. Logika dwuwartościowa. Przez LOGIKĘ rozumiem naukę o wartościach logicznych. Tak pojęta logika ma swój własny przedmiot badania, którym nie zajmuje się żadna inna nauka. Logika nie jest nauką o zdaniach; to należy do gramatyki; nie jest nauką o sądach lub przekonaniach; to należy do psychologii; nie jest nauką o treściach, wyrażonych przez zdania; tym zależnie od treści zajmują się różne nauki szczegółowe; nie jest nauką o «przedmiotach w ogóle»; o tym traktuje ontologia — logika jest nauką o przedmiotach szczególnego rodzaju: W WARTOŚCIACH LOGICZNYCH.

Wszystkie dotychczasowe systemy logiki, zarówno logika ARYSTOTELESA, jak logika stoików, zarówno tradycyjna logika formalna, jak współczesna logika symboliczna, opierają się na zasadzie, że każde zdanie jest albo prawdziwe, albo fałszywe. Zasadę tę, która jest podstawą całej logiki dotychczasowej, nazywam zasadą DWUWARTOŚCIOWOŚCI, a logikę, która zakłada, że istnieją DWIE i TYLKO dwie wartości logiczne, mianowicie prawda i fałsz, nazywam DWUWARTOŚCIOWĄ.

3. Uznawanie i odrzucanie. Wyrazów tych nie definiuję, rozumiem zaś przez UZNAWANIE i ODRZUCANIE sposoby zachowania się wobec wartości logicznych, znane każdemu z własnego doświadczenia. Chcę uznawać prawdę i tylko prawdę, chcę odrzucać fałsz i tylko fałsz. Wyraz „uznaję" oznaczam przez *U*, wyraz „odrzucam" przez *N* (nie uznaję, neguję). Zdania:

$$U : 1, \quad N : 0,$$

które czytam: „Uznaję prawdę", „Odrzucam fałsz", uważam za naczelne zasady logiki dwuwartościowej, choć nie cytuję ich nigdzie. Zdania te czytam także: „Uznaję, że prawda jest", „Odrzucam, że fałsz jest".

Mówiąc i pisząc: „Uznaję, że coś jest", „Odrzucam, że coś jest", rozumiem, że uznaję lub odrzucam przedmiot, oznaczony przez zdanie zaczynające się od „że", a więc uznaję lub odrzucam jakąś wartość logiczną. Tak samo, mówiąc i pisząc: „Uznaję zdanie *p*", „Odrzucam zdanie *r*", rozumiem, że uznaję lub odrzucam przedmiot, oznaczony przez zdanie *p* lub r. Uznaję, że zdanie „Prawda jest" oznacza prawdę, a zdanie „Fałsz jest" oznacza fałsz.

4. Postępowanie trafne i błędne. Jakkolwiek chcę uznawać prawdę i tylko prawdę, a odrzucać fałsz i tylko fałsz, to jednak zdarzyć się może, że wskutek nieświadomości lub nieuwagi uznam fałsz lub odrzucę prawdę. Wtedy popełniam błąd. Mówię bowiem, że POSTĘPUJĘ TRAFNIE, gdy uznaję prawdę lub odrzucam fałsz, a POSTĘPUJĘ BŁĘDNIE, gdy uznaję fałsz lub odrzucam prawdę. Błąd jest oczywiście czymś różnym od fałszu.

Gdy przed wyrażeniem, oznaczającym prawdę, a więc przed zdaniem prawdziwym lub znakiem 1, napiszę *U* na znak, że uznaję przedmiot, oznaczony przez to wyrażenie, to postępuję trafnie. Postępuję trafnie i wtedy, gdy przed wyrażeniem, oznaczającym fałsz, piszę *N*. Gdybym w pierwszym przypadku napisał *N*

lub w drugim *U*, postąpiłbym błędnie.

W pracy tej piszę *U* i *N* tylko przed wyrażeniami znakowymi, to jest złożonymi wyłącznie ze znaków, nie zaś ze słów.

5. Wstrzymywanie się i postępowanie obojętne. Gdy nie wiem, czy coś jest prawdą czy fałszem, to tego zazwyczaj ani nie uznaję, ani nie odrzucam, lecz WSTRZYMUJĘ SIĘ. Jest to trzeci sposób zachowania się wobec wartości logicznych. Nie wiem np., czy „początek Cyceronowej księgi *De fato* znajdzie się kiedy", „czy początek Cyceronowej księgi *De fato* nie znajdzie się nigdy". Przed żadnym z tych dwu zdań nie mógłbym napisać ani *U*, ani *N*, bo żadnego z nich nie uznaję, ani nie odrzucam. Zachowując się w ten sposób, nie popełniam błędu, ale też nie postępuję trafnie; powiadam, że w takich razach POSTĘPUJĘ OBOJĘTNIE.

Przyjmuję, że i wtedy postąpiłbym obojętnie, gdybym uznał lub odrzucił coś, co nie jest w ogóle wartością logiczną.

Wstrzymywanie się wskutek niewiedzy nie ma uzasadnienia logicznego, obiektywnego, lecz tylko psychologiczne, subiektywne; z tego też względu ten trzeci sposób zachowania się wobec wartości logicznych nie ma w logice znaczenia.

6. Zasady wynikania. Stosunek wynikania jest jednym z 16 stosunków, które można wyróżnić, rozpatrując związki prawdy z fałszem.

Stosunek ten oznaczam znakiem $<$, który czytam „wynika", a wyrażenia kształtu „$p < r$" czytam: „Z p wynika r" lub „Jeśli p jest, to r jest". Stosunku wynikania nie definiuję, przyjmuję jednakowoż, że spełnia on następujące ZASADY:

Z_1 $\quad U : 0 < 0$
Z_2 $\quad U : 0 < 1$
Z_3 $\quad N : 1 < 0$
Z_4 $\quad U : 1 < 1$

Wyrażenia te czytam: „Uznaję, że z fałszu wynika fałsz", „Uznaję, że z fałszu wynika prawda", „Odrzucam, że z prawdy wynika fałsz", „Uznaję, że z prawdy wynika prawda". Czytam je także: „Uznaję, że jeśli fałsz jest, to fałsz jest", „Uznaję, że jeśli fałsz jest, to prawda jest", „Odrzucam, że jeśli prawda jest, to fałsz jest", „Uznaję, że jeśli prawda jest, to prawda jest".

Zasad wynikania nie dowodzę; zgodne są one ze znaczeniem, przypisywanym w logice tak zwanemu stosunkowi wynikania MATERIALNEGO.

7. Zmienne logiczne i kwantyfikatory. Wyprowadzam znaki p, r, s, które nazywam ZMIENNYMI, a których zakresem zmienności są wartości logiczne. Są to więc zmienne, które mogą oznaczać KAŻDĄ wartość logiczną, lecz TYLKO wartość logiczną. Zmienne takie nazywam LOGICZNYMI. W logice dwuwartościowej zakresem zmiennych logicznych są tylko dwa przedmioty: prawda i fałsz. Znaki tych

przedmiotów, 0 i 1, są wartościami zmiennych logicznych i mogę je wstawiać w miejsce zmiennych. W przeciwstawieniu do zmiennych znaki 0 i 1 nazywam STAŁYMI LOGICZNYMI.

Wprowadzam dalej dwa rodzaje innych znaków, złożonych z litery greckiej Π lub Σ i wskaźników p, r lub s, np. Πp, Σp. Znaki te nazywam KWANTYFIKATORAMI: Πp kwantyfikatorem OGÓLNYM, Σp kwantyfikatorem SZCZEGÓŁOWYM. Πp czytam „przy każdym p", Σp czytam „przy pewnym p". Z kwantyfikatorów szczegółowych nie robię na razie użytku.

Kwantyfikator pozostaje w nieodłącznym związku z wyrażeniem, w którym zawiera się zmienna, zaznaczona we wskaźniku; piszę go przed KAŻDYM wyrażeniem, zawierającym zmienną. Wstawiając w miejsce zmiennej jakąś jej wartość, opuszczam kwantyfikator. Dla skrócenia zamiast $\Pi p \Pi r$ piszę Πpr, co czytam „przy każdym p i r", a zamiast $\Pi p \Pi r \Pi s$ piszę Πprs, co czytam „przy każdym p, r i s".

Zmienne, poprzedzone kwantyfikatorami, nazywają się we współczesnej logice symbolicznej POZORNYMI. Używam tylko zmiennych pozornych.

8. Przykład wyrażenia zawierającego zmienną. Jakie znaczenie mają wyrażenia znakowe, w których zawierają się zmienne, poprzedzone kwantyfikatorami ogólnymi, okaże najściślej przykład. Formułuję zdanie:

$T_3 \qquad U : \Pi p \,.\, p < p$

Zdanie to czytam: „Uznaję, że przy każdym p, z p wynika p". Czytam je także: „Uznaję, że przy każdym p, jeśli p jest, to p jest". Πp z kropką tyczy się całego wyrażenia, które po nim następuje. Ponieważ p może oznaczać każdą wartość logiczną, lecz tylko wartość logiczną, przeto zdanie T_3 znaczy tyle, co „Każda wartość logiczna wynika z siebie". A więc fałsz wynika z fałszu, a prawda z prawdy, zgodnie z przyjętymi już przeze mnie zasadami wynikania:

$$Z_1 \quad U : 0 < 0 \quad \text{i} \quad Z_4 \quad U : 1 < 1$$

Porównywając te zasady ze zdaniem T_3, widzimy, że powstają one z T_3 przez wstawienie w miejsce zmiennej p jej wartości 0 i 1. Zasady Z_1 i Z_4 zawierają się zatem w zdaniu T_3, a zdanie T_3 opiera się na nich jako ich UOGÓLNIENIE.

Jedna z ważnych funkcji zmiennych logicznych i kwantyfikatorów ogólnych polega na tym, że pozwalają uogólniać zasady.

9. Dwojaka interpretacja zmiennych logicznych. Określiłem zmienne logiczne jako znaki, których zakresem zmienności są wartości logiczne. W logice dwuwartościowej istnieją tylko dwie wartości logiczne; są nimi przedmioty prawda i fałsz; fałsz oznaczam przez 0, prawdę przez 1; zmienne logiczne mogą więc przybierać tylko dwie wartości: 0 i 1. Jest to pierwsza interpretacja zmiennych logicznych, którą nazywam PRZEDMIOTOWĄ. Możliwa jest jednak i druga interpretacja, nazywam ją ZDANIOWĄ, według której zmienne logiczne mogą przybierać

nie dwie, lecz nieskończenie wiele wartości, a są nimi wszystkie zdania. Druga interpretacja opiera się na pierwszej.

Przyjąłem, że wszystkie zdania prawdziwe oznaczają jeden i ten sam przedmiot, mianowicie prawdę, a wszystkie zdania fałszywe oznaczają jeden i ten sam przedmiot, mianowicie fałsz. Każde więc zdanie prawdziwe, np. „2 razy 2 jest 4", jest pewną NAZWĄ prawdy, bardziej tylko złożoną niż znak 1, a każde zdanie fałszywe, np. „2 razy 2 jest 5", jest pewną NAZWĄ fałszu, bardziej tylko złożoną niż znak 0.

W interpretacji przedmiotowej nie uważam różnych nazw prawdy, a tak samo fałszu, za RÓŻNE wartości zmiennej, tak jak nie uważam, że „2 x 2" i „3 + 1" są dwa różne pierwiastki równania $x - 4 = 0$; w interpretacji zdaniowej natomiast uważam różne nazwy prawdy, a tak samo fałszu, za różne wartości zmiennej, i stąd jest ich nieskończenie wiele, choć wszystkie oznaczają jeden z dwu przedmiotów, należących do zakresu zmiennej. Przez interpretację taką nie zmienia się wartość logiczna interpretowanych twierdzeń, gdyż zależy ona od przedmiotów, oznaczonych przez nazwy, nie zaś od nazw samych.

Zdanie:

T_3 $\quad U : \Pi p \,.\, p < p.$

orzeka w interpretacji przedmiotowej, że każda WARTOŚĆ LOGICZNA wynika z siebie; w interpretacji zdaniowej, że każde ZDANIE wynika z siebie.

10. Prawa wynikania. Na zasadach wynikania opierają się następujące trzy PRAWA WYNIKANIA:

T_1 $\quad U : \Pi p \,.\, 0 < p$
T_2 $\quad U : \Pi p \,.\, p < 1$
T_3 $\quad U : \Pi p \,.\, p < p$

Pierwsze prawo orzeka: „Uznaję, że przy każdym p, z fałszu wynika p", drugie orzeka: „Uznaję, że przy każdym p, z p wynika prawda". Pierwsze prawo uogólnia zasady Z_1 i Z_2; drugie — Z_3 i Z_4. Trzecie prawo omówiłem już poprzednio; uogólnia ono zasady Z_1 i Z_4 i jest wyrazem ZWROTNOŚCI stosunku wynikania.

W interpretacji zdaniowej prawa T_1 i T_2 można tak wysłowić: „Z fałszu wynika każde zdanie" i „Prawda wynika z każdego zdania".

A więc, ponieważ „2 razy 2 jest 5" jest fałszem, przeto „Jeśli 2 razy 2 jest 5, to Warszawa leży nad Wisłą" i „Jeśli 2 razy 2 jest 5, to Lwów leży nad Wisłą" itd. Skoro zaś „2 razy 2 jest 4" jest prawdą, przeto „Jeżeli Warszawa leży nad Wisłą, to 2 razy 2 jest 4" i „Jeśli Lwów leży nad Wisłą, to 2 razy 2 jest 4" itd.

Jakiekolwiek dwa prawa wynikania, łącznie z zasadą Z_3, mogą w aksjomatycznym przedstawieniu zasad logiki dwuwartościowej zastąpić zasady Z_1 do Z_4.

11. Definicje. Przy pomocy zasad wynikania, zmiennych logicznych i kwantyfikatorów ogólnych definiuję pewne działania i stosunki logiczne. Na początku każdej definicji po znaku uznania piszę kwantyfikator ogólny, który odnosi się do całej definicji; po nim piszę wyrażenie, które chcę zdefiniować; następnie kładę znak ≡, który czytam „znaczy to samo, co"; wreszcie po drugiej stronie znaku ≡ umieszczam wyrażenie definiujące, które obok zmiennych zawiera albo już znane nam znaki, jak 0 i <, albo znaki poprzednio zdefiniowane. Przyjmuję następujące cztery definicje:

$$\begin{array}{lll} D_1 & U : \Pi p \ . & p' \equiv (p < O) \\ *D_2 & U : \Pi pr \ . & p + r \equiv (p' < r) \\ D_3 & U : \Pi pr & pr \equiv (p' + r')' \\ D_4 & U : \Pi pr \ . & (p = r) \equiv (p < r)\ (r < p) \end{array}$$

Są to definicje zaprzeczenia, sumy logicznej, iloczynu logicznego i równoważności.

12. Zaprzeczanie. Definicja pierwsza określa wyrażenie p', które nazywam ZAPRZECZENIEM p, a czytam „Nie-p" lub „p nie jest". Definicja orzeka: „Uznaję, że przy każdym p, „nie-p" znaczy to samo, co „Z p wynika fałsz" "; albo też: „Uznaję, że przy każdym p, „p nie jest" znaczy to samo, co „Jeśli p jest, to fałsz jest" ". Myśl, zawarta w tej definicji, jest taka: „p nie jest" jest prawdą wtedy i tylko wtedy, gdy prawdą jest, że z p wynika fałsz. Otóż z p wynika fałsz wtedy i tylko wtedy, gdy p jest fałszem. Można więc powiedzieć, że „p nie jest" znaczy to samo, co „p jest fałszem". Przy takiej interpretacji definicja zgodna jest z intuicyjnym znaczeniem słówka „nie" oraz z poglądami na zaprzeczenie SIGWARTA i BERGSONA.

Działanie, przekształcające wyraz p w jego zaprzeczenie przez dodanie kreski lub słówka „nie", nazywam ZAPRZECZANIEM. Zaprzeczanie, w przeciwstawieniu do innych działań logicznych, jest działaniem JEDNOMIENNYM, to znaczy, jeden wyraz, czyli jedno «miano», wystarcza do wykonania działania. Gdy p jest zdaniem, np. „Piotr jest uczciwy", to p' znaczy: „Piotr nie jest uczciwy". Zdania p i p' są to dwa zdania sprzeczne.

13. Dodawanie. Definicja druga określa wyrażenie $p + r$, które nazywam SUMĄ LOGICZNĄ, a czytam „p lub q" albo też „p jest lub r jest". Definicja orzeka: „Uznaję, że przy każdym p i r, „p lub r" znaczy to samo, co „Z nie-p wynika r" "; albo też: „Uznaję, że przy każdym p i r: „p jest lub r jest" znaczy to samo, co „Jeśli p nie jest, to r jest" ". Definicja ta, zwłaszcza w drugim sformułowaniu słownym, zgodna jest z intuicyjnym znaczeniem słówka „lub". Dodaję, że zgodnie ze współczesną logiką symboliczną słówko „lub" pojmuję w znaczeniu niewyłączającym, to znaczy, mówiąc „p lub r", nie mam na myśli, że „p wyłącza r".

Działanie, łączące dwa wyrazy p i r znakiem + lub słówkiem „lub" nazywam DODAWANIEM. Gdy p i r są zdaniami, np. „Piotr jest uczciwy", „Paweł jest uczciwy", to suma $p + r$ znaczy: „Piotr jest uczciwy lub Paweł jest uczciwy".

14. Mnożenie. Definicja trzecia określa wyrażenie pr, które nazywam ILOCZYNEM, a czytam „p i r" lub „p jest i r jest". W definicji tej zawiera się wyrażenie $(p' + r')'$, które przy czytaniu dosłownym brzmiałoby niezgrabnie: „Nie-(nie-p lub nie-r)", albo też „(p nie jest lub r nie jest) nie jest". Opierając się na wyjaśnieniu zaprzeczenia, mówię zamiast tego: „Fałszem jest, że nie-p lub nie-r" i „Fałszem jest, że p nie jest lub r nie jest". Definicja orzeka więc: „Uznaję, że przy każdym p i r, „p i r" znaczy to samo, co „Fałszem jest, że nie-p lub nie-r" "; albo też: „Uznaję, że przy każdym p i r, „p jest i r jest" znaczy to samo, co „Fałszem jest, że p nie jest lub r nie jest" ". Definicja ta, zwłaszcza w drugim sformułowaniu słownym, zgodna jest z intuicyjnym znaczeniem słówka „i".

Działanie, łączące dwa wyrazy p i r przez proste ich zestawienie lub słówkiem „i", nazywam MNOŻENIEM. Gdy p i r są zdaniami, np. „Piotr jest uczciwy", „Paweł jest uczciwy", to pr znaczy: „Piotr jest uczciwy i Paweł jest uczciwy".

15. Równoważność. Definicja czwarta określa wyrażenie $p = r$, które oznacza stosunek RÓWNOWAŻNOŚCI, a które czytam „p jest równoważne r". Najprostszy sposób wysłowienia tej definicji jest następujący: „Uznaję, że przy każdym p i r, „p jest równoważne r" znaczy to samo, co „Z p wynika r i z r wynika p" ". Równoważność jest więc OBUSTRONNYM WYNIKANIEM. I ta definicja zgodna jest z intuicyjnym znaczeniem równoważności oraz z przyjętymi w logice poglądami.

Równoważność pojmuje się często jako TOŻSAMOŚĆ. Zasady równoważności, które wyprowadzam poniżej z definicji równoważności, okazują, że pojmowaniu temu nie stoi nic na przeszkodzie.

16. Reguły mówione. Z definicyj wyprowadzam przez wnioskowanie zasady zaprzeczania, dodawania, mnożenia i równoważności. Przy wyprowadzaniu zasad z definicyj, jak i później przy sprawdzaniu praw na podstawie zasad, posługuję się pewnymi regułami, których nie mogę sformułować w znakach, i które nazywam dlatego REGUŁAMI MÓWIONYMI. Takich reguł mówionych przyjmuję cztery: dwie perwsze są mi potrzebne do wyprowadzania zasad z definicyj, ostatnia do sprawdzania praw, trzecia w obu przypadkach. Są one następujące.

(a) Uznaję każde wyrażenie, które z wyrażenia uznanego, zawierającego zmienne z kwatyfikatorami ogólnymi, powstaje przez wstawienie wartości 0 lub 1 w miejsce zmiennych.

(b) Uznaję każde wyrażenie, które znaczy to samo, co jakieś wyrażenie uznane; odrzucam każde wyrażenie, które znaczy to samo, co jakieś wyrażenie odrzucone.

(c) Uznaję każde wyrażenie, które przez podstawienie znaku 1 zamiast wyrażenia uznanego lub znaku 0 zamiast wyrażenia odrzuconego przechodzi w wyrażenie uznane; odrzucam każde wyrażenie, które przez takie podstawienia przechodzi w wyrażenie odrzucone.

(d) Uznaję każde wyrażenie, zawierające zmienne z kwantyfikatorami ogólnymi, z którego przez wstawienie wartości 0 i 1 w miejsce zmiennych powstają same tylko wyrażenia uznane.

Wszystkie te reguły uważam za oczywiste.

17. Przykłady wyprowadzania zasad z definicyj.

Przykład (1). Wyrażenie:

$$\Pi p \,.\, p' \equiv (p < 0)$$

jest uznane przez definicję D_1; więc na mocy reguły mówionej (a) uznaję wyrażenie, które powstaje z D_1 przez wstawienie wartości 0 w miejce zmiennej p:

$$U : 0' \equiv (0 < 0)$$

$0'$ znaczy zatem to samo, co $(0 < 0)$. Wyrażenie $(0 < 0)$ jest uznane przez zasadę Z_1; więc na mocy reguły mówionej (b) uznaję $0'$. Tak otrzymuję zasadę zaprzeczania:

Z_5 $\quad U : 0'$

Przykład (2). Wyrażenie:

$$\Pi pr \,.\, p + r \equiv (p' < r)$$

jest uznane przez definicję $*D_2$; więc na mocy reguły mówionej (a) uznaję wyrażenie, które powstaje z $*D_2$ przez wstawienie wartości 0 w miejsce zmiennych p i r:

$$U : 0 + 0 \equiv (0' < 0)$$

W wyrażeniu $(0' < 0)$ zamiast uznanego już $0'$ podstawiam 1; mogę to zrobić, gdyż uznaję prawdę i tylko prawdę, chybabym popełnił błąd. Wyrażenie $(0' < 0)$ przez podstawienie $0'/1$ przechodzi w wyrażenie odrzucone $(1 < 0)$. Na mocy reguły mówionej (c) odrzucam tedy $(0' < 0)$. Wyrażenie $0 + 0$ znaczy więc to samo, co jakieś wyrażenie odrzucone, a zatem odrzucam je na mocy reguły mówionej (b). Tak otrzymuję zasadę dodawania:

Z_7 $\quad N : 0 + 0.$

Przykłady te wystarczą, by zrozumieć, jak wywnioskowałem z definicyj podane niżej zasady.

18. Zasady działań logicznych i równoważności.

Zasady zaprzeczania:

Z_6 ... $U : 0'$
Z_7 ... $N : 1'$

Zasady dodawania:		Zasady mnożenia:	
Z_7	$N : 0 + 0$	Z_{11}	$N : 00$
Z_8	$U : 0 + 1$	Z_{12}	$N : 01$
Z_9	$U : 1 + 0$	Z_{13}	$N : 10$
Z_{10}	$U : 1 + 1$	Z_{14}	$U : 11$

Zasady równoważności:

Z_{15}	$U : 0 = 0$
Z_{16}	$N : 0 = 1$
Z_{17}	$N : 1 = 0$
Z_{18}	$U : 1 = 1$

Uzaję zaprzeczenie fałszu, odrzucam zaprzeczenie prawdy, czyli uznaję, że fałsz nie jest, a odrzucam, że prawda nie jest.

Uznaję sumę, gdy przynajmniej jeden jej składnik jest prawdą, odrzucam ją zaś tylko wtedy, gdy każdy jej składnik jest fałszem.

Odrzucam iloczyn, gdy przynajmniej jeden jego czynnik jest fałszem, uznaję go zaś tylko wtedy, gdy każdy jego czynnik jest prawdą.

Uznaję równoważność fałszu z fałszem i prawdy z prawdą, a odrzucam równoważność fałszu z prawdą i prawdy z fałszem.

19. Znaczenie kwantyfikatorów. Kwantyfikator ogólny pozostaje w ścisłym związku z mnożeniem, szczegółowy z dodawaniem. Pisząc przed jakimś wyrażeniem, zawierającym zmienną p, kwantyfikator ogólny Πp, rozumiem, że w wyrażeniu tym mam wstawić w miejsce zmiennej p wartości 0 i 1, i otrzymane w ten sposób wyrażenia ze sobą POMNOŻYĆ. Pisząc przed jakimś wyrażeniem, zawierającym zmienną p, kwantyfikator szczegółowy Σp, rozumiem, że w wyrażeniu tym mam wstawić w miejsce zmiennej p wartości 0 i 1, i otrzymane w ten sposób wyrażenia do siebie DODAĆ. Analogicznie postępuję z wyrażeniami, zawierającymi więcej zmiennych. Wszystkie więc wyrażenia, zawierające zmienne z kwantyfiaktorami, mógłbym zdefiniować jako iloczyny lub sumy, zawierające same tylko stałe logiczne; np.:

$$\begin{aligned} U : [\Pi p \,.\, p < p] &\equiv (0 < 0)\,(1 < 1) \\ U : [\Pi pr \,.\, p < (r < p)] &\equiv [0 < (0 < 0)][0 < (1 < 0)] \\ &\quad\; [1 < (0 < 1)][1 < (1 < 1)] \\ U : [\Sigma p \,.\, pp'] &\equiv 00' + 11' \quad \text{itd.} \end{aligned}$$

Ponieważ na mocy zasad mnożenia uznaję iloczyn tylko wtedy, gdy każdy jego czynnik jest prawdą, przeto jasną jest rzeczą, że wyrażenia, poprzedzone kwantyfikatorami ogólnymi uznaję wtedy i tylko wtedy, gdy uznaję wszystkie wyrażenia, powstałe z nich przez wstawienie wartości 0 i 1 w miejsce zmiennych. W tym ostatnim zdaniu zawarte są reguły mówione (a) i (d).

20. Twierdzenia i prawa. TWIERDZENIAMI nazywam zdania, różne od zasad, które mogę wywnioskować z zasad przy pomocy reguł mówionych. Twierdzenia logiki dwuwartościowej dzielę na twierdzenia pierwszego rodzaju, które nie zawierają zmiennych, np.:

$$U : (0 = 1) \equiv 0$$

i na twierdzenia drugiego rodzaju, które zawierają zmienne z kwantyfikatorami, np.:

$$U : \Pi p \,.\, p < p$$

Spośród twierdzeń drugiego rodzaju za szczególnie ważne uważam te, w których po znaku uznania występuje kwantyfikator ogólny; nazywam jest PRAWAMI. Prawa uogólniają bądź zasady, bądź twierdzenia pierwszego rodzaju, a w interpretacji zdaniowej zmiennych przedstawiają zasady ROZUMOWANIA. Trzy takie prawa, uogólnienia zasad wynikania, przytoczyłem w ustępie 10; spis najważniejszych praw innych podaję w ustępie ostatnim.

Zaletą niniejszego systemu logicznego jest łatwość dowodzenia twierdzeń. Twierdzenia pierwszego rodzaju wyprowadzam z zasad przy pomocy reguły mówionej (c). Dowodzenie praw polega na ich SPRAWDZANIU. By sprawdzić zaś prawo, wystarczy okazać, że zgodnie z regułą mówioną (d) z prawa tego powstają przez wstawienie wartości 0 i 1 w miejsce zmiennych same tylko wyrażenia uznane. Przykłady wyjaśnią to postępowania.

21. Przykłady sprawdzania praw.

Przykład (1). Mam sprawdzić prawo:

T_5 $\quad U : \Pi p \,.\, (p = 1) = p$

Sprawdzam je, okazując, że zgodnie z regułą mówioną (d) z prawa tego powstają przez wstawienie wartości 0 i 1 w miejsce zmiennej p same tylko wyrażenia uznane, mianowicie:

(1) $\quad U : (0 = 1) = 0$

(2) $\quad U : (1 = 1) = 1$

Wyrażenie (1) przez podstawienie $(0 = 1) / 0$ przechodzi w wyrażenie uznane $0 = 0$, (2) zaś przez podstawienie $(1 = 1) / 1$ przechodzi w wyrażenie uznane $1 = 1$. Zarówno (1), jak (2), muszą więc być uznane na mocy reguły mówionej (c). Prawo jest sprawdzone.

Przykład (2). Mam sprawdzić prawo:

T_{24} $\quad U : \Pi pr \,.\, p < (r < p)$

Okazuję, że z prawa tego powstają przez wstawienie wartości 0 i 1 w miejsce zmiennych p i r same tylko wyrażenia uznane, mianowicie:

(1) $U : 0 < (0 < 0)$
(2) $U : 0 < (1 < 0)$
(3) $U : 1 < (0 < 1)$
(4) $U : 1 < (1 < 1)$

Wyrażenie (1) przez podstawienie $(0 < 0) / 1$ przechodzi w wyrażenie uznane $0 < 1$, (2) przez podstawienie $(1 < 0) / 0$ przechodzi w wyrażenie uznane $0 < 0$, (3) i (4) przez podstawienia $(0 < 1) / 1$ i $(1 < 1) / 1$ przechodzą w wyrażenie uznane $1 < 1$. Prawo jest sprawdzone.

Przy pewnej wprawie sprawdzania te można wykonywać mechanicznie.

22. Aksjomatyka zasad logiki dwuwartościowej. Wszystkie twierdzenia logiki dwuwartościowej opieram na zasadach Z_1 do Z_{18} i regułach mówionych (c) i (d). By stworzyć aksjomatykę tej logiki, wystarcza zatem podać taki system aksjomatów, z którego by można wywnioskować zasady Z_1 do Z_{18}.

System taki buduję z trzech aksjomatów, podnosząc do tej godności cytowane w ustępie 10 prawa wynikania T_1 i T_2 oraz zasadę wynikania Z_3. Do aksjomatów tych dołączam definicje zaprzeczenia, sumy, iloczynu i równoważności oraz reguły mówione (a), (b) i (c). Poprzednie ustępy dostarczyły dowodów, że z tej całości aksjomatów, definicyj i reguł mówionych można wyprowadzić wszystkie zasady.

23. Spis aksjomatów i definicyj logiki dwuwartościowej. W przytoczonym niżej spisie przyjmuję ze względu na logikę trójwartościową zamiast podanej w ustępie 11 definicji sumy logicznej $*D_2$ definicję następującą:

D_{2a} $U : \Pi pr \,.\, p + r \equiv [(p < r) < r]$

Definicja ta orzeka: „Uznaję, że przy każdym p i r, „p jest lub r jest" znaczy to samo, co „jeśli z p wynika r, to r jest" ". Definicja ta jest mniej prosta i oczywista od $*D_2$, prowadzi jednak do tych samych zasad dodawania. Ponieważ p' znaczy to samo, co $(p < 0)$, przeto definicję $*D_2$ można i tak wyrazić:

$*D_2$ $U : \Pi pr \,.\, p + r \equiv [(p < 0) < r]$

Różnica między $*D_2$ a D_{2a} polega więc tylko na zastąpieniu znaku 0 w $*D_2$ przez zmienną r w D_{2a}. Wyrażenia $[(p < 0) < r]$ oraz $[(p < r) < r]$ są w logice dwuwartościowej równoważne:

$*U : \Pi pr \,.\, [(p < 0) < r] = [(p < r) < r]$

Gdy r jest 0, oba te wyrażenia przechodzą w $[(p < 0) < 0]$, gdy r jest 1, oba są prawdziwe.

Oto spis aksjomatów i definicyj:

T_1 $U : \Pi p \,.\, 0 < p$
T_2 $U : \Pi p \,.\, p < 1$

Z_3 $N : 1 < 0$

D_1 $U : \Pi p$. $p' \equiv (p < 0)$

D_{2a} $U : \Pi pr$. $p + r \equiv [(p < r) < r]$

D_3 $U : \Pi pr$. $pr \equiv (p' + r')'$

D_4 $U : \Pi pr$. $(p = r) \equiv (p < r)\,(r < p)$

24. Najważniejsze prawa logiki dwuwartościowej. Z nieograniczonej liczby praw logicznych wymieniam tu praw 40, które z jakichkolwiek względów wydały mi się ważne. Do każdego prawa dodaję krótkie objaśnienie. Gwiazdki, którymi opatrzone są niektóre prawa, mają związek z logiką trójwartościową: jedna gwiazdka oznacza, że wyrażenie, następujące po znaku uznania, nie jest w logice trójwartościowej prawdziwe, ale i nie jest fałszywe; dwie gwiazdki oznaczają, że wyrażenie, następujące po znaku uznania, jest w logice trójwartościowej fałszywe.

T_1 $U : \Pi p$. $0 < p$

T_2 $U : \Pi p$. $p < 1$

T_3 $U : \Pi p$. $p < p$

Są to znane nam już prawa WYNIKANIA; T_1 i T_2 obrałem jako aksjomaty, T_3 orzeka, że stosunek wynikania jest ZWROTNY.

T_4 $U : \Pi p$. $p = p$

T_4 jest prawem TOŻSAMOŚCI, o ile równoważność pojmujemy jako tożsamość. Zarazem prawo to orzeka, że stosunek równoważności jest ZWROTNY.

T_5 $U : \Pi p$. $(p = 1) = p$

COUTURAT w swej *L'Algèbre de la logique* nazwał prawo T_5 zasadą ASERCJI. Zdanie „$p = 1$" czyli „p jest równoważne prawdzie" czytam krócej „p jest prawdą", tak jak zdanie „$p = 0$" czyli „p jest równoważne fałszowi" czytam krócej „p jest fałszem". T_5 stwierdza, że zdanie „p jest prawdą" jest przy każdym p równoważne zdaniu „p jest".

T_6 $U : \Pi p$. $(p = 0) = p'$

T_6 orzeka, że zdanie „p jest fałszem" jest przy każdym p równoważne zdaniu „p nie jest". Na mocy tego prawa można by p' zdefiniować przez $(p = 0)$.

T_7 $U : \Pi p$. $p'' = p$

Według T_7 przy każdym p wyrażenia „Nie-(nie-p)" i „p" są sobie równoważne. Jest to prawo PODWÓJNEGO PRZECZENIA.

*T_8 $U : \Pi p$. $pp' = 0$

*T_9 $U : \Pi p$. $p + p' = 1$

*T_8 jest to prawo SPRZECZNOŚCI, *T_9 prawo WYŁĄCZONEGO ŚRODKA. Ponieważ iloczyn tylko wtedy jest fałszem, gdy przynajmniej jeden jego czynnik jest

fałszem, a suma tylko wtedy jest prawdą, gdy przynajmniej jeden jej składnik jest prawdą, przeto z praw tych wynika, że z dwóch zdań sprzecznych jedno jest fałszywe (*T_8), oraz że z dwóch zdań sprzecznych jedno jest prawdziwe (*T_9).

**T_{10} $U : \Pi p \,.\, (p = p') = 0$

Przy każdym p równoważność zdań sprzecznych p i p' jest fałszem. Nazywając równoważność zdań sprzecznych ABSURDEM, można rzec, że **T_{10} stwierdza fałszywość absurdu.

*T_{11} $U : \Pi p \,.\, (p' < p) < p$

Jeżeli jakieś zdanie wynika ze swego zaprzeczenia, to jest prawdziwe. Jest to pewna forma DOWODU APAGOGICZNEGO. O dziejach tej formy rozumowania *T_{11} VAILATI napisał monografię (zob. artykuł CXV w *Scritti di G. Vailati*, Lipsk-Florencja 1911).

T_{12} $U : \Pi p \,.\quad p + p = p$
T_{13} $U : \Pi p \,.\quad pp = p$

T_{12} i T_{13} są to prawa TAUTOLOGII. Wyrażenia „p lub p" oraz „p i p" są przy każdym p równoważne „p".

T_{14} $U : \Pi pr \,.\quad p + r = r + p$
T_{15} $U : \Pi pr \,.\quad pr = rp$
T_{16} $U : \Pi pr \,.\quad (p = r) = (r = p)$

T_{14} jest to prawo PRZEMIENNOŚCI DODAWANIA, T_{15} prawo PRZEMIENNOŚCI MNOŻENIA, T_{16} stwierdza, że stosunek równoważności jest SYMETRYCZNY. Symetryczność stosunków odpowiada przemienności działań.

T_{17} $U : \Pi prs \,.\quad p\,(r + s) = pr + ps$

T_{17} jest to prawo ROZDZIELNOŚCI.

T_{18} $U : \Pi pr \,.\quad (p + r)' = p'r'$
T_{19} $U : \Pi pr \,.\quad (pr)' = p' + r'$

Są to prawa DE MORGANA. Według T_{18} zaprzeczenie sumy jest równoważne iloczynowi zaprzeczonych składników; według T_{19} zaprzeczenie iloczynu jest równoważne sumie zaprzeczonych czynników.

T_{20} $U : \Pi pr \,.\quad pr < p$
T_{21} $U : \Pi pr \,.\quad p < p + r$

T_{20} i T_{21} nazywają się prawami UPRASZCZANIA. Iloczyn można uprościć w następniku, wyprowadzając z niego jakikolwiek czynnik jako następstwo; sumę można uprościć w poprzedniku, wyprowadzając ją z jakiegokolwiek składnika jako racji.

T_{22} $U : \Pi prs \,.\, (p < s)\,(r < s) = (p + r < s)$
T_{23} $U : \Pi prs \,.\, (s < p)\,(s < s) = (s < pr)$

T_{22} i T_{23} nazywają się prawami SKŁADANIA. Zdanie „Z p wynika s i z r wynika s" jest przy każdym p, r, i s równoważne zdaniu „Z p lub r wynika s", a zdanie „Z s wynika p i z s wynika r" jest przy każdym p, r i s równoważne zdaniu „Z s wynika p i r".

T_{24} $\quad U : \Pi pr . \quad p < (r < p)$

T_{24} jest pewnym prawem wynikania nie mającym nazwy, które treścią swą przypomina aksjomat T_2.

T_{25} $\quad U : \Pi pr . \quad (p < r)' < (r < p)$

T_{25} stwierdza, że przy każdym p i r, jeśli z p nie wynika r, to z r wynika p. Na mocy tego prawa stosunek wynikania można by nazwać ANTYASYMETRYCZNYM, to jest takim, którego zaprzeczenie jest stosunkiem ASYMETRYCZNYM.

T_{26} $\quad U : \Pi pr . \quad (p < r) = (p = pr)$
$*T_{27}$ $\quad U : \Pi pr . \quad (p < r) = (pr' = 0)$

T_{26} i $*T_{27}$ podają sposoby przekształcania wynikania w równoważność. Drugi z tych sposobów był już znany CHRYZYPOWI (zob. CICERO *De fato* 15, oraz DIOG[ENES] LAËRT[IOS], VII 73).

$*T_{28}$ $\quad U : \Pi pr . \quad (p < r) = p' + r$

Zdanie „Jeśli p jest, to r jest" jest przy każdym p i r równoważne zdaniu „p nie jest lub r jest". Na mocy prawa $*T_{28}$ można stosunek wynikania zdefiniować przez sumę i zaprzeczenie.

T_{29} $\quad U : \Pi pr . \quad (p < r) = (r' < p')$
$*T_{30}$ $\quad U : \Pi pr . \quad (pr < s) = (rs' < p')$

Są to prawa PRZECIWSTAWIANIA dla dwóch i trzech zdań. Według T_{29} zdanie „Jeśli p jest, to r jest" jest przy każdym p *i* r równoważne zdaniu „Jeśli r nie jest, to p nie jest". $*T_{30}$ przechodzi w T_{29} przez podstawienia $r/1$ i s/r. Na prawie $*T_{30}$ opiera się tak zwana *reductio syllogismi*, forma rozumowania, której logika tradycyjna używa przy sprowadzaniu trybów *Baroco* i *Bocardo* do trybu *Barbara*.

$*T_{31}$ $\quad U : \Pi prs . \quad (pr < s) = [(p < (r < s)]$
$*T_{32}$ $\quad U : \Pi pr . \quad (p < r) = [p < (p < r)]$

$*T_{31}$ nazywa się prawem WŁĄCZANIA i WYŁĄCZANIA. WYŁĄCZAM p, gdy rozumuję: jeśli z p i r wynika s, to — gdy jest p — z r wynika s. WŁĄCZAM p, gdy rozumuję w odwrotnym kierunku: jeśli — gdy jest p — z r wynika s, to z p i r wynika s. $*T_{32}$ jest szczegółowym przypadkiem prawa $*T_{31}$, z którego powstaje przez podstawienia r/p i s/r.

$*T_{33}$ $\quad U : \Pi prs . (p < r)(r < s) < (p < s)$
T_{34} $\quad U : \Pi prs . (p < r) < [(r < s) < (p < s)]$

*T_{33} jest to prawo SYLOGIZMU: prawdą jest przy każdym p, r *i* s, że jeżeli z p wynika r i z r wynika s, to z p wynika s. Prawo to orzeka zarazem, że stosunek wynikania jest PRZECHODNI. T_{34} jest inną formą prawa sylogizmu, powstałą z *T_{33} przez zastosowanie prawa wyłączania.

*T_{35} $U : \Pi prs \,.\, (p = r)\,(r = s) < (p = s)$
T_{36} $U : \Pi prs \,.\, (p = r) < [(r = s) < (p = s)]$

Prawa *T_{35} i T_{36} są odpowiednikami praw *T_{33} i T_{34} dla stosunku równoważności. Prawo *T_{35} orzeka, że stosunek równoważności jest PRZECHODNI.

*T_{37} $U : \Pi pr \,.\, (p < r)\, p < r$
*T_{38} $U : \Pi prs \,.\, (p < r)\, r' < p'$

Są to prawa rozumowania, znane jako *modus ponens* i *modus tollens*. *T_{37} stwierdza, że przy każdym p i r, jeśli z p wynika r i p jest, to r jest; *T_{38} stwierdza, że przy każdym p i r, jeśli z p wynika r i r nie jest, to p nie jest.

*T_{39} $U : \Pi prs \,.\, (p' < rr') < p$
**T_{40} $U : \Pi prs \,.\, [p' < (r = r')] < p$

*T_{39} i **T_{40} są to pewne dwie formy DOWODÓW APAGOGICZNYCH, używane zwłaszcza w matematyce. Na podstawie tych form dowodzimy, że jeśli z zaprzeczenia tezy p, czyli z p', wynika sprzeczność (*T_{39}) lub absurd (**T_{40}), to teza p jest prawdziwa.

Warszawa, w lipcu 1921 r[oku].

4. INTERPRETACJA LICZBOWA TEORII ZDAŃ [Odczyt wygłoszony 31 października 1922 roku na CCLXXXII posiedzeniu naukowym PTF we Lwowie]

Ruch Filozoficzny
t. VII(1922/1923) nr 6 s. 92b–93a

Za podstawę swych badań prelegent obiera rozdziały *1–*5 I tomu *Principia mathematica*. Autorowie tego dzieła, WHITEHEAD i RUSSELL, przedstawiają w tych rozdziałach «teorię dedukcji», wprowadzając zmienne, połączone znakami działań i stosunków logicznych i formułując w tych znakach 192 praw logicznych (aksjomatów i twierdzeń), opatrzonych znakiem asercji. Prelegent podaje pewną interpretację liczbową zarówno owych zmiennych, jak też ich połączeń, jak wreszcie praw logicznych. Zasady tej interpretacji są następujące.

I. Zmienne p, q, r, s mogą oznaczać jakiekolwiek liczby rzeczywiste przedziału 0–1 wraz z granicami przedziału.

II. Wyrażenie „$p \supset q$" równa się liczbie 1 w razie, gdy $p \leq q$, czyli

$$p \supset q \;.=.\; 1 \qquad \text{dla } p \leq q$$

III.
$$p \supset q \;.=.\; 1 - p + q \qquad \text{dla } p \geq q$$

Wyrażenie „$p \supset q$" oznacza więc zawsze jakąś liczbę, należącą do przedziału 0–1. Następnie prelegent przyjmuje następujące definicje:

D_1	$\sim p \;.=.\; p \supset 0$	(0 jest liczbą)
D_2	$p \vee q \;.=.\; p \supset q \;.\supset\; q$	
D_3	$p \;.\; q \;.=.\; \sim (\sim p \vee \sim q)$	
D_4	$p \equiv q \;.=.\; p \supset q \;.\; q \supset p$	

Łatwo dowieść na podstawie tych definicji oraz zasad I–III, że liczba $\sim p$ równa się liczbie $1-p$; dalej, że suma logiczna dwu liczb różnych równa się zawsze większej z tych liczb, a iloczyn logiczny dwu liczb różnych równa się zawsze mniejszej z tych liczb. Każda funkcja logiczna jest w ten sposób liczbą, należącą do przedziału 0–1. Prawa logiczne, opatrzone znakiem asercji, są także liczbami, należącymi do tego przedziału, na mocy [następującej] zasady.

IV. Każde prawo logiczne równa się najmniejszej z liczb, które powstają przez wstawienie wartości liczbowych w miejsce zmiennych zawartych w prawie.

Prelegent stwierdza, że przy takiej interpretacji liczbowej na 192 prawa logiczne, zawarte w omawianych częściach *Principiów*, 60 praw równa się liczbie 1/2, 3 mają wartość 0, reszta ma wartość 1.

Zastosowanie tej interpretacji jest dwojakie. (1) Można wykazać, że przy przyjęciu tych reguł mówionych czyli dyrektyw, które uznają autorowie *Principiów* (zasad dedukcji i podstawiania), z żadnego zbioru praw logicznych, mających wartość liczbową 1, nie można otrzymać praw, mających mniejszą wartość liczbową. Świadczyłoby to o niezależności pewnej liczby praw logicznych od innych. (2) Przy pojmowaniu 0 jako fałszu, 1 jako prawdy, a innych liczb przedziału 0–1 jako stopni prawdopodobieństwa, odpowiadających różnym możliwościom, powstaje logika wielowartościowa, będąca rozszerzeniem logiki trójwartościowej i różna od niej w pewnych szczegółach.

5. DOWÓD SPÓJNOŚCI AKSJOMATYKI TEORII DEDUKCJI
(Démonstration de la compatibilité des axiomes de la théorie de la déduction)
[Odczyt wygłoszony 13 czerwca 1924 roku na posiedzeniu Warszawskiej Sekcji Polskiego Towarzystwa Matematycznego]

Rocznik Polskiego Towarzystwa Matematycznego
t. III(1924) s. 149

Prelegent używa terminu „teoria dedukcji" w tym samym sensie, co RUSSELL i WHITEHEAD w *Principia mathematica*. Jego system oparty jest na trzech aksjomatach: A_1: $\sim p \supset p.\supset p$, A_2: $p \supset .\sim p \supset q$; A_3: $p \supset q.\supset :q \supset r.\supset .p \supset r$.

Wszystkie twierdzenia wyprowadzane są za pomocą reguł podstawiania i wnioskowania. Prelegent dowodzi, że system w ten sposób zbudowany nie zawiera żadnej pary zdań sprzecznych. W tym celu zakłada, że zmienne przyjmują tylko dwie wartości: 0 i 1, i że:

(1) $\sim 0 = 1$	(3) $0 \supset 0. = 1$	(5) $1 \supset 0. = 0$
(2) $\sim 1 = 0$	(4) $0 \supset 1. = 1$	(6) $1 \supset 1. = 0$

Jeśli podstawi się w zdaniach systemu 0 i 1 za zmienne, zdania te staną się równe 1 na mocy równości (1)–(6). Na przykład aksjomat A_2 stanie się przez podstawienie 1 za p i 0 za q:

$$1 \supset .\sim 1 \supset 0 :=: 1 \supset .0 \supset 0 :=. 1 \supset 1. = 1$$

Żadne zdanie systemu nie może więc być negacją żadnego innego, ponieważ prowadziłoby to do wyrażeń równych ~ 1, a więc 0.

W podobny sposób można ustalić niezależność aksjomatów. Aksjomaty A_1–A_3 są niezależne. Spośród aksjomatów *1.2–*1.6, przyjętych w pierwszym wydaniu *Prinicipów*, *1.5 wynika z pozostałych; wszystkie pozostałe są niezależne. W systemie HILBERTA (*Math. Ann.* 88 s. 153) aks[jomat] 2 zależy od pozostałych, natomiast pozostałe są niezależne.

Przełożył Jacek J. Jadacki

6. O PEWNYM SPOSOBIE POJMOWANIA TEORII DEDUKCJI

[Odczyt wygłoszony 8 grudnia 1924 roku na XX posiedzeniu naukowym Sekcji Logiki PTP w Warszawie]

Przegląd Filozoficzny
r. XXVIII(1925) z. 1–2 s. 134–138

Prelegent przedstawia pewną grę. Bierze w niej udział jedna tylko osoba, używając do gry trapezów prostokątnych, równych. Trapezy są trzech rodzajów: (1) białe, (2) czarne, (3) kolorowe (żółte, niebieskie, czerwone itd.). Przez ustawianie trapezów obok siebie można budować pewne figury. Dużą rolę w grze odgrywają tzw. figury wybrane; figurą wybraną jest: (1) każdy trapez kolorowy, (2) każda figura, którą można zredukować do figury kolorowej (trapezu kolorowego). Redukcję przeprowadza się w sposób następujący: w figurze złożonej opuszcza się trapez czarny, jeżeli bezpośrednio po nim następuje trapez kolorowy, lub opuszcza się trapez biały i następujący po nim kolorowy, o ile po nich bezpośrednio następuje jeszcze jeden kolorowy.

Spośród figur wybranych pewne są «wyróżnione». Prelegent podaje trzy pierwotne figury wyróżnione: poza nimi za wyróżnione uważa się jedynie te figury, które można otrzymać z figur wyróżnionych pierwotnych, stosując dowolną (skończoną) ilość razy dwie czynności opisane poniżej.

(1) Do figury wyróżnionej na miejsce każdej figury kolorowej danego koloru wstawia się figurę wybraną (przy tym wszystkie wstawiane figury są jednokształtne).

(2) (a) Figurę wyróżnioną zaczynającą się od trapezu białego rozbija się na dwie części: (α) trapez biały; (β) reszta.

(b) Część β dzieli się na dwie figury wybrane β_1, β_2; jeżeli β jest figurą wyróżnioną, to β_2 jest też figurą wyróżnioną.

Jeżeli zastąpić:

(1) trapezy białe przez znaki jednokształtne z „$\supset$",

(2) trapezy czarne przez znaki jednokształtne z „$\vee$",

(3) trapezy kolorowe przez znaki jednokształtne z „q", „r"

itd. — to gra staje się teorią dedukcji. Przy tej interpretacji figury wybrane można nazywać wyrażeniami zdaniowymi teorii dedukcji, figury wyróżnione — zdaniami należącymi do systemu teorii dedukcji, figury wyróżnione pierwotne — trzema aksjomatami teorii dedukcji. Przepisy budowania figur wyróżnionych przechodzą w dyrektywy (1) podstawiania, (2) odrywania.

W związku z powyższą grą i jej interpretacją nasuwają się uwagi następujące.

(1) Operowanie znakami, chociażby najściślej przystosowane do dyrektyw, nie daje pewności, że nie opieramy się na założeniach intuicyjnych, ponieważ ze znakami wiążą się pewne intuicje dotyczące ich sesnu; okoliczność ta nie zachodzi przy konstruowaniu figur gry.

(2) Konsekwencje, jakie można wyprowadzić z danej myśli, zależą od kształtu wyrażenia tej myśli.

(3) Rozumowanie jest czynnością niezależną od myśli; można przeprowadzać poprawne dowody nie mówiąc i nie wiedząc nic o myślach, sądach itp. Siła dowodowa tkwi nie w treści, lecz we własnościach figuralnych wyrazu myśli.

7. ROLA DEFINICYJ W SYSTEMACH DEDUKCYJNYCH
[Odczyt wygłoszony 24 marca 1928 roku na CCLXXXII posiedzeniu naukowym PTF we Lwowie]
Autoreferat

Ruch Filozoficzny
t. XI(1928/1929) nr 1–10 s. 164a

Za podstawę swych rozważań prelegent obrał najprostszy system dedukcyjny, to jest teorię dedukcji. Do systemu teorii dedukcji, którego wyrazami pierwotnymi są implikacja i negacja, można wprowadzić definicje w rozmaite sposoby, z których na uwagę zasługują dwa następujące.

Przyjmuje się, PO PIERWSZE, osobne dyrektywy definicyjne, orzekające, że pewne wyrażenie *W*, zbudowane z wyrazów pierwotnych i zmiennych, znaczy to samo, co pewne wyrażenie nowe *N*, i że wolno wobec tego zastępować *W* przez *N* oraz *N* przez *W*. Np., definiując alternatywę, przyjmuje się, że wyrażenie „Jeśli nie-*p*, to *q*" czyli „*CNpq*" znaczy to samo, co wyrażenie „*p* lub *q*", czyli „*Apq*", i „*CNpq*" wolno zastąpić przez „*Apq*" i na odwrót. Takimi deyrektywami zastępowania posługują się milcząco autorowie dzieła *Principia mathematica*. Prelegent sądzi, że w tych przypadkach definicje nie powinny być uważane za tezy systemu.

Formułuje się, PO WTÓRE, definicje jako tezy systemu za pomocą wyrazów pierwotnych, starając się o to, by tezy te wyrażały równoważność między *definiens*[*em*] *W*, a *definiendum N*. Np., definiując alternatywę, przyjmuje się tezy: „Jeśli *p* lub *q*, to jeśli nie-*p*, to *q*", czyli „*CApq CNpq*", oraz „Jeśli (jeśli nie-*p*, to *q*), to *p* lub *q*", czyli „*CCNpq Apq*". Dyrektywa zastępowania jest w tych przypadkach zbyteczna, wystarczają zaś zwykłe dyrektywy podstawiania. Prof.

ZAREMBA zdaje się przyjmować tego rodzaju definicje w swej rozprawie „La logique des mathématiques".

Prelegent oświadcza się za pierwszym sposobem wprowadzania definicji do systemów dedukcyjnych, przede wszystkim z tego względu, że definicje drugiego rodzaju pozwalają w pewnych przypadkach na wyprowadzenie z aksjomatów drogą podstawiania i odrywania takich tez, które zawierają same wyrazy pierwotne, a są niezależne od aksjomatów. Definicje takie odgrywają tedy jakąś rolę twórczą; są jakby zamaskowanymi aksjomatami. Prelegent zaś stoi na stanowisku, że definicje nie powinny być twórcze, lecz że rola ich w systemach dedukcyjnych sprowadza się wyłącznie do następujących dwu punktów natury praktycznej: skracać wyrażenia zbyt długie i wprowadzać nowe walory intuicyjne.

8. O DEFINICJACH W TEORII DEDUKCJI
[Odczyt wygłoszony 18 lutego 1928 roku na I posiedzeniu naukowym Sekcji Logiki WTF w Warszawie]

Ruch Filozoficzny
t. XI(1928/1929) nr 1–10 s. 177a–178a

Prelegent zna dwa rodzaje definicyj:

(1) Podany w *Principia mathematica*, np. $p \supset q \;.=:\sim p \vee .\; q$ Df. Autorowie *Principiów* powiadają, iż „=" z „Df" tworzą jedną całość i że to, co znajduje się po stronie lewej, znaczy to samo, co po stronie prawej.

(2) Definiowanie przy pomocy znaków pierwotnych systemu. Zdawałoby się, że jedynym terminem, nadającym się do użycia w definicji, jest równoważność. Nie znamy jednak teorii dedukcji o wyrazie podstawowym równoważności. P. TARSKI pierwszy używał definicji w postaci dwu inplikacji w systemie, którego terminem pierwotnym jest implikacja. Byłby to drugi sposób definiowania. Prelegent podaje przykład zastosowania obu tych sposobów definiowania, a mianowicie definicji: (1) *CNpq* || *Apq* i (2) *CApq CNpq* i *CCNpq Apq*, do dowodu pewnego twierdzenia, nie traktując przy tym definicji pierwszej jako tezę systemu, lecz jako regułę, iż wolno nam wszędzie na miejsce tego, co jest po stronie lewej definicji, pisać to, co jest po stronie prawej, i na odwrót. Dowód okazuje się krótszy przy pierwszym sposobie definiowania.

Już sam fakt, że pierwszy sposób definiowania jest bardziej zgodny z tym, co intuicyjnie rozumiemy przez definicję, oraz że przy drugim sposobie wprowadza się jako definicje tezy, podobne do aksjomatów, winien raczej skłaniać do przyjęcia sposobu pierwszego. Zdawałoby się jednakże, iż definicje pierwsze-

go rodzaju są logicznie silniejsze od drugiego. Mając bowiem w systemie prawo tożsamości: *Cpp* oraz definicję dyrektywalną, np. *CNpq* || *Apq*, można zastąpić w nim raz pierwsze, a drugi raz drugie *CNpq* przez *Apq*. Otrzymuje się w ten sposób dwie tezy, które stanowią odpowiednią definicję implikacyjną.

Następujące fakty skłoniły prelegenta definitywnie do przyjmowania definicyj rodzaju pierwszego.

(1) P. WAJSBERG znalazł zdanie implikacyjno-negacyjne, wystarczające do zbudowania teorii dedukcji, ale jedynie wówczas, gdy się przyjmie pewną definicję drugiego rodzaju. Okazał on również, iż posługując się taką definicją (mianowicie tezami definicyjnymi *CMq Nq* i *CNq Mq*), można uprościć pewien układ aksjomatów prelegenta. Prelegent przedstawia ów sposób uproszczenia, polegającego na możliwości wyprowadzenia — przy pomocy powyższej definicji — z pewnych dwu aksjomatów trzeciego, niezależnego od nich, wyrażonego przy pomocy terminów pierwotnych jedynie. Celem definicji jest zdaniem prelegenta zastępowanie wyrażeń bardziej skomplikowanych przez prostsze i dostarczanie walorów intuicyjnych, a nie wprowadzanie nowych tez do systemu.

P. TARSKI stwierdził, iż, zapisując definicję w postaci dwu implikacji, dołącza się do systemu *Cpp*. To, co się dołącza ponadto, dołączone jest również wraz z definicją pierwszego rodzaju, gdyż, jak to już było zaznaczone, z definicji takiej można przy pomocy *Cpp* otrzymać odpowiednią definicję implikacyjną. Prelegent dodaje, iż definicja dyrektywalna nie może wprowadzić żadnej tezy o wyrazach pierwotnych, niezależnej od aksjomatów; otrzymawszy bowiem jakieś zdanie o terminach pierwotnych przy pomocy takiej definicji, można wszędzie w dowodzie właśnie na mocy tej samej definicji zastąpić termin wprowadzony przez pierwotny. Zatem, biorąc pod uwagę powyżej przytoczone twierdzenie p. TARSKIEGO, nową tezą, daną przez definicję implikacyjną, jest prawo tożsamości.

(2) Prelegent przytacza dalej inne fakty, utwierdzające go w przekonaniu, iż używać należy definicyj pierwszego rodzaju. Bierze mianowicie pod uwagę aksjomaty HILBERTA bez prawa komutacji. Dołączenie do tych aksjomatów definicji wyrażenia *Apq* w postaci tez implikacyjnych: *CApq CNpq* i *CCNpq Apq* nie pozwala otrzymać twierdzenia (dającego się oczywiście otrzymać natychmiast po wprowadzeniu definicji *CNpq* || *Apq*), różniącego się od jednego z aksjomatów jedynie tym, iż na miejscu *CNpq* jest *Apq*. Z drugiej strony istnieje w danym wypadku aż 2^{12} różnych tabelek interpretacyjnych dla *Apq*. Wyrażenie to jest zatem przy powyższej definicji wieloznaczne. Definicja dyrektywalna wyrażenia *Apq* dopuszcza natomiast jedynie jedną interpretację.

9. DOWÓD ZUPEŁNOŚCI DWUWARTOŚCIOWEGO RACHUNKU ZDAŃ (Ein Vollständigkeitsbeweis des zweiwertigen Aussagenkalküls) Komunikat przedstawiony dnia 21 marca 1931 r[oku]

Sprawozdanie z posiedzeń Towarzystwa Naukowego Warszawskiego wydz. III r. XIV(1931) z. 2–6 s. 153–183

STRESZCZENIE

W komunikacie tym autor przedstawia elementarny dowód zupełności dwuwartościowego rachunku zdań, opartego na alternatywie i negacji jako na wyrazach pierwotnych.

TREŚĆ

I. System. 1. Oznaczenia podstawowe. 2. Aksjomaty. 3. Reguły wnioskowania. 4. Technika wyprowadzania. 5. Tezy wyprowadzone. 6. Uwaga o systemie z *Principia mathematica*.

II. Uwagi wstępne o dowodzie zupełności. 7. Zupełność i niesprzeczność. 8. Dowód niesprzeczności. 9. Podstawowa idea dowodu zupełności. 10. Przegląd typów formuł. 12. Kilka twierdzeń pomocniczych.

III. Dowód zupełności. 13. Zmienna i negacja. Formuły typu F1 i F2. 14. Alternatywa. Formuły typu F33, F322 i F323. 15. „α" w formułach typu F31 i F321. 16. Formuły typu F311, F3211, F3121, F32121, F3122, F32122, F3123 i F32123. 17. Formuły typu F313, F3213, F3133 i F32133. 18. Formuły typu F3131, F32131, F31321, F321321, F31322, F321322, F31323 i F321323. 19. Uwagi końcowe.

I. SYSTEM

1. Oznaczenia podstawowe. System, który się tutaj rozpatruje, a mianowicie zwykły czyli dwuwartościowy rachunek zdań, podobnie jak system przedstawiony w *Principia mathematica*, jest oparty na NEGACJI i ALTERNATYWIE jako na wyrazach pierwotnych.[2] Definicje innych znaków, takich jak implikacja, koniunkcja i równoważność, nie są wprowadzone do systemu.

Zmienne zdaniowe oznaczam małymi literami alfabetu łacińskiego: „*p*", „*q*", „*r*", „*s*" ... Negację zdania „*p*" oznaczam przez „*Np*" (czytaj „Nie-*p*"). Alternatywę zdań „*p*" i „*q*" oznaczam przez „*Apq*" (czytaj „*p* lub *q*"). Zarówno negacja jakiegoś zdania, jak i alternatywa dwóch zdań, jest zdaniem. Postawienie funktorów „*N*" i „*A*" przed ich argumentami czyni zbędnymi wszystkie znaki inter-

[2] Por. A. N. WHITEHEAD & B. RUSSELL, *Principia mathematica*, Vol. 1, Cambridge 1910, s. 97. Zamiast powszechnie używanego wyrazu „dysjunkcja" posługuję się terminem „alternatywa".

punkcyjne, takie jak nawiasy i kropki.[3] Dzięki temu formuły stają się krótsze oraz uzyskują określoną STRUKTURĘ, co ma duże znaczenie dla badań metodologicznych.[4]

Czytelnik łatwo zorientuje się w tej beznawiasowej symbolice, jeśli tylko będzie uważał na to, że do każdego „*N*" należy JEDNO, a do każdego „*A*" — DWA zdania, które następują bezpośrednio po tych literach.

2. Aksjomaty. System jest zbudowany aksjomatycznie i opiera się na trzech aksjomatach oraz dwóch regułach wnioskowania. Aksjomaty są następujące:

1 *ANANApqrANpr*
2 *ANANApqrANqr*
3 *ANANprANANqrANApqr.*

Nie są to formuły przekonujące. Ale gdy wyrazi się je przy pomocy implikacji, to bez trudu można je uznać za oczywiste.

Jak wiadomo w systemie „*N,A*" implikację definiuje się w następujący sposób:

$$Cpq = ANpq.$$

Słownie: „Jeśli *p*, to *q*" znaczy tyle, co „Nie-*p* lub q".[5] Na podstawie tej definicji wszędzie można zastąpić „*AN*" przez „*C*", a „*C*" zastąpić przez „*AN*".

Jeśli się zastosuje reguły podstawiania do aksjomatów (1)–(3), to otrzyma się formuły:

I *CCApqrCpr*
II *CCApqrCqr*
III *CCprCCqrCApqr.*

W formułach tych występują następujące wyrażenia:

---

[3] L. WITTGENSTEIN, *Tractatus logico-philosophicus*, London 1922, stwierdza (s. 126, teza 5.461): „Istotny jest fakt, który wydaje się na pierwszy rzut oka faktem nieważnym, że «*quasi*-relacje» logiczne typu $\vee$ i $\supset$ w przeciwieństwie do relacji rzeczywistych wymagają nawiasów."

Wbrew temu chciałbym stwierdzić, że «*quasi*-relacje» logiczne typu $\vee$ i $\supset$, tj. alternatywa i implikacja, nie wymagają nawiasów, jeśli tylko dobierze się odpowiednią symbolikę. Już FREGE, twórca rachunku zdań, w *Begriffschrift* (1877) wynalazł symbolikę dla tego rachunku, w której nie występują żadne nawiasy.

[4] W podręczniku D. HILBERTA i W. ACKERMANNA, *Grundzige der theoretischen Logik* (*Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften*, tom XXVII, Berlin 1928) znak alternatywy „$\vee$" często wynosi się do przodu (por. *l.c.*, s. 9). I tak np. «prawo asocjacji» przedstawia się zarówno w postaci „$X \vee (Y \vee Z) \rightarrow Y \vee (X \vee Z)$" (zob. s. 23), jak i w postaci „$X(YZ) \rightarrow Y(XZ)$" (zob. s. 27). Na gruncie symboliki, którą ja wprowadzam, powyższe prawo można wyrazić na jeden tylko sposób, a mianowicie za pomocą formuły: „*CApAqrAqApr*" (litera „*C*" odpowiada znakowi implikacji „$\rightarrow$"). Z formuł beznawiasowych w ogóle nie można usuwać żadnych znaków.

[5] Najstarsza ze znanych mi równoważności wyrażeń typu „$AN\alpha\beta$" i „$C\alpha\beta$" znajduje się u BOECJUSZA, *De syllogismo hypothetico* (wyd. MIGNE, *Ptr. lat.* t. LXIV, 1891): *Ea vero propositio quae dicit „aut non est A aut est B" ... est similis ei propositioni quae dicit „si est A, est B"* (por. PRANTL, *Geschichte der Logik im Abendlande*, I, s. 719).

(1) „*CApqr*" („Jeśli *p* lub *q*, to *r*") jest poprzednikiem I i II, i następnikiem III.

(2) „*Cpr*" („Jeśli *p*, to *r*") jest następnikiem I i pierwszym poprzednikiem III.

(3) „*Cqr*" („Jeśli *q*, to *r*") jest następnikiem II i drugim poprzednikiem III.

Formuły I–III znaczą: Jeśli uznaje się zdanie typu „Jeśli *p* lub *q*, to *r*", to można według I i II uznać również zdania typu „Jeśli *p*, to *r*" i „Jeśli *q*, to *r*". Na odwrót, jeśli uznane zostały zdania typu „Jeśli *p*, to *r*" i „Jeśli *q*, to *r*", to według formuy III może być uznane również zdanie typu „Jeśli *p* lub *q*, to *r*".

Te sposoby wnioskowania są oczywiste: zatem oczywiste są także formuły I–III. Jeśli teraz zastąpić w nich „*C*" przez „*AN*", to otrzymamy aksjomaty (1)–(3).

3. Reguły wnioskowania. Zacznijmy od kilku ustaleń terminologicznych. Ze znaków systemu można tworzyć wyrażenia, spośród których część to zdania, jak np. „*p*", „*Np*", „*Apq*", „*ANqr*", „*NApq*", a część to nie zdania, jak np. „*N*", „*A*", „*pq*", „*qAr*". Wyrażenia będące zdaniami nazywam FORMUŁAMI.[6] Formuły dowolnego typu oznaczam literami greckimi.

Aksjomaty i formuły wywiedzione z nich według reguł wnioskowania nazywam TEZAMI. Tezy są to więc formuły UZNANE w systemie.

Do wyprowadzania tez służą dwie reguły wnioskowania: reguła podstawiania i reguła odrywania.

REGUŁA PODSTAWIANIA głosi: *Jeśli w jakiejś tezie za zmienne równokształtne* (np. za „*p*") *wszędzie tam, gdzie one występują, podstawi się dowolną formułę równokształtną* (np. „*Apq*"), *to wynikiem tego podstawienia jest teza.*

REGUŁA ODRYWANIA brzmi: *Jeśli formuły typu „ANαβ" i „α" są tezami, to również „β" jest tezą.*

---

[6] Wyrażenie „formuła" definiuje się zazwyczaj INDUKCYJNIE. Tymczasem S. LEŚNIEWSKI, podawszy w swych wykładach uniwersyteckich z logistyki w roku 1924/25 STRUKTURALNĄ definicję formuły dla *prototetyki*, postawił w 1930 roku zadanie znalezienia dla beznawiasowego rachunku zdań strukturalnej definicji formuły (por. w tej sprawie rozprawę LEŚNIEWSKIEGO „Über Definitionen in der sogenannten Theorie der Deduktion", która niebawem ukaże się w *Sprawozdaniach z posiedzeń*, bezpośrednio po niniejszych). Zadanie to częściowo rozwiązał S. JAŚKOWSKI na moich zajęciach seminaryjnych w 1930 roku, w ten mianowicie sposób, że podał czysto strukturalną definicję formuły dla systemu „*N,C*" bez definicji, którą to definicję strukturalną można z powodzeniem zastosować także do systemu „*N,A*". Na podstawie dodatkowych przemyśleń C. ROZENBERGA, jak również uwagi A. TARSKIEGO, JAŚKOWSKI uprościł swoją pierwotną definicję do postaci następującej (zamiast „*C*" wstawiam w niej „*A*"):

Wyrażenie składające się z „*N*" i „*A*" oraz z małych liter alfabetu łacińskiego, tj. ze zmiennych, jest FORMUŁĄ zawsze i tylko wtedy, gdy spełnia następujące warunki:

(1) liczba liter „*A*" na początku wyrażenia jest MNIEJSZA niż liczba zmiennych;

(2) w każdym członie właściwym wyrażenia, tj. takiej części wyrażenia, która rozpoczyna się od litery początkowej, a kończy się na co najwyżej przedostatniej, liczba liter „*A*" jest NIEMNIEJSZA od liczby zmiennych.

Z warunków (1) i (2) wynika, że ostatnia litera formuły jest zawsze zmienną, i że liczba liter „*A*" w formule jest mniejsza o 1 od liczby zmiennych.

„*N*" nie odgrywa w tej definicji żadnej roli.

Obie reguły wnioskowania są oczywiste. Reguła odrywania przechodzi w znaną regułę wnioskowania „*modus ponens*", jeśli za „*AN*" podstawi się „*C*".

4. Technika wyprowadzania.[7] Przed każdą wyprowadzoną tezą, opatrzoną bieżącym numerem i dzięki temu łatwo rozpoznawalną jako teza, znajduje się wiersz nieponumerowany, który będę nazywać „WIERSZEM DOWODOWYM". Każdy wiersz dowodowy składa się z dwóch części, które rozdziela znak „×". To, co poprzedza znak rozdzielający, i to, co po nim następuje, oznacza jedną i tę samą formułę, tyle że na dwa różne sposoby. Przed znakiem rozdzielającym podane jest podstawienie, które powinno być dokonane w już danej tezie. W wierszu dowodowym np., który należy do tezy 4, wyrażenie „2 *p/Napq, q/r, r/ANqr*" oznacza, że w 2 za „*p*" powinno być podstawione „*NApq*", za „*q*" — „*r*", za „*r*" — „*ANqr*". Teza, która powstaje przez to podstawienie w trakcie dowodzenia skraca się o połowę; wygląda ona następująco:

4′ *ANANANApqrANqrANrANqr*

Wyrażenie po znaku rozdzielającym „*AN*2 – 4" wskazuje na konstrukcję tej samej tezy 4′, i to w sposób, który czyni jasnym, że do 4′ można zastosować regułę odrywania. Widać mianowicie, że teza 4′ jest tezą typu „*AN*αβ", gdzie „α" oznacza tezę 2, oraz że można z niej oderwać „β" albo 4, jako nową tezę.

W wierszu dowodowym do tezy 6, podobnie jak w innych wypadkach, regułę odrywania zastosowano dwa razy. Wyrażenie „*rq/p*" znaczy, że za „*p*" powinno być podstawione zarówno „*r*" jak i „*q*".

Na koniec pragnę podkreślić, że wszystkie wywody są sformalizowane całkowicie i bez luk. Znaczy to, że poprawność wywodów może sprawdzić sam czytelnik, jeśli znane mu są reguły wnioskowania, choćby nawet nie znał znaczenia znaków.[8]

5. Tezy wyprowadzone. Wyprowadzone zostały tylko te tezy, które są potrzebne do dowodu zupełności. Numery tych tez oznaczono gwiazdką. Do tez tej grupy należą również aksjomaty, a więc również one zostały opatrzone gwiazdką.

*1 *ANANApqrANpr*
*2 *ANANApqrANqr*
*3 *ANANprANANqrANApqr*

---

[7] Por. J. ŁUKASIEWICZ, „Philosophische Bemerkungen zu mehrwertigen System des Aussagenkalüls" (*Comptes rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie* XXIII, 1930, CI, III), s. 55, 56.

[8] Poniższe wywody przeczą według mnie błędnej opinii, że dowody sformalizowane są praktycznie nieprzejrzyste z powodu swej długości. Powinno się koniecznie doskonalić technikę wyprowadzania. Wydaje się, że jak dotąd nie zastanawiano się nad tym poważnie i dlatego dowody w matematyce i logice (np. w *Principia mathematica*) wciąż jeszcze są stylizowane na wzór EUKLIDESA.

2 *p/NApq, q/r, r/ANqr* × *AN*2 – 4
4 *ANrANqr*
1 *q/r, r/ANqApr* × *AN*4 *r/Apr* – 5
5 *ANpANqApr*
3 *r/ANqApr, q/Apr* × *AN*5 – *AN*4 *r/Apr* – 6
6 *ANApAprANqApr*
6 *p/Np, r/p, q/ANrANqr* × *AN*4 *rq/p* – *AN*4 – 7
*7 *ANpp*
3 *rq/p* × *AN*7 – *AN*7 – 8
*8 *ANAppp*
1 *r/Apq* × *AN*7 *p/Apq* – 9
*9 *ANpApq*
2 *r/Apq* × *AN*7 *p/Apq* – 10
*10 *ANqApq*
3 *p/q, r/Apq, q/p* × *AN*10 – *AN*9 – 11
*11 *ANAqpApq*
11 *q/Np* × *AN*7 – 12
*12 *ApNp*
1 *q/r, r/AqApr* × *AN*10 *q/Apr, p/q* – 13
13 *ANpAqApr*
2 *q/r, r/AqApr* × *AN*10 *q/Apr, p/q* – 14
14 *ANrAqApr*
3 *r/Apq, q/r* × *AN*9 – 15
15 *ANANrApqANAprApq*
15 *r/Apq* × *AN*7 *p/Apq* – 16
*16 *ANApApqApq*
15 *p/q, q/Apr* × *AN*14 – 17
17 *ANAqrAqApr*
3 *r/AqApr, q/Aqr* × *AN*13 – *AN*17 – 18
*18 *ANApAqrAqApr*
18 *p/Np, q/p, r/q* × *AN*9 – 19
*19 *ApANpq*
3 *r/ANNpq* × *AN*19 *p/Np* – *AN*10 *p/NNp* – 20
*20 *ANApqANNpq*
20 *p/Np, q/p* × *AN*7 – 21
*21 *ANNNpp*
18 *p/NANqr, q/Nq, r/Apr* × *AN*17 *q/Nq* – 22
22 *ANqANANqrApr*
3 *r/ANANqrApr* × *AN*13 *q/NANqr* – *AN*22 – 23
23 *ANApqANANqrApr*
23 *q/Np, r/q* × *AN*12 – 24
*24 *ANANNpqApq*

18 *p/NApq, q/NANqr, r/Apr* × *AN*23 – 25
25 *ANANqrANApqApr*
25 *q/Aqr, r/Arq* × *AN*11 *p/r* – 26
*26 *ANApAqrApArq*
23 *p/NApAqr, q/ApArq, r/s* × *AN*26 – 27
27 *ANANApArqsANApAqrs*
27 *s/ArApq* × *AN*18 *q/r, r/q* – 28
28 *ANApAqrArApq*
26 *p/NApAqr, q/r, r/Apq* × *AN*28 – 29
*29 *ANApAqrAApqr*
25 *q/AsAqr, r/AAsqr* × *AN*29 *p/s* – 30
*30 *ANApAsAqrApAAsqr*
23 *p/NAqp, q/Apq* × *AN*11 – 31
31 *ANANApqrANAqpr*
31 *q/Arq, r/AqApr* × *AN*28 *q/r, r/q* – 32
32 *ANAArqpAqApr*
25 *q/AqAsr, r/ArAqs* × *AN*28 *p/q, q/s* – 33
33 *ANApAqAsrApArAqs*
33 *p/NAApqr, s/r, r/p* × *AN*32 *r/p, p/r* – 34
*34 *ANAApqrApAqr*
25 *q/AAsqr, r/AsAqr* × *AN*34 *p/s* – 35
*35 *ANApAAsqrApAsAqr*
31 *q/Aqr, r/ApArq* × *AN*26 – 36
36 *ANAAqrpApArq*
26 *p/NAAqrp, q/p, r/Arq* × *AN*36 – 37
37 *ANAAqrpAArqp*
25 *q/AAqrs, r/AArqs* × *AN*37 *p/s* – 38
*38 *ANApAAqrsApAArqs*
11 *q/Np, p/Apq* × *AN*9 – 39
39 *AApqNp*
20 *p/Apq, q/Np* × *AN*39 – 40
*40 *ANNApqNp*
11 *q/Nq, p/Apq* × *AN*10 – 41
41 *AApqNq*
20 *p/Apq, q/Nq* × *AN*41 – 42
*42 *ANNApqNq*
18 *p/NApq, q/NNp, r/q* × *AN*20 – 43
43 *ANNpANApqq*
28 *p/NNp, q/NApq, r/q* × *AN*43 – 44
44 *AqANNpNApq*
20 *p/q, q/ANNpNApq* × *AN*44 – 45
*45 *ANNqANNpNApq*

6. Uwaga o systemie *Principia matematica*. Jak wiadomo w rachunku zdań *Principiów* przed podaniem aksjomatów definiuje się implikację, tak że formalne aksjomaty systemu są przedstawione przy pomocy znaków implikacji i alternatywy. Jest tu pięć następujących aksjomatów:[9]

*1·2 *CAppp*
*1·3 *CqApq*
*1·4 *CApqAqp*
*1·5 *CApAqrAqApr*
*1·6 *CCqrCApqApr*

Jak wykazał BERNAYS (co zresztą wiedziałem wcześniej) aksjomat *1·5 jest wyprowadzalny z pozostałych aksjomatów.[10]

Aksjomaty formalne w *Principia* można wyprowadzić teraz z aksjomatów 1–3, jeśli „*AN*" zastąpi się przez „*C*". A mianowicie *1·2 otrzymuje się z tezy 8, *1·3 z tezy 10, *1·4 z tezy 11 (po zamianie liter „*p*" i „*q*"), *1·5 z 18 i *1·6 z 25. Stąd już widać, że aksjomaty 1–3, albo formuły I–III omówione w (2) po wprowadzeniu do nich implikacji, wystarczają do zbudowania rachunku zdań.

Zapewne warto zauważyć, że w przeciwiestwie do aksjomatyki *Principiów* formuły I–III są sobie blisko pokrewne i razem wyrażają JEDNĄ ideę: tę mianowicie, że wypowiedzi typu „Jeśli *p* lub *q*, to *r*" są równoważne dwóm wypowiedziom typu „Jeśli *p*, to *r*" i „Jeśli *q*, to *r*".

II. UWAGI WSTĘPNE O DOWODZIE ZUPEŁNOŚCI

7. Zupełność i niesprzeczność.[11] *System rachunku zdań, zbudowany na podstawie danych aksjomatów i reguł wnioskowania, jest ZUPEŁNY zawsze i tylko wtedy, gdy każda formuła systemu jest albo wyprowadzalna przy pomocy jego reguł wnioskowania z aksjomatów tego systemu, albo — dołączona do aksjomatów — pociąga za sobą wyprowadzalność WSZYSTKICH formuł.*

W podanym tu sensie zupełny jest również każdy system, który charakteryzuje się tym, że z jego aksjomatów są wyprowadzalne WSZYSTKIE formuły. Jest jednak jasne, że takie systemy nie są interesujące. Dla nas wartość przedstawia tylko zupełność systemów niesprzecznych, przy czym *jakiś system określamy jako NIESPRZECZNY zawsze i tylko wtedy, gdy NIE WSZYSTKIE formuły systemu są z aksjomatów wyprowadzalne.*

---

[9] Por. *l.c.*, s. 100, 101.

[10] P. BERNAYS, „Axiomatische Untersuchung des Aussagen-Kalküls der *Principia matematica* (*Math. Zeitschrift*, Bd. 25, Berlin 1926), s. 312, 313. Por. moja uwaga: „Démonstration de la compatibilité des axiomes de la théorie de la déduction" (*Annales de la Société Polnaise de Math.*, t. III, Kraków 1925), s. 149 [w tym tomie: s. 127; dopisek mój, JJJ]. W podręczniku D. HILBERTA i W. ACKERMANNA *1·3 zastępione jest przez „*CpApq*" (*l.c.*, s. 22).

[11] Rozwinięte tu pojęcia niesprzeczności i zupełności por. w E. L. POSTA „Introduction to a general theory of elementary propositions" (*Am. Journ. of Math.* 43, 1921), s. 169 i nn. Poza tym por. A. TARSKI, „Fundamentale Begriffe der Methodologie der deduktiven Wissenschaften I. (*Monatsh. f. Math. u. Phys.* 37, 1930), s. 387 i n. oraz s. 390 (w nadbitce s. 27 i n. oraz s. 30).

Obie dopiero co wprowadzone definicje — zupełności i niesprzeczności — są tak sformułowane, że nie zakładają występowania w systemie żadnej określonej funkcji logicznej. Dzięki temu powyższe definicje posiadają największy stopień ogólności, pozwalający zastosować je do dowolnych rachunków zdań, nawet do takich, w których nie występuje negacja.[12] Do takich systemów należy m.in.: system NICODA, oparty na dysjunkcji SHEFFERA; dalej — pewne fragmentaryczne systemy rachunku zdań, jak np. tzw. «ograniczony» rachunek zdań[13] i zaksjomatyzowany przez LEŚNIEWSKIEGO system «zdań równoważnych».[14]

Jak całkiem łatwo PRZEWIDZIEĆ, system przez nas rozpatrywany jest niesprzeczny. Ponieważ jednak dowód niesprzeczności nie przedstawia żadnych szczególnych trudności, pragnęlibyśmy ten dowód naszkicować.

8. Dowód niesprzeczności. Niesprzeczności rachunku zdań można dowieść, gdy znajdzie się cechę E, która spełnia następujące warunki: (1) cecha E przysługuje wszystkim aksjomatom systemu; (2) cecha E jest «dziedziczna» ze względu na reguły wnioskowania systemu, tj. przechodzi na wszystkie tezy wyprowadzone z tez, które ją posiadają; (3) cecha E nie przysługuje zmiennej „p".

Sens tej cechy jest oczywisty. Jeśli z aksjomatów wyprowadza się tylko takie tezy, którym przysługuje cecha E, a zmienna „p" nie posiada tej cechy, to „p" nie jest wyprowadzalna z tych aksjomatów. Przeto system jest niesprzeczny, bo nie wszystkie formuły są wyprowadzalne z aksjomatów. Taką cechę E dla rozpatrywanego przez nas systemu można łatwo skonstruować na podstawie zwykłej «macierzy dwuwartościowej». Wybieramy dwie dowolne stałe «wartości», powiedzmy „0" i „1", i przyjmujemy następujące ustalenia:

$$A00 = 0, \qquad A10 = 1, \qquad N0 = 1,$$
$$A01 = 1, \qquad A11 = 1, \qquad N1 = 0.$$

A	0	1	N
0	0	1	1
1	1	1	0

Równania te są zebrane w tabeli obok (pierwszy argument „A" stoi po lewej stronie, drugi — na górze).

Jeśli w jakiejś formule „α" za każdą zmienną podstawi się wartość „0" lub „1", to wyrażenie, które w ten sposób powstaje, jest FORMUŁĄ WARTOŚCIOWĄ, na-

[12] Zwykłą definicję niesprzeczności formułuje się za pomocą negacji; głosi ona wtedy, że w systemie niesprzecznym nie są wyprowadzalne dwie formuły typu „α" i „$N\alpha$". Można łatwo dowieść (na podstawie tezy 19, w § 5), że w naszym systemie obie definicje są ze sobą zgodne).

[13] Por. J. ŁUKASIEWICZ i A. TARSKI, „Untersuchungen über den Aussagenkalkül" (*Comptes rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsowie* XXIII, 1930, CI, III); w nadbitce: s. 13.

[14] Por. S. LEŚNIEWSKI, „Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik" (*Fundamenta Math.* XIV, Warszawa 1929), s. 15–30.

leżącą do „α". Każdą formułę wartościową, jeśli nie należy ona do zmiennych, można przy pomocy powyższej tabeli ZREDUKOWAĆ, tj. skrócić, i zawsze wynikiem końcowym takiej stopniowej redukcji jest albo „0", albo „1". I tak np. z formuły „*ANpq*" przez podstawienie *p*/1, *q*/0 powstaje formuła wartościowa „*AN*10", która redukuje się ostatecznie do „0".

Mówimy więc: dana formuła ma własność *E* zawsze i tylko wtedy, gdy WSZYSTKIE jej formuły wartościowe otrzymane w drodze odpowiedniej redukcji zgodnie z powyższą tabelą prowadzą do „0". Tak więc np. teza „*ANpApq*" posiada cechę *E*, a zatem otrzymujemy:

Dla *p*/0, *q*/0: $AN0A00 = A10 = 1,$
Dla *p*/0, *q*/1: $AN0A01 = A11 = 1,$
Dla *p*/1, *q*/0: $AN0A10 = A01 = 1,$
Dla *p*/1, *q*/1: $AN0A11 = A01 = 1.$

Jeśli formuła „α" posiada cechę *E*, to również za „α" można podstawić „1".

Własność *E* spełnia trzy podane wyżej warunki. Po pierwsze, przysługuje ona aksjomatom 1–3, co natychmiast można sprawdzić. Po drugie, nie przysługuje ona zmiennej „*p*", ponieważ dla *p*/0 formuła wartościowa odpowiadająca „*p*" jest równa „0". Po trzecie, *E* jest własnością dziedziczną względem reguł podstawiania i odrywania. Dla reguły podstawiania twierdzenie to jest oczywiste. To, że jest ono słuszne w odniesieniu do reguły odrywania, można pokazać w sposób następujący. Formuły typu „*AN*αβ" i „α" posiadają własność *E*, a więc:

$$AN\alpha\beta = 1 \text{ oraz } \alpha = 1.$$

Stąd otrzymujemy:

$$AN1\beta = A0\beta = 1.$$

Ta ostatnia równość jest jednak prawdziwa tylko wtedy, gdy „*p*" jest równe „1", a więc gdy posiada cechę *E*.

W ten sposób dowód niesprzeczności naszego systemu został przeprowadzony.

9. Podstawowa idea dowodu zupełności. W niezupełnym systemie rachunku zdań istnieją formuły, które nie są ani wyprowadzalne z aksjomatów, ani po dołączeniu do aksjomatów nie powodują wyprowadzalności wszystkich formuł. Takie formuły nazwiemy formułami WOLNYMI.[15] Jeśli więc przyjmiemy, że nasz

[15] I tak np. w moim systemie trójwartościowego rachunku zdań formuła „*CCCNppp*" jest formułą wolną. Por. w tej sprawie moją pracę „Philosophische Bemerkungen" (s. 67), cytowaną w przypisie 7, jak również komunikat ŁUKASIEWICZA i TARSKIEGO, cytowany w przypisie 13 (w nadbitce: s. 12). Por też polską rozprawę M. WAJSBERGA „Aksjomatyzacja trójwartościowego rachunku zdań" (*Comptes rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie* XXIV, 1931, Cl. III).

A. HEYTING w „Die formalen Regeln der intuitionistischen Logik" (wydawnictwo specjalne *Sitzungsberichten der Preuss. Akad. d. Wiss.* Phys.-Math. Kl. 1930, II) rozwinął aksjomatyczny system rachunku zdań, w którym m.in. formuła „*ApNp*" (zasada wyłączonego środka) jest formułą wolną.

system jest niezupełny, to muszą się w nim pojawić formuły wolne. Ponieważ jednak wszystkie formuły składają się ze skończonej liczby liter, to wśród tych formuł wolnych musi istnieć co najmniej jedna formuła, od której nie jest krótsza żadna inna formuła wolna, tj. żadna inna nie składa się z mniejszej liczby liter. Wykażemy, że w naszym systemie nie może istnieć NAJKRÓTSZA formuła WOLNA, a zatem że w ogóle nie ma w nim formuł wolnych; w ten sposób zupełność jego zostanie dowiedziona.

Przeprowadzenie tego dowodu polega na tym, że rozpatruje się wszystkie poszczególne typy formuł i stwierdza, że najkrótsza formuła nie może należeć do żadnego typu, a zatem że nie występuje w systemie. Podany tu dowód zupełności jest równie mało sformalizowany, co naszkicowany powyżej dowód niesprzeczności; dlatego nie jest on tak ścisły, jak wyprowadzanie tez naszego systemu z aksjomatów. Starałem się jednak w sposób możliwie najjaśniejszy przedstawić intuicyjne przejścia w toku dowodu, aby dzięki temu nie sprawił on trudności nawet początkującym.

10. Zestawienie typów formuł. Każda formuła naszego systemu jest albo zmienną, np. „*p*", albo negacją typu „*N*α", albo alternatywą typu „*A*αβ". W formułach ostatniego typu „α" może być znowu zmienną, a więc „*p*", albo negacją typu „*N*α", albo alternatywą typu „*A*αβ"; z formuł typu wyjściowego otrzymujemy więc typy szczegółowsze, a mianowicie:

z „*N*α" otrzymujemy: „*Np*", „*NN*α", „*NA*αβ";
z „*A*αβ" otrzymujemy: „*Ap*α", „*AN*αβ", „*AA*αβγ".

Wyszczególnienie typów formuł przeprowadzamy tak długo, jak to jest nam potrzebne do naszego dowodu. Łącznie mamy do rozpatrzenia 36 typów formuł:

F1	*p*	F21	*Np*
F2	*N*α	F22	*NN*α
F3	*A*αβ	F23	*NA*αβ
F31	*Ap*α	F321	*ANp*α
F32	*AN*αβ	F322	*ANN*αβ
F33	*AA*αβγ	F323	*ANA*αβγ
F311	*App*	F3211	*ANpp*
F312	*ApN*α	F3212	*ANpN*α
F313	*ApA*αβ	F3213	*ANpA*αβ
F3121	*ApNp*	F32121	*ANpNp*
F3122	*ApNN*α	F32122	*ANpNN*α
F3123	*ApNA*αβ	F32123	*ANpNA*αβ
F3131	*ApAp*α	F32131	*ANpAp*α
F3132	*ApAN*αβ	F32132	*ANpAN*αβ
F3133	*ApAA*αβγ	F32133	*ANpAA*αβγ

F31321	*ApANpα*	F321321	*ANpANpα*
F31322	*ApANNαβ*	F321322	*ANpANNαβ*
F31323	*ApANAαβγ*	F321323	*ANpANAαβγ*

Wszystkie typy formuł są oznaczone przez „F" i następujące po tej literze cyfry, tak że łatwo można się zorientować, z jakich typów ogólniejszych powstał dany typ szczegółowszy. I tak „1" oznacza zmienną „*p*", „2" — literę „*N*", „3" — literę „*A*"; oznaczeniu „F3132" odpowiada więc formuła typu, który rozpoczyna się od „*ApAN*", po czym następują litery greckie w kolejności alfabetycznej, których się już cyframi nie oznacza. Jeśli rozważyć np. formuły typu F31321, F31322, F31323, to widać od razu, że wszystkie one pochodzą od formuły typu F3132, przy czym „α" w F3132 rozpada się na trzy możliwe przypadki: „*p*", „*N*α" i „*A*αβ". Stąd dowodzi się, że najkrótsza formuła nie należy ani do typu F31321, ani do typu F31322, ani też do F31323, co również dowodzi tego, że nie należy ona do typu F3132. Jeśli to samo wykaże się o trzech pierwszych typach formuł F1, F2 i F3, to tym samym podany zostanie dowód zupełności.

Z ogólnej idei dowodu zupełności widać jasno, że zbadanie zestawionych tu typów formuł wystarcza do jego przeprowadzenia.

11. Przegląd typów formuł. Przegląd ma na celu wskazanie czytelnikowi idei tego, jak zostanie przeprowadzony dowód zupełności. Wśród wyżej przedstawionych typów formuł znajdują się następujące.

(a) 4 formuły typu:

F3211, F3121, F32131, F31321,

które są wyprowadzalne z naszych aksjomatów; najkrótsza formuła wolna nie może więc należeć do formuł tego typu, ponieważ nie są one w ogóle formułami wonymi.

(b) Istnieją dalsze 4 typy formuł:

F1, F21, F311, F32121,

które po dołączeniu do aksjomatów pociągają za sobą wyprowadzalność wszystkich formuł; zatem najkrótsza formuła wolna nie może należeć do żadnego z tych typów formuł.

(c) W odniesieniu do następnych 6 typów formuł:

F22, F23, F322, F323, F3131, F321321,

można w sposób prosty wykazać, że są one równoważne pewnym krótszym typom formuł, a zatem — co zostanie wykazane dalej — nie mogą one stanowić najkrótszych formuł wolnych.

(d) Dalsze 8 typów formuł:

F3122, F3123, F32122, F32123, F31322, F31323, F321322, F321323

to formuły równoważne takim formułom o równej liczbie znaków, co do których już ustalono, że nie stanowią najkrótszych formuł wolnych.

(e) 3 typy formuł, w których obok siebie stoją dwa „*N*":

F33, F3133, F32133,

poprzez przekształcenia równoważnościowe zostają sprowadzone do takich formuł o tej samej liczbie znaków, w których po pierwszym „*A*" nie występuje już drugie „*A*", lecz „*p*" lub „*N*".

(f) Pozostałe 11 typów formuł:

F2, F3, F31, F32, F321, F312, F313, F3212, F3213, F32132,

nie wymagają szczególnego badania, ponieważ wszystkie przypadki szczegółowsze, które się z nich wywodzą, zostały już uwzględnione w punktach (a)–(e).

12. Kilka twierdzeń pomocniczych. Będziemy się dalej odwoływać do kilku twierdzeń pomocniczych, w których występuje pojęcie równoważności.

Przyjmuję, że formuły „α" i „β" (w obrębie naszego systemu) są sobie RÓWNOWAŻNE — w znakach:

$$\alpha \sim \beta,$$

— gdy po dołączeniu jednej z tych formuł do naszego systemu można do niego wprowadzić drugą.

Warunkiem wystarczającym, choć nie koniecznym, równoważności „α ~ β" jest to, by formuły:

$$AN\alpha\beta \text{ i } AN\beta\alpha$$

były TEZAMI naszego systemu. Jeśli mianowicie warunek ten jest spełniony, i gdy jedna z tych formuł, „α" lub „β", zostanie dołączona do systemu, to drugą z nich można uzyskać przez oderwanie z powyższych tez.[16]

Formuła „α" będzie dalej uznawana za RÓWNOWAŻNĄ dwóm formułom „β" i „γ", w znakach:

$$\alpha \sim \beta, \gamma,$$

jeśli po dołączeniu „α" do systemu można wyprowadzić zarówno „β", jak i „γ", oraz na odwrót, po dołączeniu „β" i „γ" do systemu można wyprowadzić „α".

Warunkiem wystarczającym równoważności „α ~ β, γ" jest to, by formuły:

$$AN\alpha\beta,\ AN\alpha\gamma,\ AN\alpha AN\gamma a,$$

były TEZAMI naszego systemu.

Pierwsze z naszych twierdzeń pomocniczych głosi:

---

[16] To, że warunek ten nie jest konieczny, wyjaśnia się w rozważaniach z § 15, w którym podany został kontrprzykład. Jednakże w większości wypadków będziemy korzystać z tego warunku przy dowodzeniu poszczególnych równoważności.

H1. Jeśli dwie formuły „α" i „β" są sobie równoważne i „α" jest formułą wolną, to również „β" jest formułą wolną.

Dowód. Jeśli „α" jest formułą wolną, to nie jest ona wyprowadzalna z aksjomatów; zatem również „β" nie jest wyprowadzalna z aksjomatów, ponieważ z „β" można wywieść „α". Jeśli dalej „α" nie jest formułą wolną, to po dołączeniu jej do systemu nie wszystkie formuły będą wyprowadzalne; zatem jeśli „β" ma tę samą cechę, to „β" jest wyprowadzalne z „α". Stąd formuła „β" nie jest ani wyprowadzalna z aksjomatów, ani po dołączeniu do aksjomatów nie pociąga za sobą wyprowadzalności wszystkich formuł, tj. „β" jest formułą wolną.

Drugie twierdzenie pomocnicze brzmi:

H2. Jeśli formuła „α" jest równoważna formułom „β" i „γ", i „α" jest formułą wolną, to co najmniej JEDNA z formuł „β" lub „γ" jest formułą wolną.

Dowód. Jeśli „α" jest formułą wolną, to nie jest ona wyprowadzalna z aksjomatów; zatem co najmniej JEDNA z formuł „β" i „γ" nie jest wyprowadzalna z aksjomatów, bo w przeciwnym wypadku wyprowadzalna byłaby również „α". Dalej, jeśli „α" jest formułą wolną, to po dołączeniu jej do aksjomatów nie wszystkie formuły będą wyprowadzalne. A więc również „β" i „γ" posiadają tę samą cechę, bo są one wyprowadzalne z „α". Stąd płynie wniosek, że co najmniej JEDNA z formuł „β" lub „γ" jest formułą wolną.

Trzecie twierdzenie pomocnicze brzmi:

H3. Jeśli formuły „α" i „β" są formułami równoważnymi i „β" jest krótsza od „α", to „α" nie jest formułą wolną, a więc „α" nie jest NAJKRÓTSZĄ formułą wolną.

Dowód. Jeśli „α" jest formułą wolną, to zgodnie z H1 również „β" jest formułą wolną, ale ponieważ jest ona krótsza od „α", „α" nie jest najkrótszą formułą wolną.

Czwarte twierdzenie pomocnicze brzmi:

H4. Jeśli „α" jest formułą równoważną dwóm formułom „β" i „γ", i OBIE formuły „β" i „γ" są krótsze od „α", to „α" nie jest NAJKRÓTSZĄ formułą wolną.

Dowód. Jeśli „α" jest formułą wolną, to zgodnie z H2 co najmniej JEDNA z formuł „β" lub „γ" jest formułą wolną; ponieważ jednak obie są krótsze od „α", to „α" nie jest najkrótszą formułą wolną.

III. DOWÓD ZUPEŁNOŚCI

13. Zmienna i negacja. Formuły typu F1 i F2. Po uwagach wstępnych, podanych w rozdziale II, można teraz łatwo przeprowadzić dowód zupełności. Trzeba tylko wykazać, że w naszym systemie nie występuje najkrótsza formuła wolna; stąd od razu wynika, że system ten w ogóle nie zawiera żadnych formuł wolnych, a więc jest zupełny.

Najkrótsza formuła wolna, jeśli w ogóle występuje w naszym systemie, musi być albo typu zmiennej (F1), albo typu negacji (F2), albo typu alternatywy (F3).

* * *

F1: Najkrótsza formuła wolna nie jest formułą typu „*p*".

Dowód. Formuła „*p*" nie jest formułą wolną, ponieważ przez podstawienie wszystkie formuły są wyprowadzalne z „*p*".

* * *

Dowód twierdzenia, że najkrótsza formuła wolna nie jest typu negacji, rozpada się na trzy przypadki: F21, F22 i F23.

F21: Najkrótsza formuła wolna nie jest formułą typu „*Np*"; jeżeli bowiem „*Np*" zostanie dołączona do aksjomatów, to otrzymuje się „*p*", a więc wszystkie formuły.

Dowód.

I Np
$1\ p/Np \times \text{II}$
II NNp
$21 \times A\text{NII} - \text{III}$
III p

Wiersz dowodowy przed II znaczy, że II powstał z I przez podstawienie *p/Np*.

F22: Najkrótsza formuła wolna nie jest formułą typu „*NN*α", gdyż zachodzi równoważność:

$$NN\alpha \sim \alpha.$$

Ponieważ zaś „α" jest o dwa „*NN*" krótsza od „*NN*α", więc w konsekwencji zgodnie z H3 formuła typu „*NN*α" nie jest najkrótszą formułą wolną.

Dowód równoważności:

$21\ p/\alpha \times \text{IV}$
IV $ANNN\alpha\alpha$
$12\ p/N\alpha \times \text{V}$
V $AN\alpha NN\alpha$

F23: Najkrótsza formuła wolna nie jest formułą typu „*NA*αβ", gdyż zachodzi równoważność:

$$NN\alpha\beta \sim N\beta,\ N\alpha.$$

Ponieważ zaś zarówno „*N*β", jak i „*N*α", są co najmniej o dwie litery krótsze od „*NA*αβ" („α" i „β" nie muszą być zmiennymi; mogą to być dowolne — w tym także złożone — formuły), to zgodnie z H4 formuła typu „*NA*αβ" nie jest najkrótszą formułą wolną.

Dowód równoważności:

42 p/α, $q/\beta \times$ VI
VI $ANNA\alpha\beta N\beta$
40 p/α, $q/\beta \times$ VII
VII $ANNA\alpha\beta N\alpha$
45 p/β, $p/\alpha \times$ VIII
VIII $ANN\beta ANN\alpha NA\alpha\beta$

Ponieważ najkrótsza formuła wolna nie może być ani typu F21, ani F22, ani też F23, to udowodnione zostało następujące twierdzenie:

F2: Najkrótsza formuła wolna nie jest formułą typu „*Np*".

14. Alternatywa. Formuły typu F33, F322 i F323. Dowód twierdzenia, że najkrótsza formuła wolna nie jest typu alternatywy, jest dość długi. Rozpatrzymy najpierw przypadek F33.

Zachodzi równoważność:

$$AA\alpha\beta\gamma \sim A\alpha A\beta\gamma.$$

Dowód:

34 p/α, q/β, $r/\gamma \times$ IX
IX $ANAA\alpha\beta\gamma A\alpha A\beta\gamma$
29 p/α, q/β, $r/\gamma \times$ X
X $ANA\alpha A\beta\gamma AA\alpha\beta\gamma$.

Na podstawie tej równoważności można zawsze zmniejszyć o jeden liczbę stojących na początku „*A*". Przekształcenie można potwarzać tak długo, aż po pierwszym „*A*" będzie następowało nie drugie „*A*", lecz zmienna lub negacja. Wszystkie nasze formuły składają się wszak z ograniczonej liczby liter. Należy podkreślić, że w wyniku tych przekształceń liczba liter nie ulega zmianie. Stąd zgodnie z H1 mamy:

F33: Jeśli przyjmie się, że najkrótsza formuła wolna jest formułą typu F33, to istnieje również najkrótsza formuła wolna typu F31 lub F32.

W związku z tym F33 można sprowadzić do F31 i F32.

* * *

Zajmiemy się teraz formułami typu F322 i F323.

F322: Najkrótsza formuła wolna nie jest formułą typu „$ANN\alpha\beta$", gdyż zachodzi równoważność:

$$ANN\alpha\beta \sim A\alpha\beta.$$

„$A\alpha\beta$" jest o dwa „*N*" krótsza od „$ANN\alpha\beta$"; zatem zgodnie z H3 formuła typu „$ANN\alpha\beta$" nie jest najkrótszą formułą wolną.

Dowód równoważności:

24 p/α, $q/\beta \times$ XI
XI $ANANN\alpha\beta A\alpha\beta$
20 p/α, $q/\beta \times$ XII
XII $ANA\alpha\beta ANN\alpha\beta$

F323: Najkrótsza formuła wolna nie jest formułą typu „$ANA\alpha\beta\gamma$", gdyż zachodzi równoważność:

$$ANA\alpha\beta\gamma \sim AN\alpha\gamma, AN\beta\gamma.$$

Zarówno „$AN\alpha\gamma$", jak i „$AN\beta\gamma$", są co najmniej o dwie litery krótsze od „$ANA\alpha\beta\gamma$"; stąd zgodnie z H4 formuła typu „$ANA\alpha\beta\gamma$" nie jest najkróstszą formułą wolną.

Dowód równoważności:

1 p/α, q/β, $r/\gamma \times$ XIII
XIII $ANANA\alpha\beta\gamma AN\alpha\gamma$
2 p/α, q/β, $r/\gamma \times$ XIV
XIV $ANANA\alpha\beta\gamma AN\beta\gamma$
3 p/α, r/γ, $q/\beta \times$ XV
XV $ANAN\alpha\gamma ANAN\beta\gamma ANA\alpha\beta\gamma$

Dowód tej równoważności opiera się bezpośrednio na aksjomatach naszego systemu.

15. „α" w formułach typu F31 i F321. W celu doprowadzenia do końca dowodu zupełności musimy wykazać, że najkrótsza formuła wolna nie jest ani typu F31, ani F321. Jeżeli wykazane zostanie to drugie, to z tego — oraz z dopiero co przeprowadzonych dowodów dla F322 i F323 — wynika, że najkrótsza formuła wolna nie jest formułą typu F32. Jeśli zaś to samo wykaże się dla F31, to załatwiona będzie sprawa F3 i w ten sposób przeprowadzony zostanie dowód zupełności.

W formułach typu F31 i F321, tj. w „$Ap\alpha$" i „$ANp\alpha$", rozróżnić trzeba dwa przypadki: albo „α" zawiera zmienne równokształtne z „p", albo ich nie zawiera. Rozpatrzymy najpierw drugi przypadek.

Jeśli „α" nie zawiera zmiennej równokształtnej z „p", to „α" nie zmienia się, gdy za „p" podstawi się dowolną formułę. Jeśli „$Ap\gamma$", *resp.* „$ANp\alpha$", zostanie dołączona do systemu, to z formuł obu typów można wyprowadzić „α".

Dowód dla F31:

XVI $Ap\alpha$
XVI $p/NAp\alpha \times ANXVI$ – XVII
XVII α

Dowód dla F321:

XVIII $ANp\alpha$
XVIII $p/ANp\alpha \times AN$XVIII – XIX
XIX α

Jeśli z drugiej strony do naszego systemu dołączy się „α", to z „α" staje się wyprowadzalne zarówno „*Apα*", jak i „*ANpα*".

Dowód:

XX α
10 $q/\alpha \times AN$XX – XXI
XXI $Ap\alpha$
10 q/α, $p/Np \times AN$XX – XXII
XXII $ANp\alpha$

W ten sposób zostały udowodnione następujące równoważności:

$$Ap\alpha \sim \alpha \text{ i } ANp\alpha \sim \alpha.^{17}$$

Ponieważ jednak „α" jest krótszą formułą niż „*Apα*", *resp.* „*ANpα*", to zgodnie z H3 żadna formuła typu „*Apα*", *resp.* „*ANpα*", nie stanowi najkrótszej formuły, oczywiście przy założeniu, że „α" nie zawiera żadnej zmiennej równokształtnej z „*p*".

Stąd przyjmujemy od tej chwili założenie, że formuły typu F31 i F321 zawierają „α" ze zmiennymi równokształtnymi z „*p*".

16. Formuły typu F311, F3211, F3121, F32121, F3122, F32122, F3123 i F32123. Zarówno w F31, jak i w F321, „α" może być przede wszystkim zmienną, i wtedy jest ona oczywiście równa „*p*", ponieważ zakładamy, że „α" zawiera zmienną równokształtną z „*p*". Zbadamy najpierw formuły typu F311 i F3211.

* * *

F311: Najkrótsza formuła wolna nie jest formułą typu „*App*"; jeśli bowiem dołączyć „*App*" do aksjomatów, to otrzymuje się „*p*", a więc wszystkie formuły.

Dowód:

XXIII App
8 $\times AN$XXIII – XXIV
XXIV p

F3211: Najkrótsza formuła wolna nie jest formułą typu „*ANpp*", ponieważ zgodnie z tezą 7 formuła ta jest wyprowadzalna z aksjomatów.

---

[17] Dowód tych równoważności nie daje się wyprowadzić na podstawie formuły „*ANApαα*" i „*ANαApα*", *resp.* „*ANANpαα*" i „*ANαANpα*", ponieważ ani „*ANApαα*", ani „*ANANpαα*", dla dowolnego „α" nie są tezami naszego systemu (por. przypis 16).

* * *

W formułach typu F312 i F3212, tj. w „*ApNα*" i „*ANpNα*", „α" również może być przede wszystkim zmienną, i wtedy jest równa „*p*". Formuły typu F3121 i F32121, które w ten sposób powstają, zachowują się tak samo, jak poprzednie.

F3121: Najkrótsza formuła wolna nie jest formułą typu „*ApNp*", gdyż zgodnie z tezą 12 formuła ta wyprowadzalna jest z aksjomatów.

F32121: Najkrótsza formuła wolna nie jest typu „*ANpNp*", gdyż jeśli formułę tę dołączyć do aksjomatów, to otrzymuje się z niej „*Np*", a w ten sposób wszystkie formuły (por. F21).

Dowód:

XXV *ANpNp*
8 *p/Np* × *AN*XXV – XXVI
XXVI *Np*

* * *

Inne szczegółowsze typy formuł, które pochodzą od F312 i F3212, a mianowicie F3122 i F3123, a także F32122 i F32123, są to takie typy formuł o równej liczbie liter, które nie stanowią najkrótszych formuł wolnych.

F3122: Najkrótsza formuła wolna nie jest formułą typu „*ApNNα*", ponieważ zachodzi równoważność:

$$ApNN\alpha \sim ANN\alpha p.$$

Ponieważ z przypadku F322 wynika, że żadna formuła, która zaczyna się od „*ANN*", nie jest formułą wolną, to również żadna formuła typu „*ApNNα*" nie jest najkrótszą formułą wolną.

Dowód równoważności:

11 *q/p*, *p/NNα* × XXVII
XXVII *ANApNNαANNαp*
11 *q/NNα* × XXVIII
XXVIII *ANANNαpApNNα*

F32122: Najkrótsza formuła wolna nie jest formułą typu „*ANpNNα*".

Dowód jest taki sam, jak dla F3122, tylko wszędzie zamiast „*p*" trzeba podstawić „*Np*".

* * *

F3123: Najkrótsza formuła nie jest formułą typu „*ApNAαβ*", ponieważ zachodzi równoważność:

$$ApNA\alpha\beta \sim ANA\alpha\beta p.$$

Z przypadku F323 wynika jednak, że żadna formuła, która rozpoczyna się od „*ANA*", nie jest formułą wolną; zatem również żadna formuła typu „*ApNA*αβ" nie jest najkrótszą formułą wolną.

Dowód równoważności:

11 *q*/*p*, *pNA*αβ × XXIX
XXIX *ANApNA*αβ*ANA*αβ*p*
11 *q*/*NA*αβ × XXX
XXX *ANANA*αβ*pApNA*αβ

F32123: Najkrótsza formuła wolna nie jest formułą typu „*ANpNA*αβ".

Dowód jest taki sam, jak dla F3123.

* * *

Skoro zatem najkrótsza formuła wolna nie jest ani formułą typu F3121, ani F3122, ani też F3123, jak również nie może być typu F32121, ani F32122, ani też F32123, to w ten sposób udowodnione zostały następujące twierdzenia:

F312: Najkrótsza formuła wolna nie jest formułą typu „*ApN*α".

F3212: Najkrótsza formuła wolna nie jest formułą typu „*ANpN*α".

17. Formuły typu F313, F3212, F3133 i F32133. Rzut oka na listę typów formuł w § 10 wystarcza, aby się przekonać, że mamy jeszcze do zbadania dwa przypadki, a mianowicie F313 i F3213, tj. „*ApA*αβ" i „*ANpA*αβ".

Ponieważ typy tych formuł powstały z F31 i F321, to spełniają one założenie, że „*A*αβ" musi zawierać zmienną równokształtną z „*p*". Możemy przyjąć, że „*p*" jest zawsze zawarta w PIERWSZYM członie alternatywy „*A*αβ", a więc w „α"; gdyby „*p*" zawierało się w drugim członie, a więc w „α", to moglibyśmy „α" i „β" wzajemnie zastępować na podstawie równoważności:

$$ApA\alpha\beta \sim ApA\beta\alpha \text{ i } ANpA\alpha\beta \sim ANpA\beta\alpha.$$

Dowód pierwszej równoważności:

26 *q*/α, *r*/β × XXXI
XXXI *ANApA*αβ*ApA*βα
26 *q*/β, *r*/α × XXXII
XXXII *ANApA*βα*ApA*αβ

Dowód drugiej równoważności przeprowadza się tak samo, trzeba tylko za „*p*" podstawić „*Np*".

* * *

Przechodzimy teraz do formuł typu F3133 i F32133, tj. do formuł typu „*ApAA*αβ" i „*ANpAA*αβγ". Na podstawie dotychczasowych równań przyjmujemy,

że zmienna, równokształtna z „*p*" w pierszym członie alternatywy „*AAαβγ*", zawiera się również w „*Aαβ*". Możemy jednak pójść jeszcze dalej i przyjąć, że „*p*" zawiera się w „α"; jeśliby „*p*" zawierało się w „β", to moglibyśmy wzajemnie zastępować „α" i „β" na podstawie równoważności:

$$ApAA\alpha\beta\gamma \sim ApAA\alpha\beta\gamma \text{ i } ANpAA\alpha\beta\gamma \sim ANpAA\beta\alpha\gamma.$$

Dowód pierwszej równoważności

38 *q*/α, *r*/β, *s*/γ × XXXIII
XXXIII *ANApAAαβγApAAβαγ*
38 *q*/β, *r*/α, *s*/γ × XXXIV
XXXIV *ANApAAβαγApAAαβγ*

Dowód drugiej równoważności opiera się na tezie 38, tylko wszędzie zamiast „*p*" trzeba podstawić „*Np*". Tym samym możemy przyjąć, że zarówno w „*ApAAαβγ*", jak i w „*ANpAAαβγ*" zmienna równokształtna z „*p* zawiera się w „α".

Zachodzą dalej następujące równoważności:

$$ApAA\alpha\beta\gamma \sim ApA\alpha A\beta\gamma \text{ i } ANpAA\alpha\beta\gamma \sim ANpA\alpha A\beta\gamma.$$

Dowód pierwszej równoważności:

35 *s*/α, *q*/β, *r*/γ × XXXV
XXXV *ANApAAαβγApAαAβγ*
30 *s*/α, *q*/β, *r*/γ × XXXVI
XXXVI *ANApAαAβγApAAαβγ*

Dowód drugiej równoważności przeprowadza się tak samo, tylko zamiast „*p*" należy wszędzie podstawić „*Np*".

W formułach typu „*ApAαAβγ*", *resp.* „*ANpAαAβγ*", „α" może być zmienną i wtedy jest ona równa „*p*", bądź negacji, bądź też alternatywie. W tym ostatnim wypadku powyższe rozumowanie dowodowe może być powtórzone, tak że znowu dochodzimy do formuł typu „*ApAαAβγ*", *resp.* „*ANpAαAβγ*", w których „α" zawiera zmienną równokształtną z „*p*". Jasne jest, że proces ten można powtarzać tak długo, aż osiągniemy to, że po „*p*" nie będą już stały dwa „*A*" obok siebie. Możemy zatem sformułować następujące twierdzenia.

F3133: Jeśli przyjmie się, że najkrótsza formuła wolna jest formułą typu F3133, to istnieje też najkrótsza formuła fypu F3131 lub 3132.

F32133: Jeśli przyjmiemy, że najkrótsza formuła wolna jest formułą typu F32133, to istnieje też najkrótsza formuła wolna typu F3231 lub F32132.

W ten sposób F3133 i F32133 zostały sprowadzone do innych formuł.

18. Formuły typu F3131, F32131, F31321, F321321, F31322, F321322, F31323 i F321323. Zarówno w F313, jak i w F3213, „α" może być zmienną,

a wtedy jest ona równa „p", ponieważ zawsze możemy przyjąć, że „α" zawiera zmienną równokształtną z „p". Zbadamy najpierw formuły typu F3131 i F32131.

* * *

F3131: Najkrótsza formuła wolna nie jest formułą typu „*ApApα*", ponieważ zachodzi równoważność:

$$ApAp\alpha \sim Ap\alpha.$$

Ponieważ „*Apα*" jest o dwie litery krótsza od „*ApApα*", to zgodnie z H3 formuła typu „*ApApα*" nie jest najkrótszą formułą wolną. Dowód równoważności:

	16 $q/\alpha \times$ XXXVII
XXXVII	$ANApAp\alpha Ap\alpha$
	10 $q/Ap\alpha \times$ XXXVIII
XXXVIII	$ANAp\alpha ApAp\alpha$

F32131: Najkrótsza formuła wolna nie jest formułą typu „*ANpApα*", gdyż formuły tego typu są wyprowadzalne z aksjomatów.

Dowód:

	9 $q/\alpha \times$ XXXIX
XXXIX	$ANpAp\alpha$

* * *

W formułach typu F3132 i F32132, tj. w „*ApANαβ*" i „*ANpANαβ*", formuła „α" również może przede wszystkim być zmienną, i wtedy jest ona równa „p". Formuły typu F31321 i F321321, które w ten sposób powstają, zachowują się podobnie jak poprzednie.

F31321: Najkrótsza formuła nie jest formułą typu „*ApANpα*", ponieważ formuły tego typu są wyprowadzalne z aksjomatów.

Dowód:

	19 $q/\alpha \times$ XL
XL	$ApANp\alpha$

F321321: Najkrótsza formuła wolna nie jest formułą typu „*ANpANpα*", ponieważ zachodzi równoważność:

$$ANpANp\alpha \sim ANp\alpha.$$

Skoro jednak „*ANpα*" jest o 3 litery krótsza od „*ANpANpα*", to zgodnie z H3 formuła typu „*ANpANpα*" nie jest najkrótszą formułą wolną.

* * *

Pozostałe typy formuł, które pochodzą od F3132 i F32132, a mianowicie F31322 i F31323 oraz F321322 i F321323, są takiego typu formułami o jednakowej liczbie liter, które nie mogą stanowić najkrótszych formuł wolnych.

F31322: Najkrótsza formuła wolna nie jest formułą typu „*ApANNαβ*", ponieważ zachodzi równoważność:

$$ApANN\alpha\beta \sim ANN\alpha Ap\beta.$$

Skoro jednak, jak to już zostało dowiedzione, żadna formuła, która zaczyna się od „*ANN*" nie jest najkrótszą formułą wolną, to również żadna formuła typu „*ApANNαβ*" nie jest najkrótszą formułą wolną.

Dowód równoważności:

	18 *q/NNα*, *r/β* × XLI
XLI	*ANApANNαβANNαApβ*
	18 *p/NNa*, *q/p*, *r/β* × XLII
XLII	*ANANNαApβApANNαβ*

F321322: Najkrótsza formuła wolna nie jest formułą typu „*ANpANNαβ*".

Dowód przebiega tak samo, jak dla F31322, z tym, że wszędzie zamiast „*p*" trzeba podstawić „*Np*".

* * *

F31323: Najkrótsza formuła wolna nie jest formułą typu „*ApANAαβγ*", ponieważ zachodzi równoważność:

$$ApANA\alpha\beta\gamma \sim ANA\alpha\beta Ap\gamma.$$

Jednakże już wcześniej zostało dowiedzione, że żadna formuła, która rozpoczyna się od „*ANA*", nie jest najkrótszą formułą wolną; zatem również żadna formuła typu „*ApANAαβγ*" nie jest najkrótszą formułą wolną.

Dowód równoważności:

	18 *q/NAαβ*, *r/γ* × XLIII
XLIII	*ANApANAαβγANAαβApγ*
	18 *p/NAαβ*, *q/p*, *r/γ* × XLIV
XLIV	*ANANAαβApγApANAαβγ*

F321323: Najkrótsza formuła wolna nie jest formułą typu „*ANpANAαβγ*".

Dowód przebiega tak samo, jak dla F31323, trzeba tylko wszędzie za „*p*" podstawić „*Np*".

* * *

Zbliżamy się do końca. Brakujące ogniwa łańcucha dowodowego jest już łatwo uzupełnić.

Jeśli najkrótsza formuła wolna nie jest ani formułą typu F31321, ani F31322, ani też F32323, to prawdziwe jest twierdzenie:

F3132: Najkrótsza formuła wolna nie jest formułą typu „*ApANαβ*".

Jeśli z kolei najkrótsza formuła wolna nie jest ani formułą typu F321321, ani F321322, ani też F321323, to prawdziwe jest twierdzenie:

F32132: Najkrótsza formuła wolna nie jest formułą typu „*ANpANαβ*".

Zgodnie z powyższymi wywodami, najkrótsza formuła wolna nie jest formułą typu F3131 ani F3132; ponieważ wykazaliśmy, że formuły typu F3133 można sprowadzić do formuł typu F3131 lub F3132, to otrzymujemy twierdzenie:

F313: Najkrótsza formuła wolna nie jest formułą typu „*ApAαβ*".

To samo zachodzi dla F3213. Zgodnie z powyższym, najkrótsza formuła wolna nie jest formułą typu F32131 ani F32132, a formuły typu F32133 można sprowadzić do formuł typu F32131 lub F32132. W ten sposób otrzymujemy twierdzenie:

F3213: Najkrótsza formuła wolna nie jest formułą typu „*ANpAαβ*".

Pójdziemy teraz jeszcze dalej.

Ponieważ najkrótsza formuła wolna nie należy ani do typu F311, ani F312, ani też F313, jak również nie należy ani do typu F3211, ani F3212, ani też F3213, to zgodnie z § 15 prawdziwe są twierdzenia:

F31: Najkrótsza formuła wolna nie jest formułą typu „*Apα*".

Ponieważ również formuły typu F322 i F323 nie stanowią formuł wolnych, to z tego wynika:

F32: Najkrótsza formuła wolna nie jest formułą typu „*ANαβ*".

Widać teraz, że formuły typu F31 i F32 nie mogą stanowić najkrótszych formuł wolnych; ponieważ jednak formuły typu F33 mogą być sprowadzone do formuł typu F31 lub F32, to ostatecznie otrzymujemy twierdzenie:

F3: Najkrótsza formuła wolna nie jest formułą typu „*Aαβ*".

Pewne jest teraz, że najkrótsza formuła wolna nie może być ani formułą typu zmiennej, ani typu negacji, ani też typu alternatywy; zatem w naszym systemie w ogóle nie ma najkrótszej formuły wolnej. W ten sposób podany został dowód tego, że w rozpatrywanym przez nas systemie nie występują formuły wolne, a więc, że nasz system jest ZUPEŁNY.

19. Uwagi końcowe. Przedstawiony tu dowód zupełności opracowałem przed ponad dwoma laty dla swego systemu „*N,C*" dla potrzeb prowadzonych przez siebie wykładów uniwersyteckich.[18] Dowód ten jednakże nie jest dowodem pierwszym.[19] To, że mimo to publikuję go, wynika z poniższych powodów.

---

[18] Por. J. ŁUKASIEWICZ, *Elementy logiki matematycznej*, wydanie litograficzne moich wykładów, odbytych w semestrze zimowym 1928/29 w Uniwersytecie Warszawskim, opracowane przez M. PRESBURGERA, Warszawa 1929, s. 121–153. Jak już zaznaczyłem w przedmowie do tej publikacji PRESBURGER przedstawił mój dowód w formie 18 twierdzeń pomocniczych, wśród których występują wprowadzone w § 12 twierdzenia pomocnicze H1 i H2.

Wszystkie znane mi dowody zupełności polegały na tym, że formuły rachunku zdań sprowadzano do «koniunkcyjnych» i «dysjunkcyjnych» postaci normalnych». Chciałbym w związku z tym zauważyć rzecz następującą.

Sprowadzanie wszystkich formuł rachunku zdań do «postaci normalnych» wydaje mi się pozostałością po nieco już przestarzałej logice algebraicznej. Koniunkcja i dysjunkcja (lepiej mówić „alternatywa") mają te same własności formalne, co mnożenie i dodawanie algebraiczne. Matematyk jest z tymi operacjami bardziej obeznany niż ze zwykłymi operacjami rachunku zdań; logik, na odwrót, «postaci normalne» uważa za twory sztuczne, które są bez wartości dla wnioskowania. Rachunek zdań, tak jak go stworzył FREGE, jest dyscypliną logiczną, która ma własne cele i metody, i nie potrzebuje analogii matematycznych. Dowody, które nie wymagają odwoływania się do «postaci normalnych», lepiej — jak mi się zdaje — pasują do istoty logiki.

Są jednak jeszcze inne momenty, które zasługują na uwzględnienie. Po pierwsze, jestem przekonany, że podany przez mnie dowód zupełności jest PROSTSZY niż te dowody, które posługują się «postaciami normalnymi». Obecnie dążymy do tego, aby sformalizować również badania metalogiczne. Sądzę, że formalizacja podanego tu dowodu będzie nastręczać mniejszych trudności niż formalizacja innych dowodów zupełności. Po drugie, uważam, że podany przeze mnie dowód zupełności nie jest bez znaczenia również z METODOLOGICZNEGO punktu widzenia. Jeśli formuły danego rachunku zdań chce się sprowadzić do «postaci normalnych», to pojęcia koniunkcji i alternatywy albo powinny już występować w systemie, albo powinny być wprowadzone do systemu przy pomocy definicji. Pierwszy wypadek nie zawsze ma miejsce, drugi zaś nie zawsze jest możliwy, zwłaszcza wtedy, gdy pracuje się tylko z fragmentarycznym rachunkiem zdań. Metoda użyta przez mnie ma całkowicie ogólny charakter, nie wymaga żadnych specjalnych funkcji rachunku zdań i można ją dopasować do dowolnego rachunku zdań.

W Warszawie w obu wyżej wspomnianych kierunkach rozpoczęto już prace przygotowawcze i osiągnięto wyniki, które będą w przyszłości opublikowane.

Przełożył Jerzy Pluta

---

[19] Pierwszy dowód zupełności zwykłego rachunku zdań pochodzi od POSTA (zob. praca cytowana w przypisie 11). Nieco inny dowód znajduje się u BERNAYSA („Axiomatische Untersuchung", s. 307), choć jest on zaledwie naszkicowany. Dowód BERNAYSA jest przedstawiony szczegółowiej w podręczniku HILBERTA i ACKERMANNA (s. 9–12 i 33). Inny, nieopublikowany dowód zupełności, który opiera się na innej idei niż u wymienionych tu autorów, podał TARSKI.

10. [FRAGMENTY LEKCJI LOGIKI]

Mieczysław BIZOŃ, *Geneza logiki dla inżynierów i innych zawodów w 10-ciu lekcjach odbytych z prof. Janem ŁUKASIEWICZEM w Warszawie w czasie od 1 do 20 lipca 1942 roku*, Katowice 1946, Nakładem Biura Handlowo-Montażowego Inż. M. Bizonia, s. 10–11, 19, 26, 37–38, 53–54, 69, 74 i 85–86, 110, 129–130

[1. MYŚL I JĘZYK]

Główne zadanie logiki polega na ustaleniu sposobów prawidłowego wnioskowania i dowodzenia. Logika ma dostarczyć każdej nauce jak najdoskonalszych narzędzi, usprawniających w zakresie każdej nauki pracę myślową, a w konsekwencji umożliwić [...] rozumne działanie w każdej dziedzinie.

Logika dąży do jak największej ścisłości, a ścisłość tę może osiągnąć przez zbudowanie możliwie precyzyjnego języka. Własna myśl nasza, nie ujęta w słowa, dla nas samych jest nieuchwytna, a myśl cudza, nie przybrana w jakieś szaty zmysłowe, dostępna być może chyba jasnowidzom. Każda myśl jeśli ma się stać prawdą naukową, którą każdy człowiek mógłby poznać i sprawdzić, musi być ujęta w jakąś formę choćby tylko językową.

Niezbędnym, chociaż bynajmniej nie wystarczającym warunkiem, by stwierdzić tożsamość dwóch myśli, jest równokształtność form wyrażających te myśli.

[2. DEFINICJA]

Każda definicja tyczy się okoliczności, która wraz z nią powstaje i w niej się zawiera; a więc każda definicja posiada wartość 1 [...].

[3. PRAWDA I BŁĄD]

Jakkolwiek chcę uznawać jedną z wartości, a odrzucać drugą, to jednak może się zdarzyć, że wskutek nieświadomości lub nieuwagi uznam tę wartość, którą chciałem odrzucić, a odrzucę tę, którą chciałem uznać. Wtedy popełniam błąd.

Jeżeli chcę uznawać fałsz a odrzucać prawdę, a uznam prawdę i odrzucę fałsz, to popełniam błąd. [...] Błąd jest [więc] czymś różnym od fałszu.

[4. NAZWY I ZDANIA]

Nazwy i zdania są to dwie różne kategorie semantyczne.

Różność ich można poznać po tym, że nie można z sensem zastąpić nazwy przez zdanie i na odwrót. Nie można powiedzieć z sensem np. „Stół stoi stoi", chyba że „Stół stoi" byłoby jakąś nowo ukutą nazwą. Wyliczając np. przedmioty

w moim pokoju powiem: posiadam kałamarz, pióro itd., ale nie mogą powiedzieć z sensem, że mam przedmiot „kałamarz stoi", bo jest to zdanie, a nie nazwa.

Zdania w znaczeniu logicznym są bądź prawdziwe, bądź fałszywe — i to jest cechą charakterystyczną zdania logicznego; o nazwach tego powiedzieć nie można, gdyż one nazywają przedmioty.

[**5.** ZDANIE W SENSIE GRAMATYCZNYM I W SENSIE LOGICZNYM]

To, że zdanie gramatyczne składa się z podmiotu zdania (*subiectum*), orzeczenia (*praedicatum*) i łącznika (*copula*), to, że zdania mogą być pojedyncze albo złożone, że zbudowane mogą być tak czy inaczej, tego w rachunku zdań nie bierzemy pod uwagę. Wypowiedzi zdaniowe traktujemy jako całość, nie zwracając zupełnie uwagi na ich elementy składowe. [...]

W gramatyce zdaniem złożonym nazywamy pewną całość powstałą np. z dwóch zdań, jeżeli zamyka w sobie pewien choćby bogato rozwinięty, lecz jeden tylko pomysł. Owo zdanie złożone uważamy za jedno zdanie. W gramatyce łączymy zdania w rozmaity sposób przy pomocy części mowy zwanych spójnikami. Nowo powstałe zdania wypowiadają pewne myśli. Nie każde zdanie mogę połączyć z dowolnym innym zdaniem przy pomocy dowolnego łącznika, jeżeli nowo powstałe zdanie ma być wypowiedzią myśli. Najpierw muszę coś pomyśleć, a dopiero potem mogę postarać się owo coś pomyślane tak czy inaczej wypowiedzieć.

W logice inaczej; z dwóch różnych wypowiedzi zdaniowych „*p*", „*q*", z których każda posiada jedną z dwóch wartości „0" lub „1", przez ich połączenie powstaje zawsze nowa wypowiedź zdaniowa o wartości „0" lub „1" w zależności od tego, jakiego użyjemy łącznika tworzącego nową logiczną całość, i jakie wartości posiadają łączone wypowiedzi „*p*", „*q*". Przy takim ograniczeniu zakresu w każdym wypadku możemy podać, ile i jakich połączeń możemy otrzymać, których z nich możemy użyć, które odrzucić, wyczerpując cały możliwy zakres wszelkich ewentualności, przy czym rezultaty odnośnych rozważań możemy ująć w przejrzystą formą matrycową.

W logice [...] zwracamy uwagę na całość złożoną z dwóch zdań, [nie] wtedy gdy zamyka w sobie jakąś jedną myśl, lecz wtedy, gdy zajmuje nas wartość powstałego połączenia. Nie łączymy w logice dwóch zdań ze względu na ich wyrażane myśli, lecz ze względu na ich wartości. Nie pytamy o myśl wyrażoną połączeniem, lecz o jego wartość.

W gramatyce łącząc zdania przy pomocy najróżnorodniejszych łączników, staramy się poprawnie oddać różnorodność naszych myśli. Wieloznaczności mamy tu bez liku.

Logika dwuwartościowa przede wszystkim zwraca uwagę na wartości zdań, których przyjmuje dwie: „0" i „1". W ten sposób łącząc dwie wypowiedzi zdaniowe w nową złożoną wypowiedź zdaniową, otrzymujemy cztery jej możliwe wartości. Ilość podstawień z czterech elementów wynosi 16 przestawień (permutacji).

[**6.** ZASADA SPRZECZNOŚCI]

Zasada wyłączonej sprzeczności [...] [brzmi]:

DWA ZDANIA SPRZECZNE α, $N\alpha$ NIE MOGĄ BYĆ OBA ZARAZEM PRAWDZIWE.

[Zdania] α, $N\alpha$ są to dwa zdania sprzeczne. Odnośnie [do] obu zdań sprzecznych możemy zajmować jedno z dwóch stanowisk:

(1) Stanowisko zasady wykluczonej sprzeczności.

(2) Stanowisko zasady niewykluczonej (uznanej) sprzeczności.

Stając na jednym z dwóch powyższych stanowisk, nie powinniśmy móc zarazem zająć stanowiska drugiego. Jeżeli staniemy na stanowisku (1), to znaczy na stanowisku niedopuszczania sprzeczności, to zajęcie stanowiska drugiego jest niemożliwe, bo wykluczamy możliwość prawdziwości [...] równoczesnej obu zdań α, $N\alpha$, a właśnie oba stanowiska dają się podciągnąć pod tę kategorię zdań. Inaczej, jeżeli zajmiemy stanowisko drugie, tj. uznamy sprzeczność, wtedy zajęcie obu stanowisk naraz jest możliwe, i wtedy wszystko jest dopuszczalne. A ponieważ „wszystko" i „nic" są nazwami zamazanymi, którymi lepiej nie posługiwać się, więc pozostajemy na stanowisku (1), tj. stanowisku uznawania zasady wykluczonej sprzeczności [...].

[**7.** ZASADA WYŁĄCZONEGO ŚRODKA I PRAWO DWUWARTOŚCIOWOŚCI]

Zasada wyłączonego środka [...] [brzmi]:

Z DWU ZDAŃ SPRZECZNYCH α, $N\alpha$ JEDNO MUSI BYĆ PRAWDZIWE.

[...] Prawo dwuwartościowości orzeka, że każde zdanie przybiera tylko jedną z dwóch wartości logicznych, tj. prawdę lub fałsz. Jest to coś innego niż zasada wyłączonego środka, która dotyczy zdań sprzecznych; [...] tu [zaś] nie mówimy o zdaniach typów „*p*" i „*Np*", a więc o zdaniach sprzecznych, lecz wypowiadamy [...] myśl odnoszącą się do każdego [...] zdania, a mianowicie tę myśl, że owo zdanie może być prawdziwe lub fałszywe.

[**8.** SYMBOLIKA BEZNAWIASOWA]

Napiszmy [...]

CCpqCCqrCpr

[...] [i] zobaczmy, co należy do każdego „*C*":

1 2 3

C Cpq C Cqr Cpr

[Mamy więc:] Jeżeli 1, to jeżeli 2, to 3. [...] Jak widzimy poprzednik jest prostym okresem warunkowym, a następnik jest złożonym okresem warunkowym.

[**9.** PRAWO TOŻSAMOŚCI]

[...] Nie używamy prawa tożsamości „*Cpp*" do dowodzenia, gdyż [...] [jest to zdanie] bardzo słabo dedukcyjne, to znaczy niewiele [...] [z niego] można wyprowadzić, poza [...] [jego] własnymi podstawieniami.

[**10.** FUNKTORY ZDANIOTWÓRCZE OD JEDNEGO ARGUMENTU ZDANIOWEGO]

Możliwe są cztery [...] [funktory zdaniotwórcze od jednego argumentu zdaniowego], [...] bo dla dwóch wartości argumentu możliwe są cztery grupy wartości funkcji. I tak:

	I	II	III	IV
	Fp	*Sp*	*Np*	*Vp*
$p = 0$	0	0	1	1
$p = 1$	0	1	0	1

Otóż ta funkcja od jednego argumentu, która stale przybiera wartość 0, [...] [zarówno] dla $p = 0$, jak [i] dla $p = 1$, nazywa się FALSUM. Oznaczamy ją literą „*F*". [...] Druga funkcja, która przybiera wartości równe argumentom, nazywa się zwykle ASERCJĄ; można by ją oznaczyć literą „*S*". [...] Nie używa się tej funkcji, gdyż można za nią samą wprost napisać jej argument „*p*". [...] Trzecią z tych funkcji jest NEGACJA „*N*". Czwarta funkcja, która przybiera stale wartość [...] 1, nazywa się VERUM [...] i oznacza[na] [...] [jest przez] „*V*". [...]

Najważniejszą funkcją z czterech podanych ostatnio jest negacja „*N*"; innymi się nie posługujemy.*

---

* Poniższe fragmenty zostały zaczerpnięte z notatek dokonanych przez Mieczysława BIZONIA. Niestety notatki te *en bloc* nie mogą być uznane za wiarygodny przekaz myśli Jana ŁUKASIEWICZA, gdyż ich autor — jak można sądzić z wydanego 150-stronicowego tekstu — wplatał w nie często swoje własne uwagi, a wykłady samego ŁUKASIEWICZA zapisywał niezbyt dokładnie i nierzadko bez należytego wniknięcia w przekazywane treści. Wybrane zostały te fragmenty, których autentyczność wydaje się stosunkowo prawdopodobna, i które rzucić mogą ciekawe światło na poglądy ŁUKASIEWICZA w niektórych ważnych sprawach dotyczących podstaw logiki. O okolicznościach powstania notatek autor pisze co następuje:

„O nabyciu *Elementów logiki matematycznej* [w okupowanej Warszawie] nie było mowy. [...] Profesor Jan ŁUKASIEWICZ, do którego zwróciłem się z prośbą [o] odstąpienie mi jednego egzemplarza skryptu, oświadczył mi, że wszystko mu spłonęło w pierwszych dniach wojny, i że mimo najszczerszych chęci nie jest w stanie mi pomóc.

Wobec takiego stanu rzeczy, korzystając z okazji bezpośredniego zetknięcia się z prof[esorem] ŁUKASIEWICZEM, jako też zdając sobie sprawę z trudności, jakie będę miał przy dalszych studiach logicznych, zaproponowałem profesorowi przerobienie kilku wspólnych lekcji, które poinformowałyby mię o dzisiejszym stanie logiki w zakresie potrzebnym inżynierowi, który posługuje się matematyką jako swym narzędziem, i który o dzisiejszym stanie badań logicznych nic nie wie. Chodziło [...] mi o to, aby profesor podał mi to z logiki, co według jego zdania jest istotne, i co mogłoby stanowić podstawę do dalszych obszerniejszych studiów, a przede wszystkim do podbudowy tych wiadomości matematycznych, które posiada inżynier czy technik, a które pozwoliłyby mu z czystym sumieniem posługiwać się nimi przy zastosowaniach. Profesor ŁUKASIEWICZ w nadzwyczaj miłej i uprzejmej formie przyjął moją propozycję i już na drugi dzień, tj. 1 lipca 1942 r[oku] rozpoczęliśmy o godzinie piątej po południu przy ul. Brzozowej, w mieszkaniu profesora, lekcje logiki, które pozostaną w życiu moim jednym z najmilszych wspomnień. Lekcje te po części notowałem, uzupełniając w domu zauważone braki. To więc, co podaję, jest wprawdzie zanotowane na podstawie tego, co słyszałem od profesora ŁUKASIEWICZA, i co zdołałem zanotować, ale za ewentualne błędy czy niedokładności ponoszę wyłącznie ja winę, i nie mogą one w najmniejszym stopniu być przypisane profesorowi ŁUKASIEWICZOWI. WARTO NADMIENIĆ, ŻE PROFESOR ŁUKASIEWICZ ZAZNACZYŁ, ŻE GDYBY DZISIAJ PISAŁ SKRYPTA *LOGIKI TEORETYCZNEJ*, TO NAPISAŁBY JE INACZEJ; CZYLI ŻE TO, CO MI ZOSTANIE PODANE, JEST NIEJAKO OSTATNIM SŁOWEM W ZAKRESIE PODSTAW LOGIKI TEORETYCZNEJ. Skryptami *Elementów* podczas lekcji zupełnie się profesor ŁUKASIEWICZ nie posługiwał, a powracaliśmy do nich tylko na skutek moich zapytań" (*op. cit.*, s. 9–10) [JJJ].

11. O SYSTEMIE IMPLIKACYJNYM

*Rękopis z 1947 roku**

1. SYSTEMEM IMPLIKACYJNYM nazywa się ta część dwuwartościowej teorii dedukcji, w której jako jedyny funktor występuje znak implikacji „C". Tezami systemu są wszystkie wyrażenia sensowne systemu, sprawdzone przez zamieszczoną obok matrycę, przy czym elementem wyróżnionym jest 1.

C	0	1
0	1	1
1	0	1

Zbiór tez implikacyjnych jest zamknięty ze względu na reguły podstawiania i odrywania. Zbiór ten jest nadto NASYCONY, czyli nie może być rozszerzony bez sprzeczności.[20] Innymi słowy, jeśli dodamy do tego zbioru jakiekolwiek wyrażenie niesprawdzone przez matrycę, to otrzymamy zbiór wszystkich wyrażeń sensownych.

Aksjomatyzowalność systemu implikacyjnego stwierdził w pracy, wydanej wspólnie ze mną w r. 1930, Alfred TARSKI.[21] Dowód jego nie został jednak ogłoszony drukiem, i nie pamiętam już dzisiaj, na jakiej opierał się idei. Inny dowód aksjomatyzowalności systemu, pierwszy i jak się zdaje jedyny ogłoszony drukiem, podał w r. 1936 Mordchaj WAJSBERG.[22] Idea dowodu jego jest następu-

---

* Ten i dwa następne rękopisy są — wedle wszelkiego prawdopodobieństwa — fragmentami podręcznika *Elementy logistyki*, przygotowywanego w latach 1946–1947 przez ŁUKASIEWICZA dla wydawnictwa Les Presses Universitaires. O przygotowywaniach tych wspomina sam autor w liście z 29 marca 1946 roku do o. J.M. BOCHEŃSKIEGO [w tym tomie: s. 515]. Podręcznik ten, później nazywany *Elementami logiki matematycznej*, miał zawierać — jak wynika z listów ŁUKASIEWICZA z 24 lutego i 4 września 1946 roku do o. BOCHEŃSKIEGO [w tym tomie: s. 518 i 519] — następujące rozdziały: „Wstęp", „Rachunek zdań", „Dowód zupełności i niesprzeczności rachunku zdań", „Teoria kwantyfikatorów", „Teoria predykatów z teorią tożsamości", „Sylogistyka Arystotelesa", „Zastosowania logiki do teorii liczb naturalnych", a także „Logiki wielowartościowe" (zob. list z 27 kwietnia 1947 roku do o. BOCHEŃSKIEGO [w tym tomie: s. 522]. Publikowany rękopis oznaczony jest — na pierwszej stronie u góry — jako PRACA NR 1, i obejmuje 14 ponumerowanych stron [JJJ].

[20] Wprowadzam termin „nasycony" zamiast dotychczas używanego a wieloznacznego terminu „zupełny".

[21] J. ŁUKASIEWICZ i A. TARSKI, „Badania nad rachunkiem zdań. Untersuchungen über den Aussagenkalkül", *Sprawozdania z posiedzeń Towarzystwa Naukowego Warszawskiego*, XXIII. 1930, Wydział III, s. 43. Na stronicy tej w twierdzeniu 29 podany jest układ aksjomatów systemu implikacyjnego, znany później jako układ „TARSKI—BERNAYS", i w konsekwencji stwierdzona jest aksjomatyzowalność systemu. Por. także przypisek.

[22] M. WAJSBERG, „Metalogische Beiträge", *Wiadomości Matematyczne*, t. XLIII, Warszawa 1936, s. 154–157. Dowód zawiera się w § 4 pt. „Allgemeines Schema eines Vollständigkeitsbeweises für Axiomensysteme des C-Kalküls". Por. także przypisek.

jąca. Autor wykazuje naprzód, że z przedłożonego zupełnego układu aksjomatów można wyprowadzić wszystkie tezy, zawierające zmienne JEDNEGO tylko kształtu, i dowodzi następnie, że jeśli z układu wynikają wszystkie tezy, zawierające zmienne k różnych kształtów, to wynikają z niego i wszystkie tezy, zawierające $k+1$ różnych kształtów.

Dowód akjsomatyzowalności, przedstawiony niżej przeze mnie, tym się różni redakcyjnie od dotychczasowych tzw. «dowodów zupełności», że nie przyjmuję w nim za punkt wyjścia gotowego już układu aksjomatów, lecz przygotowuję dopiero utworzenie takiego układu, zakładając pewną liczbę tez, sprawdzonych matrycowo. Idea dowodu jest następująca. Wprowadzam pojęcie wyrażenia elementarnego i wykazuję, że każde wyrażenie sensowne systemu, nie będące zmienną ani wyrażeniem elementarnym, można sprowadzić równoważnie na podstawie niewielkiej liczby tez i przy pomocy skończonej liczby kroków dowodowych, tj. podstawień i oderwań, do zbioru wyrażeń elementarnych. Wykazuję następnie, że każde wyrażenie elementarne, sprawdzone przez matrycę, można wyprowadzić z niewielkiej liczby tez przy pomocy skończonej liczby kroków dowodowych. Liczba tez, potrzebnych do dowodu, wynosi 12. Nie są one wszystkie od siebie niezależne, nie tworzą więc niezależnego układu aksjomatów, ale dają podkład aksjomatyczny systemu, ułatwiający utworzenie aksjomatyki niezależnej.

2. Dowód aksjomatyzowalności rozpoczynam od utworzenia dwóch pęków tez pomocniczych. Stwierdzam przede wszystkim, że każde wyrażenie sensowne systemu implikacyjnego, nie będące zmienną, można przedstawić w postaci:

$$C\varepsilon_1 C\varepsilon_2 \ldots C\varepsilon_n \sigma$$

przy czym ε_1, ε_2, ..., ε_n są to dowolne wyrażenia sensowne systemu, n jest liczbą naturalną, w wypadku granicznym równą 1, a σ jest zmienną. Wyrażenia ε_1, ε_2, ..., ε_n będę nazywał pierwszym, drugim, ..., n-tym poprzednikiem końcowego następnika σ.

Zakładam naprzód dwie najprostsze tezy systemu implikacyjnego — prawo toższamości T_1 i prawo symplifikacji T_2:

T_1 Cpp
T_2 $CpCqp$

Z praw tych otrzymujemy przez podstawianie i odrywanie pęk tez następujących:

$T_2\ p/Cpp,\ q/q_1 \times CT_1 - T_{1.1}$
$T_{1.1}$ Cq_1Cpp
$T_2\ p/Cq_1Cpp,\ q/q_2 \times CT_{1.1} - T_{1.2}$
$T_{1.2}$ Cq_2q_1Cpp
$T_2\ p/Cq_2Cq_1Cpp,\ q/q_3 \times CT_{1.2} - T_{1.3}$

$T_{1.3}$ $Cq_3Cq_2Cq_1Cpp$

.....

T_2 $p/Cq_{n-1} \ldots Cq_2Cq_1Cpp$, $q/q_n \times CT_{1.(n-1)} - T_{1.n}$

$T_{1.n}$ $Cq_nCq_{n-1}, \ldots Cq_2Cq_1Cpp$

Budowa tych tez jest zupełnie przejrzysta: dzięki prawu symplifkacji możemy do prawa tożsamości dołączać kolejno coraz to nowe poprzedniki: q_1, q_2, q_3, ... q_{n-1}, q_n.

Zakładam dalej prawo komutacji T_3 i prawo sylogizmu w drugiej postaci T_4:

T_3 $CCpCqrCqCpr$

T_4 $CCqrCCpqCpr$

Z praw tych otrzymujemy przez podstawianie i odrywanie drugi pęk tez:

T_4 $q/CpCqr$, $r/CqCpr$, $p/s_1 \times CT_3 - T_{3.1}$

$T_{3.1}$ $CCs_1CpCqrCs_1CqCpr$

T_4 q/Cs_1CpCqr, r/Cs_1CqCpr, $p/s_2 \times CT_{3.1} - T_{3.2}$

$T_{3.2}$ $CCs_2Cs_1CpCqrCs_2Cs_1CqCpr$

T_4 q/Cs_2Cs_1CpCqr, r/Cs_2Cs_1CqCpr, $p/s_3 \times CT_{3.2} - T_{3.3}$

$T_{3.3}$ $CCs_3Cs_2Cs_1CpCqrCs_3Cs_2Cs_1CqCpr$

.....

T_4 $q/Cs_{n-1} \ldots Cs_2Cs_1CpCqr$, $r/Cs_{n-1} \ldots Cs_2Cs_1CqCpr$, $p/S_n \times CT_{3.(n-1)} - T_{3.n}$

$T_{3.n}$ $CCs_nCs_{s-1} \ldots Cs_2Cs_1CpCqrCs_nCs_{n-1} \ldots Cs_2Cs_1CqCpr$

I tutaj budowa tez jest zupełnie przejrzysta: dzięki prawu sylogizmu możemy jednocześnie do poprzednika i do następnika prawa komutacji dołączać kolejno coraz to nowe poprzedniki: s_1, s_2, s_3, ..., s_{n-1}, s_n.

PRAWO KOMUTACJI I TEZY DRUGIEGO PĘKU POZWALAJĄ NAM W WYRAŻENIACH KSZTAŁTU $C\varepsilon_1C\varepsilon_2 \ldots C\varepsilon_n\sigma$ PRZESUWAĆ RÓWNOWAŻNIE POPRZEDNIKI ε_1, ε_2, ..., ε_n O DOWOLNĄ ILOŚĆ MIEJSC NA PRAWO LUB NA LEWO. Jak to się robi, wyjaśnię wprzód na przykładzie.

W tezie $T_{1.3}$ czwartym z kolei poprzednikiem jest p. Przesuńmy ten poprzednik na lewo na miejsce trzecie, drugie i pierwsze. Zaczniemy od tezy $T_{3.2}$, bo w poprzedniku tej tezy zmienna q, za którą podstawiamy p, jest właśnie czwartym z kolei poprzednikiem, w następniku zaś trzecim. Otrzymujemy przez podstawianie i odrywanie:

$T_{3.2}$ s_2/q_3, s_1/q_2, p/q_1, q/p, $r/p \times CT_{1.3} - \mathrm{I}$

I $Cq_3Cq_2CpCq_1p$

W wyrażeniu tym poprzednik p znajduje się na trzecim miejscu. Zastosujemy więc do tego wyrażenia tezę $T_{3.1}$, bo w poprzedniku tej tezy zmienna q, za którą podstawimy p, jest trzecim z kolei poprzednikiem, w następniku zaś drugim. Otrzymujemy przez podstawianie i odrywanie:

$T_{3.1}$ s_1/q_3, p/q_2, q/r, r/Cq_1p × CI – II
II $Cq_3CpCq_2Cq_1p$

W wyrażeniu tym p znajduje się na drugim miejscu. Zastosujmy teraz prawo komutacji T_3:

T_3 p/q_3, q/p, r/Cq_2Cq_1p × CII – III
III $CpCq_1Cq_2Cq_1p$

Poprzednik p znalazł się na pierwszym miejscu. Chcąc go z powrotem przesunąć na prawo na drugie, trzecie i czwarte miejsce, trzeba użyć tych samych tez $T_{3.2}$, $T_{3.1}$ i T_3 w porządku odwrotnym:

T_3 q/q_3, r/Cq_2q_1p × CIII – II
II $Cq_3CpCq_2Cq_1p$
$T_{3.1}$ s_1/q_3, q/q_2, r/Cq_1p × CII – I
I $Cq_3Cq_2CpCq_1p$
$T_{3.2}$ s_2/q_3, s_1/q_2, q/q_1, r/p × CT – $T_{1.3}$
$T_{1.3}$ $Cq_3Cq_2Cq_1Cpp$

Mówiąc ogólnie, jeśli chcemy poprzednik znajdujący się w wyrażeniu $C\varepsilon_1C\varepsilon_2$ ... $C\varepsilon_n\sigma$ na miejscu pierwszym, przesunąć na prawo na miejsce k-te dla $k > 2$, musimy użyć kolejno tez T_3, $T_{3.1}$, ..., $T_{3.(k-2)}$; chcąc go zaś przesunąć na odwrót — na lewo z miejsca k-tego na miejsce pierwsze, trzeba użyć tych samych tez w porządku odwrotnym: $T_{3.(k-2)}$, ..., $T_{3.1}$, T_3. Jeśliby chodziło o przesunięcie nie z pierwszego, lecz z i-tego miejsca na k-te, dla $1 < i < k$, lub odwrotnie — z k-tego na i-te, to trzeba by użyć tez $T_{3.(i-1)}$, $T_{3.i}$, ..., $T_{3.(k-2)}$ w porządku prostym lub odwrotnym.

3. Wyrażenia sensowne kształtu $C\varepsilon_1C\varepsilon_2$ ... $C\varepsilon_n\sigma$, w których każdy z poprzedników ε_1, ε_2, ..., ε_n jest bądź zmienną, bądź implikacją prostą, czyli taką implikacją, której poprzednik i następnik jest zmienną, nazywam ELEMENTARNYMI. Prawo tożsamości Cpp, prawo symplifikacji $CpCqp$, prawo sylogizmu $CCqrCCpqCpr$, a także wyrażenia, nie będące tezami, jak Cpq lub $CpCCqrCpr$, są wyrażeniami elementarnymi.

KAŻDE WYRAŻENIE SENSOWNE KSZTAŁTU $C\varepsilon_1C\varepsilon_2$ ... $C\varepsilon_n\sigma$, NIE BĘDĄCE WYRAŻENIEM ELEMENTARNYM, MOŻNA PRZY ZAŁOŻENIU PRZESUWALNOŚCI POPRZEDNIKÓW I PRZY POMOCY CO NAJWYŻEJ DWÓCH RODZAJÓW PRZEKSZTAŁCEŃ SPROWADZIĆ RÓWNOWAŻNIE W SKOŃCZONEJ LICZBIE KROKÓW DOWODOWYCH DO ZBIORU WYRAŻEŃ ELEMENTARNYCH. Pierwsze z tych przekształceń ma wygląd następujący:

(A) $CC\alpha C\beta\gamma\delta \sim CC\alpha\gamma\delta$, $CC\beta\gamma\delta$

Znaku „~" używam na oznaczenie równoważności dedukcyjnej. Wzór (A) orzeka tedy, że z wyrażenia $CC\alpha C\beta\gamma\delta$, przy czym α,β, γ, δ są dowolnymi wyrażeniami sensownymi, można wyprowadzić zarówno $CC\alpha\gamma\delta$, jak $CC\beta\gamma\delta$, i na odwrót

z wyrażeń $C C\alpha\gamma\delta$ i $C C\beta\gamma\delta$, wziętych łącznie, można wyprowadzić $C C\alpha C\beta\gamma\delta$. Przekształcenie to zakłada trzy tezy systemu implikacyjnego:

T_5 $CCCpCqrsCCprs$
T_6 $CCCpCqrsCCqrs$
T_7 $CCCprsCCCqrsCCpCqrs$

Podstawiając w tych tezach p/α, q/β, r/γ i s/δ, i zakładając $C C\alpha C\beta\gamma\delta$, otrzymujemy przez odrywanie na mocy T_5 i T_6 wyrażenia $C C\alpha\gamma\delta$ oraz $C C\gamma\delta$, zakładając zaś $C C\alpha\gamma\delta$ i $C C\beta\gamma\delta$, otrzymujemy na mocy T_7 przez dwukrotne odrywanie $C C\alpha C\beta\gamma\delta$.

Przekształcenie (A) pozwala nam każde wyrażenie kształtu $C\varepsilon_1 C\varepsilon_2 \ldots C\varepsilon_n\sigma$, w którym pierwszy poprzednik ε_1 jest implikacją o następniku złożonym, a więc ma budowę $C\alpha C\beta\gamma$, sprowadzić równoważnie do dwóch wyrażeń, w których następnik ten jest prostszy. Np. wyrażenie $CCCpqCqCrsCrCqs$, w którym pierwszy poprzednik $CCpqCqCrs$ ma następnik złożony $CqCrs$, jest według (A) dedukcyjnie równoważne dwom wyrażeniom $CCCpqCrsCrCqs$ i $CCqCrsCrCqs$, a w wyrażeniach tych następnik pierwszego poprzednika Crs jest prostszy od pierwotnego następnika $CqCrs$. Ponieważ jednak i ten następnik jest jeszcze złożony, przeto do otrzymanych dwóch wyrażeń możemy znów zastosować przekształcenie (A), otrzymując z pierwszego wyrażenia $CCCpqsCrCqs$ i $CCrsCrCqs$, a z drugiego $CCqsCrCqs$ i znowu $CCrsCrCqs$. Tutaj już we wszystkich wyrażeniach następnik pierwszego poprzednika jest zmienną. Wobec tego, że równoważność dedukcyjna jest relacją przechodnią, dochodzimy do wyniku, iż wyrażenie $CCCpqCqCrsCrCqs$ jest dedukcyjnie równoważne zbiorowi wyrażeń $CCCpqsCrCqs$, $CCrsCrCqs$ i $CCqsCrCqs$. Mówąc ogólnie, jeżeli zabieg (A) powtórzymy dostateczną, lecz zawsze skończoną ilość razy, to możemy każde wyrażenie kształtu $C\varepsilon_1 C\varepsilon_2 \ldots C\varepsilon_n\sigma$, w którym pierwszy poprzednik jest implikacją o następniku złożonym, przekształcić równoważnie na zbiór takich wyrażeń, iż w każdym z nich następnik pierwszego poprzednika jest już zmienną. O ile w wyrażeniach tego zbioru któryś z dalszych poprzedników $\varepsilon_2, \varepsilon_3, \ldots, \varepsilon_n$ jest znowu implikacją o następniku złożonym, to przesuwamy taki poprzednik na lewo na miejsce pierwsze, i stosujemy do niego znów takąż serię przekształceń. W ten sposób możemy ostatecznie każde wyrażenie kształtu $C\varepsilon_1 C\varepsilon_2 \ldots C\varepsilon_n\sigma$ sprowadzić równoważnie w skończonej liczbie kroków dowodowych do zbioru takich wyrażeń, w których wszystkie poprzedniki są bądź zmiennymi, bądź implikacjami, których następniki są zmiennymi, a tylko ich poprzedniki mogą być jeszcze złożone.

Tych właśnie złożonych poprzedników dotyczy drugie przekształcenie równoważne:

(B) $CCC\alpha\beta\pi\delta \sim C C\beta\pi C\alpha\delta, C\pi\delta$

Wzór (B) orzeka, że z wyrażenia $CCC\alpha\beta\pi\delta$, przy czym α, β i δ są dowolnymi wyrażeniami sensownymi, a π dowolną zmienną, można wyprowadzić zarówno $CC\beta\pi C\alpha\delta$, jak $C\pi\delta$, i na odwrót — z wyrażeń $CC\beta\pi C\alpha\delta$ i $C\pi\delta$, wziętych łącznie, można wyprowadzić $CCC\alpha\beta\pi\delta$. Ponieważ przekształcenie (B) stosujemy do wyrażeń, na których zostało już wykonane przekształcenie (A), dlatego przyjmujemy, że π, jako następnik pierwszego poprzednika, jest zmienną. By uzyskać podstawę dla przekształcenia (B), musimy założyć trzy dalsze tezy systemu implikacyjnego:

T_8 *CCCCpqrsCCqrCps*
T_9 *CCCCpqrsCrs*
T_{10} *CCCqrCpsCCrsCCCpqrs*

Podstawiając w tych tezach p/α, q/β, r/π i s/δ, i zakładając $CCC\alpha\beta\pi\delta$, otrzymujemy przez odrywanie na mocy T_8 i T_9 wyrażenia $CC\beta\pi C\alpha\delta$ i $C\pi\delta$, zakładając zaś $CC\beta\pi C\alpha\delta$ i $C\pi\delta$ otrzymujemy na mocy T_{10} przez dwukrotne odrywanie $CCC\alpha\beta\pi\delta$.

Przekształcenie (B) pozwala nam każde wyrażenie kształtu $C\varepsilon_1 C\varepsilon_2 \ldots C\varepsilon_n\sigma$, w którym pierwszy poprzednik ε_1 jest implikacją o poprzedniku złożonym, sprowadzić równoważnie do dwóch wyrażeń prostszych. Zakładając mianowicie, że ε_1 ma budowę $CC\alpha\beta\pi$, otrzymujemy dzięki przekształceniu (B) z wyrażenia $CCC\alpha\beta\pi Cq_2 \ldots Cq_n\sigma$ dwa wyrażenia: $CC\beta\pi C\alpha C\varepsilon_1 \ldots C\alpha_n\sigma$ i $C\pi Cq_2 \ldots Cq_n\sigma$. W drugim z tych wyrażeń pierwszy poprzednik π jest zmienną, nie mamy więc potrzeby zajmować się nim dalej. W pierwszym zaś wyrażeniu, zamiast pierwotnego poprzednika $CC\alpha\beta\pi$, mamy dwa nowe poprzedniki, $C\beta\pi$ oraz α, przy czym pierwszy z nich $C\beta\pi$ ma poprzednik β prostszy od pierwotnego $C\alpha\beta$, drugi zaś α może być złożony, ale w każdym razie jest prostszy od pierwotnego $CC\alpha\beta\pi$. O ile β jest nadal złożone, czyli jest implikacją, stosujemy ponownie zabieg (B), otrzymując wyrażenia o jeszcze prostszych poprzednikach. Np. wyrażenie *CCCpCqrsCCsqq*, w którym pierwszy poprzednik *CCpCqrs* jest implikacją o poprzedniku złożonym *CpCqr*, sprowadzamy równoważnie na mocy (B) do wyrażeń *CCCqrsCpCCsqq* i *CsCCsqq*. Z wyrażeń tych wystarczy rozpatrzyć pierwsze. Widzmy, że w wyrażeniu tym w miejsce pierwotnego poprzednika *CCpCqrs* zjawiły się dwa poprzedniki, *CCqrs* i *p*, przy czym pierwszy z tych poprzedników, o który tu właśnie chodzi, *CCqrs*, jest implikacją o poprzedniku *Cqr*, prostszym od pierwotnego *CpCqr*. Ponieważ jednak i ten poprzednik *CCqrs* jest nadal jeszcze implikacją o poprzedniku złożonym, przeto musimy powtórzyć zabieg (B), otrzymując tym razem z wyrażenia *CCCqrsCpCCsqq* dwa wyrażenia elementarne, *CCrsC2CpCCsqq* i *CsCpCCsqq*, których już dalej rozkładać nie potrzebujemy. Wyrażenie *CCCpCqrsCCsqq* przekształciliśmy w ten sposób równoważnie na zbiór wyrażeń elementarnych, *CCrsCqCpCCsqq*, *CsCpCCsqq i CsCCsqq*. Mówiąc ogólnie, jeżeli zabieg (B) powtórzymy dostateczną, lecz zawsze skończoną ilość razy, to możemy każde wyrażenie kształtu $C\varepsilon_1 C\varepsilon_2 \ldots C\varepsilon_n\sigma$

przekształcić równoważnie na zbiór takich wyrażeń, iż w każdym z nich pierwszy poprzednik jest bądź zmienną, bądź prostą implikacją. O ile α, występujące w poprzedniku $CC\alpha\beta\pi$, jest wyrażeniem złożonym, to przesuwamy je na pierwsze miejsce i stosujemy do niego naprzód zabieg (A), jeżeli następnik tego wyrażenia jest złożony, natępnie zaś zabieg (B), o ile poprzednik jego jest złożony. Tak samo postępujemy z dalszymi nowymi poprzednikami, które mogą się zjawić wskutek stosowania zabiegu (B). W ten sposób dochodzimy do zbioru wyrażeń, w których wszystkie poprzedniki, wcześniejsze od ε_2, są albo zmiennymi, albo implikacjami prostymi. O ile któryś z dalszych poprzedników ε_2, ε_3, ..., ε_n jest implikacją o poprzedniku złożonym, to przesuwamy taki poprzednik na pierwsze miejsce i stosujemy do niego taką samą serię przekształceń, co poprzednio. Postępując w ten sposób, możemy każde wyrażenie sensowne kształtu $C\varepsilon_1 C\varepsilon_1 \ldots C\varepsilon_n\sigma$, w którym dzięki uprzednio dokonanemu przekształceniu (A) nie było już poprzedników o następnikach złożonych, sprowadzić równoważnie w skończonej liczbie kroków dowodowych do zbioru wyrażeń elementarnych.

4. Z dotychczasowego przedstawienia okazuje się, że dzięki ośmiu tezom, T_3–T_{10}, możemy każde wyrażenie sensowne, nie będące zmienną ani wyrażeniem elementarnym, sprowadzić równoważnie do zbioru wyrażeń elementarnych, czyli takich wyrażeń kształtu $C\varepsilon_1 C\varepsilon_2 \ldots C\varepsilon_n\sigma$, w których poprzedniki ε_1, ε_2, ..., ε_n są bądź zmiennymi, bądź implikacjami prostymi, przy czym końcowy następnik σ jest zmienną. Tezy T_3 i T_4 pozwalają na przesuwanie poprzedników, tezy T_5–T_7 są podstawą przekształcenia (A), a tezy T_8–T_{10} uzasadniają przekształcenie (B). Obecnie wykażemy, że każde wyrażenie elementarne, sprawdzone przez matrycę, możemy wyprowadzić przy pomocy skończonej liczby kroków dowodowych z niewielkiej liczby tez, należących do systemu.

Badamy w tym celu w wyrażeniach elementarnych przede wszystkim te poprzedniki, które są zmiennymi. O ile znajdzie się wśród nich poprzednik, równokształtny z końcową zmienną σ, to wyrażenie takie jest sprawdzone przez matrycę i możemy je zawsze wyprowadzić z tez T_1–T_4 przy pomocy skończonej liczby kroków dowodowych. Jeśli bowiem ostatni poprzednik ε_n jest równokształtny z σ i wyrażenie ma postać $C\varepsilon_1 C\varepsilon_2 \ldots C\varepsilon_{n-1} C\sigma\sigma$, a w granicznym przypadku $C\sigma\sigma$, to należy ono do pierwszego pęku tez, opartego na prawach tożsamości i symplifikacji, albo jest wprost prawem tożsamości. Jeśli zaś któryś z innych poprzedników jest równokształtny z σ, to możemy go przy pomocy drugiego pęku tez, opartego na prawach komutacji i sylogizmu, przesunąć na ostatnie miejsce na prawo, otrzymując znowu wyrażenie kształtu $C\varepsilon_1 C\varepsilon_1 \ldots C\varepsilon_{n-1} C\sigma\sigma$, należące do pierwszego pęku tez.

O ile w badanym wyrażeniu elementarnym żaden z poprzedników, będących zmiennymi, nie jest równokształtny z końcową zmienną σ, to szukamy, czy istnieje wśród nich taki poprzednik, który byłby równokształtny z poprzednikim jakiejś implikacji prostej, występującej w wyrażeniu. Badamy innymi słowy, czy

znajdują się wśród poprzedników $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$ dwa wyrażenia kształtu π i $C\pi\sigma$, przy czym π i σ są zmiennymi. Jeśli znajdują się takie wyrażenia, to przesuwamy, o ile potrzeba, $C\pi\sigma$ na miejsce pierwsze, π zaś na miejsce drugie, i stosujemy następujące przekształcenie równoważne:

(C) $CC\pi\rho C\pi\alpha \sim C\rho C\pi\alpha$

Wzór (C) orzeka, że z wyrażenia $CC\pi\rho C\pi\alpha$, przy czym π i ρ są tutaj dowolnymi zmiennym, a α dowolnym wyrażeniem sensownym, można wyprowadzić $C\rho C\pi\alpha$, i na odwrót — z $C\rho C\pi\alpha$ można wyprowadzić $CC\pi\rho C\pi\alpha$. Przekształcenie (C) zakłada dwie dalsze i ostatnie już tezy systemu implikacyjnego:

T_{11} $CCpqCprCqCpr$
T_{12} $CCqCprCCpqCpr$

Podstawiając w tych tezach p/π, q/ρ i r/α, i zakładając $CC\pi\rho C\pi\alpha$ otrzymujemy przez odrywanie na mocy tezy T_{11} wyrażenie $C\rho C\pi\alpha$, zakładając zaś $C\rho C\pi\alpha$ otrzymujemy przez odrywanie na mocy tezy T_{12} wyrażenie $CC\pi\rho C\pi\alpha$.

Dzięki przekształceniu (C) powstaje z wyrażenia elementarnego nowe wyrażenie elementarne, równoważne poprzedniemu, ale tym od niego różne, że zamiast implikacji $C\pi\rho$ występuje jako pierwszy poprzednik zmienna ρ. Jeśli zmienna, oznaczona przez ρ, jest równokształtna z końcową zmienną σ, wtedy wyrażenie można wyprowadzić z tez T_1–T_4, jak pokazaliśmy wyżej. Jeśli nie jest równokształtna, to szukamy, czy istnieje wśród poprzedników obok zmiennej ρ wyrażenie $C\rho\tau$, i jeśli tak jest, stosujemy znowu przekształcenie (C). Jak się to robi, zobaczymy na przykładzie. Z wyrażenia elementarnego $CCpqCpCCqrr$ otrzymujemy dzięki przekształceniu (C) wyrażenie równoważne $CqCpCCqrr$, w którym zamiast poprzednika Cpq występuje poprzednik q. Ponieważ zmienna q nie jest równokształtna z końcową zmienną r, a obok q występuje w wyrażeniu poprzednik Cqr, przeto przekształcamy przez przesunięcie wyrażenie $CqCpCCqrr$ na wyrażenie $CCqrCqCpr$ i stosując ponownie zabieg (C) otrzymujemy wyrażenie $CrCqCpr$. Tutaj już nowy poprzednik r jest równokształtny ze zmienną końcową i wyrażenie można wyprowadzić z tez T_1–T_4. Opisane badania prowadzimy dopóty, dopóki nie zajdzie jeden z następujących przypadków: albo otrzymamy wyrażenie, w którym jakiś poprzednik, będący [...].*

[...] σ, podstawić p. W przytoczonym przykładzie należy więc za q i za r podstawić Cpp, a za s i t podstawić p, skutkiem czego powstaje wyrażenie $CCpCppCCppCCppCCppp$. Poprzedniki, będące zmiennymi, przechodzą w Cpp, poprzedniki zaś, będące implikacjami prostymi, przechodzą bądź w $CpCpp$, bądź w Cpp, zależnie od tego, czy następnik w tych implikacjach jest, czy nie jest równokształtny z jakąś zmienną, za którą podstawiliśmy Cpp. Poprzedniki we wszystkich implikacjach prostych otrzymują postać p, bo założyliśmy poprzednio,

* W zachowanym rękopisie brakuje połowy następnej — tj. 13 — strony [JJJ].

że w wyrażeniu badanym nie ma żadnego poprzednika, będącego zmienną, który byłby równokształtny z poprzednikiem jakiejś implikacji prostej. Otóż *Cpp* jest przyjętym przez nas prawem tożsamości, a *CpCpp* jest podstawieniem prawa symplifikacji *CpCqp*. W badanym wyrażeniu możemy tedy wszystkie poprzedniki oderwać, otrzymując jako wynik końcowy zmienną *p*.

Wykazaliśmy w ten sposób, że każde wyrażenie elementarne, sprawdzone przez matrycę, można wyprowadzić przez skończoną liczbę podstawień i oderwań z sześciu co najwyżej tez systemu implikacyjnego, tzn. z tez T_1–T_4 i T_{11}–T_{12}. Ponieważ zaś każde wyrażenie sensowne tegoż systemu, nie będące zmienną ani wyrażeniem elementarnym, możemy bez względu na to, czy jest, czy nie jest sprawdzone przez matrycę, sprowadzić równoważnie na podstawie tez T_3–T_{10} do zbioru wyrażeń elementarnych, przeto każde wyrażenie elementarne, sprawdzone przez matrycę, możemy wyprowadzić przy pomocy skończonej liczby kroków dowodowych z dwunastu tez: T_1–T_{12}, należących do systemu. Tezy te tworzą zatem aksjomatyczną podstawę systemu.

12. DOWÓD AKSJOMATYZOWALNOŚCI IMPLIKACYJNO-NEGACYJNEGO RACHUNKU ZDAŃ

*Rękopis z 1947 roku**

1. W niniejszym rozdziale podaję dowód, że wszystkie tezy implikacyjno-negacyjnego rachunku zdań, sprawdzone przez obok stojącą matrycę — tez takich jest nieksończenie wiele — można wyprowadzić przy pomocy reguł podstawiania i odrywania ze skończonej liczby tez tegoż rachunku.

C	1 2 *N*
*1	1 2 2
2	1 1 1

Ta skończona liczba tez, która wystarcza do udowodnienia wszystkich innych tez implikacyjno-negacyjnych, stanowi zatem ASKJOMATYCZNĄ PODSTAWĘ rachunku, a każdy układ niezależnych od siebie tez, z których wynika owa podstawa aksjomatyczna, jest zupełnym i niezależnym układem aksjomatów rachunku implika-

* Rękopis oznaczony jest — na pierwszej stronie u góry — jako PRACA NR 2, i obejmuje 23 ponumerowane strony. Pierwsza opatrzona jest datą: 13.03.1947 [JJJ].

cyjno-negacyjnego. Dowód aksjomatyzowalności wykazuje zatem, że zbiór tez, sprawdzonych przez powyższą matrycę, jest NASYCONY, to znaczy, że nie można go bez sprzeczności rozszerzyć przez dodanie do niego wyrażenia sensownego, nie sprawdzonego przez wspomnianą matrycę. O ile bowiem dodamy do naszego zbioru tez tego rodzaju wyrażenie, to otrzymujemy wszystkie wyrażenia sensowne, a więc i zmienną „*p*".

Idea dowodu jest następująca. Przy pomocy skończonej liczby równoważnych przekształceń, opartych na skończonej liczbie tez sprawdzonych matrycowo, sprowadzam każde wyrażenie sensowne do zbioru tak zwanych WYRAŻEŃ ELEMENTARNYCH. Przez wyrażenie elementarne rozumiem zaś wyrażenie kształtu

$$C\alpha_1 C\alpha_2 C\alpha_3 \ldots C\alpha_n \sigma,$$

w którym poprzedniki „α_1", „α_2", „α_n", ... „α_n" są bądź zmiennymi, bądź negacjami zmiennych, a wyrażenie „σ" jest zmienną, różną od zmiennych, występujących w poprzednikach. Wyrażenia elementarne albo są tezami, i wtedy łatwo je udowodnić, albo nie są tezami, i wtedy łatwo jest wykazać, że dołączone do układu aksjomatów dają zmienną „*p*", a więc wszystkie wyrażenia sensowne. Jeśli wszystkie wyrażenia elementarne, do których sprowadziliśmy badane wyrażenie sensowne, są tezami, wtedy i badane wyrażenie jest tezą, i może być udowodnione na mocy tez, będących podstawą przekształceń; o ile zaś choć jedno wyrażenie elementarne nie jest tezą, to i badane wyrażenie nie jest tezą, i dołączone do układu aksjomatów daje wszystkie wyrażenia sensowne.

2. Przechodzę do przedstawienia przekształceń, potrzebnych do sprowadzenia każdego wyrażenia sensownego w rachunku implikacyjno-negacyjnym do zbioru wyrażeń elementarnych. Powiadam, że wyrażenie „α" jest DEDUKCYJNIE RÓWNOWAŻNE wyrażeniu „β", w znakach „$\alpha \sim \beta$", gdy zarówno „$C\alpha\beta$", jak „$C\beta\alpha$" są tezami. Tak samo wyrażenie „α" jest dedukcyjnie równoważne dwom wyrażeniom „β" i „γ", gdy tezami są wyrażenia „$C\alpha\beta$", „$C\alpha\gamma$" oraz „$C\beta C\gamma\alpha$".

Pierwsze przekształcenie jest następujące:

(A) $\alpha \sim CN\alpha\sigma$

[gdzie] „α" jest dowolnym wyrażeniem sensownym, [a] „σ" jest zmienną, nie występującą w „α". O ile „α" ma już kształt „$CN\alpha\sigma$", to przekształcenia tego można nie wykonywać. Przekształcenie (A) opiera się na następujących dwóch tezach:

I *CpCNpq*
II *CCNppp*

Dzięki tezie I otrzymujemy, mając dane „α":

1 α
I $p/\alpha\ q/\sigma \times C1 - 2$
2 $CN\alpha\sigma$

Dzięki tezie II otrzymujemy, mając dane wyrażenie „$CN\alpha\sigma$":

1 $CN\alpha\sigma$
II $p/CN\alpha\sigma \times C1\ \sigma/\alpha - 2$
2 α

Ponieważ „σ" jest zmienną, nie występującą w „α", przeto podstawiając za „σ" wyrażenie „α" nie zmieniamy w niczym wyrażenia „$N\alpha$", i możemy użyć tezy II. Dzięki przekształceniu (A) możemy każde wyrażenie sensowne sprowadzić równoważnie do implikacji „$CN\alpha\sigma$", i chodzi teraz tylko o to, by wykazać, że każdą taką implikację możemy sprowadzić do zbioru wyrażeń elementarnych.

Ażeby to wykazać, podamy trzy dalsze przekształcenia dedukcyjnie równoważne, dzięki którym każdą implikację „$C\alpha\beta$" możemy wyrazić za pomocą zbioru implikacji, w których poprzednik jest zmienną lub negacją zmiennej. Są to następujące przekształcenia:

(B) $CNN\alpha\beta \sim C\alpha\beta$
(C) $CNC\alpha\beta\gamma \sim C\alpha CN\beta\gamma$
(D) $CC\alpha\beta\gamma \sim CN\alpha\gamma,\ C\beta\gamma$

Opierają się one na następujących tezach, które można sprawdzić matrycowo:

III $CCNNpqCpq$
IV $CCpqCNNpq$ — III i IV dotyczą przekształcenia (B).
V $CCNCpqrCpCNqr$
VI $CCpCNqrCNCpqr$ — V i VI dotyczą przekształcenia (C).
VII $CCCpqrCNpr$
VIII $CCCpqrCqr$ — VII, VIII i IX dotyczą przekształcenia (D).
IX $CCNprCCqrCCpqr$

Dzięki tezie III otrzymujemy z wyrażenia „$CNN\alpha\beta$" wyrażenie „$C\alpha\beta$":

1 $CNN\alpha\beta$
III $p/\alpha\ q/\beta \times C1 - 2$
2 $C\alpha\beta$

Dzięki tezie IV otrzymujemy — na odwrót — z wyrażenia „$C\alpha\beta$" wyrażenie „$CNN\alpha\beta$":

1 $C\alpha\beta$
IV $p/\alpha\ q/\beta \times C1 - 2$
2 $CCC\alpha\beta$

Dzięki tezie V otrzymujemy z wyrażenia „$CNC\alpha\beta\gamma$" wyrażenie „$C\alpha CN\beta\gamma$":

1 $CNC\alpha\beta\gamma$
V p/α q/β $r/\gamma \times C1 - 2$
2 $C\alpha CN\beta\gamma$

Dzięki tezie VI otrzymujemy — na odwrót — z wyrażenia „$C\alpha CN\beta\gamma$" wyrażenie „$CNC\alpha\beta\gamma$":

1 $C\alpha CN\beta\gamma$
VI p/α q/β $r/\gamma \times C1 - 2$
2 $CNC\alpha\beta\gamma$

Dzięki tezie VII otrzymujemy z wyrażenia „$CC\alpha\beta\gamma$" wyrażenie „$CN\alpha\gamma$":

1 $CC\alpha\beta\gamma$
VII p/α q/β $r/\gamma \times C1 - 2$
2 $CN\alpha\gamma$

Dzięki tezie VIII otrzymujemy z wyrażenia „$CC\alpha\beta\gamma$" wyrażenie „$C\beta\gamma$":

1 $CC\alpha\beta\gamma$
VIII p/α q/β $r/\gamma \times C1 - 2$
2 $C\beta\gamma$

Dzięki tezie IX otrzymujemy — na odwrót — z wyrażeń „$CN\alpha\gamma$" i „$C\beta\gamma$" wyrażenie „$CC\alpha\beta\gamma$":

1 $CN\alpha\beta$
2 $C\beta\gamma$
IX p/α r/γ $q/\beta \times C1 - C2 - 3$
3 $CC\alpha\beta\gamma$

Wszystkie wyrażenia sensowne rachunku implikacyjno-negacyjnego można podzielić na trzy kategorie: zmienne, negacje i implikacje. Tak samo wszystkie negacje można podzielić na trzy kategorie: negacje zmiennej, negacje negacji i negacje implikacji. Implikacji, których poprzednik jest zmienną, nie potrzebujemy przekształcać. Implikacji, których poprzednik jest negacją zmiennej, także nie potrzebujemy przekształcać. Implikacje, których poprzednik jest negacją negacji, a więc zaczyna się od dwóch „N", przekształcamy na mocy wzoru (B), usuwając obie negacje. Implikacje, których poprzednik jest negacją implikacji, przekształcamy na mocy wzoru (C) na takie wyrażenie, w którym zawierają się dwa poprzedniki, ale żaden z nich nie jest już implikacją zanegowaną. Implikacje wreszcie, w których poprzednikiem jest implikacja, przekształcamy dzięki wzorowi (D) na dwa wyrażenia, w których poprzedniki nie są już implikacjami. Stosując te zabiegi tyle razy, ile potrzeba, musimy ostatecznie sprowadzić wyrażenie „$CN\alpha\sigma$" do wyrażenia, lub zbioru wyrażeń — bo przez przekształcenie (D) otrzymujemy z jednego wyrażenia dwa wyrażenia — takich, w których pierwszy poprzednik jest już albo zmienną, albo negacją zmiennej. O ile bowiem miałby

inną postać, to zawsze możemy do niego zastosować któreś z przekształceń (B), (C) lub (D). Należy zauważyć, że przez żadne z tych przekształceń nie przedłuża się wyrażenia pierwotnego; przeciwnie, skraca się ono przez przekształcenie (B) i (D), a tylko przez przekształcenie (C) uzyskuje się z jednego poprzednika „$N C\alpha\beta$" dwa poprzedniki „α" i „$N\beta$", ale krótsze od pierwotnego poprzednika, tak że liczba liter w wyrażeniu badanym pozostaje ta sama.

Po przeprowadzeniu tych przekształceń otrzymujemy wyrażenia kształtu:

$$C\pi C\alpha_1 C\alpha_2 \ldots C\alpha_n\sigma \quad \text{lub} \quad CN\pi C\alpha_1 C\alpha_2 \ldots C\alpha_n\sigma,$$

przy czym „π" jest zmienną, nie występującą w żadnym poprzedniku. W pierwotnym wyrażeniu „$CN\alpha\beta$" znajdował się tylko jeden poprzednik „$N\alpha$"; obecnie liczba poprzedników mogła się powiększyć o nieokreśloną liczbę dzięki wielokrotnemu możliwemu zastosowaniu przekształcenia (C). Owe poprzedniki „α_1", „α_2", ..., „α_n" mogą to być zmienne lub negacje zmiennych, ale mogą być również złożone w dowolny zresztą sposób. Dalsze przekształcenia polegają na tym, by każdy z takich złożonych poprzedników przenieść na pierwsze miejsce i zredukować go przy pomocy przekształceń (B), (C) i (D) do zmiennej lub negacji zmiennej.

Do tego celu służą trzy dalsze i ostatnie już przekształcenia:

(E) $C\alpha C\beta\gamma \sim C\beta C\alpha\gamma$
(F) $C\delta C\alpha C\beta\gamma \sim C\delta C\beta C\alpha\gamma$
(G) $C\alpha C\beta\gamma \sim CNC\alpha N\beta\gamma$

Opierają się one na następujących tezach:

X	$CCpCqrCqCpr$	X dotyczy przekształcenia (E).
XI	$CCsCpCqrCsCqCpr$	XI dotyczy przekształcenia (F).
XII	$CCpCqrCNCpNqr$	XII i XIII dotyczą przekształcenia (G).
XIII	$CCNCpNqrCpCqr$	

Dzięku tezie X z wyrażenia „$C\alpha C\beta\gamma$" otrzymujemy wyrażenie „$C\beta C\alpha\gamma$" i — na odwrót — z drugiego wyrażenia pierwsze:

1	$C\alpha C\beta\gamma$	1	$C\beta C\alpha\gamma$
	X p/α q/β $r/\gamma \times C1 - 2$		X p/β q/α $r/\gamma \times C1 - 2$
2	$C\beta C\alpha\gamma$	2	$C\alpha C\beta\gamma$

Dzięki tezie XI z wyrażenia „$C\delta C\alpha C\beta\gamma$" otrzymujemy wyrażenie „$C\delta C\beta C\alpha\gamma$" i — na odwrót — z drugiego wyrażenia pierwsze:

1	$C\delta C\alpha C\beta\gamma$	1	$C\delta C\beta C\alpha\gamma$
	XI s/δ p/a q/β $r/\gamma \times C1 - 2$		XI s/δ p/β q/α $r/\gamma \times C1 - 2$
2	$C\delta C\beta C\alpha\gamma$	2	$C\delta C\alpha C\beta\gamma$

Dzięki tezie XII otrzymujemy z wyrażenia „$C\alpha C\beta\gamma$" wyrażenie „$CNC\alpha N\beta\gamma$":

1 $C\alpha C\beta\gamma$
XII p/α q/β $r/\gamma \times C1 - 2$
2 $CNC\alpha N\beta\gamma$

Dzięki tezie XIII otrzymujemy — na odwrót — z wyrażenia „$CNC\alpha N\beta\gamma$" wyrażenie „$C\alpha C\beta\gamma$":

1 $CNC\alpha N\beta\gamma$
XIII p/α q/β $r/\gamma \times C1 - 2$
2 $C\alpha C\beta\gamma$

Przekształcenie (G) podobne jest do przekształcenia (C), i różni się od niego tylko tym, że negacja przy wyrażeniu „β" znajduje się na innym miejscu. Przekształcenie to można by sprowadzić do przekształceń (B), (C) i (D) w następujący sposób:

(E) $C\alpha C\beta\gamma \sim C\beta C\alpha\gamma$
(B) $C\beta C\alpha\gamma \sim CNN\beta C\alpha\gamma$ (pisząc „$NN\beta$" zamiast „α" i „$C\alpha\gamma$" zamiast „β")
(E) $CNN\beta C\alpha\gamma \sim C\alpha CNN\beta\gamma$ (pisząc „$NN\beta$" zamiast „β")
(C) $C\alpha CNN\beta\gamma \sim CNC\alpha N\beta\gamma$ (pisząc „$N\beta$" zamiast „β"

Ponieważ relacja równoważności dedukcyjnej jest symetryczna i przechodnia, przeto wynika z powyższych wzorów, że wyrażenie „$C\alpha C\beta\gamma$" jest dedukcyjnie równoważne wyrażeniu „$CNC\alpha N\beta\gamma$". Postępowanie to przedłużałoby jednak w praktyce przekształcanie wyrażeń; wolałem przeto przyjąć wyrażenie (G) jako osobne przekształcenie.

Na podstawie przekształceń (E), (F) i (G), opartych na tezach X–XIII, można w wyrażeniach kształtu:

$$C\alpha_1 C\alpha_2 C\alpha_3 \ldots C\alpha_n\beta$$

każdy poprzednik, znajdujący się na dowolnym miejscu i, czyli „α_i", przesunąć równoważnie na pierwsze miejsce. By przesunąć „α_2" na pierwsze miejsce, wystarczy zastosować przekształcenie (E). By przesunąć „α_3" na pierwsze miejsce, należy naprzód zastosować przekształcenie (F), dzięki któremu „α_3" przechodzi z trzeciego miejsca na drugie, a potem przekształcenie (E), które „α_3" przesuwa z drugiego miejsca na pierwsze. Gdy chodzi o poprzedniki, znajdujące się na dalszych miejscach, to trzeba wprzód zastosować przekształcenie (G). W jaki sposób to się robi, okaże najlepiej przykład. Przypuśćmy, że chodzi nam o przesunięcie w wyrażeniu

$$C\alpha_1 C\alpha_2 C\alpha_3 C\alpha_4 C\alpha_5\beta$$

poprzednika „α_5" na pierwsze miejsce. Stosujemy przekształcenie (G), otrzymując

$$C\alpha_1 C\alpha_2 C\alpha_3 C\alpha_4 C\alpha_5\beta \sim CNC\alpha_1 N\alpha_2 C\alpha_3 C\alpha_4 C\alpha_5\beta$$

Przez to przekształcenie „α_5" znalazło się na czwartym miejscu, gdyż z dwóch pierwszych poprzedników utworzyliśmy jeden. Ponawiamy przekształcenie (G):

$$CNC\alpha_1N\alpha_2C\alpha_3C\alpha_4C\alpha_5\beta \sim CNCN\alpha_1N\alpha_2N\alpha_3C\alpha_4C\alpha_5\beta$$

Teraz „α_5" znalazło się na trzecim miejscu, gdyż trzy pierwsze poprzedniki ściągnęliśmy w jeden poprzednik. Do nowego wyrażenia możemy zastosować przekształcenie (F), otrzymując:

$$CNCNC\alpha_1N\alpha_2N\alpha_3C\alpha_4C\alpha_5\beta \sim CNCN\alpha_1N\alpha_2N\alpha_3C\alpha_5C\alpha_4\beta$$

Tutaj „α_5" znajduje się na drugim miejscu. Ale nie stosujemy jeszcze przekształcenia (E), które przeniosłoby „α_5" na pierwsze miejsce, bo nie chcemy, by w wyrażeniu znajdował się poprzednik złożony „$NCNC\alpha_1N\alpha_2N\alpha_3$". Stosujemy więc znowu przekształcenie (G), ale tym razem w odwrotnym kierunku, otrzymując:

$$CNCNC\alpha_1N\alpha_2N\alpha_3C\alpha_5C\alpha_4\beta \sim CNC\alpha_1N\alpha_2C\alpha_3C\alpha_5C\alpha_4\beta$$

Wyrażenie „α_5" znalazło się znowu na trzecim miejscu, ale możemy zastosować przekształcenie (F), przenosząc to wyrażenie na drugie miejsce:

$$CNC\alpha_1N\alpha_2C\alpha_3C\alpha_4C\alpha_5\beta \sim CNC\alpha_1N\alpha_2C\alpha_5C\alpha_3C\alpha_4\beta$$

Do nowego wyrażenia stosujemy ponownie przekształcenie (G) w odwrotnym kierunku:

$$CNC\alpha_1N\alpha_2C\alpha_5C\alpha_3C\alpha_4\beta \sim C\alpha_1C\alpha_2C\alpha_5C\alpha_3C\alpha_4\beta$$

Teraz już z łatwością otrzymujemy dzięki (F):

$$C\alpha_1C\alpha_2C\alpha_5C\alpha_3C\alpha_4\beta \sim C\alpha_1C\alpha_5C\alpha_2C\alpha_3C\alpha_4\beta$$

a dzięki (E):

$$C\alpha_1C\alpha_5C\alpha_2C\alpha_3C\alpha_4\beta \sim C\alpha_5C\alpha_1C\alpha_2C\alpha_3C\alpha_4\beta$$

Zabieg ten wydawać się może komuś niepotrzebnie długim i nużącym. Ale jest to, jak mi się wydaje, jedyny sposób, by móc przesunąć poprzednik z dowolnego miejsca na miejsce pierwsze lub dowolnie bliższe, nie zmieniając przy tym innych poprzedników ani ich porządku, przy pomocy trzech tylko przekształceń, opartych na czterech tylko tezach. Wyrażenia „$NC\alpha_1N\alpha_2$" i „$NCNC\alpha_1N\alpha_2N\alpha_3$" użyte były tylko przejściowo i zniknęły w przekształceniu ostatecznym.

Dzięki przekształceniom (E), (F) i (G) można w wyrażeniach kształtu:

$$C\alpha_1C\alpha_2C\alpha_3 \ldots C\alpha_n\sigma$$

każdy złożony poprzednik przenieść na pierwsze miejsce i zastosować do niego przekształcenia (B), (C) i (D), rozkładając go na wyrażenia proste. Zabiegi te można stosować tak długo, aż wreszcie każdy z poprzedników stanie się bądź zmienną, bądź negacją zmiennej, przy czym ostatni wyraz „σ" pozostaje zmienną, nie występującą w żadnym poprzedniku, bo żadne przekształcenie wyrazu tego

nie dotyka.* W ten sposób każde wyrażenie kształtu „$C N\alpha\sigma$", a więc i każde wyrażenie sensowne „α", można sprowadzić równoważnie do zbioru wyrażeń elementarnych.**

3. Łatwo jest rozstrzygnąć, kiedy wyrażenie elementarne jest tezą, a kiedy nie. Tezą jest ono wtedy i tylko wtedy, gdy wśród poprzedników jego znajdują się dwa wyrażenia kształtu „π" i „$N\pi$", przy czym „π" jest oczywiście zmienną. Wówczas przesuwamy dzięki przekształceniom (E), (F) i (G) poprzednik „π" na pierwsze miesjce, a poprzednik „$N\pi$" na drugie, otrzymując wyrażenie kształtu:

$$C\pi CN\pi\beta$$

które jest podstawieniem tezy I. Jeśli nie ma natomiast wśród poprzedników wyrażenia elementarnego żadnych dwóch wyrażeń kształtu „π" i „$N\pi$", wtedy podstawiamy za wszystkie zmienne w poprzednikach niepoprzedzone negacją wyrażenie „*CpCNpq*", a za zmienne — poprzedzone negacją wyrażenie „*NCpCNpq*". Ostatni wyraz „σ" pozostaje bez zmiany, bo jest różny od wszystkich poprzedników. Poprzedniki „*CpCNpq*" odrywamy od razu jako tezy; w poprzednikach „*NNCpCNpq*" opuszczamy dwa „*N*" dzięki przekształceniu (B), po czym odrywamy je również, uzyskując jako wynik końcowy zmienną, oznaczoną przez „σ". Wyrażenie elementarne prowadzi więc w tym przypadku do sprzeczności.

Tak więc na mocy trzynastu tylko tez, I–XIII, możemy każde wyrażenie sensowne, o ile jest tezą, udowodnić, o ile zaś nie jest tezą, to możemy wykazać, że dołączone do zbioru tez daje wszystkie wyrażenia sensowne. Droga, jaką musimy obrać, by uzyskać ten czy ów wynik, jest w każdej swej fazie jak najdokładniej wyznaczona, tak że rozważania powyższe nie tylko podają dowód, iż implikacyjno-negacyjny rachunek zdań jest aksjomatyzowalny i nasycony, ale umożliwiają również efektywne rozstrzygnięcie w każdym indywidualnym przypadku.

4. By jeszcze bardziej uprzystępnić te rozważania czytelnikowi, przytaczam dwa przykłady.

Pierwszym przykładem jest teza, którą należy udowodnić, sprowadzając ją dzięki przekształceniom (A)–(G) do prawdziwych wyrażeń elementarnych i wywodząc ją następnie z tych wyrażeń dzięki tezom I–XIII. Załóżmy mianowicie, że

$$\alpha = CNCNCpNqrNCqNp$$

Łatwo jest sprawdzić matrycowo, że w naszym przypadku „α" jest tezą. Ponieważ nie ma ona kształtu „$CN\alpha\sigma$", przeto stosujemy do niej naprzód przekształcenie (A):

---

* Nad wyrazem „dotyka" jest dopisany — ręką autora — wyraz „sięga" [JJJ].

** Następny paragraf opatrzony jest datą: 14.03.1947 [JJJ].

(A) *CNCNCpNqrNCqNp ~ CNCNCNCpNqrNCqNps*

Otrzymane wyrażenie jest implikacją, której poprzednik jest negacją implikacji o poprzedniku „*NCNCpNqr*" i o następniku „*NCqNp*". Musimy więc zastosować do niego przekształcenie (C):

(C) *CNCNCNCpNqrNCqNps ~ CNCNCpNqrCNNCqNps*

Nowe wyrażenie jest także implikacją, której poprzednik jest negacją implikacji o prostszym już poprzedniku „*NCpNq*" i jeszcze prostszym następniku „*r*". Stosujemy więc znowu przekształcenie (C):

(C) *CNCNCpNqrCNNCqNps ~ CNCpNqCNrCNNCqNps*

Stosujemy raz jeszcze przekształcenie (C):

(C) *CNCpNqCNrCNNCqNps ~ CpCNNqCNrCNNCqNps*

Poprzednik wyrażenia, które otrzymaliśmy w ten sposób, jest już zmienną. Szukamy dalszych poprzedników złożonych. Jako drugi poprzednik występuje „*NNq*". Jest to poprzednik złożony (nie jest zmienną ani negacją zmiennej), więc przenosimy go na pierwsze miejsce dzięki przekształceniu (E):

(E) *CpCNNqCnrCNNCqNps ~ CNNqCpCNrCNNC2Nps*

W nowym wyrażeniu poprzednik implikacji zaczyna się od dwóch „*N*"; stosujemy zatem przekształcenie (B):

(B) *CNNqCpCNrCNNCqNps ~ CqCpCNrCNNCqNps*

Obecnie zarówno pierwszy poprzednik, jak i drugi, i trzeci są to bądź zmienne, bądź negacje zmiennych. Poprzednik złożony znajduje się dopiero na czwartym miejscu. Musimy go przenieść na pierwsze miejsce. Stosujemy tedy przekształcenie (G), które przez złączenie dwóch pierwszych poprzedników w jeden nowy, choć złożony poprzednik, umniejsza liczbę poprzedników:

(G) *CqCpCNrCNNCqNps ~ CNCqNqNpCNrCNNCqNps*

Teraz poprzednik złożony znajduje się już na trzecim miejscu. Dzięki przekształceniu (F) można go przesunąć na drugie miejsce:

(F) *CNCqNpCNrCNNCqNps ~ CNCqNpCNNCqNpCNrs*

Do uzyskanego w ten sposób wyrażenia nie stosujemy przekształcenia (E), bo nie chcemy mieć na drugim miejscu poprzednika złożonego. Stosujemy ponownie przekształcenie (G), ale w odwrotnym kierunku, przenosząc w ten sposób wyrażenie „*NNCqNp*" z powrotem na trzecie miejsce, ale pozbywając się złożonego poprzednika na miejscu pierwszym:

(G) *CNCqNpCNNCqNpCNrs ~ CqCpCNNCqNpCNrs*

Do nowego wyrażenia możemy zastosować naprzód przekształcenie (F), a następnie (E):

(F) *CqCpCNNCqNpCNrs ~ CqCNNCqNpCpCNrs*
(E) *CqCNNCqNpCpCNrs ~ CNNCqNpCqCpCNrs*

Poprzednik „*NNCqNp*", który w wyrażeniu „*CqCpCNrCNNCqNps*" znajdował się na czwartym miejscu, przesunęliśmy na pierwsze miejsce, przy czym inne poprzedniki pozostały bez zmiany. Ponieważ poprzednik ten zaczyna się od dwóch „*N*", przeto stosujemy przekształcenie (B):

(B) *CNNCqNpCqCpCNrs ~ CCqNpCqCpCNrs*

W wyrażeniu otrzymanym poprzednik jest implikacją; musimy więc do niego zastosować przekształcenie (D):

(D) *CCqNpCqCpCNrs ~ CNqCqCpCNrs, CNpCqCpCNrs*

Jesteśmy u kresu przekształceń, gdyż oba wyrażenia, któreśmy otrzymali, są już wyrażeniami elementarnymi. Przez dedukcyjnie równoważne przekształcenia sprowadziliśmy zatem nasze pierwotne wyrażenie „α" do zbioru dwóch wyrażeń elementarnych.

Oba te wyrażenia elementarne są oczywiście tezami. Trzeba je jednak sprowadzić do wyrażeń kształtu „*CπCNπβ*". Zrobimy to, stosując do wyrażenia pierwszego przekształcenie (E), a do drugiego przekształcenia (F) i (E):

(E) *CNqCqCpCNrs ~ CqCNqCpCNrs*
(F) *CNpCqCpCNrs ~ CNpCpCqCNrs*
(E) *CNpCpCqCNrs ~ CpCNpCqCNrs*

Obecnie można przeprowadzić formalny dowód przez podstawianie i odrywanie naszego pierwotnego wyrażenia „α", biorąc za punkt wyjścia wyrażenia elementarne, sprowadzone do kształtu „*CπCNπβ*", oraz posługując się tezami, na których oparło się przekształcenia (A)–(G). Nie będziemy jednakowoż [podawać] wszystkich tych tez, lecz użyjemy jedynie tych, które w każdym przekształceniu prowadzą od wyrażenia po prawej stronie ku wyrażeniu, znajdującemu się po lewej stronie. Nie musimy się bowiem opierać na równoważnościach, lecz wystarczą nam implikacje. Wywód formalny przedstawia się w następujący sposób:

I *q/CqCNrs* × 1
1 *CpCNpCqCNrs*
X *q/Np r/CqCNrs* × *C*1 – 2
2 *CNpCpCqCNrs*
XI *s/Np r/CNrs* × *C*2 – 3
3 *CNpCqCpCNrs*
I *p/q r/CpCNrs* × 4
4 *CqCNqCpCNrs*

X *p/q q/Nq r/CpCNrs* × *C*4 – 5
5 *CNqCqCpCNrs*
IX *p/q r/CqCpCNrs q/Np* × *C*5 – *C*3 – 6
6 *CCqNpCqCpCNrs*
IV *p/CqNp q/CqCpCNrs* × *C*6 – 7
7 *CNNCqNpCqCpCNrs*
X *p/NNCqNp r/CpCNrs* × *C*7 – 8
8 *CqCNNCqNpCpCNrs*
XI *s/q p/NNCqNp q/p r/CNrs* × *C*8 – 9
9 *CqCpCNNCqNpCNrs*
XII *p/q q/p r/CNNCqNpCNrs* × *C*9 – 10
10 *CNCqNpCNNCqNpCNrs*
XI *s/NCqNp p/NNCqNp q/Nr r/s* × *C*10 – 11
11 *CNCqNpCNrCNNCqNps*
XIII *p/q q/p r/CNrCNNCqNps* × *C*11 – 12
12 *CqCpCNrCNNCqNps*
IV *p/q q/CpCNrCNNCqNps* × *C*12 – 13
13 *CNNqCpCNrCNNCqNps*
X *p/NNq q/p r/CNrCNNCqNps* × *C*13 – 14
14 *CpCNNqCNrCNNCqNps*
VI *q/Nq r/CNrCNNCqNps* × *C*14 – 15
15 *CNCpNqCNrCNNCqNps*
VI *p/NCpNq q/r r/CNNCqNps* × *C*15 – 16
16 *CNCNCpNqrCNNCqNps*
VI *p/NCNCpNqr q/NCqNp r/s* × *C*16 – 17
17 *CNCNCNCpNqrNCqNps*
17 *s/CNCNCpNqrNCqNp* × 18
18 *CNCNCNCpNqrNCqNpCNCNCpNqrNCqNp*
II *p/CNCNCpNqrNCqNp* × *C*18 – 19
19 *CNCNCpNqrNCqNp*

Dowód został przeprowadzony przy pomocy dziewięciu tez spośród podanych czternastu, to jest przy pomocy tez: I, II, IV, VI, IX, X, XI, XII i XIII. Pozostałe tezy — III, V, VII i VIII — zużytkujemy w następnym przykładzie.

Jako drugi przykład wybieram wyrażenie, które nie jest tezą, które zatem dołączone do zbioru tez daje sprzeczność, czyli wszystkie wyrażenia sensowne. Zakładam mianowicie, że:

$$\alpha = CCpqNCCpqq$$

Wyrażenie to traktuję tak samo, jak wyrażenie „α" w poprzednim przykładzie. Ponieważ nie jest kształtu „*CN*αα", przeto stosuję naprzód przekształcenie (A):

(A) *CCpqNCCpqq* ~ *CNCCpqNCCpqqr*

Otrzymane wyrażenie ma w poprzedniku negację implikacji, przeto przekształcam ją dalej na podstawie równoważności (C):

(C) *CNNCCpqNCCpqqr – CCpqCNNCCpqqr*

Stosuję dalej przekształcenie (D), wobec tego, że poprzednik jest implikacją:

(D) *CCpqCNNCCpqqr ~ CNpCNNCCpqqr, CqCNNCCpqqr*

Żadne z dwóch wyrażeń, uzyskanych przez rozkład, nie jest elementarne. Celem dalszej analizy wybieram wyrażenie pierwsze, przenosząc poprzednik, znajdujący się na drugim miejscu, na pierwsze miejsce:

(E) *CNpCNNCCpqqr ~ CNNCCpqqCNpr*

Do otrzymanego wyrażenia stosuję przekształcenie (B):

(B) *CNNCCpqqCNpr ~ CCCpqqCNpr*

i rozkładam wyrażenie, znajdujące się po prawej stronie, według wzoru (D):

(D) *CCCpqqCNpr ~ CNCpqCNpr, CqCNpr*

Na tym można analizę zakończyć, bo rzut oka na drugie wyrażenie, uzyskane z rozkładu, poucza, że wyrażenie to jest elementarne i nie jest tezą. Jeśli zaś choć jedno wyrażenie elementarne nie jest tezą, to i pierwotne wyrażenie, z którego uzyskaliśmy takie wyrażenie elementarne, nie może być tezą.

Obecnie należy przeprowadzić wywód formalny, że z wybranego przez nas wyrażenia „α", nie będącego tezą, wyprowadzić można zmienną „*p*", a więc wszystkie wyrażenia sensowne. Gdy w poprzednim przykładzie zaczynaliśmy wywód od końca, idąc kolejno w górę od wyrażeń po prawej stronie ku wyrażeniom po stronie lewej, to w tym przykładzie musimy zacząć od początku, to znaczy od wyrażenia „α", które przyjmujemy jako hipotetyczną tezę, i idąc zgodnie z przekształceniami od wyrażeń po lewej stronie ku wyrażeniom po stronie prawej, dotrzeć wreszcie musimy do wyrażenia elementarnego, nie będącego tezą. Wywód zatem przebiega w następujący sposób:

1 *CCpqNCCpqq*
I *p/CCpqNCCpqq q/r* × *C*1 – 2
2 *CNCCpqNCCpqqr*
V *p/Cpq q/NCCpqq* × *C*2 – 3
3 *CCpqCNNCCpqqr*
VII *r/CNNCCpqqr* × *C*3 – 4
4 *CNpCNNCCpqqr*
X *p/Np q/NNCCpqq* × *C*4 – 5
5 *CNNCCpqqCNpr*
III *p/CCpqq q/CNpr* × *C*5 – 6
6 *CCCpqqCNpr*

VIII $p/Cpq\ r/CNpr \times C6 - 7$

7 $CqCNpr$
$7\ q/CpCNpq \times CI - 8$

8 $CNpr$
$8\ p/NCpCNpq\ r/p \times 9$

9 $CNNCpCNpqp$
$III\ p/CpCNpq\ q/p \times C9 - 10$

10 $CCpCNpqp$
$10 \times CI - 11$

11 p

Dowód został przeprowadzony przy pomocy sześciu tez spośród podanych trzynastu, to jest przy pomocy tez I, III, V, VII, VIII i X. Wśród nich znajdują się te wszystkie cztery tezy, które nie były potrzebne w wywodzie poprzednim.

5. Zbiór trzynastu tez, które wystarczają do udowodnienia wszystkich innych tez rachunku implikacyjno-negacyjnego, stanowi aksjomatyczną podstawę tego rachunku. Nie jest to jeszcze układ aksjomatów, nie składa się bowiem z tez od siebie niezależnych, a układ aksjomatów winien być niezależny; wskazuje nam jednakowoż jasną i prostą drogę, jak wyszukać układ aksjomatów. Jeśli bowiem z jakiegoś zbioru niezależnych od siebie tez będziemy mogli przez podstawianie i odrywanie wywieść tezy od I do XIII, to taki zbiór tez będzie układem aksjomatów rachunku implikacyjno-negacyjnego.

Dziwnym trafem trzy spośród owych tez trzynastu wystarczają do udowodnienia wszystkich pozostałych. Są to tezy VII, VIII i IX. Stanowią one organiczną całość, którą ujęliśmy w równoważność dedukcyjną:

(D) $CC\alpha\beta\gamma$ – $CN\alpha\gamma, C\beta\gamma$

Pod tym względem układ, złożony z tez VII, VIII i IX, jest, o ile mi wiadomo, jedyny, i przewyższa wszystkie inne znane mi układy aksjomatyczne, złożone jakby sztucznie z tez rozmaitego rodzaju. Nadmieniam, że zdołałem wykryć ten układ właśnie dzięki przedstawionemu wyżej dowodowi aksjomatyzowalności.

Przedstawiam obecnie wywód tez I–VI oraz X–XIII z układu VII, VIII i IX.

1 $CCCpqrCNpr$ VII
2 $CCCpqrCqr$ VIII
3 $CCNprCCqrCCpqr$ IX
$2\ p/Cpq\ q/r\ r/Cqr \times C2 - 4$

4 $CrCqr$
$4\ r/Cpr \times 5$

5 $CCprCqCpr$
$1\ q/r\ r/CqCpr \times C5 - 6$

6 $CNpCqCpr$

3 *r/CqCpr q/s* × *C*6 – 7
7 *CCsCqCprCCpsCqCpr*
7 *s/Cpr* × *C*5 – 8
8 *CCpCprCqCpr*
4 *r/p q/p* × 9
9 *CpCpp*
8 *r/p* × *C*9 – 10
10 *CqCpp*
10 *q/CrCqr* × *C*4 – 11
11 *Cpp*
11 *p/Cpq* × 12
12 *CCpqCpq*
1 *r/Cpq* × *C*12 – 13
13 *CNpCpq*
13 *q/r* × *14*
14 *CNpCpr*
3 *r/Cpr* × *C*14 – 15
15 *CCqCprCCpqCpr*
2 *q/r r/CqCpr* × *C*5 – 16
16 *CrCqCpr*
15 *q/r p/q r/Cpr* × *C*16 – 17
17 *CCqrCqCpr*
7 *s/Cqr* × *C*17 – 18
18 *CCpCqrCqCpr* X
18 *p/CNpr q/Cqr r/CCpqr* × *C*3 – 19
19 *CCqrCCNprCCpqr*
19 *q/r r/CqCpr p/s* × *C*16 – 20
20 *CCNsCqCprCCsrCqCpr*
1 *p/q q/Cpr r/CCpqCpr* × *C*15 – 21
21 *CNqCCpqCpr*
20 *s/q q/Cpq* × *C*21 – 22
22 *CCqrCCpqCpr*
22 *q/CpCqr r/CqCpr p/s* × *C*18 – 23
23 *CCsCpCqrCsCqCpr* XI
18 *p/Np q/p r/q* × *C*13 – 24
24 *CpCNpq* I
24 *p/Np* × 25
25 *CNpCNNpq*
19 *q/r r/Cqr* × *C*4 – 26
26 *CCNpCqrCCprCqr*
26 *q/NNp r/q* × *C*25 – 27
27 *CCpqCNNpq* IV

27 *p/Np q/Cpq* × *C*13 – 28
28 *CNNNpCpq*
26 *p/NNp q/p r/q* × *C*28 – 29
29 *CCNNpqCpq* III
27 *q/p* × *C*11 – 30
30 *CNNpp*
3 *p/Np r/p* × *C*30 – 31
31 *CCqpCCNpqp*
31 *q/p C*11 – 32
32 *CCNppp* II
24 *p/q q/r* × 33
33 *CqCNqr*
22 *r/CNqr* × *C*33 – 34
34 *CCpqCpCNqr*
27 *p/Cpq q/CpCNqr* × *C*34 – 35
35 *CNNCpqCpCNqr*
20 *s/NCpq q/p p/Nq* × *C*35 – 36
36 *CCNCpqrCpCNqr* V
27 *p/r q/Cqr* × *C*4 – 37
37 *CNNrCqr*
34 *p/NNr q/Cqr r/s* × *C*37 – 38
38 *CNNrCNCqrs*
26 *p/Nr q/NCqr r/s* × *C*38 – 39
39 *CCNrsCNCqrs*
19 *q/CNrs r/CNCqrs* × *C*39 – 40
40 *CCNpCNNCqrsCCpCNrsCNCqrs*
34 *p/Np q/Cpq* × *C*13 – 41
41 *CNpCNCpqr*
40 *q/p r/q s/r* × *C*41 – 42
42 *CCpCNqrCNCpqr* VI
27 *p/q q/r* × 43
43 *CCqrCNNqr*
22 *q/Cqr r/CNNqr* × *C*43 – 44
44 *CCpCqrCpCNNqr*
22 *q/CpCNqr r/CNCpqr p/s* × *C*43 – 45
45 *CCsCpCNqrCsCNCpqr*
45 *s/CpCqr q/Nq* × *C*44 – 46
46 *CCpCqrCNCpNqr* XII
22 *q/CNNpq r/Cpq p/r* × *C*29 – 47
47 *CCrCNNpqCrCpq*
22 *q/CrCNNpq r/CrCpq p/s C*47 – 48
48 *CCsCrCNNpqCsCrCpq*

36 *q/Nq* × 49
49 *CCNCpNqrCpCNNqr*
48 *sCNCpNqr r/p p/q q/r* × *C*49 – 50
50 *CCNCpNqrCpCqr* XIII

13. METODY DOWODZENIA NIEZALEŻNOŚCI TEZ W TEORII DEDUKCJI

*Rękopis z 1947 roku**

Już pierwsi twórcy teorii dedukcji, FREGE i PEIRCE, umieli wywodzić jedne tezy z tez innych przez podstawianie i odrywanie. Ani oni jednkowoż, ani ich natępcy, aż do autorów *Principia matematica* i HILBERTA włącznie, nie umieli wykazywać, że pewna teza z danych tez innych nie daje się tą drogą wyprowadzić. Nie mogli więc dowieść, że stworzone przez nich układy aksjomatów teorii dedukcji są niezależne, to znaczy, że żaden z tych aksjomatów nie daje się wyprowadzić przez podstawianie i odrywanie z pozostałych. Istotnie, żadna z historycznych aksjomatyk toerii dedukcji nie jest niezależna; w każdej znajduje się jeden aksjomat zbędny, wynikający z pozostałych. W aksjomatyce FREGEgo, która składa się z następujących sześciu aksjomatów:

1 *CpCqp*
2 *CCpCqrCCpqCpr*
3 *CCpCqrCqCpr*
4 *CCpqCNqNp*
5 *CpNNp*
6 *CNNpp*

aksjomat 3 jest zbędny, bo wynika z dwóch pierwszych. W aksjomatyce *Principiów*, składającej się z definicji:

$$Cpq = ANpq$$

oraz z pięciu aksjomatów:

1 *CAppp*
2 *CqApq*
3 *CApqCqp*

* Rękopis oznaczony jest — na pierwszej stronie u góry — jako PRACA NR 4, i obejmuje 8 ponumerowanych stron. Pierwsza strona opatrzona jest ponadto datą: 15.01.1947 [JJJ].

4 *CApAqrAqApr*
5 *CCqrCApqApr*

aksjomat 4 jest zbędny, bo wynika z pozostałych. Wreszcie w aksjomatyce HILBERTA,[23] składającej się z 6 aksjomatów:

1 *CpCqp*
2 *CCpCpqCpq*
3 *CCpCqrCqCpr*
4 *CCqrCCpqCpr*
5 *CpCNpq*
6 *CCpqCCNpqq*

aksjomat 2 wynika z 3, 5 i 6.

DODATEK: dowód aksjomatu *CApAqrAqApr* na podstawie pozostałych aksjomatów z *Principiów* oraz def[inicji] implikacji.

1 $Cpq = ANpq$ Df.*
2 *CAppp*
3 *CqApq*
4 *CApqCqp*
5 *CCqrCApqApr*
5 *p/Np*, 1, 1 *q/r* × 6
6 *CCqrCCpqCpr*
6 *q/Cqr r/CCpqCpr p/s* × *C*6 – 7
7 *CCsCqrCsCCpqCpr*
7 *s/Cqr q/Cpq r/Cpr p/s C*7 – 8
8 *CCqrCCsCpqCsCpr*
8 *q/Arr* × *C*2 *p/r* – 9
9 *CCsCpArrCsCpr*
9 *s/Cqr p/Arq* × *C*5 *p/r* – 10
10 *CCqrCArqr*
6 *q/Arq p/Aqr* × 11
11 *CCArqrCCAqrArqCAqrr*
6 *q/CArqA r/CCAqrArqCAqrr p/Cqr* × *C*11 – *C*10 – 12
12 *CCqrCCAqrCrqCAqrr*
6 *q/Apq r/Aqr p/q* × *C*4 – *C*3 – 13
13 *CqAqp*
6 *q/Apr r/AqApr* × *C*3 *q/Apr p/q* – *C*13 *q/p p/r* – 14
14 *CpAqApr*

---

[23] *Math. Ann.* Bd 88, s. 153. Sprawdzić!
* To miejsce opatrzone jest datą: 16.01.1947 [JJJ].

15 *CApAqAprAqApr*
5 *q/r r/Apr p/q* × *C*3 *q/r* – 16
16 *CAqrAqApr*
5 *q/Aqr r/AqApr* × *C*16 – 17
17 *CApAqrApAqApr*
6 *q/ApAqApr r/AqApr p/ApAqr* × *C*15 – *C*17 – 18
18 *CApAqrApr*
(Dowód może być skrócony.)

Tworzyć* świadomie, a nie tylko przypadkowo, niezależne układy aksjomatów teorii dedukcji można było dopiero z chwilą znalezienia metody, wykazującej niezależność jednych tez od drugich. Metodę taką ogłosił po raz pierwszy w r. 1926 Paul BERNAYS w pracy „Axiomatische Untersuchung des Aussagenkalküls der *Principia matematica*"[24]. Metoda ta, polegająca na tworzeniu matryc, była znana jeszcze przed jej ogłoszeniem [przez BERNAYSA] w Warszawie, gdzie [...] dowodził[em] niezależności niektórych tez od pewnych innych tez, posługując się swą logiką trójwartościową, TARSKI zaś stosował w pewnych przypadkach metodę strukturalną, która rzuciła światło na wszelkie dowody niezależności, zarówno w logice, jak w matematyce.

Dowody niezależności, przeprowadzane w matematyce — klasycznym przykładem jest dowód niezależności pewnika EUKLIDESA o równoległych od innych aksjomatów geometrii — polegały, jak mówiono, na interpretacji. Terminom, występującym w jakiejś aksjomatyce, nadawano nowe znaczenia w ten sposób, by te nowe znaczenia sprawdzały wszystkie aksjomaty z wyjątkiem jednego, który nie był sprawdzony. Stąd wnioskowano, że ten niesprawdzony aksjomat jest niezależny od innych, opierając się milcząco na zasadzie logicznej, że ze zdań prawdziwych nie może wynikać [zdanie] fałszywe. Byłoby jednak błędem myśleć, że jest to jedyna metoda badania niezależności; jest ona, jak okaże się niebawem, szczególnym przypadkiem metody ogólniejszej, którą można było sformułować, opierając się na przykładach dowodów niezależności, zaczerpniętych z logiki.

Najbardziej charakterystyczna jest metoda strukturalna, znaleziona przez TARSKIEGO, ponieważ nie nasuwa żadnej myśli, mającej związek z interpretacją terminów.

Zasadnicza idea wszystkich dowodów niezależności jest następująca. W sformalizownym systemie dedukcyjnym teza *A* jest wtedy i tylko wtedy niezależna od zbioru tez *B*, gdy każda teza zbioru *B* posiada pewną własność *W*, dziedziczną ze względu na reguły wnioskowania, przyjęte w systemie, a własności tej *A* nie posiada. Przez własność, dziedziczną ze względu na reguły wnioskowania, rozumiem taką własność, która z tez posiadających tę własność, przechodzi na

* Strona, od której zaczyna się to zdanie, opatrzona jest datą: 16.01.1947 [JJJ].

[24] *Math. Ztschr.* B. 25, 1926.

wszystkie tezy, wywnioskowane z owych tez początkowych. Że własność jakaś jest dziedziczna ze względu na pewną określoną regułę wnioskowania, to musi być udowodnione. Własnością taką może być prawdziwość, bo przyjmujemy tylko takie reguły wnioskowania, które od prawdy prowadzą do prawdy. Stąd metoda interpretacji podpada pod sformułowaną wyżej ideę dowodów niezależności. Nie jest ona jednak jedyną; każda inna własność, dziedziczna ze względu na reguły wnioskowania, jest równie dobra. Własnością taką może być, jak okazał TARSKI, jakaś własność strukturalna, to znaczy jakaś własność wzoru napisanego, wyrażającego daną tezę. Oto przykład z teorii dedukcji. Tezy „*Cpp*", „*CpCCpqq*", „*CCpqCCqrCpr*", „*CCpCqrCqCpr*", „*CCpCqrCqCpr*", mają tę wspólną własność strukturalną, że w każdej z nich każda zmienna powtarza się parzystą ilość razy. Można łatwo okazać, że własność ta jest dziedziczna ze względu na reguły wnioskowania, przyjmowane zwykle w teorii dedukcji, to jest ze względu na regułę podstawiania i odrywania. Jest bowiem rzeczą oczywistą, że jakiekolwiek podstawienie, wykonane na tych tezach, musi być wykonane parzystą ilość razy, a więc każda litera, zawarta w wyrażeniu podstawionym, musi występować parzystą ilość razy. Ale własność ta jest także dziedziczna ze względu na regułę odrywania, bo jeśli każda zmienna w wyrażeniu „$C\alpha\beta$" pojawia się parzystą ilość razy, i każda zmienna w „α" występuje parzystą ilość razy, to i w oderwanym „β" każda zmienna będzie występować parzystą ilość razy, gdyż liczba parzysta odjęta od parzystej, daje liczbę parzystą. Wynika z tego, że tezy takie, jak „*CpCqp*", „*CCCpqpp*", „*CCCpqqCCqpp*", „*CCpCpqCpq*" są wszystkie niezależne od podanego powyżej zbioru tez, w których każda zmienna występuje parzystą ilość razy, gdyż w tych ostatnio wymienionych tezach przynajmniej jedna zmienna występuja nieparzystą ilość razy.

Metodę* strukturalną dla badania niezależności można zwłaszcza wtedy z łatwością stosować, gdy mamy do czynienia nie ze zbiorem tez, lecz z pewną tylko tezą, i to tezą nieodrywalną, i chcemy wykazać, że z tezy tej nie wynika jakaś inna teza. Przez tezę NIEODRYWALNĄ rozumiem taką tezę, do której nie można zastosować reguły odrywania, której wszelkie konsekwencje mogą być zatem uzyskane tylko przez odrywanie. Jest rzeczą jasną, że wszystkie tezy, w których po początkowych literach „*C*" następuje nie zmienna, lecz negacja „*N*", np. „*CNNpp*", „*CCNppp*", „*CCCNpqrCpr*" itp., są nieodrywalne. Na to bowiem, by móc uzyskać jakąś konsekwencję przez odrywanie z tezy „*CNNpp*", trzeba by mieć dwa podstawienia tej tezy, „*CNN*$\alpha\alpha$" i „*CNN*$\beta\beta$", i jedno z tych podstawień musiałoby być równokształtne z „*NN*α", co nie jest możliwe, bo teza zaczynająca się od „*N*" nie może być równokształtna z tezą, zaczynającą się od „*C*". Podobnie „*CCN*$\alpha\alpha\alpha$" musiałoby być równokształtne z jakimś wyrażeniem kształtu „*CN*$\beta\beta$", a „*CCCN*$\alpha\beta\gamma C\alpha\gamma$" z jakimś wyrażeniem kształtu „*CCN*$\delta\varepsilon\zeta$", co także nie jest możliwe (wyrażenie, zaczynające się od trzech „*C*", po czym następuje

* Zdanie to zostało opatrzone datą: 24.01.1947 [JJJ].

„*N*", nie może być równokształtne z wyrażeniem, zaczynającym się od dwóch „*C*" z następującym „*N*"). Istnieją tezy czysto implikacyjne, które są nieodrywalne. Najłatwiej stowierdzić to przy pomocy następującej metody, którą po raz pierwszy stosował TARSKI.

Chcemy stwierdzić, że prawo PEIRCE'A „*CCCpqpp*" jest nieodrywalne. Postępujemy w następujący sposób. Gdyby prawo to było odrywalne, to musiałyby istnieć dwa podstawienia tego prawa, np. „*CCCαβαα*" i „*CCCγδγγ*" takie, że poprzednik drugiego podstawienia byłby równokształtny z pierwszym podstawieniem. Tylko wtedy bowiem moglibyśmy zastosować regułę odrywania. Oznaczmy równokształtność znakiem „≅", którym oznaczamy w geometrii przystawanie. Otrzymalibyśmy zatem wzrór:

$$C C\gamma\delta\gamma \cong C C\alpha\beta\alpha\alpha$$

By wzór ten był spełniony, poprzednik jednego wyrażenia musi być równokształtny poprzednikowi drugiego wyrażenia, a następnik pierwszego wyrażenia następnikowi drugiego. Otrzymujemy zatem:

$$C\gamma\delta \cong C C\alpha\beta\alpha \qquad \text{oraz} \qquad \gamma \cong \alpha$$

Z wyrażenia po lewej stronie otrzymujemy wreszcie na podstawie takiego samego rozważania następujące kongruencje:

$$\gamma \cong C\alpha\beta \qquad \text{oraz} \qquad \delta \cong \alpha$$

Z kongruencji $\gamma \cong \alpha$ i $\gamma \cong C\alpha\beta$ wynika, że $\alpha \cong C\alpha\beta$, co jest niemożliwe, bo część nie może być równokształtna z całością. Stąd wnioskujemy, że nie może być spełniona kongruencja: $CC\gamma\delta\gamma \cong CCC\alpha\beta\alpha\alpha$, wobec czego teza *CCCpqpp* jest nieodrywalna. Wszytkie jej konsekwencje są więc podstawieniami tej tezy. Otóż przez podstawienie teza *CCCpqpp* zmienić się może* dopiero na czwartym miejscu, a początkowe trzy „*C*" muszą pozostać bez zmiany. Stąd wynika, że tezy, nie zaczynające się od trzech „*C*", są niezależne od prawa PEIRCE'A, np. *CpCqp*, *CCpqCCqrCpr* itp.

Metoda strukturalna nie zawsze da się zastosować, ma jednak tę zaletę, iż nie ma nic wspólnego z metodą interpretacji, okazuje zatem, że metoda interpretacji nie jest jedyną metodą dowodzenia niezależności tez. Pewien związek z metodą interpretacyjną ma metoda matrycowa dowodzenia niezależności, która jako metoda ogólna ma szczególną wartość.

Metoda matrycowa polega na tym, że szuka się matrycy spełniającej wszystkie tezy zbioru *A* i dziedzicznej ze względu na reguły podstawiania oraz odrywania, a nie sprawdzającej jakiejś tezy *B*, której niezależność od zbioru *A* chcemy okazać. Mówimy, że dana matryca zpełnia tezę *T*, jeśli przy wszystkich podstawieniach elementów matrycy — oznaczonych np. cyframi 1, 2, 3, ... — za zmienne, teza *T* przechodzi po redukcji zgodnie z matrycą w tzw. wartość wyróżnioną.

* Strona, od której zaczyna się to słowo, opatrzona jest datą: 25.01.1947 [JJJ].

Wartość tę oznaczamy zazwyczaj cyfrą 1, mogą być atoli matryce o większej liczbie wartości wyróżnionych. Elementy matrycy, oznaczone cyframi, nie mają żadnego zresztą znaczenia; są to tylko znaki, spełniające umowne równości, zaznaczone w matrycy. Matryca nazywa się normalną, jeśli w wierszu wyróżnionym w matrycy dla „*C*", to jest w implikacjach zaczynających się od wartości wyróżnionej, wartość implikacji jest tylko wtedy wyróżniona, gdy i następnik implikacji jest wyróżniony. Przykłady wyjaśnią, o co tu chodzi.

Załóżmy, że mamy zbadać metodą matrycową, iż układ aksjomatów:

1 *CCpqCCqrCpr*
2 *CCNppp*
3 *CpCNpq*

jest niezależny, to znaczy, że żaden z tych trzech aksjomatów nie wynika [z pozostałych] przy pomocy przyjętych w systemie reguł wnioskowania, tj. reguły podstawiania i odrywania. Budujemy trzy następujące matryce:

C	1 2	*N*
*1	1 2	1
2	1 1	1

C	1 2	N
*1	1 2	2
2	1 1	2

C	1 2 3	N
*1	1 3 3	3
2	1 3 1	1
3	1 1 1	1

Wszystkie trzy matryce są normalne, bo w wierszu 1 wartość implikacji równa się 1 tylko wtedy, gdy następnik równa się 1, czyli 1 stoi tylko w pionie, oznaczonym u góry przez 1. Matryce te są więc dziedziczne ze względu na regułę odrywania. Wyraz wyróżniony 1 oznaczony jest gwiazdką. Matryca pierwsza dowodzi niezależności aksjomatu 3 od dwóch pierwszych. Dwa pierwsze bowiem dają stale 1 przy wszelkich kombinacjach podstawień 1 i 2 za zmienne, trzeci zaś aksjomat daje dla *p*/1 i *q*/2: *C*1*CN*12 = *C*1*C*12 = *C*12 = 2. Matryca druga dowodzi niezależności aksjomatu 2 od 1 i 2; albowiem 1 i 3 są przez matrycę sprawdzane, a dla *p*/2 otrzymujemy z aksjomatu 2: *CCN*222 = *CC*222 = *C*12 = 2. Ostatnia wreszcie matryca okazuje, że aksjomat 1 jest niezależny od pozostałych. Aksjomaty 2 i 3 są bowiem sprawdzone przez matrycę, a z aksjomatu 1 otrzymujemy dla *p*/2 *q*/3 *r*/2: *CC*23*CC*32*C*22 = *C*1*C*13 = *C*13 = 3.

Metoda matrycowa ma pewien związek z metodą interpretacji; można bowiem przynajmniej w dwóch pierwszych matrycach przyjąć, że *N* oznacza raz *verum*, drugi raz *falsum*, a elementy matrycy 1 i 2 oznaczają odpowiednio prawdę i fałsz. Interpretacja taka w trzecim wypadku, gdy tam są trzy elementy matrycy, byłaby już trudniejsza i wymagałaby stworzenia jakiegoś systemu trójwartościowego.

14. NAJKRÓTSZY AKSJOMAT IMPLIKACYJNEGO RACHUNKU ZDAŃ (The shortest axiom of the implicational calcuclus of propositions)

Proceedings of the Royal Irish Academy
sec. A vol. LII(1948), nr 3, s. 25–33

1. Uwagi wstępne. 2. Historia zagadnienia. 3. Wyprowadzenie układu aksjomatów TARSKIEGO—BERNAYSA z aksjomatu (1). 4. Pewne twierdzenie dotyczące prawa sylogizmu. 5. Zarys dowodu, że aksjomat (1) jest najkrótszy z możliwych.

1. Uwagi wstępne

Implikacyjny rachunek zdań tworzy tę część zupełnego rachunku zdań, w której implikacja występuje jako jedyny funktor. Oznaczam ten funktor literą „*C*" i stawiam ją przed jego argumentami, unikając w ten sposób nawiasów. Wyrażenie „*Cpq*" znaczy więc „Jeżeli *p*, to *q*". Do każdego „*C*" należą — jako jego argumenty — dwa następujące bezpośrednio po nim wyrażenia zdaniowe. Przez wyrażenia zdaniowe rozumiem zmienne zdaniowe oznaczane przez małe litery alfabetu łacińskiego lub wyrażenia o postaci „*C*αβ", w których „α" i „β" są już wyrażeniami zdaniowymi. Wyrażenia zdaniowe, które są albo aksjomatami, albo twierdzeniami wyprowadzonymi z aksjomatów, będę nazywane tezami. Przy wyprowadzaniu używać będę reguły podstawiania, zgodnie z którą mogę dodać do zbioru tez wyrażenie zdaniowe wyprowadzone z tezy należącej do tego zbioru przez podstawienie dowolnych wyrażeń zdaniowych za zmienne tej tezy, i reguły odrywania, która umożliwia mi dodanie do zbioru tez wyrażenia zdaniowego „β" pod warunkiem, że wyrażenia o postaci „*C*αβ" i „α" są już elementami tego zbioru.

W artykule tym pragnę dowieść, że wszystkie tezy implikacyjnego rachunku zdań można wyprowadzić z następującego aksjomatu:

(1) *CCCpqrCCrpCsp*

przez zastosowanie reguły podstawiania i reguły odrywania.

Aksjomat (1) składa się z 13 liter i jest najkrótszym aksjomatem, na podstawie którego można zbudować implikacyjny rachunek zdań. Wymieniałem ten aksjomat dwukrotnie w swoich poprzednich artykułach, ale w obu wypadkach bez dowodu.[25] Dowód, który podam niżej, pokaże, że z aksjomatu (1) można wyprowadzić trzy następujące tezy:

[25] Pierwszy raz podałem go w artykule „W obronie logistyki", *Studia Gnesnensia* XV, Poznań 1937, s. 11 nadbitki; po raz drugi uczyniłem to w wykładzie „Die Logik und das Grundlagenproblem",

CpCqp,
CCCpqpp,
CCpqCCqrCpr.

Te trzy tezy są znane jako układ aksjomatów TARSKIEGO–BERNAYSA, i — jak to dowiódł A. TARSKI — tworzą dostateczną podstawę dla implikacyjnego rachunku zdań.[26] Pierwsza teza jest tzw. prawem symplifikacji; drugą nazwałem prawem PEIRCE'A; trzecia teza jest prawem sylogizmu hipotetycznego. Ponieważ wyprowadzenie prawa sylogizmu jest wyjątkowo trudne, może być rzeczą pożyteczną pokazanie, jak będzie ono przebiegało. Po wyprowadzeniu prawa sylogizmu podam pewne twierdzenie dotyczące tego prawa. W ostatnim paragrafie naszkicuję dowód, że nie ma krótszej tezy, która mogłaby funkcjonować jako jedyny aksjomat implikacyjnego rachunku zdań.

2. Historia zagadnienia

Zagadnienie tego, jak zbudować zupełny rachunek zdań — w tym implikacyjny rachunek zdań — na podstawie pojedynczego aksjomatu, zostało postawione i rozwiązane w 1925 roku przez TARSKIEGO, który podał metodę łączenia kilku aksjomatów przez zastosowanie reguły podstawiania i reguły odrywania.[27] Pierwszy aksjomat, który został zbudowany zgodnie z tą metodą był bardzo długi. Próbowałem go skrócić przez zmodyfikowanie metody TARSKIEGO i ostatecznie odkryłem następujący aksjomat zawierający 25 liter:

(2) *CCCpCqpCCCCCrstuCCsuCruvv*.[28]

Aksjomat ten jest nieorganiczny, jako że niektóre jego człony, a mianowicie:

CpCqp i *CCCCrstuCCsuCru*,

są tezami rachunku, co sprawia, że całe wyrażenie jest konglomeratem dwóch tez. Później porzuciłem myśl zbudowania krótszych aksjomatów we wspomniany

---

Les entrietiens de Zurich sur les fondements et la méthode des sciences mathématiques (1938), Zürich 1941, s. 95 [w tym tomie: s. 80; dopisek mój, JJJ].

[26] J. ŁUKASIEWICZ und A. TARSKI, „Untersuchungen über den Aussagenkalkül", *Comptes rendus des séances de la Sociétes des Scientes et des Lettres de Varsovie* 23 (1930) cl. iii, Satz 29.

[27] ŁUKASIEWICZ–TARSKI, *l.c.*, Satz 8 i 25.

[28] ŁUKASIEWICZ–TARSKI, *l.c.* Satz 30. Podaję tutaj pierwsze kroki dowodowe, oparte na tym aksjomacie, gdyż nie są one proste. Dla skrócenia oznaczam literą „α" tezę

CCCCrstuCCsuCru

zawartą w aksjomacie. Litera ta może oznaczać dowolną tezę, w której nie występują zmienne „*p*", „*q*" i „*v*". W spawie techniki wyprowadzania — zob. wyjaśnienia dane w § 3 tego artykułu.

1 *CCCpCqpCαvv*.
1 *p*/*CαCqα*, *q*/α, *v*/*Cqα* × *C*1*p*/ α, *v*/*CαCqα* – 2.
2 *Cqα*.
2 *q*/1 × *C*1 – 3.
3 α.

Myślę, że dalsze kroki nie będą przedstawiały już żadnej trudności.

właśnie sposób, ponieważ w 1926 roku M. WAJSBERG pokazał, że można oprzeć implikacyjny rachunek zdań na następującym aksjomacie organicznym, tj. na takim aksjomacie, że żaden z jego członów nie jest tezą rachunku. Aksjomat WAJSBERGA zawierał 25 liter:

(3) *CCCpqCCrstCCuCCrstCCpuCst.*[29]

Odkrycie to wzbudziło nadzieję, że mogą istnieć krótsze aksjomaty organiczne, tym bardziej, że w tym samym czasie zdałem sobie sprawę z tego, że najkrótszy aksjomat powinien być aksjomatem organicznym, ponieważ konglomeraty kilku aksjomatów muszą naturalnie być dłuższe. W 1930 roku znalazłem aksjomat organiczny, który był krótszy niż teza WAJSBERGA i składał się z 17 liter:

(4) *CCCpqCrsCtCCspCrp.*

W 1932 roku znalazłem inny taki aksjomat:

(5) *CCCpqCrsCCspCtCrp.*[30]

Później, w 1936 roku, odkryłem — podany wyżej — najkrótszy aksjomat (1), i w ten sposób zakończyłem badania nad tym zagadnieniem.

3. Wyprowadzenie układu aksjomatów TARSKIEGO–BERNAYSA z aksjomatu (1).

Dowód, który podaję niżej, jest w pełni sformalizowany zgodnie z metodą przyjętą przeze mnie w poprzednich publikacjach.[31] Każdą tezę, która nie jest aksjomatem — wszystkie tezy są ponumerowane i w ten sposób wyróżnione jako tezy — poprzedza wiersz nienumerowany; wiersz ten nazywam wierszem dowodownym. Każdy wiersz dowodowy składa się z dwóch części, oddzielonych od siebie za pomocą krzyżyka „×". Przed krzyżykiem znajduje się podstawienie, które zostało dokonane w poprzednio podanej tezie, a po krzyżyku — odrywanie dokonane w tezie powstałej przez podstawienie. Metodę tę wyjaśni następujący przykład. W wierszu dowodowym, należącym do tezy 2 wyrażenie „1 *p/Cpq, q/r, r/CCrpCsp, s/r*" znaczy, że w tezie 1 za „*p*" podstawiono „*Cpq*", za „*q*" — „*r*", za „*r*" — „*CCrpCsp*", a za „*s*" — „*r*". Teza powstająca przez to podstawienie

---

[29] ŁUKASIEWICZ–TARSKI, *l.c.* Satz 30. Co do terminów „organiczny" i „nieorganiczny" zob. *l.c.* Satz 9. Zob. także J. ŁUKASIEWICZ, „Uwagi o aksjomacie Nicoda i o «dedukcji uogólniającej»", *Księga pamiątkowa Polskiego Towarzystwa Filozoficznego we Lwowie*, Lwów 1931, s. 15 nadbitki. Dowód, że teza (3) może być jedynym aksjomatem implikacyjnego rachunku zdań, podał M. WAJSBERG w artykule „Ein Neues Axiom des Aussagenkalüls in der Symbolik von Sheffer", *Montshefte f. Math. u. Phys.* 35 (1932).

[30] Zob. np. J. ŁUKASIEWICZ, „Uwagi o aksjomacie Nicoda", s. 17 nadbitki — oraz B. SOBOCIŃSKI, „Z badań nad teorią dedukcji", *Przegląd Filozoficzny* 35 (1932), s. 7 i 8.

[31] Zob. np. J. ŁUKASIEWICZ, „Philosophische Bemerkungen zu mehrwerigen Systemen des Aussagenkalküls", *Comptes rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie* 23 (1930), cl. iii, s. 56.

jest opuszczona w przeprowadzonym dowodzie, aby zaoszczędzić miejsca. Miałaby ona następującą postać:

1′ *CCCCpqrCCrpCspCCCCrpCspCpqCrCpq.*

Wyrażenie następujące po krzyżyku „×", tj. „*C*1 – 2", pokazuje, jak utworzona jest teza 1′, uwidaczniając, że do tezy 1′ może być zastosowana reguła odrywania. Teza 1′ zaczyna się od „*C*", po czym idzie aksjomat 1 jako poprzednik i teza 2 jako następnik. Teza 1′ jest zatem wyrażeniem o postaci „*C*αβ", przy czym zarówno „*C*αβ", jak i „α" są tezami. Można więc oderwać „β", tj. 2, jako nową tezę. W niektórych wierszach dowodowych — jak np. w wierszu dowodowym, poprzedzającym tezę 4 — odrywanie wykonane jest dwukrotnie. W tym samym wierszu zamiast podstawienia całej tezy pierwszej podstawiam jedynie jej numer. Ukośna kreska „/" jest znakiem podstawiania, a pozioma „–" jest znakiem odrywania. Myślę, że po tych wyjaśnieniach czytelnik będzie w stanie bez większej trudności zrozumieć i skontrolować dowód.

1 *CCCpqrCCrpCsp.*
1 *p*/*Cpq*, *q*/*r*, *r*/*CCrpCsp*, *s*/*r* × *C*1 – 2.

2 *CCCCrpCspCpqCrCpq.*
1 *p*/*CCrpCsp*, *q*/*Cpq*, *r*/*CrCpq*, *s*/*t* × *C*2 – 3.

3 *CCCrCpqCCrpCspCtCCrpCsp.*
3 *r*/*Cpq*, *t*/1 × *C*1 *r*/*Cpq* – *C*1 – 4.

4 *CCCpqpCsp.*
1 *p*/*Cpq*, *q*/*p*, *r*/*Csp*, *s*/*r* × *C*4 – 5.

5 *CCCspCpqCrCpq.*
1 *p*/*Csp*, *q*/*Cpq*, *r*/*CrCpq*, *s*/*t* × *C*5 – 6.

6 *CCCrCpqCspCtCsp.*
1 *p*/*CrCpq*, *q*/*Cpq*, *r*/*CrCpq*, *s*/*t* × *C*5 – 6.

7 *CCCtCspCrCpqCuCrCpq.*
7 *t*/*Cpq*, *p*/*q*, *r*/*CCsqp*, *q*/*p*, *u*/1 × *C*1 *r*/*Csq*, *s*/*q* – *C*1 – 8.

8 *CCCsqpCqp.*
8 *s*/*Cpq*, *q*/*r*, *p*/*CCrpCsp* × *C*1 – 9.

9 *CrCCrpCsp.*
1 *p*/*r*, *r*/*CCCrqpCsp*, *s*/*t* × *C*9 *r*/*Crq* – 10.

10 *CCCCCrqpCsprCtr.*
1 *p*/*CCCrqpCsp*, *q*/*r*, *r*/*Ctr*, *s*/*u* × *C*10 – 11.

11 *CCCtrCCCrqpCspCuCCCrqpCsp.*
1 *p*/*Ctr*, *q*/*CCCrqpCsp*, *r*/*CuCCCrqpCsp*, *s*/*v* × *C*11 – 12.

12 *CCCuCCCrqpCspCtrCvCtr.*
1 *p*/*CuCCCrqpCsp*, *q*/*Ctr*, *r*/*CvCtr*, *s*/*w* × *C*12 – 13.

13 *CCCvCtrCuCCCrqpCspCwCuCCCrqpCsp.*
13 *v*/*CCspq*, *u*/*CCtrCsp*, *w*/1 × *C*1 *p*/*Csp*, *r*/*Ctr*, *s*/*CCrq* – *C*1 – 14.

14 *CCCtrCspCCCrqpCsp.*

14 *t/Cpq, s/Crp, p/Csp* × *C*1 – 15.
15 *CCCrqCspCCrpCsp.*
15 *s/CCrqp, p/Csp* × *C*9 *r/Crq* – 16.
16 *CCrCspCCCrqpCsp.*
16 *r/CCpqr, s/Crp, p/Csp, q/t* × *C*1 – 17.
17 *CCCCCpqrtCspCCrpCsp.*
1 *p/CCCpqrt, q/Csp, r/CCrCsp, s/u* × *C*17 – 18.
18 *CCCCrpCspCCCpqrtCuCCCpqrt.*
18 *r/Crp, p/Csp, s/CCpqr, t/CCCpqrCsp, u/*18 × *C*18 *t/Csp, u/CCCspqCrp* – *C*18 – 19.
19 *CCCCspqCrpCCCpqrCsp.*
14 *t/CCsqp, r/Crp, s/CCpqr, p/Csp, q/p* × *C*19 – 20.
20 *CCCCrppCspCCCpqrCsp.*
20 *r/q, p/Cpr, s/Cqr* × *C*15 *r/q, q/Cpr, s/p, p/r* – 21.
21 *CCCCprqqCCqrCpr.*
5 *s/Cpq, q/p, r/*4 – *C*4 – 22.
22 *Cpp.*
20 *s/Crp* × *C*22 *p/CCrpp* – 23.
23 *CCCpqrCCrpp.*
8 *s/Cpq, q/r, p/CCrpp* × *C*23 – 24.
24 *CrCCrpp.*
15 *r/p, q/r, s/CCprq, p/q* × *C*24 *r/Cpr, p/q* – *25.*
25 *CCpqCCCprqq.*
25 *p/Cpq, q/CCCprqq, r/CCqrCpr* – *C*25 – 26.
26 *CCCCpqCCqrCprCCCprqqCCCprqq.*
8 *s/Csq, q/p, p/Cqp* × *C*8 – 27.
27 *CpCqp.*
25 *q/p, r/q* × *C*22 – 28.
28 *CCCpqpp.*
21 *p/Cpq, r/CCqrCpr, q/CCCprqq* × *C*26 – *C*21 – 29.
29 *CCpqCCqrCpr.*

4. Pewne twierdzenie dotyczące prawa sylogizmu

Dowód sformalizowany może być mechanicznie skontrolowany, ale nie może być mechanicznie odkryty. Nie znam żadnej innej metody znajdowana dowodów w rachunku zdań niż metoda «prób i błędów». W powyższym dowodzie najtrudniejszym krokiem było znalezienie sylogizmu hipotetycznego. Zadanie to uprościło się dzięki twierdzeniu, które odkryłem w 1933 roku. Twierdzenie to nie jest pozbawione pewnego ogólnego znaczenia.

Wyprowadziłem prawo sylogizmu z dwóch tez:

25 *CCpqCCCprqq*

i

21 *CCCCprqqCCqrCpr.*

Z tezy 25 wynika teza 26, a z tezy 21 i 26 wynika teza 29, tj. prawo sylogizmu. Wiedziałem przedtem, że jeżeli mamy dwa wyrażenia o postaci:

$$CCpq\alpha \text{ i } C\alpha CCqrCpr,$$

gdzie „α" jest tak zbudowane, że dwa te wyrażenia są tezami, to możemy zawsze wyprowadzić prawo sylogizmu przez zastosowanie reguł podstawiania i odrywania do tych tez.

Piszę to twierdzenie w następujących znakach:

(A) $CCpq\alpha, C\alpha CCqrCpr \rightarrow CCpqCCqrCpr.$

Łatwo zauważyć, że „α" musi zawierać zarówno „*p*", jak i „*q*". Albowiem jeżeli np. „*p*" nie występuje w „α", wtedy przez podstawienie „*q*" za „*p*" możemy wyprowadzić „*CCqqα*", a ponieważ „*Cqq*" jest tezą, to i „α" musi być tezą, a więc tezą musi być także „*CCqrCpr*", co jest niemożliwe. To samo rozumowanie stosuje się do zmiennej „*q*". Zmienna „*r*" i inne zmienne, np. „*s*", mogą być składnikami „α" lub nie, ponieważ nie dotyka to dowodu. Poprzez dokonanie podstawienia pod „*p*" i „*q*" zmieniamy „α", ale jeżeli podstawienie jest tego samego rodzaju „*S*", „α" zmienia się zawsze w to samo wyrażenie, które oznaczam przez „α[*S*]". Dowód twierdzenia (A) opiera się właśnie na tym spostrzeżeniu.

1 *CCpqα.*
2 *CαCCqrCpr.*
1 *p/Cpq, q/α, r/CCqrCpr* × *C*1 – 3.
3 α[*p/Cpq, q/α, r/CCqrCpr*].
2 *p/Cpq, q/α, r/CCqrCpr* × *C*3 – *C*2 – 4.
4 *CCpqCCqrCpr.*

Niech przesłanki 1 i 2 będą tezami. Dokonuję tego samego podstawienia w obu: „1 *p/Cpq, q/α, r/CCqrCpr*". W obu wypadkach zatem „α" zmienia się w następujące wyrażenie: „α[*p/Cpq, q/α, r/CCqrCpr*]", które jest tezą. W dowodzie danym w ustępie 3 „α" ma postać „*CCCprqq*". Oto inne wyrażenia, które mogą funkcjonować jako „α" czyniąc przesłanki 1 i 2 tezami: „*CpCpq*", „*CCCqspq*", „*CCCpqrr*", „*CCrsCpq*".

5. Zarys dowodu, że aksjomat (1) jest najkrótszy z możliwych

Dowiodłem, że nie istnieje teza, krótsza niż aksjomat (1), na podstawie której można zbudować implikacyjny rachunek zdań przez sprawdzenie wszystkich najkrótszych tez i nie znajdując wśród nich takiej, która mógłaby być jedynym aksjomatem tego rachunku. Nie mogę dać tutaj pełnego dowodu, gdyż

wymagałoby to więcej miejsca, ale chciałbym zarysować drogę rozumowania, która doprowadziła mnie do osiągnięcia powyższego wyniku.[32]

Wszystkie wyrażenia zdaniowe implikacyjnego rachunku zdań, czyli wszystkie jego tezy, składają się ze szczególnej liczby liter, a mianowicie w każdym wyrażeniu zdaniowym liczba zmiennych jest większa o jeden od liczby funktorów. Najkrótszą tezą implikacyjną jest prawo tożsamości, „*Cpp*", które składa się z 3 liter. Tezy krótsze od aksjomatu (1), składającego się z 13 liter, są tezami składającymi się z 3, 5, 7, 9 lub 11 liter. Dla naszych celów wystarczy zbadać tezy składające się z 11 liter, ponieważ jeżeli najkrótsza teza „α" byłaby jedynym aksjomatem, to byłoby rzeczą łatwą dowieść, że teza „*Czα*", dłuższa o dwie litery niż „α", gdzie „*z*" jest zmienną nie występującą w „α", byłaby także jedynym aksjomatem. Przez podstawienie „*Czα*" za „*z*" wyprowadzamy „*CCzαα*", a następnie „α" przez oderwanie. Ponieważ założyliśmy, że „α" jest jedynym aksjomatem, „*Czα*" musiałoby być także jedynym aksjomatem.

Po skrupulatnym zbadaniu doszedłem do wniosku, że są 92 tezy zawierające 11 liter, jeżeli się pominie tezy wyprowadzone z najkrótszych tez przez zastosowanie reguły podstawiania. Na przykład teza „*CCCpCqCrspp*" jest wyprowadzona z tezy „*CCCpqpp*" przez podstawienie wyrażenia „*CqCrs*" za „*q*". Można także pominąć tezy wyprowadzone z tez zawierających 11 liter przez utożsamienie pewnych ich zmiennych. Teza „*CCCpqqCCqpp*" jest np. wyprowadzona z tezy „*CCCpqrCCrpp*" przez utożsamienie zmiennych „*q*" i „*r*". Zbiór 92 tez można podzielić na dwie grupy. Pierwsza grupa, liczniejsza, zawiera tezy należące do tzw. logiki pozytywnej w znaczeniu wprowadzonym przez BERNAYSA. Tezy te wypływają z trzech następujących aksjomatów:

CpCqp.
(B) *CCpCpqCpq.*
CCpqCCqrCpr.

Są 64 takie tezy. Żadna z nich nie może funkcjonować jako jedyny aksjomat, bowiem logika pozytywna jest częścią implikacyjnego rachunku zdań. Ani prawo PEIRCE'A, ani aksjomat (1) nie może być z niej wyprowadzony. Ścisły dowód oparty jest na matrycy I, podanej niżej:

I

C	1 2 3
*1	1 2 3
2	1 1 3
3	1 1 1

[32] J. SŁUPECKI zbudował krótszy dowód oparty na pewnych twierdzeniach ogólnych. Dowód ten, o ile wiem, nie został dotąd opublikowany.

W matrycy tej wartości implikacji „$C\alpha\beta$" dane są ze względu na „α" i „β" przy wartościach: 1, 2 i 3. Pierwszy argument jest w lewej kolumnie, drugi — w górnej linii matrycy. Zgodnie więc z matrycą „$C23$" ma wartość „3". Dla każdej kombinacji dokonanej przez podstawienie cyfr 1, 2 i 3 pod zmienne w aksjomatach zbioru (B), po dokonaniu skrótów zgodnie z matrycą, otrzymujemy „1", tj. wartość wyróżnioną, zaznaczoną gwiazdką. Na przykład, jeżeli w trzecim aksjomacie wykonamy następujące podstawienie: „*p*/1", „*q*/2", „*r*/3", to otrzymamy:

$$CC12CC23C13 = C2C33 = C21 = 1.$$

Teza jest sprawdzona przez matrycę, jeżeli dla każdej kombinacji podstawień cyfr za zmienne daje wartość wyróżnioną, otrzymaną dzięki skróceniu dokonanemu zgodnie z matrycą. Aksjomaty zbioru (B) są sprawdzone przez matrycę I, co jest dziedziczne ze względu na regułę podstawiania i odrywania, tj. wszystkie konsekwencje tez sprawdzone przez nią są także sprawdzone. Wszystkie 64 tezy składające się z 11 liter i należące do logiki pozytywnej są sprawdzone przez matrycę I, podczas gdy aksjomat (1) nie jest przez nią sprawdzony; jeżeli dokonamy następującego podstawienia: „*p*/", „*q*/3", „*r*/3", „*a*/1", to otrzymamy:

$$CCC233CC32C12 = CC33C12 = C12 = 2.$$

Aksjomat (1) nie może być konsekwencją żadnej z tych 64 tez, ani też żadna z nich nie może być jedynym aksjomatem implikacyjnego rachunku zdań, ponieważ nie pociąga wszystkich tez implikacyjnych.

Ta sama metoda zastosowana została do pozostałych 28 tez, które zależą w ten lub inny sposób od prawa PEIRCE'A. Można je podzielić na dwie grupy: pierwsza zawiera 24 tezy, które można wywnioskować z następującego zbioru aksjomatów:

(C)
CpCqp.
CpCCpqq.
CCpqCCCprqq.
CCpCqrCCCqrsCps.

Wszystkie tezy tego zbioru są sprawdzone przez czterowartościową matrycę podaną niżej, gdzie „1" jest znowu wartością wyróżnioną.

II

C	1	2	3	4
*1	1	2	3	3
2	1	1	3	3
3	1	2	1	1
4	1	1	1	1

Aksjomat (1) nie może być konsekwencją ani zbioru (C), ani żadnej z tez sprawdzonych przez matrycę II, ponieważ jeżeli dokonamy następującego podstawienia: „*p*/2", „*q*/1", „*r*/4", „*s*/3" — to otrzymamy:

$$CCC214CC42C32 = CC14C12 = C32 = 2.$$

Pozostałe 4 tezy zawierające 11 liter, ale nie sprawdzone ani przez matrycę I, ani przez matrycę II, to tezy następujące:

CCCpqpCCprr.
CCCpqrCCrpp.
CCpqCCCprpq.
CCpqCCCqrpq.

Tezy te sprawdzone są przez matrycę III, czterowartościową — z „1" jako wartością wyróżnioną.

III

C	1	2	3	4
*1	1	2	3	3
2	1	1	3	3
3	1	2	1	1
4	1	2	2	1

Aksjomat (1) nie jest sprawdzony przez matrycę III, ponieważ jeżeli dokonany następującego podstawienia: „*p*/3", „*q*/2", „*r*/1", „*s*/4" — to otrzymamy:

$$CCC321CC13C43 = CC21C32 = C12 = 2.$$

Z powyższych rozważań wynika, że każda teza krótsza niż aksjomat (1) jest sprawdzona przynajmniej przez jedną z matryc I, II lub III, podczas gdy aksjomat (1) nie jest sprawdzony przez żadną z nich. Nie ma więc aksjomatu — krótszego niż aksjomat składający się z 13 liter — którego można by użyć jako jedynego aksjomatu implikacyjnego rachunku zdań. Nie wiadomo natomiast, czy poza aksjomatem (1) są jakieś inne tezy składające się z 13 liter, które mogłyby funkcjonować jako jedyne aksjomaty tego rachunku.

Przełożył Jacek J. Jadacki

15. W SPRAWIE AKSJOMATYKI IMPLIKACYJNEGO RACHUNKU ZDAŃ
[Odczyt zgłoszony na VI Zjazd Matematyków Polskich do Sekcji Podstaw Matematyki]

VI Zjazd Matematyków Polskich. Warszawa 20–23.09.1948. Dodatek do *Rocznika Polskiego Towarzystwa Matematycznego* t. XXII(1950) s. 87–92

Pamięci WAJSBERGA poświęcam tę notatkę.

Mordchaj WAJSBERG wykazał, że w układzie aksjomatów implikacyjnego rachunku zdań, pochodzącym od TARSKIEGO i BERNAYSA:

$$CpCqp,\ CCCpqpp,\ CCpqCCqrCpr$$

aksjomat pierwszy można zastąpić równoważnie przez którąkolwiek z następujących tez: *CpCCpqq*, *CpCCqpp*, *CpCCqqp*, *CqCpp*, *CqCCCpppp*, *CqCCCpppCCppp*, *CqCCppCpp*, *CqCCppCCppCpp*, *CpCCppp*, *CpCpp*.[33] Wyniki te autor zdołał częściowo uogólnić, stwierdzając, że aksjomat *CpCqp* można zastąpić przez dowolną tezę kształtu *CpCαp*, o ile α jest konsekwencją tego nowego układu aksjomatów, albo przez dowolną tezę kształtu *Cqα*, o ile α nie zawiera zmiennych, równokształtnych z *q*. Uogólnień tych autor dowodzi indukcyjnie.[34]

W notatce tej udowadniam następujące twierdzenie, obejmujące wszystkie przytoczone wyżej wyniki WAJSBERGA, tak szczegółowe, jak ogólne:

JEŚLI DO PRAWA PEIRCE'A *CCCpqpp* I PRAWA SYLOGIZMU *CCpqCCqrCpr* DOŁĄCZYMY JAKĄKOLWIEK TEZĘ KSZTAŁTU *CpCαβ*, CZYLI TEZĘ, KTÓREJ POPRZEDNIK JEST ZMIENNĄ, A NASTĘPNIK IMPLIKACJĄ, TO OTRZYMAMY PRAWO SYMPLIFIKACJI *CpCqp*, A WIĘC ZUPEŁNY UKŁAD AKSJOMATÓW IMPLIKACYJNEGO RACHUNKU ZDAŃ.

Oto wywód tego twierdzenia, przeprowadzony wyłącznie przy pomocy reguł podstawiania i odrywania:

1 *CpCαβ*
2 *CCCpqpp*
3 *CCpqCCqrCpr*

---

[33] M. WAJSBERG, „Metalogische Beiträge. Przyczynki do metalogiki", *Wiadomości Matematyczne* r. 43(1936) s. 131–168; „Metalogische Beiträge II. Przyczynki do metalogiki II", *tamże* r. 47(1939) s. 119–139. Zob. w części II twierdzenia 2*b*, 2*c* i 2*i*, powtarzające wyniki części pierwszej, oraz twierdzenia 11, 13, 15, 16, 17, 34 i 42.

[34] „Metalogische Beiträge II", twierdzenia 37 i 38. W lematach do tych twierdzeń, 35 i 39, autor posługuje się rozważaniami indukcyjnymi.

3 *p/Cpq, q/CCqrCpr, r/s* × *C*3 – 4
4 *CCCCqrCprsCCpqs*
4 *q/Cqr, r/Csr, s/CCsqCpCsr* × *C*4 *p/s, s/CpCsr* – 5
5 *CCpCqrCCsqCpCsr*
5 *p/CCCCprtCCqrts, q/CCqrCpr, r/s, s/Cpq* × *C*4 *q/Cpr, r/t, p/Cqr* – *C*3 – 6
6 *CCCCCprtCCqrtsCCpqs*
6 *p/q, t/Cpr, q/s, s/CCpqCCsrCpr* × *C*4 *s/CCsrCpr* – 7
7 *CCqsCCpqCCsrCpr*
5 *p/Cqs, q/Cpq, r/CCsrCpr, s/t* × *C*7 – 8
8 *CCtCpqCCqsCtCCsrCpr*
7 *q/CCsqs* × *C*2 *p/s* – 9
9 *CCpCCsqsCCsrCpr*
7 *q/CtCCsqs, s/CCsrCtr, r/u* × *C*9 *p/t* – 10
10 *CCpCtCCsqsCCCCsrCtruCpu*
3 *q/Cαβ, r/CCCsqαCCβsCCsqs* × *C*1 – *C*7 *q/α, s/β, p/Csq, r/s* – 11
11 *CpCCCsqαCCβsCCsqs*
3 *q/CCCsqαCCβsCCsqs, r/CCCCβsCCsqsCCCsqαCsq* × *C*11 – *C*3 *p/CCsqα, q/CCβsCCsqs, r/Csq* – 12
12 *CpCCCCβsCCsqsCsqCCCsqαCsq*
10 *t/CCCβsCCCsqsCsq, s/Csq, q/α, r/q, u/CCsCCCβs CCsqsCsqCCCsqqCsq* × *C*12 – *C*5 *p/CCsqq, q/CCCβsCCsqs, r/q* – 13
13 *CpCCsCCCβsCCsqsCsqCCCsqqCsq*
10 *t/CsCCCβsCCsqsCsq, s/Csq, r/s, u/CCsrCCCsqsr* × *C*13 – *C*9 *p/CCsqs, q/CCCβsCCsqsCsq* – 14
14 *CpCCsrCCsqsr*
8 *t/p, p/Crq, q/CCCrtrq, r/q* × *C*14 *s/r, r/q, q/t* – 15
15 *CCCCCrtrqsCpCCsqCCrqq*
6 *p/Crt, t/q, s/CpCCCCqrqqCCrqq* × *C*15 *s/CCqrq* – 16
16 *CCCrtqCpCCCCqrqqCCrqq*
2 *p/CpCCCCqpqqCCpqq* × *C*16 *r/p, t/CCCCqpqqCCpqq* – 17
17 *CpCCCCqpqqCCpqq*
17 *p/CCCpppp* × *C*2 *q/p* – *C*2 *p/q, q/CCCpppp* – 18
18 *CCCCCppppqq*
10 *p/CCppp, t/q, s/CCppp, q/p, r/p, u/Cqp* × *C*16 *r/p, t/p, q/p, p/q* – *C*18 *q/Cqp* – 19
19 *CCCpppCqp*
9 *s/CCppp, q/p, r/Cqp* × *C*17 *q/p* – *C*19 – 20
20 *CpCqp*.

Jeżeli w tym wywodzie zastąpimy litery α i β wszędzie tam, gdzie one występują, a więc i w tezach, i w wierszach dowodowych, przez wyrażenia sen-

sowne implikacyjnego rachunku zdań tak dobrane, by *CpCαβ* było tezą, to otrzymamy wywód prawa *CpCqp*, oparty na tej tezie oraz na prawach PEIRCE'A i sylogizmu. Zastąpmy np. α przez *p* i β przez *p*; wtedy *CpCαβ* przechodzi w *CpCpp* i z tezy tej łącznie z prawem PEIRCE'A i prawem sylogizmu otrzymujemy wywód prawa *CpCqp*; uzyskujemy więc ostatni ze szczegółowych wyników WAJSBERGA. Albo też połóżmy α = *Cpq*, β = *q*; wtedy mamy wywód prawa *CpCqp* z aksjomatów *CpCCpqq*, *CCCpqpp* i *CCpqCqrCpr*, czyli pierwszy z wyników szczegółowych WAJSBERGA. Albo wreszcie niech α = *CqCpr*, a β = *Cqr*; wtedy powstaje wywód prawa *CpCqp* z tez *CpCCqCprCqr*, *CCCpqpp* i *CCpqCCqrCpr*, przy czym, jak wiadomo, teza pierwsza jest dedukcyjnie równoważna prawu komutacji. Litery α i β można traktować jako SKRÓTY czy to wyrażeń *CqCpr* i *Cqr*, czy też jakichkolwiek innych wyrażeń, byle tak dobranych, by *CpCαβ* było tezą. Przez wykonanie tych skrótów SPÓJNOŚĆ wywodu nie zostaje naruszona, w tezach bowiem, zawierających litery greckie, a są nimi tylko tezy 1, 11, 12 i 13, nie dokonywam podstawień, lecz posługuję się nimi jedynie jako przesłankami, to jest jako poprzednikami implikacyj, od których odrywam następniki. Operacja podstawiania nie dosięga więc treści liter greckich i nie może tej treści zmienić, tak samo zresztą, jak i operacja odrywania. Skutkiem tego powyższy wywód staje się SCHEMATEM, według którego można wywieść prawo symplifikacji z dowolnej tezy kształtu *CpCαβ*, posługując się prawem PEIRCE'A i prawem sylogizmu.

Zastanówmy się jednak, co się stanie, gdy literom α i β nadamy takie wartości, iż *CpCαβ* NIE przejdzie w tezę. Połóżmy np. α = *p*, a β = *s*, a więc przyjmijmy za aksjomat pierwszy wyrażenie *CpCps*, nie będące tezą. I w tym przypadku otrzymamy prawo *CpCqp*, uzyskamy więc zupełny układ aksjomatów implikacyjnego rachunku zdań. Wiadomo zaś, że jeśli do takiego układu dołączymy jakiekolwiek wyrażenie, nie będące tezą, to otrzymamy sprzeczność w tym znaczeniu, że otrzymamy wszystkie wyrażenia sensowne. Stać się to musi i w naszym przypadku. Istotnie, już samo wyrażenie *CpCps* prowadzi do sprzeczności, bo podstawiając za *p* wyrażenie *CpCps* otrzymujemy po dwukrotnym oderwaniu zmienną *s*, a więc wszystkie wyrażenia sensowne. Warto jeszcze zbadać, jak zachowują się pozostałe ogniwa wywodu, zawierające litery greckie, a więc wyrażenia 11, 12 i 13. W naszym przykładzie wyrażenie 11 prowadzi także do sprzeczności, kładąc bowiem α = *p*, a β = *s*, otrzymujemy z *CpCCCsqαCCβsCCsqs* wyrażenie *CpCCCsqpCCssCCsqs*, co po podstawieniu *p/Cpp* i *q/s* i po czterokrotnym oderwaniu daje znowu zmienną *s*, czyli sprzeczność. Natomiast wyrażenie 13, w którym nie ma już litery α, lecz tylko β, jest tezą bez względu na to, jaką wartość nadamy literze β. Fakt ten tłumaczy się tym, iż dla dowolnego β można tak dobrać α, że *CpCαβ* będzie tezą, kładąc np. α = *Cpβ*. Ponieważ możliwość taka istnieje, a przy tej możliwości wszystkie ogniwa wywodu są tezami, przeto i wyrażenie 13 musi być w tym przypadku tezą, i to przy dowolnym β. Tezą jest także i wyrażenie 12, choć zawiera obie

litery greckie, α i β. Ale α występuje w tym wyrażeniu w zespole *CCCsqαCsq*, a zespół ten na mocy prawa PEIRCE'A i prawa symplifikacji jest równoważny wyrażeniu *Csq*, w którym nie ma już litery α. A więc i to wyrażenie musi być tezą z tych samych względów, co wyrażenie 13. Gdy zatem α i β są tak dobrane, że *CpCαβ* prowadzi do sprzeczności, to z ogniw wywodu jedno tylko wyrażenie 11 może jeszcze prowadzić do sprzeczności, i to MOŻE, ale nie MUSI, bo dla $\alpha = p$ i $\beta = Csq$, *CpCαβ* przechodzi w *CpCpCsq*, co daje sprzeczność, zaś *CpCCCsqαCCβsCCsqs* przechodzi w *CpCCCsqpCCCsqsCCsqs*, a więc w tezę.

Wyrażenia *CpCαβ* nie można zastąpić w wywodzie przez wyrażenie ogólniejsze *Cpα*; innymi słowy, nie jest prawdą, że jeśli dodamy do prawa PEIRCE'A i prawa sylogizmu jakąkolwiek tezę, której poprzednik jest zmienną, a następnik jest dowolny, czyli jakąkolwiek tezę kształtu *Cpα*, to otrzymamy w konsekwencji prawo *CpCqp*. Jeśli bowiem α reprezentuje nie implikację, lecz zmienną, to teza *Cpα* przechodzi w *Cpp*, a z układu tez *Cpp*, *CCCpqpp* i *CCpqCCqrCpr* nie wynika *CpCqp*, czego dowodzi zamieszczona niżej matryca.

C	1	2	3	4
*1	1	2	4	4
2	1	1	4	4
3	2	2	1	2
4	1	2	1	1

Matryca ta, której wartością wyróżnioną jest 1, sprawdza zarówno prawo tożsamości *Cpp*, jak prawo PEIRCE'A i prawo sylogizmu, nie sprawdza natomiast ani prawa *CpCqp*, ani żadnej w ogóle tezy kształtu *CpCαβ*. Wyrażenie *Cqp* bowiem, a tak samo *Cαβ*, będąc implikacją, przybierać może zgodnie z matrycą tylko wartości 1, 2 lub 4, z czego wynika, że *CpCqp*, a tak samo *CpCαβ*, dla $p = 3$ przechodzi stale w 2. Warto jeszcze zaznaczyć, że jeśli wyrażeniu *C33* nadamy nie wartość 1 lecz 2, to zmieniona w ten sposób matryca sprawdza nadal prawo PEIRCE'A i prawo sylogizmu, nie sprawdza już atoli prawa tożsamości ani żadnej w ogóle tezy implikacyjnej, której poprzednikiem jest zmienna.

IV. TEORIA INDUKCJI

1. O INDUKCJI JAKO INWERSJI DEDUKCJI[1]

Przegląd Filozoficzny
r. VI(1903) z. 1 s. 9–24, z. 2 s. 138–152

1. Wstęp. 2. Związek poglądów na indukcję i dedukcję. 3. Charakterystyka inwersyjnej teorii indukcji. 4. Cechy indukcji jako działania inwersyjnego. 5. Inwersja matematyczna. 6. Braki w poglądach JEVONSA i SIGWARTA. 7. Teoria indukcji ERDMANNA. 8. Zarzuty ERDMANNA przeciw inwersyjnej teorii indukcji. 9. Ocena tych zarzutów. 10. Inwersja a tradycyjna logika formalna.

1. Wiek XIX, który na kartach historii filozofii najpoważniejsze miejsce zajmie kiedyś zapewne pod rubryką psychologii, zasłużył się niemało i około rozwoju tej nauki filozoficznej, w której postęp nie wierzył jeden z największych filozofów XVIII stulecia. Zdawało się KANTOWI, że logika ARYSTOTELESA, przekazana nam przez średniowieczną filozofię scholastyczną, stanowi widocznie całość już zupełnie wykończoną i zamkniętą, skoro od czasów twórcy swego nie zdołała w zasadzie postąpić ani o krok naprzód.[2] Okazał nam jednak wiek ubiegły, że wniosek ten był za śmiały; co więcej, że był wprost mylny. Nie tylko bowiem zakres badań logicznych rozszerzył się niezmiernie w tych ostatnich stu latach: dość wspomnieć o logice indukcyjnej i metodologii, które są przeważnie dziełem minionego stulecia; ale nawet system tradycyjnej logiki formalnej, której tyczy się właśnie zdanie KANTA, nie może już dzisiaj, i to w najgłówniejszym swym dziele, w teorii wnioskowania dedukcyjnego, uchodzić za ostatni wyraz myśli ludzkiej w dziedzinie tej nauki.

Wypowiadając to może na pozór za śmiałe twierdzenie, nie mam na myśli wyłącznie i przede wszystkim tych dążności reformatorskich na polu logiki formalnej, które około połowy XIX wieku poczynają się w Anglii tzw. kwantyfikacją orzeczenia i prowadzą w dalszym swym rozwoju do systemów logiki algebraicznej BOOLE'A i JEVONSA. Systemy te przyznają sobie pewną wyższość wobec logiki tradycyjnej; czy jednak wyższość tę faktycznie posiadają, co do tego mogą być zdania podzielone. Pewniejszym natomiast zdaje się być twierdzenie,

---

[1] Z seminarium filozoficznego prof. K. TWARDOWSKIEGO w Uniwersytecie Lwowskim.

[2] Zob. przedmowę do 2. wyd[ania] *Kritik der reinen Vernunft* (Hartenstein 2, III, s. 13).

że podlegają one wszystkie, wspólnie z logiką tradycyjną, takim samym zarzutom i takie same zdają się zawierać braki. Żaden z tych systemów nie potrafi bowiem objąć wszystkich wniosków dedukcyjnych i przedstawić ich budowy w jednej formułce ogólnej; formułkę taką podał dopiero Christoph SIGWART, który przez wprowadzenie zasady dostatecznej racji do teorii wnioskowania dedukcyjnego położył fundament dla wszystkich późniejszych badań w tym kierunku i rozwiązał w zasadzie kwestię logicznej budowy wniosków dedukcyjnych.

2. Ten rozwój i postęp na polu teorii wnioskowania dedukcyjnego nie pozostał bez wpływu i na ukształtowanie się poglądów na drugą główną formę wnioskowania, którą przyjmuje logika. Nie da się zaprzeczyć, że poglądy na budowę wniosków indukcyjnych pozostają w pewnej zależności od sposobu zapatrywania się na istotę wnioskowania dedukcyjnego. Zależność ta, jak okaże się później, ma nie tylko swe źródło w pewnych istotnych cechach indukcji, ale jest także wynikiem dziejowego rozwoju logiki.

Logika dedukcyjna powstała znacznie wcześniej od indukcyjnej i stanowiła już od dawna system prawd uznanych, gdy obudził się wreszcie żywszy interes dla nauk przyrodniczych, który wywołał potrzebę zajęcia się indukcją. Nic dziwnego, że starano się tę nową formę wnioskowania sprowadzić do dawniejszej, jedynie znanej i uznawanej, tym bardziej, że postępowanie takie miało już swoją tradycję uświęconą, bo sięgającą ARYSTOTELESA. Dążność ta przechowała się aż do dzisiejszych czasów; i nie tylko znajdujemy u niektórych nowszych logików, jak np. u MILLA,[3] niekiedy wprost zestawienie pojęć „sylogizm indukcyjny", ale nawet i ci logicy, którzy zdają sobie sprawę z różnicy, zachodzącej pomiędzy tradycyjną formą sylogizmu a indukcją, jak np. Benno ERDMANN,[4] sprowadzają przecież także indukcję do dedukcji.

Dążenia te mają jednak jeszcze i inną przyczynę, którą łatwo pojąć, skoro się zważy, że kwestia logicznej budowy wniosków indukcyjnych pozostaje z natury rzeczy w bardzo ścisłym związku z innym i to zasadniczym zagadnieniem całej logiki indukcyjnej, z kwestią logicznego uprawnienia tych wniosków. Jest rzeczą jasną, że rozwiązanie tego tak ważnego pytania jest po prostu konsekwencją rozwiązania kwestii pierwszej, ponieważ określić logiczną budowę danego wniosku nie znaczy nic innego, jak przedstawić, jakiego rodzaju sądy w nim występują i w jakich stosunkach logicznych pozostają względem siebie. Z danym całokształtem sądów, w pewien sposób ustosunkowanych, dane są nam jednak zarazem i te stosunki, które decydują o uprawnieniu wniosku.

Nie kwestionowano prawie nigdy logicznego uprawnienia wniosków dedukcyjnych;[5] że dają nam one rezultaty formalnie pewne, o tym dzisiaj nikt nie

---

[3] *A system of logic ratiocinative and inductive.* Londyn 1879, t. I., s. 357.

[4] *Logik I.* Halle a. S. 1892, s. 572–576.

[5] Jedynie MILL, a na długo przed nim SEXTUS EMPIRICUS, zarzucali sylogizmowi *petitio principii* — niesłusznie.

wątpi. Natomiast kwestii uprawnienia wniosków indukcyjnych nie można dotychczas uważać za rozwiązaną w sposób niewątpliwy. To jedno przyznają wszyscy, że wyniki indukcji, a mamy na myśli indukcję niezupełną, tę, którą posługują się nauki przyrodnicze przy wyszukiwaniu praw, nie mogą być nigdy pewne, tylko są zawsze mniej lub więcej prawdopodobne; cały spór zaś toczy się około tego, czy przynajmniej prawdopodobieństwo tych wniosków jest logicznie uzasadnione. W tym celu właśnie starali się logicy sprowadzić indukcję do dedukcji; gdyby bowiem redukcja taka dała się wykonać, kwestia byłaby rozwiązana. Tak więc oba te względy, w związku z istotnie zachodzącą, jakkolwiek nieznaną do niedawna zależnością wniosków indukcyjnych od dedukcji, sprawiły i sprawiają, że jakakolwiek zmiana w poglądach na dedukcję odbija się w teorii wnioskowania indukcyjnego i wywołuje potrzebę rewizji głównych jej twierdzeń.

3. Nic dziwnego zatem, że autor jednego z najlepszych systemów logiki algebraicznej, William Stanley JEVONS, oraz SIGWART, o którego zasługach dla teorii wnioskowania dedukcyjnego wspomniałem już powyżej, są równocześnie także twórcami nowego poglądu na logiczną budowę wniosków indukcyjnych. Zdaje się w samej rzeczy, że w zajęciu się dedukcją tkwi u obu tych uczonych geneza ich poglądów na indukcję, chociaż nie wyłącznie. JEVONS przynajmniej przyznaje wyraźnie, że na powstanie tych poglądów jego wpłynęła zarówno logika formalna (tj. dedukcyjna), jak i teoria prawdopodobieństwa matematycznego.[6] Wpływ matematyki przebija się już zresztą w samej nazwie, którą nadał JEVONS indukcji, określając ją jako inwersję dedukcji, podobnie jak odejmowanie nazywamy inwersją dodawania, a dzielenie inwersją mnożenia. SIGWART natomiast używa na oznaczenie poglądu swego nazwy redukcji, idąc może w tym względzie w ślad DUHAMELA, matematyka francuskiego, który w dziele z dziedziny metodologii nauk matematycznych wspomina o inwersyjnej dedukcji, nadając jej nazwę redukcji.[7]

---

[6] *The principle of science*. Londyn 1883, w przedmowie do I. wyd[ania], s. VIII: „The study both of formal logic and of the theory of probabilities has led me to adopt the opinion, that [...] induction is simply an inverse employment of deduction" (Zajęcie się zarówno logiką formalną, jak i teorią prawdopodobieństwa, skłoniło mnie do przyjęcia poglądu, że [...] indukcja jest po prostu inwersyjnym zastosowaniem dedukcji).

[7] *Des méthodes dans les sciences de raisonnement*, t. I. Paryż 1865. Czytamy tam na s. 24, w ustępie zatytułowanym: „De l'opération inverse de la déduction ou de la réduction" (O inwersyjnym działaniu dedukcji albo o redukcji) następujące zdanie: „ [...] Nous convenons de désigner, sous le nom de réduction, l'opération, par laquelle on ramène la connaissance d'une chose à celle d'autres choses dont elle sera la conséquence" ([...] Przez redukcję oznaczać będziemy to działanie, za pomocą którego sprowadza się znajomość jakiegoś przedmiotu do znajomości przedmiotów innych, których konsekwencją będzie ów przedmiot).

Jak stąd wynika, określa DUHAMEL inwersyjną dedukcję w podobny sposób, jak JEVONS i SIGWART (por. wyżej). Nie można go jednak, na równi z tamtymi uczonymi, uważać za twórcę inwersyjnej teorii indukcji. DUHAMEL nie zajmuje się w ogóle indukcją, ponieważ nie leży to w zakresie jego tematu. Redukcję swoją zastosowuje tylko do dowodzenia i do rozwiązywania zadań. Że SIGWART znał pracę DUHAMELA, wynika stąd, że cytuje ją w II t[omie] swojego systemu logiki (*Logik II*, Freiburg i. B. 1893, s. 283).

Czy obaj uczeni, JEVONS i SIGWART, niezależnie od siebie doszli do poglądów swoich, czy też SIGWART pozostawał może poniekąd pod wpływem JEVONSA, którego praca pojawiła się wcześniej, trudno rozstrzygnąć.[8]

Jakkolwiek jednak rzecz się ma, mimo różnicy w nazwie (inwersja i redukcja), poglądy ich są w zasadzie zgodne, natomiast zasadniczo różne od dotychczas wyznawanych. Jak zaznaczyłem powyżej, wszystkie dotychczasowe teorie sprowadzają wnioskowanie indukcyjne do dedukcji.[9] Krótko można by je wszystkie przedstawić w następujący sposób. Na podstawie rozlicznych doświadczeń, posługując się przy tym znanymi metodami badania indukcyjnego (metodą zgodności, różnicy, zmian stopniowych i reszty), wnosimy o istnieniu związku przyczynowego pomiędzy pewnymi zjawiskami. Stąd zaś, w drodze czysto dedukcyjnej, opierając się na zasadzie, że co razem występować musi, zawsze razem występuje, wyprowadzamy sąd ogólny — prawo przyrody. Prawo to nie może być jednak sądem pewnym; jest zawsze tylko mniej lub więcej prawdopodobne, ponieważ związków przyczynowych nie spostrzegamy, ani też w drodze wnioskowania stwierdzić ich z wszelką pewnością nie możemy, tylko domyślamy się ich istnienia.

Rozumowanie to da się ująć w ogólną formułkę wniosków dedukcyjnych, którą podaje SIGWART. Zdaniem jego „najogólniejszym schematem logicznym każdego wnioskowania — a ma tu SIGWART na myśli wnioskowanie dedukcyjne — jest tak zwany wniosek warunkowy mieszany" (*modus ponens*):[10]

Jeżeli sąd *A* jest prawdziwy, to prawdziwy jest sąd *X*.

Sąd *A* jest prawdziwy;

a więc sąd *X* jest prawdziwy.

Wniosek ten jest prostym zastosowaniem zasady dostatecznej racji, która brzmi: z prawdziwością racji łączy się z koniecznością prawdziwość następstwa, a z fałszywością następstwa fałszywość racji.[11]

Jeśli oznaczymy zatem przez *A* ten ogół sądów szczegółowych, na podstawie których wnosimy — przynajmniej z pewnym prawdopodobieństwem — o istnie-

[8] Pierwsze wyd[anie] głównego dzieła logicznego JEVONSA pt. *Zasady wiedzy* (*The principles of science*), w którym zawierają się jego poglądy na indukcję, wyszło w r. 1874, podczas gdy tom II *Logiki* SIGWARTA, obejmujący teorię indukcji i metodologię, ukazał się w r. 1878.

[9] Szczegółowe uzasadnienie twierdzenia tego znajduje się w ust. 11. [Część III rozprawy, którą miał otwierać ten ustęp, nigdy się nie ukazała; dopisek mój, JJJ.]

[10] *Logik I.* Freiburg i. B. 1889, s. 242: „Das allgemeine logische Schema alles und jedes Folgerns (ist) der sog. gemischte hypothetische Schluss".

[11] A więc można także wnioskować (*modus tollens*): jeżeli sąd *X* jest fałszywy, to fałszywy jest sąd *A*.

Sąd *X* jest fałszywy,

a więc sąd *A* jest fałszywy.

Zdaniem SIGW[ARTA] można w ten sposób sprowadzić *modus tollens* do *modus ponens* (zob. *l.c.*, uwaga na s. 425).

niu związku przyczynowego, a stąd o istnieniu prawa, owo prawo zaś, czyli sąd ogólny, przez *X*, to otrzymamy następujący schemat:

Jeżeli sądy *A* są prawdziwe, to prawdopodobny jest sąd *X*.

Sądy *A* są prawdziwe;

a więc sąd *X* jest prawdopodobny. (1)

Taki byłby szkielet wszystkich dotychczasowych poglądów na logiczną budowę wniosków indukcyjnych. Wprost przeciwnie zapatrują się na tę sprawę JEVONS i SIGWART.

Według nich, wnioskowanie indukcyjne jest wyszukiwaniem praw ogólnych, albo racji, z których w drodze dedukcji albo sylogizmu wynikałyby z koniecznością pewne jakieś twierdzenia szczegółowe o faktach, danych w doświadczeniu, jako ich następstwa.[12]

Zdanie to, które zawiera niejako definicję wnioskowania indukcyjnego, charakteryzuje dostatecznie inwersyjną albo redukcyjną teorię indukcji. Jeżeli oznaczymy znowu przez *A* ogół danych nam sądów szczegółowych o faktach, a przez *X* sąd ogólny, który wydajemy z powodu sądów *A*, to według tej teorii przedstawi się schemtycznie wniosek indukcyjny w takiej formie:

Jeżeli sąd *X* jest prawdziwy, to prawdziwe są sądy *A*.

Sądy *A* są prawdziwe;

sąd *X* może być prawdziwy. (2)

Już z samej budowy wniosku wynika, że konkluzja nie może być pewna, tylko co najwyżej prawdopodobna, ponieważ z prawdziwością następstwa nie łączy się z koniecznością prawdziwość racji. Konsekwencję tę wyprowadza SIGWART z całą świadomością, mówiąc, „że wyniki indukcji nie mogą być nigdy w ścisłym słowa tego znaczeniu udowodnione, tylko są pod względem logicznym jedynie hipotezami.[13] To samo zdanie powtarza również bardzo często JEVONS, kładąc na nie szczególniejszy nacisk.[14]

---

[12] JEVONS, *l.c.*, s. 11: „In deduction we are engaged in developing the consequences of a law [...]. Induction is the exactly inverse process. Given certain results of consequences, we are required to discover the general law, from which they flow" (W dedukcji rozwijamy następstwa jakiegoś prawa [...]. Indukcja jest działaniem dokładnie odwrotnym. Dla pewnych danych wyników lub następstw mamy wyszukać prawo ogólne, z którego one wypływają). Por. przy tym s. 122, 124, 265.

SIGWART, *Logik II*, s. 428: „[...] Es handelt sich (*scil.* in der Induction) um ein Reductionsbefahren, das die Prämissen construiert, aus denen die einzelne Wahrnehmung mit syllogistischer Notwendigkeit foldt" (Chodzi (w indukcji) o działanie redukcyjne, konstruujące przesłanki, z których poszczególne spostrzeżenie wynika z sylogistyczną koniecznością).

[13] *L.c.*, t. II, s. 428: „(Daraus folgt zunächst), dass die durch Induction gewonnenen Sätze niemals im strengen Sinne bewiesen, sondern logisch betrachtet, nur Hypothesen sind".

[14] *L.c.*, s. 49: „There is no fact, which I shall more constantly keep before the reader's mind in the following pages thau that the results of imperfect induction, however well authenticated and verified, are never more than probable" (Nic usilniej nie będę starał się wdrożyć w umysł czytelnika na następnych stronicach, jak to, że wyniki indukcji niezupełnej, jak najlepiej nawet sprawdzone, są zawsze tylko prawdopodobne).

Chcąc uprzytomnić sobie różnicę, jaka zachodzi między przytoczonym tu poglądem, a zwykłą, rzec by można, potoczną teorią indukcji, wystarczy na razie porównać schematy (1) i (2). Spostrzegamy od razu, że nie różnią się one w przesłance niższej, ani też, na pozór, w konkluzji; inaczej tylko ułożone jest zdanie warunkowe, które SIGWART zowie regułą wnioskowania.[15] Sądy szczegółowe, które stanowią w ogóle punkt wyjścia dla wnioskowania indukcyjnego, zajmują w schemacie pierwszym miejsce racji, w schemacie drugim są następstwami; tak samo w zmienionej roli występuje sąd ogólny *X*. Gdy zatem potoczna teoria indukcji uważa twierdzenia szczegółowe, których dostarcza nam doświadczenie, za pewnego rodzaju racje tych sądów ogólnych czyli praw, to JEVONS i SIGWART uważają je za następstwa. Jak doniosła jest ta różnica dla kwestii uprawnienia wniosków indukcyjnych o tym przekonamy się później.[16]

4. Ani SIGWART, ani JEVONS nie zajmują się jednak zestawianiem i porównywaniem swych teorii z dotychczasowymi poglądami na budowę wniosków indukcyjnych. Starają się natomiast podać i określić niektóre cechy indukcji, które wynikają z definicji jej jako działania inwersyjnego i charakteryzują ją wobec wnioskowania dedukcyjnego.

Należy tu wyróżnić dwa następujące znamiona.

(a) Zdaniem obu uczonych pozostaje indukcja, jako wyszukiwanie racji dla danych następstw, w pewnym stosunku zależności względem dedukcji: wymaga z koniecznością znajomości jej reguł i opiera się w tym znaczeniu na regułach wnioskowania dedukcyjnego. Kto chce bowiem wyszukać racje dla pewnych następstw, musi wiedzieć, czy z sądów, które przyjmuje za racje, dadzą się rzeczywiście dane następstwa wyprowadzić; a o tym może przekonać się tylko w drodze wnioskowania dedukcyjnego, wyprowadzając faktycznie następstwa z przyjętych racji. W tym względzie posługują się zarówno JEVONS, jak i SIGWART, przykładami zaczerpniętymi z matematyki: „Tak jak dzielenie, mówi JEVONS, wymaga z koniecznością poprzedniej znajomości mnożenia, lub rachunek całkowy opiera się na przestrzeganiu i zapamiętaniu sobie wyników rachunku różniczkowego, tak indukcja wymaga poprzedniej znajomości dedukcji".[17] W taki sam sposób wyraża się SIGWART, dodając przy tym, że dedukcja jest próbą dla indukcji, podobnie jak mnożenie jest próbą dla dzielenia. Różnica polega tylko w tym, że próba w matematyce dowodzi prawdziwości wyniku, w indukcji zaś wykazuje tylko możliwość racji.[18]

---

[15] *L.c.*, t. I, s. 424.

[16] Zob. ustęp końcowy III cz. [Część ta nigdy się nie ukazała; dopisek mój, JJJ.]

[17] *L.c.*, s. 12: „Just as the process of division necessitates a prior knowledge of multiplication, or the integral calculus rests upon the observation and remembrance of the results of the differential calculus, so induction requires a prior knowledge of deduction".

[18] *L.c.*, t. II, s. 428, 429: „Wie [...] die Multiplication die Probe der Division ist, so setzt alle methodische Induction die Kenntnis der Deduction voraus [...], nur dass, zum Unterschied von der

Zachodzi tu zatem, zdaniem tych uczonych, pewne podobieństwo pomiędzy indukcją a matematycznymi działaniami inwersyjnymi.[19]

(b) Druga cecha tyczy się sposobu albo metody wyszukiwania praw ogólnych dla danych następstw. Pozostaje ona w bliskim związku z poprzednią. JEVONS określa ją w sposób następujący: „Jedyne sposoby wykrycia praw ogólnych polegają albo na wyczerpującym wypróbowaniu wielkiej ilości przypuszczalnych praw — a jest to praca nie tylko w tym jednym znaczeniu wyczerpująca — albo na skrupulatnej obserwacji skutków w celu zapamiętania sobie wypadków, w których podobne skutki wynikały ze znanych praw. W jakikolwiek sposób odkrycia tego dokonywamy, zawsze musi się ono odbywać przy mniej lub więcej świadomym zastosowaniu bezpośredniego działania dedukcyjnego."[20] SIGWART zaś wyraża się krótko, że wnioskowanie indukcyjne jest „hipotetycznym próbowaniem".[21]

Division, die Probe jetzt nicht die Richtigkeit der Prämissen beweist, sondern nur ihre Möglichkeit" (Tak [...] jak mnożenie jest próbą dzielenia, tak samo suponuje każda metodyczna indukcja znajomość dedukcji, tylko że w odróżnieniu od dzielenia, próba nie dowodzi tutaj prawdziwości przesłanek, ale tylko ich możliwość).

[19] Oprócz przytoczonych tu ustępów znajdujemy zarówno u JEVONSA, jak i u SIGWARTA, cokolwiek ogólniejsze sposoby sformułowania tej cechy zależności indukcji od dedukcji. I tak czytamy u JEVONSA, że „każde rozumowanie — a zatem i indukcyjne — opiera się na zasadach dedukcji" (*l.c.*, s. 12: „All reasoning is founded on the principles of deduction"), a SIGWART powiada, że „i zasadnicze podstawy indukcji spoczywają na regułach sylogizmu" (*l.c.*, t. II, s. 428: „Dass ferner die fundamentalen Grundsätze auch der Induction auf den Regeln des Syllogismus ruhen"). Zdania te nie są niezgodne ze sformułowaniem podanym w tekście; wyrażają tylko ową cechę zależności w sposób mniej dokładny. Ale właśnie ta ogólna, a rachej ogólnikowa forma zawiera niebezpieczeństwo nieporozumienia: może bowiem skłonić do mylnego przypuszczenia, że indukcja odbywa się według reguł dedukcji. W ten sposób pojął zdanie SIGWARTA jeden z zaciętych przeciwników teorii inwersji, Benno ERDMANN, wyrażając się, że „jeżeli reguły sylogistyczne stanowią podstawę dla wyszukiwania przesłanek, to trzeba wykazać, że przyjęcie przesłanek, a więc proces indukcji, odbywa się według tych reguł" („wenn ferner «die syllogistischen Regeln» , «den Grund» abgeben, der die Prämissen, der Process der Induction also, durch jene Regeln erfolgt"); [zob.] B. ERDMANN, „Zur Theorie des Syllogismus und der Induction", w zbiorowej księdze pt. *Philosophische Aufsätze, Eduard Zeller* [...] *gewidmet*, Lipsk 1887, s. 237. Zdaje się, że nieporozumienie to nie jest wyłącznie winą ERDMANNA; znajdujemy bowiem i u samego JEVONSA ustęp, który zapewne także jest skutkiem owego niejasnego sformułowania, a w którym czytamy, że „indukcja nie jest metodą [wnioskowania] różną od dedukcji i jej kontrastem" (*l.c.*, przedmowa, s. VIII: „There is no such thing as a distinct method of induction as contrasted with deduction"). Jest to zdanie, które niespodziewanie zupełnie uderza każdego czytelnika, znającego dokładnie teorię JEVONSA. Należy bowiem pamiętać, że w myśl teorii inwersji pojęcia wnioskowania indukcyjnego i dedukcyjnego są zupełnie różne, i że skutkiem tego wnioskowanie indukcyjne nie może odbywać się według reguł dedukcji. Reguły wnioskowania indukcyjnego (jeżeli w ogóle dadzą się jakie wyszukać — zob. wyżej ustęp (b)) opierają się na regułach sylogizmu tylko w tym znaczeniu, w jakim np. prawidła całkowania opierają się na prawidłach różniczkowania. W każdym razie muszą być zupełnie różne od reguł wnioskowania dedukcyjnego.

[20] *L.c.*, s. 124: „The only modes of discovery [*scil.* of general laws] consist either in exhaustive trying a great number of supposed laws, a process which is exhaustive in more senses than one, or else in carefully contemplating the effects, endeavouring to remember the cases in which like effects followed from known laws. In whatever manner we accomplish the discovery, it must be done by the more or less conscious application of the direct process of deduction" (por. przy tym *l. c.*, s. 12, uwaga 22; s. 122 i n.).

[21] *L.c.*, t. II, s. 429: „So gestaltet sich der Inductionsprocess nothwendig zu einem hypothetischen

Pierwszy z dwóch sposobów wnioskowania indukcyjnego, podanych przez JEVONSA, nie jest we właściwym znaczeniu metodą wnioskowania. Według sposobu tego musi odbywać się szukanie racji niejako na oślep, bez wyraźnie oznaczonej drogi, tak długo, dopóki nie natrafi się na racje, z których dane następstwa dadzą się wyprowadzić. Nic dziwnego, że JEVONS uważa postępowanie takie za bardzo mozolne i trudne, które najczęściej tylko dzięki przypadkowi może osiągnąć pożądny rezultat.[22] Jest to w samej rzeczy „hipotetyczne próbowanie", które według SIGWARTA jest w ogóle jedynym sposobem wnioskowania w indukcji.

Wspomina jednak JEVONS i o innym sposobie wyszukiwania praw przyrody, który może już uchodzić za metodę, a polega na dokładnym poznaniu i zapamiętaniu następstw, wynikających ze znanych praw. Ażeby jaśniej uprzytomnić sobie, o jaką metodę tu chodzi, wystarczy znowu przytoczyć kilka przykładów z matematyki, którymi często posługuje się JEVONS.

Jako przykład tego rodzaju może w pierwszym rzędzie służyć całkowanie,[23] którego prawidła otrzymujemy na podstawie porównywania danych funkcji pochodnych, dla których mamy wyszukać pierwotne, z wynikami rachunku różniczkowego. Można wybrać jednak przykład bardziej popularny. Kto nie zna na pamięć trzecich potęg pierwszych liczb dziesięciu, ten ma dwie drogi do wyboru, ażeby wyszukać np., jakiej liczbie równa się $\sqrt[3]{512}$. Albo będzie kolejno dobierał sobie dowolne liczby i próbował, czy podniesione do trzeciej potęgi, dadzą 512 — jest to ów pierwszy sposób, o którym była mowa poprzednio — albo ułoży sobie tablicę wszystkich trzech potęg pierwszych liczb dziesięciu:

$1^3 = 1$	$6^3 = 216$
$2^3 = 8$	$7^3 = 343$
$3^3 = 27$	$8^3 = 512$
$4^3 = 64$	$9^3 = 729$
$5^3 = 125$	$10^3 = 1000$

i porówna, czy liczba 512 znajduje się w tej tablicy. W ten sposób dojdzie do wyniku, że $\sqrt[3]{512} = 8$. I ile razy później będzie miał wyszukiwać trzeci pierwiastek liczby mniej niż czterocyfrowej, to porówna ją z powyższą tabelką i oznaczy przynajmniej (jeżeli dana liczba nie jest całkowitą trzecią potęgą), w jakich granicach leży jej trzeci pierwiastek.

Versuchsverfahren" (W ten sposób staje się wnioskowanie indukcyjne z koniecznością hipotetycznym próbowaniem).

[22] *L.c.*, s. 12: „The fact furnished to us by experience are a mare of particular results; we might by chance observe in them the fulfilment of a law, but this is scarcely possible, unless we thoroughly learn the effects, which would attach to any given law" (Fakty, których dostarcza nam doświadczenie, są labiryntem poszczególnych wyników; możemy przypadkiem zauważyć w nich spełnienie jakiegoś prawa; ale jest to rzecz prawie niemożliwa, jeżeli nie znamy supełnie dokładnie skutków, które wynikają z danego jakiegoś prawa).

[23] Por. JEVONS, *l.c.*, s. 12 (zob. uwagę 16) oraz s. 124. Mowa tu oczywiście nie o całkowaniu określonym, jako o sumowaniu wielkości nieskończenie drobnych, tylko o całkowaniu nieokreślonym.

Taką właśnie metodę ma na myśli JEVONS, mówiąc, że dokładne przestrzeganie i zapamiętanie następstw znanych praw ułatwia nam, a nawet umożliwia wyszukiwanie praw dla danych następstw.[24] Ale przyjąwszy nawet, że indukcja jest naprawdę inwersją dedukcji, pozostaje zawsze wątpliwość, czy metoda ta może znaleźć w indukcji praktyczne zastosowanie. W matematyce wiemy bowiem już naprzód, jakie są te działania proste, które dają nam wyniki, szukane w działaniach inwersyjnych; w indukcji natomiast nie znamy praw, z których dane następstwa wynikają, i mamy je dopiero wyszukać. Jakkolwiek zresztą rzecz się ma, widać z powyższego przedstawienia, że nie ma mowy w indukcji, w ten sposób pojętej, o jakiejś metodzie bezpośredniej, w rodzaju takich, jakie dla wnioskowania dedukcyjnego starają się skonstruować systemy logiki formalnej, która by nas zupełnie pewną drogą, może nawet wprost mechanicznie, zaprowadziła do szukanego rezultatu. Zawiera się widocznie we wnioskowaniu indukcyjnym pewien czynnik kombinowania i porównywania, który stanowi jego charakterystyczną, bo bezwzględną cechę w stosunku do wnioskowania dedukcyjnego — jeżeli w ogóle indukcja jest inwersją dedukcji.

5. Reasumując powyższe wywody, które miały na celu przedstawić i zebrać główne punkty teorii SIGWARTA i JEVONSA, konstatujemy w myśl poglądów tych uczonych, że wnioskowanie indukcyjne, jako inwersyjne działanie dedukcji, posiada następujące trzy znamiona:

(a) jest działaniem względem dedukcji odwrotnym (ponieważ wychodzi od następstw, a szuka racji);

(b) wymaga z koniecznością poprzedniej znajomości dedukcji;

(c) zawiera czynnik porównywania i kombinowania.

Takie same cechy: odwrotność i zależność wobec działania prostego, oraz czynnik kombinacyjny, charakteryzują również, jak łatwo można się przekonać, i wszystkie te działania rachunkowe, które nazywamy inwersyjnymi, tj. odejmowanie, dzielenie, pierwiastkowanie, logarytmizowanie i całkowanie.

Jest to w samej rzeczy główna zasługa JEVONSA — bo SIGWART idzie w tym względzie najwyraźniej w ślady swojego angielskiego poprzednika — że określając indukcję jako inwersję dedukcji, podał zarazem i główne cechy działań inwersyjnych w ogóle, i podał je trafnie. Chociaż bowiem matematycy odróżniali od dawna działania proste i inwersyjne, zaliczając do inwersyjnych przede wszystkim odejmowanie, dzielenie, pierwiastkowanie i logarytmowanie,[25] to nie

---

[24] Tabelaryczne zestawienie zastępuje nam tutaj pracę pamięci. Objaśniając i przedstawiając indukcję na swym logicznym alfabecie (*l.c.*, s. 134–146), stosuje JEVONS w samej rzeczy ową metodę tabelaryczną. Ustępów tych nie możemy jednak tutaj przedstawić, ponieważ wymagają znajomości całego systemu logiki algebraicznej JEVONSA.

[25] S. DICKSTEIN, *Pojęcie i metody matematyki*, t. I, Warszawa 1891, s. 51: „Działania dodawania, mnożenia i potęgowania nazywają się działaniami prostymi; w przeciwstawieniu do nich cztery następne nazywają się działaniami odwrotnymi" (inwersyjnymi). Mowa tu o działaniach, wyliczonych wyżej.

umieli jednak wykazać, w czym ta różnica polega i w jaki sposób podział ów da się uzasadnić. Nazwy „inwersyjny" używali zwykle na oznaczenie cechy względnej, wynikającej z odwracalnego stosunku odwrotności, jaki zachodzi niewątpliwie między działaniami prostymi a inwersyjnymi. Odejmowanie nazywali dlatego inwersją dodawania, ponieważ przebiega względem dodawania w kierunku przeciwnym i znosi jego rezultat.[26] W tym znaczeniu byłoby jednak dodawanie tak samo inwersją odejmowania, jak odejmowanie inwersją dodawania, i w ogóle każde działanie byłoby wtedy inwersyjnym wobec odpowiedniego działania innego. Ponieważ są przy tym i takie działania, które pozostają do siebie w stosunku odwrotności, jakkolwiek żadne z nich nie jest inwersyjnym,[27] przeto jest rzeczą pożądaną nie używać na oznaczenie takich działań wyrazu „inwersyjny", tylko nazwać je po prostu odwrotnymi. Możemy wtedy powiedzieć, że wszystkie działania inwersyjne są odwrotne w stosunku do pewnych działań prostych, ale nie wszystkie odwrotne są inwersyjnymi.

Istnieje jednak w matematyce pojęcie działań, które nie noszą wprawdzie nazwy inwersyjnych, ale są w tym celu utworzone, by je obejmować: są to działania lityczne HANKLA. Opierając się na dziele Hermanna GRASSMANNA,[28] genialnego twórcy nauki [o] rozciągłości i nauki ogólnej o formach łączenia wielkości, określa HANKEL działania lityczne w sposób następujący.

„Niech oznacza $\lambda(a,b)$ jakieś połączenie (przedmiotów) a i b; c zaś niech oznacza przedmiot, który wynika z wykonania połączenia, tak że można położyć $\lambda(a,b) = c$. To połączenie $\lambda(a,b)$ ma być tego rodzaju, że gdy w odpowiedni sposób złączymy tetycznie rezultat jego c z przedmiotem b, to przez to powstanie znowu z koniecznością drugi człon połącznia a. Skoro oznaczymy to drugie połączenie przez ϑ, to wzór $\vartheta(c,b) = a$, albo

$$\vartheta\{\lambda(a,b),b\} = a$$

wypowiada w znakach powyższe założnie i zawiera równocześnie definicję tego działania tetycznego ϑ w stosunku do działania λ, które nazywamy litycznym."[29]

---

[26] Definicję taką przyjmuje między innymi HUSSERL [w] *Philosophie der Arithmetik I*, Halle a. S. 1891, s. 308: „Die Subtraction heisst die inverse Operation zur Addition, weil ihrem Begriff nach $(a + b) - b = a$ ist. Was also die Hinzufügung des b erwirkte, wird durch die Subtraction von b wieder aufgehoben" (Odejmowanie nazywa się dlatego inwersyjnym działaniem dodawania, ponieważ w myśl jego $(a + b) - b = a$. Odjęcie b znosi zatem wynik, który powstał przez dodanie b).

[27] Np. mnożenie przez (–1) jest działaniem względem siebie odwrotnym, ponieważ:

$$(+a)(-1) = (-a)$$
$$(-a)(-1) = (+a)$$

Punkt wyjścia działania pierwszego jest wynikiem działania drugiego i na odwrót.

[28] H. GRASSMAN, „Die lineale Ausdehnunglehre" (von 1844), s. 36 i n., wedł[ug] zbiorowego wyd[ania] STUDY'EGO i ENGLA, t. I, Lipsk 1894.

[29] HANKEL, *Theorie der complexen Zahlensysteme*, Lipsk 1867, „Allgemeine Formenlehre", § 4, s. 18: „Es bedeute $\lambda(a,b)$ eine Verknüpfung von a und b; und etwa c das Object, welches aus der vollzogenen Verknüpfung resultirt, so dass $\lambda(a,b) = c$ gesetzt werden kann. Diese Verbindung soll so beschaffen sein, dass wenn man auf geeignete Weise das sich als Resultat ergebende Object a mit b thetisch verknüpft, dadurch das andere Glied der Verbindung a mit Nothwendigkeit wieder

Widać stąd, że działań litycznych nie można również uważać za inwersyjne; określa je bowiem HANKEL także tylko za pomocą stosunku odwrotności, który nadaje taką samą cechę względną obu działaniom, pozostającym w tym stosunku, i nie może skutkiem tego stać się postawą podziału działań rachunkowcyh na dwie grupy. Popełnia przy tym HANKEL błąd, określając działania tetyczne przez lityczne. Bo chociaż prawdą jest, że odejmowania nie można określić bez dodawania, jak w ogóle nie można podać definicji żadnego działania inwersyjnego, nie uwzględniając odpowiedniego działania prostego, to przecież dodawanie i każde inne działanie proste określa się niezależnie od odnośnego działania inwersyjnego. Natomiast definicja HANKLA ma wobec innych tę dobrą stronę, że uważa operacje lityczne czyli inwersyjne za różne od tetycznych czyli prostych, wyklucza zatem wypadki, w których dwa takie same działania są względem siebie odwrotne.[30]

Trafna definicja działań prostych i inwersyjnych nie może ograniczać się jedynie do określenia stosunku odwrotności, zachodzącego pomiędzy nimi; definicja taka nie daje bowiem podstawy do odróżniania dwóch rodzajów działań. Należy koniecznie uwzględnić ów jednostronny stosunek zależności, w którym operacje inwersyjne pozostają względem prostych, jako też przede wszystkim pewne cechy bezwzględne, które charakteryzują oba rodzaje działań, a tyczą się sposobu lub metody wyszukiwania wyników. W działaniach prostych otrzymujemy rezultat w sposób bezpośredni na podstawie samej definicji działania; działania inwersyjne nie mają takiej metody bezpośredniej; wymagają z koniecznością znajomości odpowiedniego odwrotnego działania prostego, które stanowi próbę dla przypuszczalnego wyniku, wyszukanego w drodze kombinowania.

Definicja ta może uchodzić za ogólny wyraz wszystkich działań inwersyjnych, a zatem i indukcji, o ile jest inwersją dedukcji. Zawiera ona owe wszystkie trzy cechy, które podał JEVONS dla wnioskowania indukcyjnego. Przy tym musi indukcja, jako inwersja dedukcji, posiadać oczywiście i cały szereg cech innych, które są wynikiem specjalnego stosunku racji do następstwa.

6. Jak wspomniałem powyżej, główna zasługa JEVONSA leży w tym, że podał pierwszy cechy działań inwersyjnych, jakkolwiek nie uczynił tego systematycznie, tylko rozrzucił poglądy swe, niejako w formie aforyzmów, po rozmaitych ustępach swojego dzieła. Poglądy te przyjął SIGWART, określając nieco dokładniej i ściślej stosunek indukcji do dedukcji przez wprowadzenie zasady dostatecznej racji. Na tym kończą się jednak zasługi naukowe obu uczonych: obaj dali nam pomysł genialny wprawdzie i w stkutki niezmiernie obfity, ale nic ponadto. Nie

---

erhalten wird. Bezeichnet man diese letztere Verknüpfung mit ϑ, so spricht $\vartheta(c,b) = a$, oder

$$\vartheta\{\lambda(a,b),b\} = a$$

die Annahme in Zeichen aus, und enthält zugleich eine Definition deiser thetischen Operation ϑ aus jener λ, die wir als die lytische bezeichnen."

[30] Por. przykład podany w uwadze 11 na s. 206.

zadali sobie trudu, by zestawić swą teorię logicznej budowy wniosków indukcyjnych z poglądami dawniejszymi; nie usiłowali wykazać, że teoria ich jest jedynie słuszna,[31] a wszelkie inne są mylne; kto wie, czy uświadamiali sobie nawet zupełnie wyraźnie i dokładnie znaczenie pojęcia inwersji i znaczenie samej kwestii;[32] nie wyprowadzili wreszcie konsekwencji, które z przyjęcia teorii takiej płyną dla logicznego uprawnienia indukcji, konsekwencji bardzo ważnych i nietrudnych do wyprowadzenia. Gdy zaś przed kilku laty wystąpił z zarzutami przeciwko tej teorii logik niemiecki ERDMANN, opierając się na definicji działań litycznych HANKLA, to SIGWART, zamiast obalić niedołężne dowodzenia ERDMANNA, polegające na zupełnym niezrozumieniu rzeczy, odsunął je niejako od siebie, zasłaniając się tym, że nie twierdził nigdy, jakoby inwersja logiczna pod każdym względem odpowiadała matematycznej.[33]

Skoro zatem jeden z twórców teorii inwersji (drugi, JEVONS, już nie żyje) nie umie skutecznie obronić poglądu swego wobec pojawiających się zarzutów, przeto mam zamiar podjąć się zadania tego w dalszym ciągu niniejszej rozprawy, jak również uzupełnić i inne braki tego zdaje się słusznego poglądu.

7. Wspomniany już kilkakrotnie Benno ERDMANN jest w kwestii logicznej budowy wniosków indukcyjnych zwolnnikiem poglądu tradycyjnego, to znaczy, sprowadza wnioskowanie indukcyjne do dedukcji. Zdaniem jego,[34] wnioskowanie indukcyjne jest wnioskowaniem ze szczegółu na ogół; pojawiać się może

---

[31] B. ERDMANN w cytowanej rozprawie w *Philosophische Aufsätze* (por. tam ust. 47 i n., s. 234) podaje, że JEVONS starał się uzasadnić swą teorię przez wykazanie równości zakresu nauk dedukcyjnych i indukcyjnych, przyjmując indukcję i w naukach matematycznych. Wobec tego należy zauważyć, że nie tylko pogląd taki, gdyby był nawet słuszny, nie dowodziłby wcale, że indukcja jest inwersją dedukcji, ani nie obalałby go w razie mylności, ale że nawet sam JEVONS nie wyraża się nigdzie w sposób, który pozwalałby przypuszczać, że używa argumentu tego na poparcie swej teorii. Innych argumentów, w pełnym tego słowa znaczeniu, nie zdołał ERDMANN dopatrzyć się u JEVONSA.

SIGWART wiąże sprawę budowy wniosków indukcyjnych z kwestią ich logicznyego uprawnienia w sposób bardzo niefortunny. Stara się bowiem widocznie rozwiązać kwestię pierwszą na podstawie drugiej i przyjmuje teorię inwersyjną widocznie dlatego, że żadna inna teoria nie wykazuje uprawnienia wniosków indukcyjnych. Postępowanie takie jest pod względem metodycznym zupełnie błędne; sprawę logicznej budowy wniosków indukcyjnych należy traktować zupełnie oddzielnie i niezależnie od kwestii ich uprawnienia, której rozwiązanie, jak zaznaczyłem w ust. 2, jest właśnie konsekwencją rozwiązania kwestii pierwszej, ale nie na odwrót.

[32] Zob. uwagę 24 na s. 211 oraz poprzednią uwagę.

[33] *L.c.*, t. II, s. 435: „(ERDMANNS) Versuch zu zeigen, dass die Vergleichung der Induction mit einer umgekehrten Rechnungsart nicht zutreffe, setzt voraus, was ich nie behauptet hatte, dass eine Gleichheit in allen Rücksichten vorhanden sei; ich habe ja den Unterschied ausdrücklich hervor" (Próba wykazania, że porównanie indukcji z inwersyjnym działaniem rachunkowym nie jest trafne, suponuje, czego nigdy nie twierdziłem, że zachodzi tu równość pod każdym względem; zaznaczam przecież różnicę wyraźnie).

Ma tu SIGWART na myśli ten ustęp, który przytoczyłem w uwadze 18 (s. 208); SIGWART konstatuje w nim, że inwersja matematyczna daje wyniki prawdziwe, a logiczna tylko możliwe. O tę różnicę jednak ERDMANNOWI wcale nie chodzi; nie jest to zresztą różnica, która zachodziłaby w istotnych cechach pojęcia inwersji.

[34] Por. dla całego ust. 7. ERDMANN, *Logik I*, s. 568–588.

w dwóch formach: jako indukcja uogólniająca — w której zakres podmiotu konkluzji obejmuje podmioty przesłanek — i uzupełniająca, w której treść orzeczenia konkluzji zawiera w sobie orzeczenia przesłanek. Schematycznie dadzą się te dwie formy przedstawić w sposób następujący:

indukcja uogólniająca	indukcja uzupełniająca
S_1 jest G.	G jest P_1.
S_2 jest G.	G jest P_2.
⋮ ⋮	⋮ ⋮
Wszystkie S będą G.	G będzie P.

Konkluzja jest tylko prawdopodobna, ponieważ obejmuje i wypadki niezbadane.

Logiczne uprawnienie prawdopodobieństwa wniosków indukcyjnych wypływa z najogólniejszej zasady indukcji, która brzmi: „Takie same dane przyczyny wywołują takie same skutki". W zdaniu tym tkwią dwie zasady:

(1) Takie same przyczyny będą dane (w takich samych zjawiskach, które się pojawią).

(2) Takie same przyczyny wywołują takie same skutki.

Myśl druga jest bezpośrednią konsekwencją zasady przyczynowości; pierwsza natomiast przedstawia nam najogólniejszą indukcję, wydobytą z doświadczenia. Jako taka, zawiera ona w sobie sam sposób wnioskowania indukcyjnego, który polega na tym, że na podstawie stale występujących przyczyn w zaobserwowanych dotychczas zjawiskach wnosimy o prawdopodobnym istnieniu takich samych przyczyn i w zjawiskach nieobserwowanych.

A zatem opiera ERDMANN sądy ogólne o zjawiskach przyrody na sądach szczegółowych o faktach, danych nam w doświadczeniu, czyli inaczej, mówiąc językiem SIGWARTA, uważa sądy szczegółowe, które są punktem wyjścia dla indukcji, za racje dla sądów ogólnych, jako ich prawdopodobnych następstw. Wyprowadzanie następstw z danych racji jest jednak wnioskowaniem dedukcyjnym.

Jeżeli jednak ERDMANN zastrzega się bardzo stanowczo przeciwko temu, jakoby indukcja była tylko pewną formą dedukcji, to fakt ten tłumaczy się tym, że i w teorii dedukcji pozostaje ERDMANN w zasadzie na stanowisku poglądu tradycyjnego i przez dedukcję rozumie jedynie tradycyjne wnioski sylogistyczne.[35]

8. Po tym krótkim streszczeniu teorii indukcji ERDMANNA, przystępujemy z kolei do zarzutów, które uczony ten podnosi przeciwko pojmowaniu indukcji jako inwersji dedukcji. Zarzuty te, których główne punkty przytaczamy poniżej w dosłownym przekładzie, zawierają się w osobnym rozdziale pt. „Indukcja nie jest inwersją sylogizmu".

[35] *L.c.*, s. 491.

„Indukcja, czytamy tam,[36] nie da się sprowadzić do dedukcji. Redukcja taka byłaby wskazana, gdyby dało się okazać, że indukcja jest odwrotną dedukcją, działaniem inwersyjnym, tak jak odejmowanie jest inwersyjnym dodawaniem. Te działania inwersyjne charakteryzują się tym, że suponują działania proste, odbywają się według warunków ich ważności, a wskutek tego, że przebiegają w kierunku przeciwnym, mogą przy równych założeniach służyć za próbę ważności dla działań prostych.[37]

Dowód na uzasadnienie tego twierdzenia, czytamy dalej,[38] że indukcja jest inwersją dedukcji, musiałby okazać, że zasada dedukcji, według której każdemu

---

[36] *L.c.*, s. 589: „Induktion nicht Inversion des Syllogismus. Die Induktion lässt sich auf die Deduktion nicht zurükführen. Eine solche Reduktion wäre geboten, wenn sich zeigen liesse, dass sie eine umgekehrte Deduktion wäre, eine inverse Operation, wie die Subtraktion eine inverse Addition, die Division eine inverse Multiplikation, die Integration eine inverse Differentiation ist. Diese inversen Operationen sind dadurch charakterisirt, dass sie direktenvoraussetzen, nach den Bedingungen der Giltigkeit jener erfolgen, und durch die entgegengesetzte Richtung ihres Verfahrens unter den gleichen Voraussetzungen zu einer Probe auf die Giltigkeit der direkten Operationen werden.

[37] Ustaliwszy w ten sposób definicję działań inwersyjnych, roztrząsa ERDMANN niektóre argumenty, które mogłyby na pozór, zdaniem jego, przemawiać na korzyść poglądu, że indukcja jest inwersją dedukcji. Przytaczamy z nich pierwszy, jako z wielu względów niezmiernie charakterystyczny. Przedstawia się ów argument w sposób następujący.

Konieczność logiczną, która w indukcji prowadzi do wniosków prawdopodobnych, można by przedstawić w formie sylogizmu:

Co przysługuje niektórym *S*, przysługuje wszystkim *S*.
Że *S* jest *G*, przysługuje niektórym *S*.

Że *S* jest *G*, przysługuje wszystkim *S*.

Albo:

Co przysługuje niektórym *P*, przysługuje wszystkim *P*.
Że *G* jest *P*, przysługuje niektórym *P*.

Że *G* jest *P*, przysługuje wszystkim *P*.

Stąd mógłby ktoś wnosić, mówi autor, że indukcja jest inwersją dedukcji. Wobec tego czyni jednak ERDMANN uwagę, że „przesłanki wyższe obu tych wniosków nie są niczym innym, jak tylko zasadą samej indukcji: „Takie same dane przyczyny wywołują takie same skutki". Nie sprowadzamy tu zatem indukcji do sylogizmu, tylko suponujemy już indukcję w przesłance wyższej i udowadniamy, że po założeniu zasady indukcyjnej można wnioskować z koniecznością myślową" (Ihr Obersatz (*scil.* der beiden eben entwickelten Syllogismen) aber ist nichts anderes als der Grundsatz der Induktion welbst: „Die gleichen gegebenen Ursachen bringen die gleiche Wirkung hervor". Wir reduziren durch sie deshalb die Induktion nicht auf den Syllogismus, sondern setzen die Induktion in dem Obersatz voraus, und beweisen, dass unter Voraussetzung ihres Grundgedankens denknotwendig geschlossen werden kann). Następnie podaje ERDMANN dalsze względy i argumenty, które przemawiają przeciw takiemu poglądowi.

Wobec tego należy zauważyć, z czego ERDMANN nie zdaje sobie sprawy, że gdyby nawet argument ten był słuszny, to nie świadczyłby o prawdziwości inwersyjnej teorii indukcji, tylko dowodziłby, że indukcja jest wprost pewną formą dedukcji, a zatem obalałby nawet pośrednio pogląd poprzedni. Już z tego można wnosić, jak mętne i niedokładne pojęcie ma ERDMANN o inwersji.

Ciekawą jest przy tym rzeczą, że podane tu przez E[RDMANNA] schematy, wyrażające budowę wniosków indukcyjnych, są w zasadzie zgodne ze schematem (1), podanym przeze mnie poprzednio.

[38] *L.c.*, s. 591: „Der Beweis für die Behauptung, dass die Induktion die Umkehrung der De-

podmiotowi przysługuje pośrednio orzeczenie jego orzeczenia, jest koniecznym założeniem dla zasady, że w podmiotach i orzeczeniach, które nie są dane, będą zawierały się takie same przyczyny. Innymi słowy, z zasadniczej formy sylogizmu:

$$\frac{\begin{array}{l} MP \\ SM \end{array}}{SP}$$

---

duktion sei, müsste [...] darlegen, dass der Grundsatz der letzteren demzufolge jedem Subject das Prädikat seines Prädikates mittelbar zukommt, eine notwedige Voraussetzung für den Grundsatz wäre, dass die gleichen Ursachen in den nicht gegebenen Subjekten oder Prädikaten anzutreffen sein werden. Es müssten sich mit anderen Worten, aus der syllogistischen Grundform:

$$\frac{\begin{array}{l} MP \\ SM \end{array}}{SP}$$

die induktiven:

$$\frac{\begin{array}{l} S_1M \\ S_2M \\ \vdots\ \vdots \end{array}}{\text{Alle } S \text{ werden } M \text{ sein.}} \qquad \frac{\begin{array}{l} MP_1 \\ MP_2 \\ \vdots\ \vdots \end{array}}{M \text{ wird } P \text{ sein.}}$$

durch Inversion herleiten lassem.

(a) Der Sinn dieser Inversion ist der fulgende. Es bezeichne $\vartheta(a,b)$ eine gegebene Verknüpfung, nach HANKELS Bezeichnung eine Thesis zweier Gegenstände. Das Resultat, das entsteht, wenn sie vollzogen wird, sei c. Das Beispiel diese thetischen Algorithmus liefere die Addition; Wir haben dann:

$$\vartheta(a,b) = c = a + b \tag{1}$$

Setzen wir voraus, dass die Verkaüpfung, wie bei der Addition, kommutativ ist, so haben wir zugleich:

$$\vartheta(a,b) = \vartheta(b,a) \tag{2}$$
$$a + b = c = b + a$$

Nun bezeichne $\lambda(c,b) = a$ eine Operation, welche das Glied a der thetischen Verkaüpfung denknotwendig wieder erzeugt, wenn wir ihr resultat c mit dem anderen Gliede b thetisch vereiningen. Ihr entspricht, wird die Kommutativität des Algorithmus vorausgesetzt, $\lambda(a,b) = b$. Diese lytische Operation Hankelscher Bezeichnung ist die inverse. Es entsteht für die Subtraktion demnach:

$$\lambda(c,b) = a = c - b \tag{3}$$
$$\lambda(c,a) = b = c - a \tag{4}$$

(b) Ist die Induktion eine inverse Deduktion, so müssen sich diese Gleichungen auf beide übertragen lassen, da auch hier das thetische Verfahren kommutativ ist. Es bezeichne D den Deduktions — I den Induktionsschluss; o, u und s seien in beiden Zeichen der Prämissen und des Schlussatzes. Endlich bedeute das Sybmol+ die syllogistische, das Symbol ⋮ die inductive verknüpfung. Es entstehen demnach die Gleichungen:

$$D(o,u) = s = MP + SM = SP \tag{1*}$$
$$D(o,u) = D(u,o) = MP + SM = SM + MP = SP \tag{2*}$$
$$I(s,u) = o = SP \vdots SM = MS \tag{3*}$$
$$I(s,o) = u = SP \vdots MP = SM \tag{4*}$$

([Na końcu wiersza (3*) jest] omyłka druku; ma być MP.)

powinny dać się wyprowadzić formy indukcyjne:

$$\begin{array}{ll} S_1 & M \\ S_2 & M \\ \vdots & \vdots \\ \hline \text{Wszystkie } S \text{ będą } M. & \end{array} \qquad \begin{array}{ll} M & P_1 \\ M & P_2 \\ \vdots & \vdots \\ \hline M \text{ będzie } P. & \end{array}$$

w drodze inwersji.

(c) Übersetzen wir nunmehr diese Gleichungen in die uns geläufige Symbolik beider Schlussarten, so ergibt sich aus (1*) das übliche Schema des Syllogismus:

$$\begin{array}{l} MP \\ SM \\ \hline SP \end{array} \qquad (1^{**})$$

Als Beispiel diene:

Alle Planeten bewegen sich in Ellipsen.
Alle Asteroiden sind Planeten.

Alle Asteroiden bewegen sich in Ellipsen.

Nach (2*) soll die Reihenfolge der Prämissen gleichwertig sein, was wir trotz der leitenden Stellung des Untersatzes insofern annehmen dürfen, als das Ergebnis von der Reihenfolge der Vordersätze unabhängig ist:

$$\begin{array}{l} MP \\ SM \\ \hline SP \end{array} = \begin{array}{l} SP \\ MP \\ \hline SP \end{array} \qquad (2^{**})$$

Die Gleichungen (3*) und (4*) beginnen die Charakteristik der Beziehungen beider Schlussarten. Ihnen zufolge muss der Obersatz durch eine Induktion aus dem Schlussatz und dem Untersatz, der Untersatz durch eine Induktion aus dem Schlusssatz und dem Obersatz erhältlich sein:

$$\begin{array}{l} SP \\ SM \\ \vdots \\ \hline MP \end{array} \qquad \begin{array}{l} SP \\ MP \\ \vdots \\ \hline SM \end{array} \qquad (3^{**}), (4^{**})$$

Also nach dem obigen Beispiel:

Alle Asteroiden bewegen sich in Ellipsen.
Alle Asteroiden sind Planeten.
⋮ ⋮

Alle Planeten bewegen sich sich in Ellipsen.

Alle Asteroiden bewegen sich in Ellipsen.
Alle Planeten beweg sich in Ellipsen.
⋮ ⋮

Alle Asteroiden sind Planeten.

(a) Znaczenie tej inwersji jest następujące. Niech oznacza $\vartheta(a,b)$ dane jakieś połączenie, według określenia HANKLA tezę dwóch przedmiotów. Rezultat, który wynika z wykonania połączenia, nazwijmy c. Za przykład tego tetycznego algorytmu niech służy dodawanie. Mamy wtedy:

$$\vartheta(a,b) = c = a + b \tag{1}$$

Przyjmując, że połączenie to, tak jak dodawanie, jest komutatywne, otrzymujemy:

$$\vartheta(a,b) = \vartheta(b,a) \tag{2}$$
$$a + b = c = b + a$$

Niech oznacza teraz $\lambda(c,b) = a$ takie działanie, które z koniecznością myślową odtwarza człon a połączenia tetycznego, skoro złączymy tetycznie rezultat połączenia tego c z drugim jego członem b. Działaniu temu odpowiada, przy założeniu komutatywności algorytmu $\lambda(c,a) = b$. Działanie to, lityczne według oznaczenia HANKLA, jest inwersyjne. Otrzymamy zatem dla odejmowania:

$$\lambda(c,b) = a = c - b \tag{3}$$
$$\lambda(c,a) = b = c - a \tag{4}."$$

(Przez kombinacje działań tetycznych z litycznymi i komutację otrzymuje ERDMANN jeszcze osiem równań innych, które jednak opuszczamy tutaj, jako też i później, ponieważ nie dają ERDMANNOWI sposobności do wytoczenia nowego rodzaju zarzutów.)

„(b) Jeżeli indukcja jest inwersyjną dedukcją, to muszą równania powyższe dać się przenieść na oba te rodzaje wnioskowania, ponieważ i tutaj działanie tetyczne jest komutatywne. Niech D oznacza nam wniosek dedukcyjny, I indukcyjny, o, u, s niech będą dla obu wniosków znakami przesłanek i konkluzji. Na koniec niech oznacza symbol + połączenie sylogistyczne, symbol : połączenie indukcyjne. Powstają zatem równania:

Es ist evident, dass die vermeintliche Analogie demnach schon bei dem ersten Schritt aufhört, der ihrer Begründung dienen soll. Die nach den Regeln der Inversion abgeleiteten Verknüpfungen des Schlussatzes mit einer der Prämissen ergeben nicht Induktionen, sonder die dritte und zweite syllogistische Figur, allerdings unter formalistischen Erweiterungen, welche darlegen, dass auch für sie die mathematische Inversion nur unter allgemeineren Bedingungen zutrifft, als im syllogistischen Denken erfüllt sind. Denn wir haben von der prädikativen Beziehung der *S*, *M*, *P*, welche für dieses Denken entscheidend ist, abstrahiren müssen, um die Analogie überhaupt durchführen zu können. Erst durch diese Verallgemeinerung kommen die formal falschen, unerschlossenen Sätze als scheinbare Resultate zu Stande. Denn nach den syllogistischen, d.h. aus den prädikativen Beziechungen von *S*, *M*, *P* abgeleiteten Regeln giebt in der dritten Figur die Kombination *aa*, abgesehen von den hier nicht vorliegenden Fällen vollständiger Gleichheit und verwandten, nur i. Ähnlich fällt in der zweiten Figur die Kombination *aa* überhaupt aus. Noch eine andere, diesen Gleichungen für die syllogistische Inversion zu Grunde liegende Voraussetzung ist unerfüllt. Denn sie fordern, dass zu jedem Syllogismus jede der Prämissen aus dem Schlussatz und der anderen Prämisse herleitbar sei, während doch weder Syllogismen, deren Prämissen registrirend allgemein, noch solche, deren Vordersätze ursprünglich allgemein sind, diese inversen Operationen, falls sie induktiv sein sollen möglich machen.

$$D(o,u) = s = MP + SM = SP \quad (1^*)$$
$$D(o,u) = D(u,o) = MP + SM = SM + MP = SP \quad (2^*)$$
$$I(s,u) = o = SP : SM = MP \quad (3^*)$$
$$I(s,o) = u = SP : MP = SM \text{ (itd.)} \quad (4^*)$$

(c) Gdy przełożymy teraz równania te na zwykłą symbolikę, używaną dla obu tych rodzajów wnioskowania, to otrzymamy z (1*) zwykły schemat sylogizmu:

$$\begin{array}{l} MP \\ SM \\ \hline SP \end{array} \quad (1^{**})$$

Przykład:

Wszystkie planety poruszają się po drogach eliptycznych.
Wszystkie asteroidy są planetami.

Wszystkie asteroidy poruszają się po drogach eliptycznych.

Według (2*) ma być zmieniony porządek przesłanek, równy dawniejszemu, co mimo kierującego znaczenia przesłanki niższej możemy przyjąć o tyle, o ile wynik nie zależy od porządku przesłanek.

$$\begin{array}{l} MP \\ SM \\ \hline SP \end{array} \quad = \quad \begin{array}{l} SP \\ MP \\ \hline SP \end{array} \quad (2^{**})$$

Równania (3*) i (4*) rozpoczynają charakterystykę stosunków obu rodzajów wnioskowania. Według tych równań powinna przesłanka wyższa wyniknąć w drodze indukcji z konkluzji i przesłanki niższej, a przesłanka niższa z konkluzji i przesłanki wyższej:

$$\begin{array}{l} SP \\ SM \\ \vdots \\ \hline MP \end{array} \qquad \begin{array}{l} SP \\ MP \\ \vdots \\ \hline SM \end{array} \quad (3^{**}), (4^{**})$$

A więc według powyższego przykładu:

Wszystkie asteroidy poruszają się po drogach eliptycznych.
Wszystkie asteroidy są planetami.
⋮ ⋮ ⋮

Wszystkie planety poruszają się po drogach eliptycznych.

Wszystkie asteroidy poruszają się po drogach eliptycznych.
Wszystkie planety poruszają się po drogach eliptycznych.
⋮ ⋮ ⋮

Wszystkie asteroidy są planetami.

Jest zatem rzeczą oczywistą, że ta rzekoma analogia ustaje już przy pierwszym kroku, który ma służyć do jej uzasadnienia. Połączenia konkluzji z jedną z przesłanek, wyprowadzone według reguł inwersji, nie dają indukcji, tylko trzecią i drugą figurę sylogistyczną, i to tylko w razie formalistycznych rozszerzeń, które okazują, że także i tym figurom inwersja matematyczna odpowiada tylko wtedy, gdy przyjmiemy warunki ogólniejsze od tych, według których odbywa się myślenie sylogistyczne. Nie mogliśmy bowiem uwzględnić stosunków predykatywnych, zachodzących między *S*, *M* i *P*, które dla myślenia sylogistycznego są decydujące, chcąc w ogóle analogię przeprowadzić. Dopiero wskutek tego uogólnienia otrzymaliśmy owe formalnie mylne, niewywnioskowane zdania, jako pozorne wyniki. Według prawideł sylogistycznych bowiem, tzn. według prawideł wyprowadzonych na podstawie stosunków predykatywnych między *S*, *M* i *P*, otrzymujemy w figurze trzeciej z kombinacji *aa*, pominąwszy wypadki całkowitej równości i pokrewne, które tu nie zachodzą, tylko *i*. Podobnie w figurze drugiej kombinacja *aa* w ogóle odpada. I jeszcze jedno założenie, które tkwi w tych równaniach dla sylogistycznej inwersji, nie spełnia się. Równania te żądają bowiem, ażeby w każdym sylogizmie każda z przesłanek dała się wyprowadzić z konkluzji i przesłanki drugiej, gdy tymczasem sylogizmy o przesłankach, których ogólność jest rejestrująca lub pierwotna, uniemożliwiają działania inwersyjne, jeżeli działania te mają być indukcyjnymi."

Następnie interpretuje ERDMANN dalsze równania, dodając do nich krótkie uwagi krytyczne, i kończy w następujących słowach.

„Potrzeba było zająć się szczegółowo odparciem tego poglądu, ponieważ wypowiedział go tak bystry badacz, jak JEVONS, nie wchodząc, co prawda, w bliższe szczegóły co do stosunku prostych i inwersyjnych działań matematycznych."[39]

9. Główny zarzut ERDMANNA, podany w poprzednim rozdziale, ująć można w formę wniosku warunkowo-mieszanego (*modus tollens*) w sposób następujący.

Jeżeli indukcja jest inwersją dedukcji, to z formy wniosków dedukcyjnych powinny dać się wyprowadzić formy wniosków indukcyjnych za pomocą inwersji.[40] Formy te nie dadzą się jednak w ten sposób wyprowadzić, ponieważ w dro-

---

[39] *L.c.*, s. 596: „Es war notwendig, die Widerlegung diese Ansicht ausführlich zu gestalten, weil ein so scharfsinniger Forscher wie JEVONS sie ausgesprochen hat, allerdings ohne specielleres Eingehen auf das Verhältnis der direkten und inversen mahematischen Operationen".

[40] ERDMANN uważa za równoznaczne z podanym tu sformułowaniem przesłanki wyższej sformułowanie inne, według którego indukcja byłaby inwersją dedukcji, gdyby zasada indukcji dała się wyprowadzić z zasady sylogizmu (por. s. 217–218). Jest jednak rzeczą jasną, że to drugie sformuło-

dze inwersji otrzymujemy z sylogizmu nie indukcję, tylko błędne wnioski drugiej i trzeciej figury sylogistycznej. A zatem indukcja nie jest inwersją dedukcji.

Wniosek ten jest pod względem formalnym niewątpliwie słuszny. Zbadajmy jednak wartość rzeczową obu przesłanek, a przede wszystkim uzasadnienie przesłanki niższej.

Dowodzenie swe opiera ERDMANN na pojęciu działań litycznych HANKLA. Wiemy wprawdzie, że działań tych nie można uważać za inwersyjne,[41] ponieważ HANKEL określa je wyłącznie za pomocą cechy względnej, wynikającej ze stosunku odwrotności, w którym działania te pozostają względem tetycznych, a cecha ta nie wyczerpuje jeszcze wszystkich istotnych znamion działań inwersyjnych. Fakt ten nie wpływa jednak na wartość dowodzenia; bo skoro uda się okazać, że indukcja nie jest odwrotnym działaniem dedukcji, to tym samym nie może być także inwersją dedukcji.[42]

Należy wszakże zaznaczyć, że HANKLA definicję działań litycznych podał ERDMANN błędnie. Czytamy bowiem dosłownie: działaniem litycznym albo inwersyjnym jest takie działanie $\lambda(c,b) = a$, „które z koniecznością myślową odtwarza człon a połączenia tetycznego, skoro złączymy tetycznie rezultat połączenia tego c z drugim jego członem b".[43] Wynika stąd, że i działania lityczne uważa ERDMANN za jakieś połączenia tetyczne.

Ale właśnie przez użycie wyrazów „tetyczny" i „lityczny", oraz przez utworzenie symbolów ϑ i λ, które i sam ERDMANN przyjmuje, pragnie HANKEL wyrazić, że uważa te dwa rodzaje działań za różne. Skutkiem tego błędem jest nazywać ze stanowiska HANKLA działania lityczne tetycznymi. Można by stąd wnosić, że ERDMANN niezupełnie wyraźnie pojął wywody matematyka, na którego się powołuje.

Ale i ten szczegół nie wpływa jeszcze na słuszność lub mylność dalszych argumentów. Pojęcie „tetyczny" nie jest u ERDMANNA bliżej określone; nie wnosi zatem do działań litycznych żadnych nowych cech. Działanie lityczne jest u ERDMANNA takim działaniem, które pozostaje względem innego w stosunku odwrotności. Zarzut nasz godzi w inne miejsce.

Za przykłady działań tetycznych i litycznych obiera ERDMANN dodawanie i odejmowanie; tak samo później, przekształcając równania matematyczne w formuły logiczne, każe nam wskutek użycia symbolów + i : ($MP + SM$ i $SP : SM$) domyślać się, że uważa połączenie sądów we wniosku dedukcyjnym za różne od połączenia sądów we wniosku indukcyjnym. Zobaczymy, w jaki sposób in-

---

wanie zawiera kwestię zupełnie inną niż pierwsze; co innego przecież znaczy twierdzić, że zasada indukcji da się wyprowadzić za pomocą inwersji z zasady dedukcji, a co innego, że wnioskowanie indukcyjne jest inwersją dedukcyjnego. O kwestię pierwszą nie chodzi ani SIGWARTOWI, ani nawet samemu ERDMANNOWI, jak właśnie dowodzi tego jego sformułowanie. Należało nam jednak nieścisłość tę zaznaczyć.

[41] Por s. 213 [...].

[42] Por s. 212 [...].

[43] Por. s. 214.

terpretuje on różnicę tę na zwykłych schematach logicznych obu rodzajów wnioskowania i na przykładach.

Wybierzmy sobie w tym celu schemat (1**) wniosku dedukcyjnego i schemat (3**) wniosku «indukcyjnego».[44]

$$\begin{array}{l} MP \\ SM \\ \hline SP \end{array} \quad (1^{**}) \qquad\qquad \begin{array}{l} SP \\ SM \\ \vdots\ \vdots \\ \hline MP \end{array} \quad (3^{**})$$

Spostrzegamy tu przede wszystkim zewnętrzną różnicę w postaci trzech kropek, znajdujących się w schemacie (3**), a których brak w sylogizmie. Kropki te mają oznaczać, że po sądach *SP* i *SM* należy domyślić się jeszcze i innych sądów, ponieważ ilość przesłanek we wniosku indukcyjnym nie jest ograniczona, ale może wynosić $2 + x$.[45] Kropki te zamieszcza ERDMANN w każdym schemacie wniosku indukcyjnego i zapewne dlatego obrał je także za symbol połączenia sądów *SP* i *SM* w (3**).

Stąd jednak, że kropki te w schemacie (3**) zaznaczają możliwe istnienie sądów innych, nie wynika wcale, ażeby *SP* i *SM* były w (3**) inaczej połączone, aniżeli *MP* i *SM* w (1**), gdzie kropek tych nie ma. W samej rzeczy sądy *SP* i *SM* w schemacie wniosku «indukcyjnego», otrzymanego z sylogizmu drogą inwersji, łączy ERDMANN ze sobą w taki sam sposób, jak przesłanki *MP* i *SM* w schemacie (1**). Uważa je bowiem także za przesłanki, których konkluzją ma być *MP*; wniosek cały interpretuje zupełnie jako wniosek dedukcyjny i znajduje, że jest błędny i niedorzeczny.

My jednak nie wniosek, ale interpretację jego musimy uznać za błędną i niedorzeczną; a naprzód niezgodną z pojęciem inwersji, które widocznie sam ERDMANN przyjmuje, wnioskując po przykładach. Skoro bowiem według ERDMANNA połączenie sądów w inwersji ma być inne niż w działaniu prostym, w takim razie nie można sądów tych zestawiać jako przesłanki, tak jak w dedukcji. Następnie błędna jest interpretacja ta ze względu na właściwe i trafne pojęcie inwersji, ponieważ działania inwersyjne nie mogą być takie same, jak działania proste. Nie można zatem twierdzić, że udało się ERDMANNOWI uzasadnić ową niższą przesłankę dowodu swego, który przedstawiłem powyżej w formie wniosku warunkowego. Drugą i trzecią figurę sylogistyczną otrzymujemy z figury pierwszej nie w drodze inwersji, ale przez przez proste odwrócenie, które ani dla ERDMANNA, ani też i naprawdę nie jest inwersją.

Za pomocą inwersji otrzymujemy z sylogizmu:

---

[44] Zob. s. 220.

[45] ERDMANN, *Logik I*, s. 574.

$$\begin{array}{l} MP \\ SM \\ \hline SP \end{array}$$

rezultat inny, i to rezultat, który ma sens supełnie dobry. Nie można jednak wtedy uważać sądów *SM* i *SP* za przesłanki sądu *MP*; *SP* pozostaje w inwersyjnej formie konkluzją, a *SM* przesłanką, podobnie jak w odejmowaniu $c - b = a$, wyprowadzonym z dodawania $a + b = c$, c pozostaje sumą, a b jednym dodajnikiem, do którego mamy wyszukać dodajnik drugi. Tak samo i tutaj: do *SP*, jako konkluzji, i *SM*, jako jednej przesłanki, mamy wyszukać przesłankę drugą, która w połączeniu z *SM* dałaby w drodze dedukcji wynik *SP*. Przesłanką taką jest tutaj w samej rzeczy *MP* — rezultat działania inwersyjnego. I śmiało można uzupełnić tu owe symbole, które wyrażają „stosunki predykatywne, zachodzące między *S*, *M* i *P*"; razultat ma sens, i interpretacja jego nie jest niedorzeczna.

Do takiego wyniku musiałby dojść ERDMANN, gdyby był trafnie pojęcie inwersji zastosował. Ale czy nie mógłby i wtedy zarzutu swego podtrzymać w formie cokolwiek zmienionej? Mógłby bowiem powiedzieć [co następuje].

Inwersja sylogizmu ma wprawdzie sens; nie jest jednak indukcją, ponieważ nie przedstawia się w formie schematów wszystkich wniosków indukcyjnych:

$$\begin{array}{ll} S_1\ M & \\ S_2\ M & \\ \vdots\ \vdots & \text{albo} \\ \hline \text{Wszystkie } S \text{ będą } M. & \end{array} \qquad \begin{array}{l} MP_1 \\ MP_2 \\ \vdots\ \vdots \\ \hline M \text{ będzie } P.^{46} \end{array}$$

Na możliwy ten zarzut mogliby jednak zwolennicy teorii inwersji odpowiedzieć w sposób następujący.

Prawdą jest w samej rzeczy, że nie można wyprowadzić powyższych schematów wnioskowania indukcyjnego ze schematu pierwszej figury sylogistycznej za pomocą inwersji; nie trzeba było wcale uciekać się aż do pomocy matematyki, by tak orzywiste twierdzenie uzasadnić. Nikt bowiem nie może spodziewać się, ażeby przez jakiekolwiek przestawienie — z trzech liter *S*, *M*, *P* zrobiły się cztery S_1, S_2, *S* i *M*, a przy tym i trzy kropki. Fakt ten naruszałby jednak prawdziwość teorii inwersji jedynie wtedy, gdyby równocześnie było prawdą, że schematy wniosków dedukcyjnych i indukcyjnych, podane przez ERDMANNA, są trafne, tzn. że są zgodne z faktycznym przebiegeim myślowym obu rodzajów rozumowania i obejmują wszystkie możliwe formy wniosków dedukcyjnych i indukcyjnych. Czyli inaczej, ażeby powrócić do sformułowania zarzutu ERDMANNA, podanego na początku niniejszego ustępu, chodzi teraz o skonstatowanie prawdziwości

[46] Por. s. 218.

przesłanki wyższej, z tym naturalnie ograniczeniem, że bierzemy pod uwagę erdmannowskie formy wnioskowania dedukcyjnego i indukcyjnego.

10. Chcąc odpowiedzieć na ten nowy możliwy zarzut przeciwników teorii inwersji, rozpatrzmy wpierw inny jeszcze argument ERDMANNA, który w bliskim związku pozostaje z niniejszą kwestią.

ERDMANN twierdzi,[47] że jeżeli indukcja ma być inwersją dedukcji, wtedy każda inwersja jakiegokolwiek wniosku dedukcyjnego powinna być wnioskiem indukcyjnym. Są jednak takie wnioski dedukcyjne, które wychodzą z przesłanek, nieuzyskanych drogą indukcji niezupełnej, jakimi są wszelkie sądy ogólne pewne, jak np. matematyczne, dalej sądy uzyskane przez tzw. indukcję wyczerpującą, czyli rejestrujące, i inne. Otóż zdaniem ERDMANNA inwersja wniosków, w których przesłanki są tego rodzaju sądami, nie może być wnioskiem indukcyjnym.

Argument ten nie posiada jednak siły przekonywającej; albowiem [zachodzą następujące okoliczności].

Po pierwsze, można spierać się o to, czy słuszne jest twierdzenie, że inwersja wniosków dedukcyjnych, wychodzących z przesłanek, nieuzyskanych przez indukcję, nie może być wnioskiem indukcyjnym. ERDMANN opiera się tu widocznie na przekonaniu, że do sądów, niewyprowadzonych przez indukcję, za pomocą indukcji w ogóle dojść nie można. Wbrew twierdzeniu temu uczą nas liczne przykłady z matematyki, że do wielu prawideł, które w drodze dedukcji z wszelką ścisłością zostały wyprowadzone, można także, np. w celach dydaktycznych, dochodzić drogą indukcji, na czym pewność tych sądów, skądinąd nam dana, wcale cierpieć nie może.

Po drugie, gdyby jednak nawet w pewnych wypadkach nie można inwersji takiego wniosku dedukcyjnego nazwać wnioskowaniem indukcyjnym, to przez to jeszcze teoria inwersji nie stałaby się mylna. Albowiem wyznawcy teorii tej nie twierdzą, że inwersja dedukcji jest indukcją, tylko że indukcja jest inwersją dedukcji. Być może, że prawdziwe jest i zdanie pierwsze, i że zachodzi zatem identyczność zakresów obu pojęć: wnioskowania indukcyjnego i inwersji dedukcji. Nie mamy jednak potrzeby zajmować się tą kwestią i spełnimy zadanie swe w zupełności, jeżeli tylko okażemy, że każde wnioskowanie indukcyjne jest inwersją dedukcji.

Z odróżnienia tego wynika bardzo ważna konsekwencja dla pytania, sformułowanego przy końcu poprzedniego ustępu. Jeżeli schemat wniosków dedukcyjnych, podany przez ERDMANNA, nie obejmuje wszystkich możliwych form tegoż wnioskowania, w takim razie argument ERDMANNA nie dowodzi niczego. Mamy bowiem wtedy tylko stwierdzone zdanie, że inwersja pierwszej figury sylogistycznej nie jest indukcją; stąd zaś nie wynika wcale, ażeby indukcja nie była inwersją innych jakichś form wnioskowania dedukcyjnego, przy czym stoimy ciągle na stanowisku, że erdmannowskie schematy wniosków indukcyjnych są traf-

[47] Por. uwagę 31 na s. 214 [...] i 39 na s. 221.

ne. Otóż nie zaprzeczy chyba ERDMANN, że wnioskuję dedukcyjnie, jeżeli z sądu ogólnego: Wszystkie S są M, wyprowadzam sądy szczegółowe: S_1 jest M, S_2 jest M, itd., przy czym S_1, S_2... są S. Inwersja, a raczej odwrócenie tego wniosku dedukcyjnego, odda nam jednak najwierniej pierwszy schemat, użyty przez ERDMANNA dla wniosków indukcyjnych:

Wszystkie S są M.	S_1 M	
———	S_2 M	
S_1 M	⋮ ⋮	(A)
S_2 M	———	
⋮ ⋮	Wszystkie S będą M.	

Różnica tkwi tylko w pewności sądu ogólnego, na co jednak ERDMANN najzupełniej zgodzić się musi, bo przyznaje przecież, że indukcja dochodzi tylko do wyników prawdopodobnych.

Tak samo ma się sprawa i z drugim schematem wniosków indukcyjnych. Jeżeli M jest P, a P_1, P_2 ... składają się na treść pojęcia P, wtedy mogę skonstruować następujący wniosek indukcyjny:

M jest P.	który znowu	M	P_1.	
———	odpowiada	M	P_2.	
M P_1.	wiernie sche-	⋮	⋮	(B)
M P_2.	matowi	———		
⋮ ⋮		M będzie P.		

Można jednak pójść jeszcze dalej i pokazać ERDMANNOWI, że indukcja może być nawet inwersją pierwszej figury sylogistycznej, tylko nie jednego wniosku, ale całego ich szeregu. Albowiem każdy z wniosków:

Wszystkie S są M.	M jest P.
———	———
S_1 jest M.	M jest P_1.
S_2 jest M.	M jest P_2.
⋮ ⋮	⋮ ⋮

przy czym S_1, S_2 ... są S, a P jest P_1, P_2 ..., mogę rozbić na wnioski pierwszej figury:

S jest M .	S jest M.	
S_1 jest S.	S_2 jest S.	
———	———	(a)
S_1 jest M.	S_2 jest M.	
M jest P.	M jest P.	
P jest P_1.	P jest P_2.	
———	———	(b)
M jest P_1.	M jest P_2.	

Wszystkie wnioski szeregu (a) mają wspólną przesłankę wyższą: S jest M, wszystkie zaś wnioski szeregu (b) mają wspólną przesłankę niższą: M jest P. Indukcja, jako inwersja dedukcji, byłaby zatem, w myśl tych wywodów, wyszukiwaniem wspólnej przesłanki dla szeregu konkluzji S_1M, S_2M, albo MP_1, MP_2, przy czym przesłanka druga odgrywa rolę członu pośredniczącego wskutek wprowadzenia pojęcia S względnie P, obejmującego wszystkie szczegółowe $S\alpha$ i $P\beta$.

W ten sposób pozbawiliśmy, zdaje się, nie tylko argumenty ERDMANNA wszelkiej mocy dowodowej, ale wykonaliśmy nawet cząstkę pracy pozytywnej. Okazaliśmy bowiem, w jaki sposób można przedstawić teorię inwersji na tle tradycyjnej logiki formalnej. Należy jednak zaznaczyć, że na schematach indukcyjnych w (A) i (B) nie występują tak wyraźnie cechy indukcyjnej inwersji, jak w schemacie (2) wniosku warunkowo-mieszanego na s. 207 [...]. Wnioski indukcyjne są tutaj tylko prostym odwróceniem dedukcyjnych, i nie znajduje wyrazu twierdzenie, że sądy szczegółowe, będące punktem wyjścia dla indukcji, nie są racjami dla sądów ogólnych, które są wynikiem indukcji, w czym tkwi zasadnicza różnica między poglądami dawnymi a teorią inwersji. W tym może też leży przyczyna, że tak prosta myśl, jaką zawiera teoria inwersji, nie mogła powstać, dopóki panowała wszechwładnie tradycyjna logika formalna.

2. O DWÓCH RODZAJACH WNIOSKÓW INDUKCYJNYCH
[Odczyt wygłoszony 9 listopada 1905 roku na XXVII posiedzeniu naukowym PTF we Lwowie]

Przegląd Filozoficzny
r. IX(1906) z. 1 s. 83–84

Prelegent przedstawił dwa schematy wniosków indukcyjnych, które objaśnił na następujących przykładach.

I.

Ciało ciężkie *A* przebywa, spadając przez 1 sek., około 5 m.
" " *B* " " " " " 5 m.
" " *C* " " " " " 5 m.
" " *D* " " " " " 5 m.
itd.

Wszystkie ciała ciężkie przebywają, spadając przez 1 sek., około 5 m.

II.

Ciało ciężkie *A* przebywa, spadając przez 1 sek., około 5 m.
" " *A* " " " 2 " " 20 m.
" " *A* " " " 3 " " 45 m.
" " *A* " " " 4 " " 80 m.
itd.

Ciało ciężkie *A* przebywa, spadając przez *t* sek., około $5t^2$ m.

W przesłankach schematu pierwszego są podmioty różne, a orzeczenia te same; w przesłankach schematu drugiego są podmioty te same, a orzeczenia różne. W konkluzji schematu pierwszego uogólniony jest podmiot, orzeczenie natomiast pozostało niezmienione; w konkluzji schematu drugiego uogólnione jest orzeczenie, a podmiot jest niezmieniony. Posługując się terminologią B. ERDMANNA (który w dziele swym *Logik*, t. I, s. 570, konstatuje podobną różnicę), można by pierwszy rodzaj wniosków indukcyjnych nazwać indukcją UOGÓLNIAJĄCĄ, drugi — indukcją UZUPEŁNIAJĄCĄ.

Zdaniem prelegenta zachodzi między tymi dwoma rodzajami wniosków indukcyjnych nie tylko różnica formalna, gramatyczna, ale i rzeczowa, polegająca na różnych związkach logicznych, wiążących przesłanki z konkluzją. Różnicę te sformułował prelegent w następujący sposób: im więcej przesłanek zawiera indukcja uogólniająca, tym OGÓLNIEJSZA jest konkluzja; im więcej przesłanek zawiera indukcja uzupełniająca, tym PRAWDOPODOBNIEJSZA jest konkluzja. Usiłując uzasadnić tę tezę, wykazywał prelegent, że wzrastanie ilości przesłanek w indukcji ugoólniającej nie wpływa na prawdopodobieństwo wyniku czyli prawa ogólnego (znana formułka LAPLACE'A: $p = \frac{n+1}{n+2}$ nie da się tutaj zastosować, bo tyczy się tylko jednego $(n + 1)$-ego wypadku, nie wypadków wszystkich); w indukcji uzupełniającej natomiast większa liczba przesłanek przyczynia się o tyle do prawdopodobieństwa konkluzji, o ile każda nowa przesłanka wykluczać może hipotezy, zgodne z przesłankami dawniejszymi.

3. O WNIOSKOWANIU INDUKCYJNYM
[Odczyt wygłoszony 22 lipca 1907 roku w Sekcji Filozoficznej X Zjazdu Lekarzy i Przyrodników Polskich odbytego we Lwowie]

Przegląd Filozoficzny
r. X(1907) z. 4 s. 474–475

Podstawą wszelkiego wnioskowania są stosunki konieczności, które łączą prawdziwość lub fałszywość jednego sądu (albo jednej grupy sądów) z prawdziwością lub fałszywością sądu drugiego (drugiej grupy sądów). Stosunkami takimi są np. stosunki racji i następstwa, równoważności, przeciwieństwa, sprzeczności itd.

Istnieją stosunki konieczności, które dwa sądy lub dwie grupy sądów łączą w ten sposób, że gdy prawdziwa jest grupa sądów *A*, musi być prawdziwa grupa sądów *B*, ale NIE NA ODWRÓT. Takimi są np. stosunki racji i następstwa. Ze względu na tę nieodwrotność niektórych stosunków konieczności, wyróżnić można dwie formy wnioskowania:

(a) Grupa sądów *A* jest prawdziwa.

Jeśli prawdziwa jest grupa sądów *A*, musi być prawdziwa grupa sądów *B*.

Grupa sądów *B* jest prawdziwa.

(b) Grupa sądów *A* jest prawdziwa.

Jeśli prawdziwa jest grupa sądów *B*, musi być prawdziwa grupa sądów *A*.

Grupa sądów *B* może być prawdziwa.

W pierwszym wypadku wnioskowanie przebiega zgodnie z kierunkiem stosunku konieczności, to znaczy, z prawdziwości przesłanek wynika z koniecznością prawdziwość konkluzji. Jest to wnioskowanie DEDUKCYJNE. W drugim wypadku wnioskowanie nie przebiega zgodnie z kierunkiem, lecz PRZECIW kierunkowi stosunku konieczności, to znaczy, z prawdziwości przesłanek nie wynika z koniecznością prawdziwość konkluzji, ale z prawdziwości konkluzji wynika z koniecznością prawdziwość przesłanek. Jest to wnioskowanie INDUKCYJNE. Posługując się pojęciem stosunku racji i następstwa, można tę różnicę i w ten sposób wyrazić: we wnioskowaniu dedukcyjnym wyprowadzamy następstwa z danych racji, a w indukcyjnym wyszukujemy racje dla danych następstw.

Z powyższego określenia indukcji wynikają następujące jej cechy.

(a) We wnioskowaniu indukcyjnym przesłanki nie uzasadniają konkluzji; to znaczy, że konkluzja nie jest nigdy sądem pewnym, tylko prawdopodobnym, a raczej możliwym.

(b) Konkluzja tłumaczy przesłanki; to znaczy, z konkluzji dadzą się przesłanki wyprowadzić drogą wnioskowania dedukcyjnego.

(c) Gdy możliwych jest więcej konkluzji, wybór jednej z nich nie zależy od względów logicznych. Ponieważ nie wiemy, która z możliwych konkluzji jest prawdziwa, nie możemy kierować się w wyborze jednej z nich względami na ich prawdziwość, a więc względami logicznymi, tylko wybieramy konkluzję wygodniejszą, to znaczy tę, która łatwiej i prościej tłumaczy nam fakty.

Zasadnicza myśl naszkicowanego tu poglądu zgadza się z inwersyjną teorią indukcji JEVONSA i SIGWARTA.[48]

4. [W SPRAWIE WNIOSKOWANIA PRZEZ ANALOGIĘ. Głos w dyskusji nad referatem Władysława BIEGAŃSKIEGO „Analogia i jej znaczenie w badaniu naukowym", wygłoszonym 23 lipca 1907 roku w Sekcji Filozoficznej X Zjazdu Lekarzy i Przyrodników Polskich odbytego we Lwowie]

Przegląd Filozoficzny
r. X(1907) z. 4 s. 488

Nie należy uważać analogii za formę rozumowania, równorzędną dedukcji i indukcji, lecz [...] każde wnioskowanie przez analogię rozłożyć można na dwie części: na indukcję i dedukcję.

[48] Zob. rozprawę „O indukcji jako inwersji dedukcji", *Przegląd Filozoficzny*, r. VI, 1903 [w tym tomie: s. 203–227; dopisek mój, JJJ].

5. O PRAWDOPODOBIEŃSTWIE WNIOSKÓW INDUKCYJNYCH
[Odczyt wygłoszony 10 października 1908 roku na LXIX posiedzeniu naukowym PTF we Lwowie]
Autoreferat

Przegląd Filozoficzny
r. XII(1909) z. 2 s. 219–210

W podręcznikach logiki spotykamy się często z twierdzeniem, że wyniki wniosków indukcyjnych, czyli generalizacje, należycie stwierdzone, osiągają bardzo wysoki stopień prawdopodobieństwa, który zbliża się niekiedy do pewności logicznej. Generalizacje takie zowią się sądami fizycznie pewnymi. Prelegent rozpatrzył racje, które przemawiają rzekomo za owym poglądem, i starał się wykazać, że żaden z podawanych zwykle argumentów nie wytrzymuje krytyki. Między innymi nie można opierać prawdopodobieństwa generalizacji na słynnej formułce LAPLACE'A: $p = \frac{n+1}{n+2}$, która orzeka, że jeżeli n zdarzeń pewnego rodzaju miało cechę x, to prawdopodobieństwo p, że $(n + 1)$-sze zdarzenie tego samego rodzaju mieć będzie cechę x, wynosi $\frac{n+1}{n+2}$. Formułka ta tyczy się bowiem JEDNEGO tylko, $(n + 1)$-szego zdarzenia, nie zaś wszystkich zdarzeń, objętych generalizacją, i jest tylko szczegółowym wypadkiem formułki ogólniejszej: $p = \frac{n+1}{n+m+1}$, przy czym m oznacza ilość zdarzeń, o których wnioskujemy. Ponieważ generalizacja obejmuje WSZYSTKIE zdarzenia danej kategorii, więc m, tzn. ilość zdarzeń niezaobserwowanych, jest liczbą nieoznaczoną, w każdym jednak razie bez porównania większą niż n, tzn. ilość zdarzeń zaobserwowanych. Skutkiem tego ułamek $\frac{n+1}{n+m+1}$ w zastosowaniu do generalizacji przedstawia wartość mniejszą od $\frac{1}{2}$, a dla m, rosnącego bez końca, zbliża się do zera. Na mocy tych rozważań krytycznych konstatuje prelegent, że według dzisiejszego stanu wiedzy nie można na ogół uzasadnić prawdopodobieństwa wniosków indukcyjnych, jeśli prawdopodobieństwo to ma posiadać wartość większą niż $\frac{1}{2}$. W ogóle sądzi prelegent, że ułamków prawopodobieństwa nie można stosować bezpośrednio do generalizacji, i dochodzi do poglądu tego na podstawie nowego określenia sądów prawdopodobnych: sądy prawdopodobne stanowią osobną kategorię sądów, które nie są nigdy ani prawdziwe, ani fałszywe. Są to sądy NIEOZNACZONE, jak np.: „Z urny, zawierającej 12 gałek białych a 4 czarne, wyciągnę w chwili x gałkę białą". Sąd ten jest nieoznaczony, ponieważ x oznacza jakąkolwiek chwilę ciągnienia. Jeśli zamiast x wstawię wartość oznaczoną, np. chwilę PIERWSZĄ, to otrzymam sąd jednoznacznie określony, który jest albo prawdziwy, albo fałszywy, już z góry przed wyciągnięciem gałki, ale nie jest nigdy prawdopodobny. Gdy wstawię chwilę DRUGĄ, otrzymam inny sąd, albo prawdziwy, albo fałszywy, który

znowu nie jest prawdopodobny. Prawdopodobny jest tylko sąd nieoznaczony, który zawiera chwilę x; sąd ten obejmuje bowiem zarówno sądy prawdziwe, jak fałszywe (np. prawdziwe dla chwili 1, 3, 5 *etc.*, a fałszywe dla chwili 2, 4 *etc.*), i skutkiem tego nie jest sam przez się ani prawdziwy, ani fałszywy. Natomiast nazwać go można prawdopodobnym i stopień prawdopodobieństwa jego wyrazić w ułamku, którego licznikiem jest ilość sądów prawdziwych, a mianownikiem ilość wszystkich sądów, zawartych w sądzie nieoznaczonym. Ponieważ generalizacje nie są sądami nieoznaczonymi, więc nie można stosować do nich ułamków prawdopodobieństwa, lecz tylko symbole 1 i 0, wyrażające prawdziwość i fałszywość.

6. O RODZAJACH ROZUMOWANIA. WSTĘP DO TEORII STOSUNKÓW [Odczyt wygłoszony 11 lutego 1911 roku na CVII posiedzeniu naukowym PTF we Lwowie]

Ruch Filozoficzny
r. I(1911) nr 4 s. 78b

[Prelegent] odczytał kilka ustępów z najnowszej pracy swojej pt. *O rodzajach rozumowania. Wstęp do teorii stosunków*, streszczając zarazem ustępy nie odczytane. W wywodach tych, które kontynuują dotyczące badania prof. TWARDOWSKIEGO, idzie o klasyfikację rodzajów rozumowania, opartą na stosunku między kierunkiem rozumowania a kierunkiem wynikania. Kierunek ROZUMOWANIA zdąża od sądu, będącego punktem wyjścia, do sądu, będącego celem rozumowania; kierunek WYNIKANIA zaś zdąża od sądu, będącego racją, do sądu będącego następstwem tej racji. Gdy oba te kierunki są NIEZGODNE ze sobą, otrzymujemy jako rodzaje rozumowania albo DOWODZENIE, gdy punkt wyjścia NIE jest sądem PEWNYM (tzn. dla sądu niepewnego szukamy «argumentów»), albo TŁUMACZENIE, gdy punkt wyjścia jest sądem PEWNYM. Jeżeli zaś kierunek rozumowania jest ZGODNY z kierunkiem wynikania, otrzymujemy jako rodzaje rozumowania: albo WNIOSKOWANIE, gdy punkt wyjścia jest sądem PEWNYM (tzn. wyprowadzamy następstwa z jakiegoś twierdzenia), albo SPRAWDZANIE, gdy punkt wyjścia NIE jest sądem PEWNYM.

7. NOWA TEORIA PRAWDOPODOBIEŃSTWA [Odczyt wygłoszony 11 grudnia 1912 roku na posiedzeniu naukowym PTP w Warszawie]

Ruch Filozoficzny
t. III(1913) nr 2 s. 22b

Prelegent poddał krytyce obiektywne i subiektywne teorie, odpowiadające na pytanie, czym jest prawdopodobieństwo i czym się mierzy, po czym wyłożył podstawy własnych w tych kwestiach poglądów, zaznajomiwszy słuchaczów uprzednio z pojęciem sądu nieokreślonego (zawierającego termin zmienny, np. „x jest człowiekiem") i zmiennej logicznej (owo właśnie x). Sąd taki reprezentuje grupę sądów, jakie otrzymujemy wstawiając zamiast x pewnę jego wartość (np. w powyższym sądzie „x jest człowiekiem" — pewne indywiduum ludzkie). Każdy z tych otrzymanych sądów jest albo prawdziwy, albo fałszywy (a więc nie jest prawdopodobny), sam sąd nieokreślony jednak może być albo prawdziwy — gdy wszystkie podstawienia za x dadzą sądy prawdziwe, albo fałszywy — gdy wszystkie podstawienia dają sądy fałszywe, albo też ani prawdziwy, ani fałszywy — gdy niektóre tylko podstawienia dają prawdę, inne fałsz. Prawdopodobnym może być tylko sąd nieokreślony; stopień jego prawdopodbieństwa mierzy się stosunkiem podstawień za zmienną, sprawdzających sąd, dających prawdę, do wszystkich podstawień. Stopień prawdopodobieństwa sądu nieokreślonego jest jego wartością logiczną. Wahać się ona może od 0 (sąd fał[szywy]) do 1 (sąd prawdz[iwy]) poprzez ułamki (sąd prawdopodobny). Prelegent demonstruje szereg praw, tyczących się rachowania wartościami logicznymi. Wiele z tych praw okazuje się znanymi prawami teorii prawdopodobieństwa (zas[ada] prawd[opodobieństwa] prostego, złożonego).

8. LOGICZNE PODSTAWY RACHUNKU PRAWDOPODOBIEŃSTWA

Sprawozdania z czynności i posiedzeń Akademii Umiejętności w Krakowie
t. XVIII(1913) nr 2 s. 5–7

Praca ta, którą autor rozpoczął w r. 1909 w Grazu, przebywając tam jako stypendysta fundacji im. Wiktora Osławskiego, dzieli się na trzy części.

W części PIERWSZEJ autor przedstawia teorię wartości logicznych („Theorie der Wahrheitswerte"). Wartość logiczna jest cechą sądów nieokreślonych, NIEOKREŚLONYM zaś zowie się sąd, który zawiera jakąś zmienną; np. że „x jest większe od 4". WARTOŚCIĄ LOGICZNĄ sądu nieokreślonego nazywa się stosunek ilości tych wartości zmiennej, które sąd nieokreślony sprawdzają, do ilości wszystkich wartości zmiennej. Np. wartość logiczna sądu: „x jest większe od 4", wynosi dla $x = 1, 2, ..., 6 - \frac{2}{6}$.

Na podstawie tych dwu pojęć, zasadniczych dla całej pracy, autor formułuje, posługując się symboliką logiki algebraicznej, trzy zasady, z których drogą ścisłego rachunku logicznego wyprowadza 22 twierdzenia. Wśród zasad zasługuje na uwagę nieznane dotąd prawo o logicznej wartości racji, które w pierwszym swym sformułowaniu orzeka, że wartość logiczna racji nie może być nigdy większa od wartości logicznej następstwa.

Jakkolwiek autor w tej części pierwszej nie używa nigdzie wyrazu „prawdopodobieństwo", to jednak wzory, do których dochodzi są identyczne z głównymi regułami rachunku prawdopodobieństwa. Teoria wartości logicznych zawiera wśród swych twierdzeń regułę prawdopodobieństwa całkowitego, regułę prawdopodobieństwa złożonego, wyprowadzoną przy pomocy ściśle określonego twierdzenia BAYESA. Ponadto teoria ta uzasadnia niektóre prawa, nieznane dotąd w rachunku prawdopodobieństwa, jakimi są odwrotność zasady o logicznej wartości racji i odwrotność reguły prawdopodobieństwa całkowitego.

W części DRUGIEJ, zatytułowanej „Begriff der Wahrscheinlichkeit" („Pojęcie prawdopodobieństwa") autor stara się wykazać, że sądy prawdopodobne są sądami nieokreślonymi, a ułamki prawdopodobieństwa wartościami logicznymi; usiłuje nadto przeprowadzić dowód, że tylko w podany właśnie sposób można usunąć wszelkie trudności logiczne, jakie tkwią u podstaw teorii prawdopodobieństwa. Trudności te tyczą się głównie dwu następujących zagadnień: czym jest prawdopodobieństwo i jak oblicza się stopnie prawdopodobieństwa. O rozwiązanie tych zagadnień kuszą się od dawna dwie teorie: subiektywna i obiektywna. Teoria subiektywna prawdopodobieństwa jest niewątpliwie mylna, bo rachunek prawdpodobieństwa nie ma nic wspólnego z badaniem stanów psychicznych; tak samo obiektywna teoria nie da się utrzymać, bo zdaniem powszechnym nie istnieje obiektywna możliwość. W związku z tymi zagadnieniami autor omawia nieco szczegółowiej zasadę «brakującej podstawy» STUMPFA oraz zasadę «zniewalającej podstawy» KRIESA. Dochodzi wreszcie do konkluzji, że PRAWDOPODOBIEŃSTWO JEST CECHĄ SĄDÓW NIEOKREŚOLNYCH, KTÓRE NIE SĄ ANI PRAWDZIWE, ANI FAŁSZYWE, A STOPNIE PRAWDOPODOBIEŃSTWA SĄ WARTOŚCIAMI LOGICZNYMI TYCH SĄDÓW. Zgodnie z tym poglądem nie można mówić o prawdopodobieństwie sądów określonych, jak np.: „Teraz rzucę tą kostką liczbę 6", bo sąd ten jest zawsze albo prawdziwy, albo fałszywy, lecz wszędzie tam, gdzie mowa o prawdopodobieństwie, należy przez odpowiednią interpretację danego przypadku wyszukać

jakiś sąd nieokreślony, który byłby tylko prawdopodobny, nie zaś prawdziwy ani fałszywy, np.: „Rzut x-ty kostki da liczbę 6".

Część TRZECIA swej pracy, która nosi tytuł „Historisch-kritische Bemerkungen" („Uwagi historyczno-krytyczne"), autor poświęca genezie przedstawionej przez siebie teorii oraz omówieniu niektórych poglądów pokrewnych. Pojęcie sądów nieokreślonych znane jest we współczesnej logice algebraicznej i zajmują się nim np. FREGE, PEANO, RUSSELL; żaden z tych autorów nie stosuje jednak tego pojęcia do wyjaśnienia prawdopodobieństwa. Pojęcie wartości logicznej znał już BOLZANO, określając je nazwą „ważności sądu" („Gültigkeit eines Satzes"), i pojęcie to usiłować zastosować do teorii prawdopodobieństwa; nie znał jednakowoż pojęcia sądu nieokreślonego i zmiennej logicznej, i nie mógł dlatego rozwiązać zagadnienia ostatecznie. W najnowszych czasach Kurt GRELLING pragnął wyświetlić zagadnienie prawdopodobieństwa na podstawie pojęcia sądów nieokreślonych; autor ten nie zna jednak znowu pojęcia wartości logicznej i zmuszony jest powrócić do teorii KRIESA. Okazuje się z tego, że główne elementy pojęciowe, które służyły do wybudowania niniejszej teorii, istniały już w literaturze, ale istniały w rozproszeniu i nie stworzyły dotąd nigdzie systematycznej, wolnej od zarzutów całości.

V. SYSTEMY NIEKLASYCZNE

1. O POJĘCIU MOŻLIWOŚCI
[Odczyt wygłoszony 5 czerwca 1920 roku na CCVI posiedzeniu naukowym PTF we Lwowie]

Ruch Filozoficzny
t. V(1919/1920) nr 9 s. 169a–171a

Analizę logiczną pojęcia możliwości prelegent oparł na zbadaniu związków logicznych, zachodzących wśród grupy następujących sześciu zdań: *S* jest *P*, *S* nie jest *P*, *S* może być *P*, *S* nie może być *P*, *S* może nie być *P*, *S* nie może nie być (czyli musi być) *P*. W sprawie związków logicznych, zachodzących wśród tych zdań, możliwe są trzy poglądy.

(1) Jeżeli prawdą jest, że *S* musi być *P*, to prawdą jest, że *S* jest *P*, i jeżeli prawdą jest, że *S* nie może być *P*, to prawdą jest że *S* nie jest *P*. Przyjmując, że wśród danych zdań obok tych związków nie zachodzą żadne inne, od nich niezależne, stoimy na stanowisku logiki tradycyjnej.

(2) Obok związków, wymienionych pod (1), zachodzą jeszcze następujące: jeżeli prawdą jest, że *S* jest *P*, to prawdą jest, że *S* musi być *P*, i jeżeli prawdą jest, że *S* nie jest *P*, to prawdą jest, że *S* nie może być *P*. Pogląd ten muszą przyjąć ci, którzy za niemożliwe uważają to, co zawiera sprzeczność, a za konieczne to, czego zaprzeczenie zawiera sprzeczność (LEIBNIZ). Pogląd ten odpowiada ontologicznemu determinizmowi.

(3) Obok związków, wymienionych pod (1), zachodzą jeszcze następujące: jeżeli prawdą jest, że *S* może być *P*, to prawdą jest, że *S* może nie być *S*, i na odwrót, jeżeli prawdą jest, że *S* może nie być *P*, to prawdą jest, że *S* może być *P*. Pogląd ten odpowiada ontologicznemu determinizmowi i wyznają go ci, którzy przyjmują pojęcie «czystej» czyli «obustronnej» możliwości, według której tylko to być MOŻE, co NIE MUSI być (ARYSTOTELES).

Wszystkie te trzy rodzaje związków posiadają, zdaniem prelegenta, znaczną oczywistość, jakkolwiek wzięte razem, prowadzą do licznych sprzeczności. Sprzeczności te uwidocznia tabelka (0 znaczy fałsz, 1 [–] prawda):

S jest *P*	0	1	–
S nie jest *P*	1	0	–
S może być *P*	0	–	1

S nie może być *P*	1	–	0
S może nie być *P*	–	0	1
S nie może nie być *P*	–	1	0

Tabelka ta jest tak ułożona, że wszystkie związki, wyliczone pod (1), (2) i (3), są spełnione; w miejscach pustych, zaznaczonych kreskami, nie można jednak położyć ani 0, ani 1, bo w obu razach powstaje sprzeczność. (Np. w pierwszej kolumnie jeżeli „*S* może nie być *P*" jest 0, to „*S* nie może nie być *P*" jest 1, a wtedy na mocy związku pierwszego i „*S* jest *P*, które tu jest 0, musiałoby być 1; jeżeli zaś *S* może nie być *P*" jest 1, to na mocy związku trzeciego i „*S* może być *P*", które tu jest 0, musiałoby być 1.) Sprzeczności te można usunąć, przyjmując, że obok prawdy i fałszu istnieje trzecia jeszcze wartość logiczna zdań. Tę trzecią wartość prelegent nazywa „możliwością" i oznacza cyfrą 2. Rozróżnia więc obok zdań prawdziwych i fałszywych i takie zdania, które nie są ani prawdziwe, ani fałszywe, lecz tylko «możliwe». Zapełniając w tabelce miejsca puste «dwójkami», otrzymujemy całość prawidłową i niesprzeczną. Atoli stoimy już wówczas nie na gruncie logiki arystotelesowej, lecz mamy przed sobą jakąś nową logikę, nie arystotelesową, którą by można nazwać „logiką trójwartościową".

2. O LOGICE TRÓJWARTOŚCIOWEJ [Odczyt wygłoszony 19 czerwca 1920 roku na CCVIII posiedzeniu naukowym PTF we Lwowie]

Ruch Filozoficzny
t. V(1919/1920) nr 9 s. 169a–171a

Logika ARYSTOTELESA, przyjmując, że każde zdanie jest albo prawdziwe, albo fałszywe, odróżnia tylko dwa rodzaje wartości logicznych, prawdę i fałsz. Oznaczając prawdę przez 1, fałsz przez 0, tożsamość przez =, a wynikanie przez <, można wszystkie prawa logiki arystotelesowej wyprowadzić z następujących zasad i definicyj:

(I) Zasady tożsamości fałszu, tożsamości prawdy oraz różności prawdy i fałszu: $(0 = 0) = 1$, $(1 = 1) = 1$, $(0 = 1) = (1 = 0) = 0$.

(II) Zasady wynikania: $(0 < 0) = (0 < 1) = (1 < 1) = 1$, $(1 < 0) = 0$.

(III) Definicje zaprzeczania, dodawania i mnożenia: $a' = (a < 0)$, $a + b = [(a < b) < b]$, $ab = (a' + b')'$.

W definicjach tych a i b są to zmienne, mogące przybierać tylko dwie wartości, 0 lub 1. Wszystkie prawa logiczne, wyrażone w zmiennych, można sprawdzać, podstawiając w miejsce liter znaki 0 lub 1; np.: $(a = 1) = a$ jest prawdą, bo $(0 = 1) = 0$ i $(1 = 1) = 1$.

Logika trójwartościowa jest systemem logiki niearystotelesowej, przyjmuje bowiem, że oprócz zdań prawdziwych i fałszywych istnieją jeszcze zdania, które nie są ani prawdziwe, ani fałszywe, a więc, że istnieje jeszcze trzecia wartość logiczna. Tę trzecią wartość interpretować możemy jako «możliwość», a oznaczyć możemy ją przez 2. Chcąc stworzyć system logiki trójwartościowej, trzeba uzupełnić zasady, dotyczące 0 i 1, przez zasady, dotyczące 2. Można to uczynić w rozmaity sposób; system, które prelegent przyjmuje w obecnej fazie swych badań, a który najmniej odbiega od logiki «dwuwartościowej», jest następujący.

(I) Zasady tożsamości: $(0 = 2) = (2 = 0) = (1 = 2) = (2 = 1) = 2$, $(2 = 2) = 1$.

(II) Zasady wynikania: $(0 < 2) = (2 < 1) = (2 < 2) = 1)$, $(2 < 0) = (1 < 2) = 2$.

Wymienione powyżej zasady, dotyczące 0 i 1, oraz definicje zaprzeczania, dodawania i mnożenia, pozostają w logice trójwartościowej bez zmiany, z tą różnicą, że zmienne a i b mogą przybierać trzy wartości: 0, 1 i 2.

Prawa logiki trójwartościowej są w części różne od praw logiki dwuwartościowej. Niektóre prawa logiki arystotelesowej są w logice trójwartościowej tylko «możliwe», jak np. zasada sylogizmu w sformułowaniu zwyczajnym: $(a < b)$ $(b < c) < (a < c)$ (prawdziwa jest natomiast zasada sylogizmu w sformułowaniu $(a < b) < [(b < c) < (a < c)]$), zasada sprzeczności $aa' = 0$, wyłączonego środka $a + a' = 1$, itd. Niektóre prawa logiki dwuwartościowej są w logice trójwartościowej fałszywe, między innymi prawo: $(a = a') = 0$, albowiem dla $a = 2$, zdanie $a = a'$ jest prawdą. Fakt ten sprawia, że w logice trójwartościowej nie istnieją antynomie.

Prelegent sądzi, że logika trójwartościowa ma przede wszystkim znaczenie teoretyczne jako pierwsza próba stworzenia systemu logiki nieartystotelesowej. Czy i jakie znaczenie praktyczne posiadać będzie ten nowy system logiki, to okaże się dopiero wtedy, gdy w świetle nowych praw logicznych przeprowadzone zostanie dokładne zbadanie zjawisk logicznych, występujących zwłaszcza w naukach dedukcyjnych, i gdy będzie można porównać z doświadczeniem konsekwencje indeterministycznego poglądu na świat, będącego metafizycznym podłożem nowej logiki.

3. O PEŁNEJ TRÓJWARTOŚCIOWEJ LOGICE ZDAŃ
(*Zur vollen dreiwertigen Aussagenlogik*)

Erkenntnis
B. V(1935) nr 2–3 s. 176

Pełnej trójwartościowej logiki zdań nie można bez sprzeczności interpretować w logice dwuwartościowej. Przez PEŁNĄ trójwartościową logikę zdań rozumiem system zbudowany przeze mnie na podstawie trójwartościowej macierzy, w którym są definiowalne wszystkie 3^3 funkcje JEDNOargumentowe i wszytkie 3^9 funkcje DWUargumentowe. Na podstawie pracy przygotowawczej Dra WAJSBERGA jeden z moich uczniów, J. SŁUPECKI, zaksjomatyzował ten system. Pojęciami pierwotnymi są w nim implikacja („*Cpq*"), negacja („*Np*") oraz *tertium* („*Tp*"). Zachodzą następujące równania macierzowe: $C00 = C01 = C02 = C11 = C21 = C22 = 1$; $C10 = 0$; $C12 = C20 = 2$; $N0 = 1$, $N1 = 0$, $N2 = 2$; $T0 = T1 = T2 = 2$. Przy tym „0" oznacza fałsz, „1" prawdę, a „2" oznacza [to, co] trzecie. Aksjomaty brzmią:

1 *CpCpq*
2 *CCpqCCqrCpr*
3 *CCCpNppp*
4 *CCNpNqCpq*
5 *CTpNTp*
6 *CNTpTp*

Do systemu należy zwykła reguła odrywania dla implikacji i reguła podstawiania. System jest niesprzeczny, niezależny i zupełny w tym samym sensie, co dwuwartościowa logika zdań. Jednakże nie jest możliwa niesprzeczna interpretacja owych sześciu aksjomatów z zachowaniem obu reguł wnioskowania w logice dwuwartościowej.

Przełożył Jerzy Pluta

4. GENEZA LOGIKI TRÓJWARTOŚCIOWEJ
[Odczyt wygłoszony 26 stycznia 1938 roku na XXXV posiedzeniu naukowym Koła Naukoznawczego w Warszawie]

Nauka Polska
t. XXIV(1939) s. 215–223

Trójwartościowy rachunek zdań prelegent stworzył jeszcze przed rokiem 1920, ale dopiero w tym roku przedstawił publicznie po raz pierwszy poglądy swe na ten temat w dwóch odczytach, wygłoszonych w Polskim Towarzystwie Filozoficznym we Lwowie. Autoreferaty z tych odczytów pojawiły się w *Ruchu Filozoficznym*, t. V, s. 169a–171a, Lwów 1920. Jest to najwcześniejsza publikacja z zakresu logiki wielowartościowej.

Powstanie logiki wielowartościowej posiada, zdaniem prelegenta, dla nauki i filozofii nierównie większe znaczenie, niż analogiczne zjawisko powstania geometrii nieeuklidesowej. O tym, że mogą istnieć różne i niezgodne ze sobą systemy logiki, nikt przed powstaniem logiki wielowartościowej nie myślał, a nawet myśl taka mogła się wydawać paradoksalną. Zdawało się wszystkim, że zasadnicze prawa myślenia zostały raz na zawsze ustalone przez ARYSTOTELESA, i na nich opierać się musi cała logika, którą można tylko w różnych kierunkach rozbudowywać. Tymczasem okazało się, że można tworzyć wiele systemów logicznych, konsekwentnych w sobie i niesprzecznych, które nie tylko są od siebie różne, ale nie dają się do siebie sprowadzić. Każda taka logika może być podstawą innej nieco matematyki, a każda taka matematyka podstawą innej nieco fizyki. Możliwe są zatem różne i nierównoważne sobie sposoby ujmowania rzeczywistości. Wobec tek wielkiej wagi logiki wielowartościowej dla nauki, zdawało się prelegentowi, że i naukoznawstwo powinno zainteresować się tym tematem, zwłaszcza zaś genezą najprostszego z wielowartościowych systemów logiki, to znaczy trójwartościowego rachunku zdań.

Do utworzenia tego systemu prelegent doszedł przez szczęśliwe skojarzenie dwóch myśli, z których pierwszą zawdzięcza studiowaniu współczesnej logiki matematycznej, drugą zaś swym badaniom nad historią logiki starożytnej.

Twórcą współczesnej logiki zdań był genialny logik niemiecki Gottlob FREGE. FREGE nie znał jednakowoż tak zwanej matrycowej metody sprawdzania tez logicznych, której odkrycie przypisać należy znakomitemu logikowi amerykańskiemu Karolowi PEIRCE'OWI. Metoda ta polega na tej podstawowej myśli, że w logice nie chodzi nam o TREŚĆ zdań, połączonych związkami logicznymi, lecz o ich WARTOŚĆ logiczną. Przyjmujemy zaś od czasów ARYSTOTELESA i stoików, że istnieją dwie i tylko dwie wartości logiczne: prawda i fałsz. Każde bowiem zdanie

jest albo prawdziwe, albo fałszywe. Dlatego też logika klasyczna zowie się logiką DWUWARTOŚCIOWĄ. W rachunku zdań przyjmujemy tylko tak zwane «prawdziwościowe» funkcje logiczne, to znaczy takie funkcje, których wartość logiczna zależy wyłącznie od wartości logicznej argumentów. Ponieważ w logice klasycznej istnieją tylko dwie wartości logiczne, przeto każdą funkcję logiczną możemy w tej logice bardzo łatwo zdefiniować. Tak np., oznaczając prawdę przez „1", a fałsz przez „0", możemy negację, czyli wyrażenie „Nieprawda, że *p*" (piszę „*Np*"), zdefiniować przy pomocy następujących dwóch równości:

$$N1 = 0,\ N0 = 1.$$

To znaczy: zaprzeczenie prawdy jest fałszem, a zaprzeczenie fałszu jest prawdą. Implikację, czyli wyrażenie „Jeśli *p*, to *q*" (piszę „*Cpq*"), możemy zdefiniować za pomocą następujących czterech równości:

$$C11 = 1,\ C10 = 0,\ C01 = 1,\ C00 = 1.$$

To znaczy: implikacja jest wtedy i tylko wtedy prawdziwa, gdy albo poprzednik jej jest fałszywy, albo następnik prawdziwy; fałszywa zaś jest tylko w tym przypadku, gdy poprzednik jej jest prawdziwy, a następnik fałszywy. Takie pojęcie implikacji znane już było w starożytności FILONOWI Megarejczykowi i stoikom. Otóż zbiór tych sześciu równości stanowi MATRYCĘ rachunku zdań, opartego na implikacji i negacji jako wyrazach pierwotnych. Każdą tezę logiczną, w której występuje tylko implikacja i negacja, można z łatwością sprawdzić na podstawie tych równości. Trzeba tylko za zmienne podstawić jedynki i zera we wszystkich możliwych kombinacjach i zredukować otrzymane wyrażenia na podstawie matrycy; jeśli dane wyrażenie jest tezą, to musimy zawsze po redukcji otrzymać jedynkę, jeśli zaś choć raz jeden otrzymamy zero, to wyrażenie nie jest tezą. Tak np. wyrażenie „*Cpp*" jest tezą, bo zarówno $C00 = 1$, jak i $C11 = 1$. Tak samo wyrażenie „*CCNppp*" jest tezą, bo zarówno $CCCN000 = CC100 = C00 = 1$, jak [i] $CCN111 = CC011 = C11 = 1$. Natomiast wyrażenie „*CCpqCqp*" nie jest tezą, bo dla $p = 0$ i $q = 1$ otrzymujemy $CC01C10 = C10 = 0$.

Gdy prelegent zapoznał się przed wojną* z tą matrycową metodą sprawdzania tez, zdawało mu się, że odsłoniły mu się jakieś zakulisowe przyczyny, od których zależy prawdziwość tez logiki zdań. I wtedy to po raz pierwszy powstała w nim myśl nowa, a wysoce niepokojąca: co by było, gdybyśmy przyjęli, że mamy nie DWIE wartości logiczne, ale więcej, np. trzy wartości? Co by się stało, gdybyśmy do wartości 1 i 0 dołączyli jakąś trzecią wartość logiczną, np. 2, i uzupełnili matrycę przez dodanie równości, zawierających dwójkę? Czy i wtedy utrzymałyby się wszystkie prawa logiczne? Już pobieżne zbadanie tej myśli doprowadziło do wyniku, że nie wszystkie prawa logiki dwuwartościowej musiałyby pozostać w mocy. Gdybyśmy bowiem przyjęli dodatkowo choćby te trzy równości:

$$N2 = 2,\ C22 = 1 \text{ i } C12 = 2,$$

* Chodzi oczywiście o I wojnę światową [JJJ].

to teza *CCNppp* przestałaby być prawdziwa. Dla $p = 2$ otrzymalibyśmy bowiem z tej tezy: $CCN222 = CC222 = C12 = 2$. To ważne prawo logiczne, o którym VAILATI napisał osobną monografię,[1] nie byłoby ważne i wszelkie dowody, oparte na tym prawie, byłyby nieprzekonywające.

Myśl ta była istotnie niepokojąca. Ale czyż jest sens przyjmować obok prawdy i fałszu jakąś trzecią wartość logiczną? Czy można znaleźć dla tej trzeciej wartości jakąś interpretację intuicyjną? Czy istnieją zdania w znaczeniu logicznym, które nie są ani prawdziwe, ani fałszywe?

I tutaj nasunęła się myśl druga. Gdyby tej drugiej myśli nie było, gdyby nie istniał choćby CIEŃ możliwości, że ta trzecia wartość da się jakoś zinterpretować intuicyjnie, to logika trójwartościowa byłaby prawdopodobnie nie powstała. Autor byłby zarzucił pomysł, który by nie miał sensu. Tymczasem znalazła się na szczęście możliwość interpretacji. Znalazła się u samego ARYSTOTELESA.

W dziewiątym rozdziale *Hermeneutyki* ARYSTOTELES zastanawia się nad zagadnieniem przypadkowych zdarzeń przyszłych i rozwija tam pewne rozważania, których echa odbiły się poprzez wieki. ARYSTOTELES jest indeterministą i przyjmuje, że mogą istnieć zdarzenia przyszłe, które dziś jeszcze nie są zdeterminowane. Przypuśćmy, że takim zdarzeniem jest jutrzejsza bitwa morska. Zakładamy więc, że nie jest dziś jeszcze rzeczą ustaloną, czy jutro odbędzie się bitwa morska, czy też nie odbędzie się. Mówimy w takich razach w życiu potocznym: MOŻE być, iż jutro odbędzie się bitwa morska, ale MOŻE też być, że jutro nie odbędzie się bitwa morska. Otóż, powiada dalej ARYSTOTELES, gdybyśmy przyjęli, że każde zdanie jest już DZIŚ prawdziwe lub fałszywe, to musielibyśmy zgodzić się na to, że bitwa morska jutro albo odbyć się MUSI, albo odbyć się NIE MOŻE. Bo jeśli już dzisiaj jest prawdą, że jutro odbędzie się bitwa morska, to fakt ten jutro stać się musi; a jeśli już dzisiaj jest fałszem, że jutro odbędzie się bitwa morska, to fakt ten jutro stać się nie może. Tak więc trzeba by przyjąć, że o ile jutrzejsza bitwa morska jest zdarzeniem przypadkowym i odbycie się jej czy nieodbycie nie jest dziś jeszcze ustalone, to zdanie o tej jutrzejszej bitwie morskiej nie może być dzisiaj ANI PRAWDZIWE, ANI FAŁSZYWE.

To rozważanie ARYSTOTELESA przypomniał sobie autor i natchnęło go ono wiarą, iż przyjmowanie zdań, mających jakąś trzecią wartość logiczną, nie jest pozbawione sensu, a może się przydać do zbadania pojęć konieczności i możliwości, i do stworzenia jakiejś racjonalnej logiki tak zwanych zdań modalnych. Kierując się pewnymi intuicjami z dziedziny zdań modalnych, prelegent uzupełnił matrycę dwuwartościową przez dodanie równości, dotyczących dwójki, i zrobił to w następujący sposób:

$$N2 = 2,\ C12 = 2,\ C02 = 1,\ C21 = 1,\ C20 = 2,\ C22 = 1.$$

[1] Por.: Giovanni VAILATI, „A proposition d'un passo del Teereto e di una dimonstrazione di Euclide", [w:] *Scritti*, Seeber—Barth, Firenze—Lipsia 1911, s. 516–527.

W ten sposób powstał pierwszy system logiki trójwartościowej, ogłoszony w roku 1920.

Od tego czasu minęło lat kilkanaście. Uczniowie prelegenta: dr WAJSBERG, dr SOBOCIŃSKI i mgr SŁUPECKI posunęli dalej badania nad logiką trój- i wielowartościową. Jeśli chodzi w szczególności o systemy trójwartościowego rachunku zdań, to umiemy już dzisiaj systemy te przedstawiać nie tylko w formie matrycowej, ale i aksjomatycznej. Umiemy tworzyć PEŁNE systemy tych logik, w których każda możliwa w tych systemach funkcja logiczna może być zdefiniowana. Wiemy, że istnieje kilka typów logiki trójwartościowej. Rozwinęła się nowa dziedzina badań, których końca nie można przewidzieć. Powstały też nowe możliwości intuicyjnego interpretowania tych logik. Przyszłe lata okażą, w jakim stopniu spełnią się nadzieje, które autor przywiązuje do logiki wielowartościowej.

* * *

Na zakończenie dyskusji[, która rozwinęła się po odczycie,] głos zabiera prelegent, prof. ŁUKASIEWICZ.

Odpowiada przede wszystkim na interpelację dyr. BLATONA, według jakich metod zostały wypełnione puste miejsca w matrycy trójwartościowej. Prelegent kierował się pewnymi intuicjami i chęcią zachowania pewnych praw logiki dwuwartościowej (prawo tożsamości, prawa dotyczące warunków prawdziwości okresu warunkowego, prawa transpozycji itd.).

W pojmowaniu prawdy prelegent deklaruje się jako absolutysta w tym znaczeniu, że nie idzie mu o to, co kto za prawdę uważa, lecz o to, co jest prawdą (to samo dotyczy pojęcia możliwości). Co do pojęcia prawdopodobieństwa prelegent godzi się z tym, że nie można mówić o prawdopodobieństwie pewnego indywidualnego wypadku. W teorii prawdopodobieństwa, której prelegent jest autorem,[2] prawdopodobna może być tylko funkcja zdaniowa.

Dotychczasowe próby związania systemów logiki wielowartościowej z rachunkiem prawdopodobieństwa natrafiały na wielkie trudności. Logika wielowartościowa, które by się dała z tym rachunkiem powiązać, musiałaby mieć nieskończoną liczbę wartości.

Mówiąc o słabszej i mocniejszej prawdzie prelegent rozumiał coś innego, niż prof. BIAŁOBRZESKI. Miał na myśli intuicjonistów-matematyków z BROUWEREM na czele. BROUWER uważa za prawdy słabsze zdania matematyczne, które można udowodnić tylko apagogicznie. Mocniejsze są zdania, które można udowodnić konstrukcyjnie. Co zaś do mechaniki newtonowskiej, to nie są to słabsze prawdy. Sformułowane dla zjawisk mikroskopowych, zarówno jak i makroskopowych, są fałszywe; są natomiast prawdziwe w pewnych warunkach.

W odpowiedzi prof. LEŚNIEWSKIEMU prelegent zaznacza, że budując logikę trójwartościową interesował się jej konstrukcją jako czysty logik bez względu na zastosowania. Gdyby jednak nie miał cienia możliwości zinterpretowania wprowadzonej przez siebie trzeciej wartości, byłby niewątpliwie tej logiki nie zbudował. Ta trzecia wartość ma swoją

---

[2] Zob. przede wszystkim: *Die logischen Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung*, PAU, Kraków 1913.

tradycję w dziejach logiki. W starożytności dyskutowano o niej w związku z ARYSTOTELESEM. W średniowieczu nawiązywał do niej PETRUS AUREOLUS.

Co do rozumowania ARYSTOTELESA dotyczącego bitwy morskiej, prelegent zdaje sobie sprawę z jego słabych stron. Nie są to jednak te słabe strony, o których mówił prof. LEŚNIEWSKI. Można by tego rozumowania bronić, choć już nie na gruncie ARYSTOTELESA. Wchodzi tu w grę sprawa indeterminizmu, poglądu, który prelegent łączy z zasadą przyczynowości.* Gdyby istniał na świecie człowiek wszechwiedzący, nie mógłby, zdaniem prelegenta, na podstawie praw przyrodniczych wywnioskować, że jutro będzie lub nie będzie bitwa morska, jeżeli nie jest ona już uwarunkowana w chwili dzisiejszej; nie mógłby także orzec, czy taka bitwa odbyła się, czy nie, w przeszłości, jeżeli jej skutki nie trwają do dzisiaj. Wtedy to bitwa morska przechodzi «w krainę możliwości» i to nie dlatego, że o niej nic nie wiemy, tylko że taka jest właśnie budowa świata.

W związku z poruszoną przez prof. LEŚNIEWSKIEGO sprawą funkcji prawdziwościowych i nieprawdziwościowych, prelegent zaznacza, że z faktem, iż dla języka potocznego funkcja „Możliwe, że *p*" nie zdaje się być funkcją prawdziwościową, nie należy się liczyć, gdyż i logika dwuwartościowa razi w niejednym punkcie potoczne intuicje.

Na zakończenie preletent dodaje, że w kwestii, czy logika trójwartościowa może się przydać w lingwistyce, trudno mu się wypowiedzieć, bo nie zna bliżej terenu, o który chodzi.

5. SYSTEM LOGIKI MODALNEJ
(*A System of Modal Logic*)

*Actes du XI*ème *Congrès International de Philosophie. Bruxelles, 20–26.08.1953.* Vol. XIV, Amsterdam—Louvain 1953, North-Holland Publishing Company — Éditions E. Nauwelaerts, s. 82–87

1. Co to jest logika modalna

System logiczny nazywany jest zazwyczaj „logiką modalną", gdy występują w nim takie wyrażenia modalne, jak „możliwe" lub „konieczne". Zamiast tego raczej niejasnego określenia spróbuję nadać dokładne znaczenie terminowi „logika modalna" idąc za tradycją zapoczątkowaną przez ARYSTOTELESA.

Na początku wyjaśnię, co rozumiem przez „podstawową logikę modalną". Nazywam tak system zawierający wyrażenia „Jest możliwe, że *p*", oznaczane tutaj przez „Δp", oraz „Jest konieczne, że *p*", oznaczane tutaj przez „Γ", zawsze i tylko, gdy spełniają one osiem następujących warunków:

---

* Zob.: „O determinizmie", [w:] *Z zagadnień logiki i filozofii*, Warszawa 1961, PWN, s. 114–126 [JJJ].

(a) Uznane są formuły (1)–(4):

(1) $\vdash Cp\Delta p$ (Jeżeli p, to jest możliwe, że p),

(2) $\vdash C\Gamma pp$ (Jeżeli jest konieczne, że p, to p),

(3) $\vdash E\Gamma pN\Delta Np$ (Jest konieczne, że p — zawsze i tylko, gdy — nie jest możliwe, że nie p),

(4) $\vdash E\Delta pN\Gamma Np$ (Jest możliwe, że p — zawsze i tylko, gdy nie jest konieczne, że p).

(b) Odrzucone są formuły (5)–(8):[3]

(5) $\dashv C\Delta pp$ (Jeżeli jest możliwe, że p, to p),

(6) $\dashv Cp\Gamma p$ (Jeżeli p, to jest konieczne, że p),

(7) $\dashv \Delta p$ (Jest możliwe, że p),

(8) $\dashv N\Gamma p$ (Nie jest konieczne, że p).

Formuły (1)–(6) znane były i uznawane w logice tradycyjnej. Co się tyczy formuł (7) i (8), to jest oczywiste, że należy je odrzucić, gdyż inaczej Δp znaczyłoby to samo, co „*Verum* od p", a Γp — to samo, co „*Falsum* od p", i system przestałby być logiką modalną.

„Logiką modalną" nazywam system zawsze i tylko, gdy zawiera jako swoją część podstawową logikę modalną.

Przyjmuję, że zarówno Δ, jak i Γ są funktorami zdaniotwórczymi od jednego argumentu zdaniowego oraz że i Δp, i Γp są funkcjami prawdziwościowymi, tj. że ich wartości logiczne zależą wyłącznie od wartości logicznych ich argumentów. W logice dwuwartościowej nie ma żadnego funktora jednoargumentowego, który spełniałby formuły (1), (5) i (7), lub (2), (6) i (8); jest zatem jasne, że podstawowa logika modalna — a w konsekwencji tego każdy system logiki modalnej — jest systemem wielowartościowym.

2. Aksjomatyzacja podstawowej logiki modalnej

Podstawowa logika modalna może być zaksjomatyzowana na gruncie klasycznego rachunku zdań. Jeden z dwóch funktorów modalnych, Δ lub Γ, można przyjąć jako termin pierwotny, drugi zaś — zdefiniować [za pomocą tamtego]. Przyjmując Δ jako termin pierwotny a formułę (3) jako definicję Γ, uzyskujemy następujący układ niezależnych aksjomatów podstawowej logiki modalnej:

(1) $\vdash Cp\Delta p$,

(5) $\dashv C\Delta pp$,

(7) $\dashv \Delta p$,

(9) $\vdash E\Delta p\Delta NNp$,

gdzie aksjomat (9) jest równoważny z formułą (4) na gruncie definicji (3).

---

[3] Idea odrzucania i reguły odrzucania zostały wprowadzone do współczesnej logiki przeze mnie. Zob. J. ŁUKASIEWICZ, *Aristotle's syllogistic form the standpoint of modern formal logic*, Oxford 1951, s. 96 i 109. Oznaczam odrzucenie przez odwrócony znak uznawania, idąc za sugestią o. Iva THOMASA, OP.

Przyjmując Γ jako termin pierwotny, a formułę (4) jako definicję Δ, uzyskujemy odpowiednio układ aksjomatów:

(2) $\vdash C\Gamma pp$,
(6) $\dashv Cp\Gamma p$,
(8) $\dashv N\Gamma p$,
(10) $\vdash E\Delta p\Gamma NNp$,

gdzie aksjomat (10) jest równoważny z formułą (3) na gruncie definicji (4).

3. Dwa arystotelesowskie twierdzenia logiki modalnej

Podstawowa logika modalna jest systemem niezupełnym i wymaga dodania pewnych nowych aksjomatów i reguł. Formuły $E\Delta p\Delta NNp$ i $E\Delta p\Gamma NNp$ mają podobną postać i sugerują myśl, że musi istnieć jakaś ogólna zasada niezależna od podstawowej logiki modalnej, z których mogą być one wydedukowane. Jest rzeczą dziwną, że jedyne dwa twierdzenia logiki modalnej, które ARYSTOTELES wyraźnie sformułował przy pomocy zmiennych zdaniowych, można tak zinterpretować, że dostarczają nam ogólnej, szukanej przez nas zasady. W odniesieniu do swoich sylogizmów ARYSTOTELES pisze w *Analitykach pierwszych*: „Jeżeli [...] ktoś oznaczy przesłanki przez *A*, a wniosek przez *B*, to z tego wyniknie nie tylko to, że jeżeli *A* jest konieczne, to i *B* jest także konieczne, lecz również i to, że jeżeli *A* jest możliwe, to i *B* jest możliwe".[4] Twierdzenie o możliwości jest dwukrotnie powtórzone w tymże ustępie; po raz pierwszy występuje na początku, gdzie czytamy: „Najpierw trzeba stwierdzić, że jeżeli, gdy *A* jest, to musi i *B* być, to i jeżeli *A* jest możliwe, *B* musi być możliwe";[5] po raz drugi występuje tuż przy końcu: „Dowiedziono, że jeżeli jest *A*, to jest i *B*, i jeżeli *A* jest możliwe, to również i *B* jest możliwe".[6] Dwa ostatnie sformułowania są ogólniejsze niż pierwsze, jako że nie odnoszą się do sylogizmów.

Powyższe fragmenty z *Analityk pierwszych* dopuszczają dwie interpretacje, przy czym jest niezwykle wątpliwe, aby ARYSTOTELES był ich świadom. Pierwszą interpretację, znajdującą oparcie w ostatnim fragmencie i przyjętą dla Δ przez A. BECKERA i J. M. BOCHEŃSKIEGO,[7] można wyrazić za pomocą formuł:

---

[4] *An. pr.*, A 15, 34ª 22: ει τις θειη το μεν *A* τας προτασεις, το δε *B* το συμπερασμα, συμβαινοι αν ου μονον αναγκαιου του *A* οντος αμα και το *B* ειναι αναγκαιον, αλλα και δυνατου δυνατον. [Zob. ARYSTOTELES, *Analityki pierwsze i wtóre* (przekład Kazimierza LEŚNIAKA), PWN, Warszawa 1973, s. 41; dopisek mój, JJJ.]

[5] *Ibid.*, 34ª 3: πρωτον δε λεκτεον οτι ει του *A* οντος αναγκη το *B* ειναι, και δυνατου οντος του *A* δυνατον εσται και το *B* εξ αναγκης. [*Ibid.*, s. 40; dopisek mój, JJJ.]

[6] *Ibid.*, 34ª 29: δεδεικται οτι ει του *A* οντος το *B* εστι, και δυνατου οντος του *A* εσται το *B* δυνατον. [*Ibid.*, s. 41; dopisek mój, JJJ.]

[7] Zob. A. BECKER, *Die Aristotelische Theorie der Möglischkeitsschlüsse*, Berlin 1933, s. 42, przypis; J. M. BOCHEŃSKI, *Ancient formal logic*, Studies in logic and the foundations of mathematics, Amsterdam 1951, s. 71. Obaj autorzy odsyłają do fragmentu 34ª 5, który wspiera raczej drugą interpretację.

(11) $\vdash CCpqC\Delta p\Delta q$

i

(12) $\vdash CCpqC\Gamma p\Gamma q$,

które stwierdzają tzw. prawa ekstensjonalności dla Δ i Γ. Druga interpretacja, odpowiedniejsza dla pozostałych fragmentów, wygląda następująco:

(13) $\vdash C\Gamma CpqC\Delta p\Delta q$

i

(14) $\vdash C\Gamma CpqC\Gamma p\Gamma q$.

Pierwsza interpretacja jest mocniejsza od drugiej, gdyż poprzedniki dwóch ostatnich formuł są zdaniami apodyktycznymi (ΓCpq), podczas gdy dwie ostatnie formuły mają poprzedniki asertoryczne (Cpq).

Formuły $E\Delta p\Delta NNp$ i $E\Gamma p\Gamma NNp$ wynikają wprost z pierwszej interpretacji, a nie można ich otrzymać z drugiej bez użycia reguły:

(15) $\vdash \alpha \rightarrow \vdash \Gamma\alpha$ („α, zatem jest konieczne, że α"),

przyjmowanej przez R. FEYSA i G. H. VON WRIGHTA, lub zasady redukcji $C\Delta N\Delta pN\Delta p$, dopuszczanej zamiennie przez obu autorów.[8] O ile wiem, formuły (11) i (12) nie są uznawane w dotychczasowych systemach logiki modalnej.

4. System Ł-modalny

Zupełny system logiki modalnej otrzymujemy przez dodanie do podstawowego systemu logiki modalnej prawa ekstensjonalności dla Δ i dla Γ. Ponieważ system, który nazywam „systemem Ł-modalnym" spełnia ogólne prawo ekstensjonalności:

(16) $\vdash CEpqC\delta p\delta q$,

możemy oprzeć go na δ-systemie klasycznego rachunku zdań.[9] Przyjmując Δ jako pierwotny termin modalny, otrzymujemy następujący układ niezależnych aksjomatów dla logiki Ł-modalnej:

(M) $\vdash C\delta pC\delta Np\delta q$,
(1) $\vdash Cp\Delta p$,
(5) $\dashv C\Delta pp$,
(7) $\dashv \Delta p$.

---

[8] Zob. R. FEYS, *Logistiek*, Philosophische Bibliotheek, Antwerpen 1944, s. 88 (reguła *E33* i uwaga do *E36*); G. H. VON WRIGHT, *An essay in modal logic*, Studies in logic and the foundations of mathematics, Amsterdam (1951), s. 84–85 (reguła tautologii i grupa C, aksjomat 2).

[9] δ jest zmiennym funktorem zdaniotwórczym od jednego argumentu zdaniowego. Funktory zmienne zostały wprowadzone do logiki przez S. LEŚNIEWSKIEGO w jego «prototetyce». Dzięki modyfikacji podanej przez LEŚNIEWSKIEGO reguły podstawiania dla zmiennych funktorów byłem w stanie uprościć jego system. Patrz J. ŁUKASIEWICZ, „On variable functors of propositional arguments", *Proceedings of the Royal Irish Academy*, 54 A 2, Dublin 1951.

Odpowiadający mu układ niezależnych aksjomatów dla Γ wygląda następująco:

(M) $\vdash C\delta pC\delta Np\delta q$,[10]
(2) $\vdash C\Gamma pp$,
(6) $\dashv Cp\Gamma p$,
(8) $\dashv N\Gamma p$.

Regułami wnioskowania są reguły podstawiania i odrywania dla wyrażeń uznawanych i odrzucanych.

System ma adekwatną czterowartościową matrycę z 1 jako wartością wyróżnioną. Matrycę tę otrzymujemy dla C i N przez przemnożenie matrycy dwuwartościowej przez nią samą, a dla Δ przez przemnożenie wartości dla $Sp = p$ przez wartości $Vp = Cpp$.

C	1 2 3 4	N	Δ	∇
*1	1 2 3 4	4	1	1
2	1 1 3 3	3	1	2
3	1 2 1 2	2	3	1
4	1 1 1 1	1	3	2

Matryca ta ma szczególną własność: gdybyśmy napisali 3 zamiast 2 i 2 zamiast 3, to otrzymaliśmy te same wartości dla C i N, ale różne dla funktora modalnego. Oznaczmy ten drugi funktor modalny przez odwrócone Δ. Funktor ∇ ma te same własności, co Δ, ponieważ ma tę samą matrycę; nie jest istotne oczywiście, czy użyjemy 2 czy 3, czy też jakąś inną cyfrę do oznaczenia wartości matrycy. Jednakże funktory Δ i ∇ są różnymi funktorami, co można łatwo zobaczyć na następującym przykładzie: $\Delta\Delta p$ jest równoważne z Δp, i dlatego jest odrzucone, natomiast $\Delta\nabla p$ jest uznane. Nazywam Δ i ∇ „możliwościami bliźniaczymi", ponieważ są one nieodróżnialne, kiedy się je rozpatruje oddzielnie, a okazują się różne, kiedy występują razem w tej samej formule.

5. Niekóre konsekwencje systemu Ł-modalnego

System ten jest niezwykle bogaty i silny. Podam niżej jego najważniejsze konsekwencje, w szczególności te, które różnią się od zwykle uznawanych.

(a) System ten zawiera podstawową logikę modalną jako swoją część.

(b) Istnieją w nim jedynie cztery jednoargumentowe funktory modalne, a mianowicie $\Delta p = N\Gamma Np$, $N\Delta p = \Gamma Np$, $\Delta Np = N\Gamma p$ i $N\Delta Np = \Gamma p$. Wynika to z dwóch praw redukcji:

[10] C. A. MEREDITH pokazał — w nieopublikowanym artykule — że wszystkie uznane formuły klasycznego rachunku zdań bez i z δ są dedukowalne z (M).

(17) $\vdash E\Delta\Delta p\Delta p$

i

(18) $\vdash E\Delta N\Delta pN\Delta Np$.

Odpowiadające im prawa dla Γ są następujące:

(19) $\vdash E\Gamma\Gamma p\Gamma p$

i

(20) $\vdash E\Gamma N\Gamma pN\Gamma Np$.

Zgodnie z tymi prawami zdanie problematyczne jest równoważne ze zdaniem problematycznym, a zdanie apodyktyczne z apodyktycznym. Formuły $E\Delta N\Delta pN\Delta p$ i $E\Gamma N\Gamma pN\Gamma p$ się odrzuca.

(c) Istnieją w nim cztery prawa Δ-rozdzielności dla C, K, A i E:

(21) $\vdash E\Delta CpqC\Delta p\Delta p$,

(22) $\vdash E\Delta KpqK\Delta p\Delta q$,

(23) $\vdash E\Delta ApqA\Delta p\Delta q$,

(24) $\vdash E\Delta EpqE\Delta p\Delta q$,

i dwa prawa Γ-rozdzielności dla K i A:

(25) $\vdash E\Gamma KpqK\Gamma p\Gamma q$

i

(26) $\vdash E\Gamma ApqA\Gamma p\Gamma q$.

C. I. LEWIS odrzuca $C\Delta KpqK\Delta p\Delta q$, konsekwencję prawa (22), na podstawie nieprzekonującego przykładu.[11] Osobiście nie mogłem znaleźć okoliczności świadczących przeciwko tej formule; przeciwnie, wszystko przemawia za jej poprawnością. Analogia między możliwością i koniecznością a kwantyfikatorem szczegółowym i ogólnym jest — według mnie — powierzchowna i myląca.

(d) Istnieją w nim uznane zdania problematyczne, tj. zdania zaczynające się od Δ, których argumenty są odrzucone, np.:

(27) $\vdash \Delta C\Delta pp$,

(28) $\vdash \Delta Cp\Gamma p$,

(29) $\vdash \Delta\nabla p$.

(e) Żadne zdanie apodyktyczne, tj. żadne zdanie zaczynające się od Γ lub $N\Delta$, nie może być zgodnie z tym systemem uznane. Wypływa to z formuł:

(30) $\vdash C\Gamma qCp\Gamma p$

i

(31) $\vdash CN\Delta qC\Delta pp$.

Obie formuły są uznane, ale ich konsekwencje $Cp\Gamma p$ i $C\Delta pp$ się odrzuca; stąd ich poprzedniki Γq i $N\Delta q$ muszą być odrzucone dla dowolnego q. Ponieważ nic nie może być wydedukowane z formuły odrzuconej przez podstawienie, wyrażam ten ogólny wypadek za pomocą zmiennych greckich nazywając je „zmiennymi

[11] Zob. C. I. LEWIS & C. H. LANGFORD, *Symbolic logic*, New York—London (1932), s. 167.

interpretacji" w przeciwieństwie do „zmiennych podstawiania" oznaczanych literami łacińskimi. Mamy więc:

(32) $\dashv \Gamma\alpha$

i

(33) $\dashv N\Delta\alpha$,

gdzie α może być dowolnym wyrażeniem sensownym systemu.

Wydaje mi się, że ta ostatnia konsekwencja jest ważna filozoficznie. Myślę, krótko mówiąc, że zdania prawdziwe są po prostu prawdziwe, nie będąc koniecznymi, a zdania fałszywe są po prostu fałszywe, nie będąc niemożliwymi. Z pewnością nie narusza to naszych intuicji logicznych i może usunąć wiele sporów.

Konkluzja

Jestem w pełni świadom, że możliwe są również inne systemy logiki modalnej — oparte na innych pojęciach możliwości i konieczności. Mocno jednak wierzę, że nigdy nie będziemy w stanie rozstrzygnąć, które z nich są prawdziwe. Systemy logiki są narzędziami myśli, i im użyteczniejszy jest system logiczny, tym jest wartościowszy. Mam nadzieję, że system logiki Ł-modalnej — przedstawiony wyżej — okaże się użytecznym narzędziem i dlatego zasługuje on na dalsze badanie i rozwijanie.

57 Fitzwilliam Square,
Dublin, Irlandia

Przełożył Jacek J. Jadacki

6. KOMENTARZ DO UWAGI K. J. COHENA (przedstawiony 28 lutego 1953 przez prof. L. E. J. BROUWERA na posiedzeniu [Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen]) (Comment on K. J. Cohen's remark (communicated by prof. L. E. J. Brouwer at the meeting of February 28, 1953 [Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen]))

Indagationes Mathematicae
vol. 15 (1953) nr 2 s. 113

Mówiąc, że wszystkie tezy w *F*, *T* lub *O* pozostaną prawdziwe, jeżeli zastąpimy funktory silniejsze odpowiadającymi im słabszymi funktorami, mam na

myśli to, iż owe silniejsze funktory winny być WSZĘDZIE zastąpione funktorami słabszymi. W takim wypadku wszystkie aksjomaty systemu intuicjonistycznego pozostają prawdziwe i wszystkie jego konsekwencje są spełnione. To, że częściowe zastępowanie funktora *F* funktorem *C* nie zawsze daje formułę prawdziwą, w sposób oczywisty wynika z faktu, iż *F* jest funktorem silniejszym niż *C*, co znaczy że implikacja *FFpqCpq* utrzymuje się w systemie intuicjonistycznym, podczas gdy jej konwers *FCpqFpq* nie jest w tym systemie dowodliwy. Druga z powyższych formuł, którą można traktować jako wynik częściowego zastępowania funktora *F* funktorem *C* w tezie *FFpqFpq* i którą obalam w mojej pracy, jest przykładem prostszym od proponowanych przez K. J. COHENA.

Przełożył Mikołaj Hernik

7. O PEWNYM SPORNYM PROBLEMIE ARYSTOTELESOWSKIEJ SYLOGISTYKI MODALNEJ (On a controversial problem of Aristotle's modal syllogistic)

Dominican Studies
vol. VII(1954) s. 114–128

1. Problem. ARYSTOTELES traktuje w różny sposób sylogistyczne tryby pierwszej figury o jednej przesłance apodyktycznej, a drugiej asertorycznej, w zależności od tego, która przesłanka, większa czy mniejsza, jest apodyktyczna. Twierdzi on, że gdy przesłanka większa jest apodyktyczna, mniejsza zaś asertoryczna, otrzymujemy wniosek apodyktyczny, lecz gdy przesłanka mniejsza jest apodyktyczna, a większa asertoryczna, otrzymujemy wniosek asertoryczny.[12] Różnice tą rozjaśnią następujące przykłady trybu *Barbara*. ARYSTOTELES uznaje sylogizm: „Jeżeli jest konieczne, by każde *b* było *a*, to jeżeli każde *c* jest *b*, to jest konieczne, by każde *c* było *a*", odrzuca jednak sylogizm „Jeżeli każde *b* jest *a*, to jeżeli jest konieczne, by każde *c* było *b*, to jest konieczne, by każde *c* było *a*". Symbolicznie:

---

[12] *An. pr.* A 9, 30 a 15–25: συμβαινει δε ποτε και της ετερας προτασεως αναγκαιας ουσης αναγκαιον γινεσθαι τον συλλογισμον, πλην ουχ οποτερας ετυχεν, αλλα της προς το μειζον ακρον, οιον ει το μεν Α τω Β εξ αναγκης ειληπται υπαρχον η μη υπαρχον, το δε Β τω Γ υπαρχον μονον· ουτως γαρ ειλημμενων των προτασεων εξ αναγκης το Α τω Γ υπαρξει η ουχ υπαρξει. (Tu następuje zdanie przytoczone w przypisie 3.) ει δε το μεν ΑΒ μη εστιν αναγκαιον, το δε ΒΓ αναγκαιον, ουκ εσται το συμπερασμα αναγκαιον.

(1) *CLAbaCAcbLAca* jest uznane,
(2) *CAbaCLAcbLAca* jest odrzucone,

gdzie „*L*" znaczy „jest konieczne, że".[13]

Spór, jaki rozgorzał wokół powyższych trybów, wart jest tego, by go starannie zbadać.

2. Arystoteles uważa sylogizm (1) za samooczywisty. Powiada on: „Skoro każde *b* z konieczności jest *a* lub nie *a*, a *c* jest jednym z *b*, jest oczywiste (φανερον), iż *c* również z konieczności będzie *a* lub nie *a*".[14] Z pewnych względów, o których będzie mowa w ustępie 9, trudno jest pokazać to na przykładach. Następujący obraz uczyni jednak być może sylogizm (1) wyrazistszym. Wyobraźmy sobie, że wyrażenie *LAba* znaczy: „Każde *b* ma połączenie z *a*." Jest zatem oczywiste, że każde *c* będące *b*, ma połączenie z *a*, tj. *LAca*. Cokolwiek bowiem jest w pewien sposób prawdziwe o każdym *b*, jest też w ten sam sposób prawdziwe o każdym *c*, jeżeli każde *c* jest *b*. Oczywistość ostatniego zdania jest niewątpliwa.

3. Teofrast i Eudemos odrzucają sylogizm (1). Od Aleksandra wiemy, że oczywistość sylogizmu (1), na którą powoływał się Arystoteles, była nie dość przekonywająca dla jego przyjaciół z kręgu Teofrasta i Eudemosa.[15] Wbrew Arystotelesowi, obstawali oni przy poglądzie głoszącym, że jeżeli któraś z przesłanek jest asertoryczna, to taki też musi być wniosek, podobnie jak jeżeli któraś z przesłanek jest przecząca, taki też musi być wniosek, oraz jeżeli któraś z przesłanek jest szczegółowa, to taki musi być też i wniosek, zgodnie z ogólną zasadą, sformułowaną później przez scholastyków: *Peiorem sequitur semper conclusio partem.*

Argument ten może być jednak z łatwością odparty. Sylogizm (1) jest dedukcyjnie równoważny problematycznemu trybowi *Bocardo* figury trzeciej: „Jeżeli jest możliwe, by pewne *c* nie było *a*, to jeżeli każde *c* jest *b*, to jest możliwe, by pewne *b* nie było *a*". Symbolicznie:

(3) *CMOcaCAcbMOba,*

gdzie „*M*" znaczy „jest możliwe, że".

Sylogizm (3) jest równie oczywisty, co (1). Jego oczywistość można zilustrować przykładami. Przypuśćmy, że urna zawiera losy ponumerowane od 1 do 90,

---

[13] W sprawie notacji symbolicznej zobacz odsyłacze w „Dodatku" (przypis 35).

[14] *Ibid.*, 30 a 21–23: επει γαρ παντι τω Β εξ αναγκης υπαρχει η ουχ υπαρχει το Α, το δε Γ τι των Β εστι, φανερον οτι και τω Γ εξ αναγκης εσται θατερον τουτων.

[15] Komentując ustęp cytowany w przypisie 12, Aleksander mówi, s. 124, 8–17 (wyd. Wallies): ουτος μεν ουν ουτως λεγει. οι δε γε εταιροι αυτου οι περι Ευδημον τε και Θεοφραστον ουχ ουτως λεγουσι, αλλα φασιν εν πασαις ταις εξ αναγκαιας τε και υπαρχουσης συζυγιαις, εαν ωσι συγκειμεναι συλλογιστικως, υπαρχον γινεσθαι το συμπερασμα ... τω ελαττον ειναι το υπαρχον του αναγκαιου.

i że *c* znaczy „liczba wyciągnięta z urny", *b* — „liczba PARZYSTA wyciągnięta z urny", natomiast *a* — „podzielna przez 3". Przyjmujemy, że w pewnym wypadku z urny wyciągnięto pięć liczb parzystych; tak więc zdanie: „Każda liczba wyciągnięta z urny jest liczbą parzystą wyciągniętą z urny", czyli: *Acb*, jest prawdziwe faktycznie. Możemy stąd w sposób pewny wnioskować, że jeżeli jest w naszym wypadku możliwe, by pewna liczba wyciągnięta z urny nie była podzielna przez 3, czyli: *MOca*, to jest też w tym wypadku możliwe, by pewna liczba PARZYSTA wyciągnięta z urny nie była podzielna przez 3, czyli: *MOba*.

ARYSTOTELES przyjmuje sylogizm (3) i dowodzi go przez *reductio ad absurdum* na podstawie sylogizmu (1).[16] Jednakże nie wyprowadza on (1) z (3), choć z pewnością wiedział, że da się to zrobić. ALEKSANDER dostrzegł to i *explicite* dowodzi (1) z (3) przez *reductio ad absurdum*, twierdząc, iż rozumowanie to winno być uważane za niezbity dowód poglądu ARYSTOTELESA.[17] Skoro przyjaciele ARYSTOTELESA przyjmują spełniający regułę *Peiorem* sylogizm (3), i skoro (1) jest z (3) wyprowadzalny, to, jego zdaniem, nie mogą oni odrzucać (1) na gruncie owej reguły, która, w zastosowaniu do modalności, okazuje się fałszywa.

4. Spór nie jest rozstrzygnięty. Zobaczymy w ustępie 6, że TEOFRAST i EUDEMOS wysunęli przeciw sylogizmowi (1) jeszcze jedno rozumowanie, niełatwe dla ALEKSANDRA do zbicia, jako że utrzymuje się lub upada wraz z rozumowaniem ARYSTOTELESA. Pomimo zapewnień ALEKSANDRA o „niezbitym dowodzie", wyczuwa się, iż nieobce są mu pewne wątpliwości; przedstawiwszy bowiem kilka rozumowań na rzecz poglądu ARYSTOTELESA, spośród których cytowane powyżej jest rozumowaniem ostatnim, zaznacza on na końcu, iż w innych swych pismach wykazał precyzyjnie, które z owych rozumowań są trafne, a które nie.[18] ALEKSANDER ma tu na myśli dzieło „O braku zgody co do trybów mieszanych pomiędzy Arystotelesem i jego przyjaciółmi" oraz swoje „Scholia logiczne".[19] Niestety oba te dzieła zaginęły.

W naszych czasach spór odżył. Sir David Ross komentując sylogizm (1) i jego dowód z sylogizmu (3) oświadcza stanowczo: „Doktryna ARYSTOTELESA jest jed-

---

[16] *An.pr.* A 21, 39 *b* 33–39: υπαρχετω γαρ το μεν Β παντι τω Γ, το δε Α ενδεχεστθω τινι τω Γ μη υπαρχειν· αναγκη δη το Α ενδεχεσθαι τινι τω Β μη υπαρχειν. ει γαρ παντι τω Β το Α υπαρχει εξ αναγκης, το δε Β παντι τω Γ κειται υπαρχειν, το Α παντι τω Γ εξ αναγκης υπαρξει· τουτο γαρ δεδεικται προτερον. αλλ'υπεκειτο τινι ενδεχεσθαι μη υπαρχειν.

[17] Komentując sylogizm (1), ALEKSANDER mówi, 127, 3–14: εστι δε πιστοσασθαι, οτι το λεγομενον υπο Αριστοτελους υγιες εστι, μαλιστα δια της εις αδυνατον απαγωγης της γινομενης εν τριτω σχηματι ... εν γαρ τη τοιαυτη συζυγια τη εν τριτω σχηματι και Αριστοτελει δοκει και τοις εταιροις αυτου επι μερους ενδεχομενον γινεσθαι το συμπερασμα.

[18] ALEKSANDER, 127, 14–17' (ciąg dalszy przypisu 17): τοσουτοις και τοιουτοις αν τις χρησαιτο παρισταμενος τη περι τουτων Αριστοτελους δοξη. τι δε τουτων υγιως η μη υγιως λεγεσθαι δοκει, εν αλλοις ημιν, ως εφην, μετα ακριβειας ειρηται.

[19] Tytuł pierwszej z prac brzmi: ALEKSANDER 125, 30: Περι της κατα τας μιξεις διαφορας Αριστοτελους τε και των εταιρων αυτου. Por. ALEKSANDER 249, 38–250, 2, gdzie zamiast διαφορας użyte jest διαφωνιας, a Σχολια λογικα przytaczane są jako druga praca.

nak całkiem błędna. Stara się on bowiem wykazać, iż przesłanki dowodzą nie tylko, że każde C jest A, ale również że jest z konieczności A, tak jak każde B jest z konieczności A, tj. przez trwałą konieczność jego własnej natury; tymczasem wykazują one jedynie, że tak długo, jak każde C jest B, jest również A, nie przez stałą konieczność własnej swej natury, ale czasową konieczność, wypływającą z jego czasowego udziału w naturze B."[20] Jest to argument metafizyczny, jako że terminy „natura rzeczy" i „stała konieczność jej natury" przynależą do metafizyki. Jednak za tą metafizyczną terminologią ukryty jest głęboki problem logiczny i aby go rozważyć, musimy się teraz zająć drugim odrzuconym przez ARYSTOTELESA sylogizmem.

5. Sylogizm (2) jest równie oczywisty co sylogizm (1). To dziwne, że ARYSTOTELES odrzuca sylogizm

(2) *CAbaCLAcbLAca,*

choć jasne jest, iż opiera się on na tych samych podstawach, co uznany sylogizm (1). Aby wykazać jego oczywistość posłużmy się tym samym obrazem, co poprzednio. Jeżeli *LAcb* znaczy, że każde *c* ma połączenie z *b*, i każde *b* jest *a*, czyli *Aba*, oczywistym jest, że każde *c* ma połączenie z *a*, czyli *LAca*. Mówiąc ogólnie, jeżeli *b* jest w jakiś sposób orzeczone o pewnym *c*, to również *a* musi orzeczone w ten sam sposób o pewnym *c*, jeżeli każde *b* jest *a*. Wydaje się to być oczywiste.

Najbardziej przekonujący argument za poprawnością sylogizmu (2) opiera się na jego dedukcyjnej równoważności względem problematycznego trybu *Baroco* figury drugiej:

(4) *CAbaCMOcaMOcb,* słownie:

„Jeżeli każde *b* jest *a*, to jeżeli jest możliwe, by pewne *c* nie było *a*, to jest możliwe, by pewne *c* nie było *b*." Zilustrować to można następującym przykładem. Powróćmy do naszej urny, z której wyciągnięto pięć liczb i załóżmy, że każda liczba parzysta wyciągnięta z urny (*b*), jest podzielna przez 3 (*a*), tj. *Aba*. Z tej prawdy faktycznej możemy w sposób pewny wnioskować, że jeżeli jest możliwe, by pewna liczba wyciągnięta z urny (*c*) nie była podzielna przez 3, czyli *MOca*, to jest również możliwe, by pewna liczba wyciągnięta z urny nie była PARZYSTA, czyli *MOcb*. Sylogizm ten wydaje się być w pełni oczywisty. Wbrew tej oczywistości —

6. ARYSTOTELES obala sylogizm (2), najpierw za pomocą rozumowania czysto logicznego, które rozważone zostanie w ustępie 10, a następnie za pomocą takiego oto przykładu. Niech *c* znaczy „człowiek", *b* — „zwierzę", natomiast *a*

[20] *Aristotle's prior and posterior analytics.* Tekst przejrzany oraz opatrzony wstępem i komentarzami przez W. D. ROSSA. Oxford, Clarendon Press, 1949, s. 43.

— „bycie w ruchu". Przyjmuje on, że zdanie „Każdy człowiek jest zwierzęciem" jest z konieczności prawdziwe, tj. *LAcb*; nie jest jednak konieczne, by każde zwierzę było w ruchu — można to przyjąć jedynie jako prawdę faktyczną, tj. *Aba* — a więc nie jest konieczne, by każdy człowiek był w ruchu, tj. *LAca* nie jest prawdziwe.[21]

Przykład ARYSTOTELESA nie jest wystarczająco przekonujący, ponieważ tego, że każde zwierzę jest w ruchu, nie możemy przyjąć jako prawdy faktycznej. Lepszego przykładu dostarcza nam nasza urna. Niech *c* znaczy „liczba wyciągnięta z urny, podzielna przez 4", *b* — „liczba parzysta wyciągnięta z urny", natomiast *a* — „podzielna przez 3". ARYSTOTELES zgodziłby się na to, że zdanie „Każda liczba wyciągnięta z urny i podzielna przez 4 jest liczbą parzystą wyciągniętą z urny" jest prawdą konieczną, czyli *LAcb*, jednak przesłanka „Każda liczba parzysta wyciągnięta z urny jest podzielna przez 3" może być przyjęta jedynie jako prawda faktyczna, czyli *Aba*; również wniosek „Każda liczba wyciągnięta z urny i podzielna przez 4 jest podzielna przez 3" jest tylko prawdą faktyczną, czyli *Aca*, a nie *LAca*. «Natura» liczby wyciągniętej z urny i podzielnej przez 4 nie obejmuje „trwałej konieczności" bycia podzielną przez 3.

Wydawałoby się, zatem, że ARYSTOTELES ma słuszność, odrzucając sylogizm (2). Sprawa jednak komplikuje się, jako że można wykazać, iż dokładnie to samo rozumowanie daje się wysunąć przeciw sylogizmowi

(1) *CLAbaCAcbLAca.*

Dostrzegli to TEOFRAST i EUDEMOS, którzy obalili (1), używając do tego tych samych terminów, jakich użył ARYSTOTELES do obalenia (2), tyle że w innej kolejności. Niech *b* znaczy „człowiek", *a* — „zwierzę", a *c* — „bycie w ruchu". Zgadzają się oni z ARYSTOTELESEM, że zdanie „Każdy człowiek jest zwierzęciem" jest z konieczności prawdziwe, czyli *LAba*, i przyjmują, że „Cokolwiek jest w ruchu jest człowiekiem" jako prawdę faktyczną, czyli *Acb*. Tym samym przesłanki (1) są spełnione, jest jednak jasne, że wniosek „Cokolwiek jest w ruchu jest zwierzęciem", czyli *Aca*, nie jest z konieczności prawdziwy.[22] Przykład ten jest równie nieprzekonujący, co jego arystotelesowski odpowiednik, ponieważ nie możemy przyjąć, że przesłanka *Acb* jest prawdziwa faktycznie.

Lepszy przykład możemy podać, odwołując się do naszej urny. Niech *b* znaczy „liczba podzielna przez 6", *a* — „liczba podzielna przez 3", a *c* — „liczba parzysta wyciągnięta z urny". ARYSTOTELES przyjąłby, że zdanie „Każda liczba podzielna przez 6 jest podzielna przez 3" jest z konieczności prawdziwe, czyli

---

[21] *An.pr.* A 9, 30 a 28–32: ετι και εκ των ορων φανερον οτι ουκ εσται το συμπερασμα αναγκαιον, οιον ει το μεν Α ειη κινησις, το δε Β ζωον, εφ ω δε το Γ ανθρωπος. ζωον μεν γαρ ο ανθρωπος εξ αναγκης εστι, κινειται δε το ζωον ουκ εξ αναγκης, ουδ' ο ανθρωπος.

[22] ALEKSANDER 124, 21–25: αλλα και επι της υλης δεικνυουσι τουτο εχον ουτως. ... το γαρ ζωον παντι ανθρωπω εξ αναγκης, ο ανθρωπως παντι κινουμενω υπαρχετω. ουκετι το ζωον παντι κινουμενω εξ αναγκης.

LAba, ale tylko faktycznie może być prawdziwe, że „każda liczba parzysta wyciągnięta z urny jest podzielna przez 6", czyli *Acb*, a zatem jest jedynie faktycznie prawdziwe, że „każda liczba parzysta wyciągnięta z urny jest podzielna przez 3", czyli *Aca*. Zdania *Acb* i *Aca* są ze sobą w sposób oczywisty równoważne i jeżeli jedno z nich jest prawdziwe tylko faktycznie, to drugie nie może być prawdziwe z konieczności.

7. Spór prowadzi do paradoksu. Punktem węzłowym rozumowania ARYSTOTELESA jest przyjęcie prawdziwego zdania koniecznego, mianowicie: „Jest konieczne, by każdy człowiek był zwierzęciem". Jak się zdaje, nazywa on to zdanie koniecznym, ponieważ „człowiek" zdefiniowany jest jako „zwierzę" i orzecznik ten przysługuje swemu podmiotowi nie jako własność akcydentalna, ale jako esencjalna. Mówiąc słowami Sir Davida ROSSA: „zwierzę" przynależy „człowiekowi" jako jego „trwała natura". Takie oparte na definicjach zdania, których orzecznik zawarty jest w podmiocie, zwane są „analitycznymi". Wszyscy logicy, od ARYSTOTELESA do CARNAPA, zdają się uważać zdania analityczne za prawdziwe z konieczności.

Jeżeli jest koniecznie prawdziwe, by każdy człowiek był zwierzęciem, to tym bardziej jest koniecznie prawdziwe, by każdy człowiek był człowiekiem. Prawo identyczności:

(5) *Aaa*, słownie:

„Każde *a* jest *a*", jest zdaniem analitycznym *par exellance*, i zgodnie z poglądem przedstawionym powyżej musi być prawdziwe z konieczności. Mamy zatem:

(6) *LAaa*, słownie:

„Jest konieczne, by każde *a* było *a*". ARYSTOTELES nie wprowadza prawa identyczności jako zasady swojej sylogistyki zdań asertorycznych; jest tylko jeden fragment, odnaleziony przez Iva THOMASA, gdzie mimochodem używa prawa identyczności w pewnym dowodzeniu.[23] Nie możemy spodziewać się, że znał on zdanie modalne *LAaa*.

Jeśli *LAaa* jest prawdziwe, to możemy z łatwością obalić zarówno sylogizm (1) jak i (2). Dając w (1) *a* zamiast *b*, a w (2) *c* zamiast *b*, i pomijając jako prawdziwe przesłanki *LAaa* i *LAcc*, otrzymujemy z obu sylogizmów wniosek:

(7) **CAcaLAca*, słownie:

„Jeżeli każde *c* jest *a*, to jest konieczne, by każde *c* było *a*." Wniosek ten nie może być prawdziwy dla wszystkich *c* i *a*, bo gdyby był, to każde zdanie asertoryczne typu *Aca* byłoby równoważne swemu apodyktycznemu odpowiednikowi

[23] Zobacz: Ivo THOMAS, O. P., „Farrago Logica", *Dominican studies*, Vol. IV, 1951, s. 71. Ustęp brzmi, *An.pr.* B 22, 68 a 19: κατηγορειται δε το B και αυτο αυτου.

LAca, jako że odwrotna implikacja *CLAcaAca* jest oczywiście prawdziwa. Asterysk przed *CAcaLAca* wskazuje, że formułę tę trzeba odrzucić.

Spór doprowadził nas zatem do sytuacji paradoksalnej: najwyraźniej są równie mocne argumenty za — jak i przeciw sylogizmom (1) i (2). Wskazuje to na błąd ukryty u samych podstaw logiki modalnej, mający, jak się zdaje, źródło w błędnej koncepcji konieczności.

8. Arystotelesowska logika zdań modalnych dostarcza rozwiązania paradoksu. W rozdziale 15 księgi A *Analityk pierwszych*, są trzy ustępy bardzo istotne dla rozwiązania naszego problemu. Na początku tego rozdziału czytamy: „Najpierw trzeba powiedzieć, że jeżeli (jeżeli A jest, to B być musi), to (jeżeli A jest możliwe, to B również musi być możliwe)".[24] Kilka linijek niżej ARYSTOTELES, odnosząc się do swego sylogizmu, mówi: „Jeśli ktoś oznaczy przesłanki przez A, a wniosek przez B, wyniknie z tego nie tylko, że jeżeli A jest konieczne, to B jest konieczne, ale i to, że jeżeli A jest możliwe, to B jest możliwe".[25] Pod koniec akapitu powtarza: „Dowiedziono, że jeżeli (jeżeli A jest, to B jest), to (jeżeli A jest możliwe, to B jest możliwe)".[26]

Owe fragmenty, sformułowane z użyciem zmiennych zdaniowych,[27] pozwalają na różne interpretacje, choć jest wysoce nieprawdopodobne, by ARYSTOTELES zdawał sobie sprawę z tej różnorodności. Najprostsza interpretacja, wynikająca w sposób oczywisty z trzeciego fragmentu, dostarcza następującego prawa rachunku zdań dla możliwości:

(8) *CCpqCMpMq*, słownie:

„Jeżeli (jeżeli *p*, to *q*), to (jeżeli *p* jest możliwe, to *q* jest możliwe)". Prawo to jest dedukcyjnie równoważne analogicznemu prawu dla konieczności wspomnianemu przez ARYSTOTELESA w drugim fragmencie:

(9) *CCpqCLpLq*, słownie:

„Jeżeli (jeżeli *p*, to *q*), to (jeżeli *p* jest konieczne, to *q* jest konieczne)." Oba prawa można nazwać „prawami ekstensjonalności", ponieważ są dedukcyjnie równoważne formułom:

(10) *CEpqCMpMq* oraz (11) *CEpqCLpLq*

---

[24] *An.pr.*A 15, 34 a 5–7: πρωτον δε λεκτεον οτι ει του A ουτος αναγκη το B ειναι, και δυνατου ουτος του A δυνατον εσται και το B εξ αναγκης.

[25] *Ibid.*, 34 a 22–24: ει τις θειη το μεν A τας προτασεις, το δε B το συμπερασμα, συμβαινοι αν ου μονον αναγκαιου του A οντος αμα και το B ειναι αναγκαιον, αλλα και δυνατου δυνατον.

[26] *Ibid.*, 34 a 29–31: δεδεικται οτι ει του A οντος το B εστι, και δυνατου οντος του A εσται το B δυνατον.

[27] I. M. BOCHEŃSKI OP jako pierwszy zwrócił uwagę na ten fakt. Zobacz jego *Ancient formal logic*, Amsterdam 1951, s. 71, gdzie przytacza się (8) jako formułę 11.64.

na gruncie modalnych tez *CpMp* i *CLpp*, oraz klasycznego rachunku zdań.[28] Słownie (10) brzmi: „Jeżeli *p* i *q* są sobie równoważne, to jeżeli *p* jest możliwe, to *q* jest możliwe"; podobnie (11) znaczy: „Jeżeli *p* i *q* są sobie równoważne, to jeżeli *p* jest konieczne, to *q* jest konieczne." Obie formuły są szczególnymi przypadkami ogólnej zasady ekstensjonalności:

(12) *CEpqCδpδq*,

gdzie δ jest zmiennym funktorem zdaniotwórczym od jednego argumentu zdaniowego, i są w pełni oczywiste.

9. Jak rozwiązuje się paradoks. Z (9), na mocy zasady sylogizmu hipotetycznego, wyprowadzamy formuły:

(13) *CCpCqrCpCLqLr* oraz (14) *CCpCqrCLpCqLr*,

których poprzedniki przekształcamy w asertoryczny tryb *Barbara*, podstawiając: *p/Aba*, *q/Acb*, *r/Aca*. Stąd otrzymujemy z (13) przez odrywanie sylogizm (2), a z (14) sylogizm (1). Oba sylogizmy są tym samym dowiedzione jako konsekwencje praw logicznych.

Teraz druga strona paradoksu. Możemy wykazać, że odparcie sylogizmów (1) i (2) na gruncie *LAaa* jest błędne. Z (9) wynika implikacja:

(15) *CLqCpLp*,

a ponieważ jej następnik „Jeżeli *p*, to jest konieczne, że *p*", czyli:

(16) **CpLp*

jest odrzucony, musimy odrzucić

(17) **Lα*

dla dowolnej interpretacji α.[29] Znaczy to, że ŻADNE ZDANIE APODYKTYCZNE NIE JEST PRAWDZIWE i w konsekwencji, żadne zdanie apodyktyczne nie może być uznane. Zatem, jeżeli utożsamiamy *a* z *b* w (1) otrzymując

(18) *CLAaaCAcaLAca*

lub *b* z *c* w (2) otrzymując

(19) *CAcaCLAccLAca* = *CLAccCAcaLAca* (przez komutację),

to nie mamy prawa oderwać od żadnej z tych formuł błędnego następnika *CAcaLAca*, ponieważ nie można uznać ani *LAaa*, ani *LAcc*. Z tego samego powodu błędne są wszystkie przykłady, próbujące wykazać niepoprawność czy to sylogizmu (1), czy (2) przy pomocy terminów konkretnych, dających rzekomo prawdziwe przesłanki apodyktyczne. Ponieważ wielu logików wierzy w prawdzi-

[28] Formalny dowód dedukcyjnej równoważności formuł zawierających *L* podano w ustępie B „Dodatku".

[29] Zobacz dowód formalny oraz wyjaśnienie dotyczące α w ustępie C „Dodatku".

wość takich zdań, trudno jest przykładami przekonać ich o słuszności owych sylogizmów.

10. Dowód logiczny ARYSTOTELESA wykazujący błędność (2) jest zły. Obalenie sylogizmu przy użyciu terminów konkretnych nie jest dowodem czysto logicznym, ponieważ terminy takie jak „człowiek" czy „zwierzę" nie należą do logiki. ARYSTOTELES jednakże, o czym wspomniano już w ustępie 6, próbuje również obalić sylogizm (2) dowodem czysto logicznym, wyprowadzając z (2) rzekomo fałszywą konsekwencję. Jego dowód jest bardzo krótki. Stwierdza, że gdyby (2) zachodził, wynikałoby z tego, na mocy figury pierwszej i trzeciej, że pewne *b* jest z konieczności *a*; jest to jednak fałsz, ponieważ *b* może być takie, iż jest możliwe, że żadne *b* nie jest *a*.[30]

ARYSTOTELES odwołuje się tu do apodyktycznych trybów Darii i Darapti:

(20) *CLAcaCLIbcLIba* oraz (21) *CLAcaCLAcbLIba.*

Przy pomocy rachunku zdań możemy z każdego z tych trybów i z sylogizmu (2) wyprowadzić konsekwencję:

(22) *CAbaCLAcbLIba.*[31]

ARYSTOTELES zdaje się ignorować przesłankę *LAcb* i interpretuje tę konsekwencję jako prostą implikację:

(23) *CAbaLIba,*

która jest w sposób oczywisty fałszywa i którą trzeba odrzucić. Albo też myślał być może, że przesłankę *LAcb* można uczynić prawdziwą przez podstawienie *c* i następnie ją pominąć. Mylił się jednak. Z *CAbaIba* możemy wyprowadzić dzięki prawu rachunku zdań *CCpqCpCrq* formułę *CAbaCAcbIba*, a z (13) przez podstawienie *p/Aba*, *q/Acb*, *r/Iba* otrzymujemy wyrażenie (22). Czysto logiczny dowód ARYSTOTELESA spalił na panewce. ARYSTOTELES nie ma racji odrzucając sylogizm (2), ma ją jednak uznając (1). TEOFRAST i EUDEMOS mylą się w obu wypadkach.

11. Konkluzja. ARYSTOTELES był twórcą logiki modalnej i o jego dociekaniach w tej trudnej materii będzie się zawsze pamiętać. Nie miał on jednak do swej dyspozycji potężnych narzędzi logiki symbolicznej, jakimi możemy się dziś posłużyć, i do jego teorii wkradły się pewne fundamentalne błędy. Nie zdawał on sobie sprawy z rażących błędów, jakich dopuścił się w teorii przypadkowości i nie dostrzegał sprzeczności, na które cierpiała jego teoria konieczności.

---

[30] *An.pr.* A 9, 30 a 25–28 (ciąg dalszy ustępu cytowanego w przypisie 12): ει γαρ εστι, συμβησεται το Α τινι τω Β υπαρχειν εξ αναγκης δια τε του πρωτου και δια του τριτου σχηματος. τουτο δε φευδος. ενδεχεται γαρ τοιουτον ειναι το Β ω εγχωρει το Α μηδενι υπαρχειν.

[31] Dowód (22) przy pomocy tablicy prawdziwościowej podano w ustępie A „Dodatku".

Wszystkie systemy logiki modalnej przyjmują implikację „Jeżeli jest konieczne, że p, to p" za prawdziwą, jednak jej konwers: „Jeżeli p, to jest konieczne, że p" musi być odrzucony. Symbolicznie:

(24) *CLpp* oraz (16) **CpLp*.

ARYSTOTELES znał obie te zasady, jednak nigdzie otwarcie ich nie wypowiada.[32] ALEKSANDER przedstawia je jako oczywiste.[33] Druga zasada prowadzi — na gruncie klasycznego rachunku zdań — do sprzeczności między głoszonym przez ARYSTOTELESA prawem ekstensjonalności (9) a przyjęciem przez niego prawdziwych zdań apodyktycznych. Jeżeli przyjmujemy takie zdania, to nie możemy uznać (9), a jeżeli uznajemy (9), to nie możemy przyjąć prawdziwych zdań apodyktycznych. Musimy wybrać jedną z tych dwu możliwości.

Jestem stanowczo przekonany, że wszystkie argumenty przemawiają za prawem ekstensjonalności, które uważać należy za kamień węgielny każdego systemu logiki modalnej. Tylko to prawo rozwiązuje nasz paradoks, ratując oczywistość sylogizmów (1) i (2) oraz zbijając argumenty przeciw nim. W ten sam sposób rozwiązać można podobny paradoks teorii identyczności, który jak dotąd nie został w sposób zadowalający wyjaśniony.[34]

Z drugiej strony, nic nie tracimy, nie przyjmując prawdziwych zdań apodyktycznych. Jest oczywiście prawdą, że każde a jest a, jeżeli a nie jest terminem pustym, lecz nie zyskuje się nic mówiąc, że jest to prawdą z KONIECZNOŚCI. Nie ma potrzeby, by uznawać zdania «superprawdziwe», gdyż nie ma nic silniejszego od prawdy. Gdyby ktoś oponował przeciw wprowadzaniu do logiki zdań, które nie są nigdy prawdziwe, odparłbym, że logika modalna jest ważna i użyteczna jako teoria możliwości, a gdy wprowadzamy do logiki możliwość, to nie możemy pominąć jej negacji, konieczności, ponieważ obie one są ze sobą nierozerwalnie złączone.

Na gruncie takich rozważań, inspirowanych przez samego ARYSTOTELESA, mogłem w 1953 roku stworzyć zupełny system logiki modalnej, odpowiadający, moim zdaniem, wszystkim naszym intuicjom dotyczącym modalności i pozbawiony usterek znanych systemów logicznych. Ów system, którego krótki opis podano w „Dodatku", zbudowany jest na klasycznym rachunku zdań, rozszerzonym o zmienny funktor δ, oraz na powszechnie przyjmowanych tezach logiki modalnej. Wydaje mi się, że wszystkie jego aksjomaty dla wyrażeń uznanych i odrzuconych, podobnie jak i wszystkie jego reguły wnioskowania, są w pełni oczywiste. Specjalną uwagę zwrócić należy na wyrażenia odrzucone aksjoma-

---

[32] Odnośnie do sylogistycznego wniosku mówi, *An.pr.* A 16, 36 a 15–17: φανερον δ'οτι και του ενδεχεσθαι μη υπαρχειν γιγνεται συλλογισμος, ειπερ και του μη υπαρχειν, wypowiadając w ten sposób tezę *CNpMNp*, z której w sposób prosty wynika (24); zaznacza też mimochodem, *An.pr.* A 8, 29 b 30: πολλα γαρ υπαρχει μεν, ου μεντοι εξ αναγκης.

[33] ALEKSANDER 152, 32: το γαρ αναγκαιον και υπαρχον, ουκετι δε το υπαρχον αναγκαιον.

[34] Zobacz ustęp D „Dodatku".

tycznie, jako że bez nich żaden system logiczny nie może być nazwany „logiką modalną". W systemie tym zdefiniować można ważne pojęcia możliwości dwustronnej czyli przypadkowości, z dokładnością większą od tej, jaką osiągnął ARYSTOTELES. Chociaż system ma adekwatną czterowartościową matrycę, wszystkie prawa logiki dwuwartościowej są w nim ważne. Można wykazać, że jest to najprostsze rozszerzenie logiki dwuwartościowej. Przedstawione w tej pracy wyniki zawdzięczam mojemu czterowartościowemu systemowi modalnemu.

DODATEK[35]

A. Krótki opis czterowartościowego systemu modalnego.

System można zbudować na aksjomacie klasycznego *C-N-p* rachunku zdań z δ:

1 *CδpCδNpδq*

z którego, co wykazał C. A. MEREDITH, można wyprowadzić wszystkie uznawane formuły rachunku *C-N-d-p*,[36] na podstawie trzech aksjomatów zawierających „*L*" (konieczność) jako modalny termin pierwotny:

2 *CLpp*
3 **CpLp*
4 **NLp*,

oraz na podstawie definicji „*M*" (możliwości):

5 *CδNLNpδMp*.[37]

Regułami wnioskowania są reguły podstawiania i odrywania dla formuł uznanych i odrzuconych.

System posiada czterowartościową matrycę adekwatną, w której 1 jest elementem wyróżnionym.

---

[35] Aby zapoznać się z moją symboliką, jej znaczeniem i zasadami, zobacz moje wcześniejsze publikacje:

(I) *Aristotle's syllogistic from the standpoint of modern formal logic*, Oxford, 1951, Clarendon Press (notacja beznawiasowa — s. 77; struktura dowodów — s. 81; reguły wnioskowania dla wyrażeń uznanych — s. 88, dla wyrażeń odrzuconych — s. 96).

(II) „On variable function of propositional arguments", *Proceedings of the Royal Irish Academy*, Dublin, 1951, 54 A 2, s. 25–35 (znaczenie δ — s. 26; δ-podstawienia — s. 28; δ-definicje — s. 29).

(III) „A system of modal logic", *The Journal of Computing Systems*, St Paul, Minnesota 1953, I, 111–149. Streszczenie tej pracy ukazało się w *Proceedings of the XI[th] International Congress of Philosophy*, Brussels 1953, XIV, 81–89 [w tym tomie: s. 245–251; dopisek mój, JJJ]. Ze względów drukarskich w bieżącej pracy zastępuję wszędzie „Γ" przez „*L*" i „Δ" przez „*M*" oraz opuszczam znaki asercji i odrzucenia, oznaczając odrzucone formuły asteryskiem.

[36] Zobacz (III), s. 297–301, gdzie aksjomaty rachunku *C-N-p* oraz prawo ekstensjonalności *CEpqCδpδq* wyprowadzono z aksjomatu 1.

[37] W (III) system oparty jest na aksjomatach: 1, *CpMp*, **CMpp*, **Mp*, z „*M*" jako pierwotnym terminem modalnym oraz z definicją *CδNMNpδLp*. System ten jest dedukcyjnie równoważny systemowi z „*L*".

C	1 2 3 4	*N*	*L*	*M*
1	1 2 3 4	4	2	1
2	1 1 3 3	3	2	1
3	1 2 1 2	2	4	3
4	1 1 1 1	1	4	3

Za pomocą tej tabeli można z łatwością wykazać prawdziwość sylogizmów (1) i (2) oraz formuły

(22) *CAbaCLAcbLIba.*

(22) posłuży mi za przykład. Mamy jedno z dwojga: *LAcb* = 2 albo 4; w tym drugim wypadku formuła jest spełniona, ponieważ *CpC4q* = 1 dla jakichkolwiek *p* i *q*. *CAbaC2LIba* jest również spełniona, ponieważ jeżeli *Aba* = 3 lub 4, mamy *C3C2q* = *C4C2q* = 1 dla dowolnego *q*; a jeżeli *Aba* = 1 lub 2, to skoro *CAbaIba* jest prawdziwe, *Iba* może być tylko = 1 lub 2, więc w obu wypadkach *LIba* = 2. Lecz *CpC22* = 1 dla dowolnego *p*.

B. Dowód tego, że *CCpqCLpLq* jest dedukcyjnie równoważne *CEpqCLpLq*.
Przesłanki:

2 *CLpp*
6 *CCpqCCqrCpr*
7 *CEpqCpq*
8 *CCpCqrCCrsCpCqs*
9 *CCqpCCpqEpq*
10 *CpCqp*
11 *CCpCqCprCqCpr*

Dedukcja:

(a) Od 12 *CCpqCLpLq* do 13 *CEpqCLpLq*.
6 *p*/*Epq*, *q*/*Cpq*, *r*/*CLpLq* × *C*7 – *C*12 – 13
13 *CEpqCLpLq*.

(b) Od 13 *CEpqCLpLq* do 12 *CCpqCLpLq*.
8 *p*/*Cqp*, *q*/*Cpq*, *r*/*Epq*, *s*/*CLpLq* × *C*9 – *C*13 – 14
14 *CCqpCCpqCLpLq*
6 *p*/*Lp*, *q*/*p*, *r*/*Cqp* × *C*2 – *C*10 – 15
15 *CLpCqp*
6 *p*/*Lp*, *q*/*Cqp*, *r*/*CCpqCLpLq* × *C*15 – *C*14 – 16
16 *CLpCCpqCLpLq*
11 *p*/*Lp*, *q*/*Cpq*, *r*/*Lq* × *C*16 – 12
12 *CCpqCLpLq*.

C. Dowód tego, że *CCpqCLpLq* jest sprzeczne z dowolnym uznanym zdaniem apodyktycznym.

Przesłanki:

3 **CpLp*
12 *CCpqCLpLq*
17 *CCCpqrCqr*
18 *CCpCqrCqCpr*

Dedukcja:

17 *r*/*CLpLq* × *C*12 – 19
19 *CqCLpLq*
18 *p*/*q*, *q*/*Lp*, *r*/*Lq* × *C*19 – 20
20 *CLpCqLq*
20 *p*/α, *q*/*p* × *C*21 – 3
21 **L*α

**L*α nie znaczy tego samego, co **Lp*, którą to formułę możemy uzyskać z 20. Zgodnie z naszymi zasadami dla wyrażeń odrzuconych, z **Lp* nie można, podstawiając za *p*, nic wyprowadzić. Ale z 20 jasno wynika, że każde wyrażenie podstawione za *p* należy odrzucić, ponieważ *CqLq* jest odrzucone jako równoważne *CpLp*. Aby wyrazić przypadek ogólny, używam jako zmiennych liter greckich, nazywając je „zmiennymi interpretacyjnymi", w przeciwieństwie do „zmiennych podstawieniowych", oznaczanych literami łacińskimi. **L*α znaczy zatem, że *L*α należy odrzucić dla dowolnej interpretacji α, na przykład dla α = *Aaa*.

D. Teoria identyczności a logika modalna.[38]

Teoria identyczności oparta jest na dwóch aksjomatach:

22 *Ixx*
23 *CIxyCφxφy*,

gdzie „*Ixy*" znaczy „*x* jest identyczne z *y*", „*x*" i „*y*" oznaczają przedmioty indywidualne, a φ jest zmiennym funktorem zdaniotwórczym od jednego argumentu indywiduowego.

Z 23 otrzymujemy przez podstawienie za φ:

23 φ/*LIx′* × 24

[38] W amerykańskich periodykach ukazało się kilka niedostępnych dla mnie artykułów poświęconych temu tematowi. Zapoznałem się jedynie z dwoma pismami W. V. QUINE'A, „The problem of interpreting modal logic", *The Journal of Symbol Logic*, 12, 1947, s. 43–48, oraz „Three Grades of Modal Involvement", *Proceedings of the XI*th *Congress of Philosophy*, Bruksela 1953, XVI, s. 65–81. Streszczenie dotyczącej tego tematu dyskusji i uzupełniające uwagi znalazłem w przysłanej przez Profesora A. N. PRIORA odbitce *Logic notes* wydanych przez Departement of Philosophy of the Canterbury University College (Christchurch, N. Z.). Zobacz również mój artykuł „Arithetic and modal logic", *The Journal of Computing Systems*, St Paul, Minn. 1954, vol. I, no 4 [w tym tomie: s. 332–334; dopisek mój, JJJ].

24 *CIxyCLIxxLIxy*,

natomiast z 24 wynika przez 18 (komutacja):

18 *p/Ixy*, *q/LIxx,r /LIxy* × *C*24 – 25

25 *CLIxxCIxyLIxy*.

Jeżeli przyjmiemy, że *Ixx*, jako analityczne, jest prawdziwym zdaniem koniecznym, czyli jeżeli przyjmiemy *LIxx*, to otrzymujemy konsekwencję:

26 **CIxyLIxy*,

która znaczy, że dowolne dwa przedmioty identyczne są identyczne Z KONIECZNOŚCI. Konsekwencja ta nie jest prawdziwa i musi zostać odrzucona, co staje się oczywiste, jeżeli zastosujemy do 26 prawo transpozycji, otrzymując:

27 **CNLIxyNIxy*.

27 mówi, że dowolne dwa przedmioty są faktycznie różne, jeżeli tylko jest MOŻLIWE, by były różne. Na przykład: w rzucie kostką uzyskano wynik *x*. Jest oczywiście możliwe, że *y* — wynik kolejnego rzutu — będzie różny od *x*. Jeżeli przyjmujemy 27, możemy argumentować, że *y* będzie FAKTYCZNIE różny od *x*, co sprzeciwia się faktom.

Paradoks rozwiązuje się prosto, ponieważ *LIxx* nie może być przyjęte, a odrzucony następnik 26 nie może być oderwany od implikacji 25.

W. V. QUINE zapytuje,[39] co jest złego w następującym wnioskowaniu:

(a) Gwiazda Poranna jest koniecznie-identyczna-z-Gwiazdą-Poranną.

(b) Ale Gwiazda Wieczorna nie jest koniecznie-identyczna-z-Gwiazdą-Poranną (będąc z nią po prostu faktycznie identyczna).

(c) Ale jeden i ten sam przedmiot nie może mieć własności sprzecznych (nie może zarazem być A i nie być A).

(d) Zatem Gwiazda Poranna i Gwiazda Wieczorna są różnymi przedmiotami.

To wnioskowanie jest błędne, ponieważ przesłanki (a) i (b) nie są prawdziwe, i konkluzja (d) jest fałszywa. Niemniej jednak implikacja *C*(a)*C*(b)(d) jest poprawna (trzecia przesłanka może być pominięta jako prawdziwa). Jeżeli „*x*" oznacza „Gwiazdę Poranną" a „*y*" — „Gwiazdę Wieczorną", to (a) jest *LIxx*, (b) jest *NLIyx* = *NLIxy*, a (d) jest *NIxy*; w ten sposób otrzymujemy formułę:

28 *CLIxxCNLIxyNIxy*,

która jest przekształceniem formuły 25 i jest poprawnie wyprowadzalna z praw logicznych. Jej prawdziwość można też wykazać przy pomocy naszej matrycy czterowartościowej: *Ixx* = *Ixy* = 1; stąd *LIxx* = *LIxy* = *L*1 = 2, *NLIxy* = *N*2 = 3, *NIxy* = *N*1 = 4, i mamy *C*2*C*34 = *C*22 = 1.

Dublin, 30 sierpnia 1954 roku.

Przełożył Mikołaj Hernik

---

[39] Według paragrafu 160 wyżej wzmiankowanych *Logical notes*.

VI. FILOZOFIA MATEMATYKI

1. O POJĘCIU WIELKOŚCI
(Z powodu dzieła Stanisława ZAREMBY *Arytmetyka teoretyczna*)

Przegląd Filozoficzny
r. XIX(1916) z. 1–2 s. 1–70

TREŚĆ

1. Wstęp. 2. Definicja wielkości prof. ZAREMBY. 3. O formułowaniu zasad, określających cechy formalne stosunków równości, mniejszości i większości. 4. O niektórych związkach logicznych, zachodzących między tymi zasadami. 5. O twierdzeniach «pozbawionych treści». 6. O zasadzie: „Nierówności $A < B$ i $B > A$ jednocześnie tylko zachodzić mogą". 7. Jakie dalsze związki logiczne zachodzą między zasadami, określającymi cechy formalne stosunków równości, mniejszości i większości. 8. Jak należy cechy formalne tych stosunków określić. 9. Krytyka definicji wielkości prof. ZAREMBY. 10. Jak należy pojęcie wielkości zdefiniować. 11. Jak należy przedstawić teorię wielkości, by była przystępna i ścisła. 12. Jakie znaczenie ma współczesna logika formalna i jakie ją czekają zadania.

1. Pan Stanisław ZAREMBA, profesor Uniwersytetu Jagiellońskiego, napisał obszerne, bo 859 stron liczące dzieło pt. *Arytmetyka teoretyczna*. Dzieło to, wydane w Krakowie w roku 1912 nakładem Akademii Umiejętności, spotkało się ze strony matematyków z jak największym uznaniem.[1] Nie wątpię, że uznanie to jest słuszne, nie będąc bowiem matematykiem, nie mogę oceniać tej książki ze stanowiska matematyki i polegam w zupełności na opinii znawców. Wolno mi jednak ocenić to dzieło ze stanowiska LOGIKI, tym bardziej że niektóre zagadnienia, w nim poruszone, pozostają z logiką w bardzo bliskim związku.

Sam autor, mówiąc w przedmowie na s. XV o postępach arytmetyki teoretycznej, wyraża się w ten sposób: „Rzeczone postępy polegają częściowo na wprowadzeniu nowych pojęć i nowych rodzajów liczb, ale rozwój arytmetyki teoretycznej w najnowszych czasach jest przede wszystkim nacechowany tym, iż pewne pojęcia całkiem elementarne, a istniejące już w nauce od wielu setek lat, zostały ugruntowane i powiązane ze sobą w sposób bardziej zadawalający ze stanowiska logiki".

---

[1] Zob. recenzję A. HOBORSKIEGO, docenta Uniwersytetu Jagiellońskiego, zamieszczoną w *Wektorze*, r. III, nr 9, Warszawa, kwiecień 1914, s. 418–431.

Z twierdzeniem tym zgadzam się najzupełniej. Istotnie, zarówno arytmetyka teoretyczna, jak cała w ogóle matematyka, zyskała w ostatnich latach bardzo wiele na ścisłości logicznej. To udoskonalenie logiczne matematyki należy, zdaniem moim, przypisać przede wszystkim niezwykłemu rozwojowi logiki formalnej. Rozwój ten zawdzięczamy badaniom logików, będących zarazem matematykami. BOOLE ugruntował w r. 1854 podstawy algebry logicznej; po nim DE MORGAN, PEIRCE, SCHRÖDER algebrę ulepszyli i stworzyli teorię stosunków; w najnowszych wreszcie czasach RUSSELL, FREGE, PEANO oraz jego szkoła, zastosowali algebrę logiczną do matematyki i udoskonalili ją znacznie. Dzięki pracom tych uczonych, w miejsce tradycyjnej logiki formalnej, nie mającej już prawie żadnego wpływu na współczesne badania naukowe, powstała logika nowa, która stanie się bez wątpienia potężnym a subtelnym narzędziem poznania we wszystkich dziedzinach wiedzy.

Ta nowa logika, znajdująca się obecnie w pełni rozkwitu, jest dotąd bardzo mało znana. Zaledwie niektóre jej pojęcia, częstokroć wypaczone, przenikają do kół tych uczonych, którzy nie uprawiają logiki z zawodu. Potrzeba będzie długiego czasu, zanim te nowe pojęcia i metody logiczne przełamią wszystkie uprzedzenia, jakie kładą im się dziś w poprzek, i staną się własnością ogółu uczonych. Dlatego nie zdziwiłem się wcale, gdy w dziele uczonego profesora Wszechnicy Jagiellońskiej nie wyczytałem żadnego z nazwisk, cytowanych powyżej, a natomiast spotkałem się w niejednym miejscu z poglądami i metodami, które ze stanowiska logiki współczensej są nieścisłe albo nawet błędne.

By uzasadnić to ostatnie zdanie, rozpatrzę krytycznie w niniejszym artykule definicję pojęcia WIELKOŚCI, sformułowaną przez prof. ZAREMBĘ, omówię niektóre zagadnienia logiczne i metodyczne, związane z tym tematem, i podam własną próbę określenia tego pojęcia.

2. Definicja, o którą chodzi, zawiera się w II rozdziale dzieła prof. ZAREMBY, zatytułowanym: „Ogólne pojęcie wielkości". Zanim ją przytoczę, podam wprzód kilka wyjaśnień.

Ażeby rzeczy, należące do pewnego zbioru, nazwać można wielkościami, muszą, zdaniem autora, każde dwie z tych rzeczy A i B znajdować się w jednym z następujących związków: A jest mniejsze od B czyli $A < B$, A jest równe B czyli $A = B$, A jest większe od B czyli $A > B$. „W interesie uproszczenia wysławiania się" autor wprowadza w § 6 na s. 7 następującą „umowę": „Żeby wyrazić, iż każde dwie rzeczy A i B dowolnie wybrane pomiędzy tymi, które razem stanowią pewną klasę rzeczy (K), znajdują się w jednym ze związków:

$$A < B,\ A = B \text{ lub } A > B,$$

oświadczać będziemy w przyszłości, że rzeczy, do klasy (K) należące, są ILOŚCIOWO PORÓWNYWALNE".

„Porównywalność ilościowa rzeczy oznaczony zbiór stanowiących — pisze autor w § 8 na s. 10 — jest okolicznością, którą sami stwarzamy określając drogą precyzyjnych definicji, ustanowionych specjalnie dla rozważanego zbioru, co właściwie wyrażać ma każde ze zdań

$$A < B,\ A = B \text{ i } A > B,$$

w razie kiedy oznaczymy przez A i B dwie, w rozważanym zbiorze dowolnie wybrane rzeczy.

Jeżeli np. przez A i B oznaczymy dwie liczby całkowite, to treść zdań

$$A < B,\ A = B \text{ i } A > B,$$

określamy przez definicje specjalnie dla liczb całkowitych ustawione. Jeżeli zaś pod A i B rozumiemy dwa odcinki prostoliniowe, to treść zdań poprzedzających określamy pewnymi nowymi definicjami, które znów wyłącznie zastosowane są do odcinków prostolinijnych."

Przy określeniu „treści" zdań: $A < B$, $A = B$ i $A > B$, należy, zdaniem autora, stosować się pewnych stałych zasad. Mianowicie, pisze autor na s. 12: „Jakąkolwiekbyśmy klasę przedmiotów (K) rozważali, zawsze określamy treść każdego ze zdań

$$A < B,\ A = B \text{ i } A > B,$$

w taki sposób, żeby zachodziły twierdzenia, które przedstawić możemy w dwóch grupach następujących;

I. Twierdzenia odnoszące się do równości.

(1) *Jakikolwiek przedmiot klasy (K) oznaczalibyśmy przez A, mamy zawsze*

$$A = A.$$

(2) *Związki*

$$A = B \text{ i } B = A$$

jednocześnie tylko zachodzić mogą.

(3) *Równości*

$$A = B \text{ i } B = C$$

pociągają za sobą równość

$$A = C.$$

II. Twierdzenie odnoszące się do nierówności.

(1) *Każde dwa przedmioty A i B klasy (K) znajdują się w jednym* ze związków następujących:*

$$A < B,\ A = B \text{ i } A > B.$$

---

* W nadbitce artykułu, ofiarowanej 29 marca 1917 roku Kazimierzowi TWARDOWSKIEMU, a znajdującej się w Bibliotece IFiS PAN w Warszawie, jest w tym miejscu dokonany ręką ŁUKASIEWICZA dopisek: „ale tylko w jednym" [JJJ].

(2) *Nierówności*

$$A < B \text{ i } B < C$$

pociągają za sobą nierówność

$$A < C.$$

(5) *Związki*

$$A < B \text{ i } B = C$$

pociągają za sobą związek

$$A < C.$$

Żadna konieczność logiczna — twierdzi autor dalej — nie zniewala nas do bezwarunkowego wyznawania tych zasad. Zasady te mają charakter dobrowolnych, ale bynajmniej nie przypadkowo zawartych umów. Rozważane zasady zostały powszechnie przyjęte, ponieważ podczas wiekowego rozwoju nauki coraz dobitniej poznawano tę okoliczność, że ścisłe zastosowywanie się do nich połączone jest z wielką korzyścią dla nauki. Prawodpodobnie nigdy nie będzie powodu do wprowadzenia jakichkolwiek zmian do powyższych zasad, ale posunęlibyśmy się za daleko, gdybyśmy oświadczyli, że to nigdy nastąpić nie może."

Sformułowawszy te zasady, autor zaznacza, że w każdym wypadku, w którym ustanowiliśmy dla jakiejś kategorii przedmiotów reguły porównywania ilościowego tych przedmiotów, musimy wykazać, że reguły te są zgodne z powyższymi zasadami. Następnie dowodzi, że „każde z dwóch ostatnich twierdzeń drugiej grupy uważane być może za następstwo logiczne wszystkich twierdzeń pozostałych". Wreszcie pisze w następnym § 9 na s. 14:

„Na podstawie rozważań wyłożonych w ustępach poprzedzających, łatwo dochodzimy do precyzyjnej definicji pojęcia wielkości:

Wielkością nazywamy każdą rzecz, która uważana być może za jeden z przedmiotów, stanowiących razem oznaczoną, nieskończenie liczną klasę rzeczy takich, z których każde dwie A *i* B *są na podstawie pewnych, do rozważanej klasy specjalnie przystosowanych, a z zasadami przytoczonymi w ustępie poprzedzającym zgodnych, definicji pomiędzy sobą ilościowo porównywalne, zakładając przy tym, że jakąkolwiek liczbę całkowtą oznaczylibyśmy przez* n, *będziemy zawsze mogli znaleźć w rozważanej klasie* n *takich rzeczy, żeby żadne dwie z nich nie były sobie równe.*"

Oto jest definicja, którą rozpatrzę krytycznie w następnych ustępach tej pracy.

3. Integralną częścią tej definicji są zasady, wyliczone pod I i II, a określające cechy formalne stosunków równości, mniejszości i większości. Zasady te znajdują się już w podręczniku arytmetyki teoretycznej STOLZA i GMEINERA, skąd autor je widocznie zaczerpnął, skoro powołuje się na ten podręcznik na początku

rozdziału.[2] Krytyka, jaką podaję w tym ustępie 3, tyczy się więc zarówno podręcznika niemieckiego, jak dzieła naszego autora. Krytyka ta ma zaś na celu okazać, że zasady, o które chodzi, nie są sformułowane tak ściśle, jak tego wymaga logika współczesna.

Logika uczy nas bowiem, że w każdej teorii dedukcyjnej, jaką jest także arytmetyka teoretyczna, istnieją dwa rodzaje zdań: jedne, zwane ZASADAMI, przyjmujemy w danej teorii bez dowodu; inne, zwane TWIERDZENIAMI, udowadniamy na podstawie zasad. Wszystkie zasady muszą być ze sobą ZGODNE i żadna nie może być NASTĘPSTWEM innych, czyli nie może z innych WYNIKAĆ. Gdyby bowiem któraś zasada wynikała z innych, to dałaby się udowodnić na ich podstawie, a więc nie byłaby zasadą, lecz twierdzeniem. Każde twierdzenie wynika albo ze wszystkich zasad RAZEM, albo tylko z NIEKTÓRYCH. Należy zawsze zbadać jak najdokładniej, które zasady są niezbędne dla udowodnienia jakiegoś twierdzenia, a które nie są niezbędne. Tak samo należy zbadać, jakie stosunki logiczne zachodzą między poszczególnymi twierdzeniami. Dopiero bowiem przez oznaczenie stosunków logicznych, w jakich zasady pozostają do twierdzeń i jedne twierdzenia do drugich, powstaje z luźnego zbioru zdań systematyczna teoria naukowa.

Naszkicowany tu pogląd na istotę teorii dedukcyjnej pociąga za sobą szereg reguł metodycznych, których wprawdzie logika nie formułuje wyraźnie, których jednak przestrzega w konstruowaniu swych własnych teroii. Logika unika np. połączenia KILKU zdań, które z siebie nawzajem nie wynikają, w JEDNĄ ZASADĘ. Tworzenie bowiem takich zasad «złożonych» nie pozwala oznaczyć dokładnie stosunków logicznych, w jakich zasady pozostają do twierdzeń, gdyż może się zdarzyć, że dane twierdzenie wynika tylko z JEDNEJ części jakiejś zasady złożonej, a nie wynika z INNYCH części tej zasady. Dlatego pod nazwą JEDNEJ zasady i w JEDNYM zdaniu gramatycznym należy formułować tylko JEDNO zdanie logiczne.

Do tej reguły metodycznej nie stosuje się prof. ZAREMBA, formułując zasady, wyliczone pod I i II. Zasada bowiem, którą wymienia pod cyfrą II 1, a która brzmi: „Każde dwa przedmioty A i B klasy (K) znajdują się w jednym ze związków następujących: $A < B$, $A = B$ i $A > B$", zawiera w sobie aż CZTERY zdania, z których żadne nie wynika ze zdań pozostałych. Zdania te można wyrazić w te oto sposób:

Prawdą jest dla jakichkolwiek przedmiotów A i B klasy (K), że:

(a) jeżeli A nie jest mniejsze od B i A nie jest większe od B, to A jest równe B;

(b) jeżeli A jest równe B, to A nie jest mniejsze od B;

(c) jeżeli A jest równe B, to A nie jest większe od B;

(d) jeżeli A jest mniejsze od B, to A nie jest większe od B.

---

[2] STOLZ und GMEINER, *Theoretische Arithmetik*, Abschn. I, Lipsk. 1930. Książkę tę prof. ZAREMBA nazywa na s. XIX przedmowy najlepszym ze znanych mu podręczników.

Zdanie (*a*) jest równoważne zdaniu, że każde dwa przedmioty *A* i *B* klasy (*K*) znajdują się w jednym ze związków $A < B$, $A = B$ i $A > B$. Zdania (*b*), (*c*), (*d*), zą razem równoważne zdaniu, że każde dwa przedmioty *A* i *B* klasy (*K*) znajdują się TYLKO w jednym ze związków $A < B$, $A = B$ i $A > B$.

Żadne z tych zdań nie jest następstwem zdań pozostałych. Ażeby to stwierdzić, trzeba naprzód wyrazić te zdania w formie ogólnej, a więc w miejsce terminów „mniejszy", „równy" i „większy" wstawić jakieś litery, np. *r*, *s*, *t*, mogące oznaczać jakiekolwiek stosunki. Dla uproszczenia przyjmuję następujący sposób wyrażania się:

Przez symbol

„*A x B*"

rozumiem zdanie: „*A* pozostaje w stosunku *x* do *B*".

Przez symbol

„*A non-x B*"

rozumiem zdanie: „*A* nie pozostaje w stosunku *x* do *B*".

Posługując się tymi symbolami, możemy zdania (*a*), (*b*), (*c*), (*d*) wyrazić ogólnie w następującej formie:

Prawdą jest dla jakichkolwiek przedmiotów *A* i *B* klasy (*K*), że

(α) jeżeli *A non-r B* i *A non-t B*, to *A s B*;

(β) jeżeli *A s B*, to *A non-r B*;

(γ) jeżeli *A s B*, to *A non-t B*;

(δ) jeżeli *A r B*, to *A non-t B*.

Udowodnimy, że zdanie (α) NIE WYNIKA ze zdań (α), (β), (γ) i (δ), jeżeli dla jakiejś klasy przedmiotów (*K*) znajdziemy taką interpretację stosunków *r*, *s*, *t*, która by sprawdzała zdania (β), (γ) i (δ), a nie sprawdzała zdania (α). Obieram interpretację następującą:

Załóżmy, że (*K*) jest klasą liczb naturalnych: 1, 2, 3, 4, 5, ... *in inf.*, i oznaczmy przez *r* stosunek „mniejszości o 1", przez *s* stosunek „równości", przez *t* stosunek „większości o 1". Wtedy zdania (β), (γ) i (δ) są prawdziwe, bo gdy *A* jest równe *B*, to *A* nie jest od *B* ani mniejsze o 1, ani większe o 1, a gdy *A* jest mniejsze o 1 od *B*, to nie jest większe o 1 od *B*. Natomiast zdanie (α) nie jest prawdziwe, bo gdy *A* nie jest ani mniejsze o 1, ani większe od 1 od *B*, to z tego nie wynika, że *A* jest równe *B*. Np. 6 nie jest ani mniejsze o 1, ani większe o 1 od 3 i nie jest równe 3. Zdanie (α) nie wynika więc ze zdań (β), (γ) i (δ).

Udowodnimy dalej, że zdanie (β) nie wynika ze zdań (α), (γ) i (δ), jeżeli dla jakiejś klasy przedmiotów (*K*) znajdziemy taką interpretację stosunków *r*, *s*, *t*, która by sprawdzała zdania (α), (γ) i (δ), a nie sprawdzała zdania (β). Obieram interpretację następującą.

Załóżmy znowu, że (*K*) jest klasą liczb naturalnych, i oznaczmy przez *r* stosunek „podzielności", przez *s* stosunek „większości", przez *t* stosunek „mniejszości". Wtedy zdania (α), (γ) i (δ) są prawdziwe, bo gdy *A* nie jest podzielne

przez B i nie jest mniejsze od B, to musi być większe od B. Gdyby bowiem było równe B, to byłoby podzielne przez B. Prawdą jest także, że gdy A jest większe od B albo podzielne przez B, to nie jest mniejsze od B. Natomiast zdanie (β) nie jest prawdziwe, bo gdy A jest większe od B, to z tego nie wynika, że A nie jest podzielne przez B. Np. 6 jest większe od 3 i jest podzielne przez 3. Zdanie (β) nie wynika więc ze zdań (α), (γ) i (δ).

Niewynikanie zdania (γ) ze zdań (α), (β), (δ) oraz zdania (δ) ze zdań (α), (β) i (γ) można udowodnić na podstawie tej samej interpretacji, kładąc tylko dla zdania (γ) r = „mniejszość", s = „większość", t = „podzielność", a dla zdania (δ) r = „większość", s = „mniejszość", t = „podzielność".

Okazuje się z tych rozważań, że zasada II 1 jest złożona z czterech zdań, z których żadne nie jest następstwem zdań pozostałych, a więc nie należy tej zasady formułować w JEDNYM zdaniu.

Wśród zasad, wyliczonych pod I i II, znajdują się jeszcze dwie inne zasady złożone: są to zasady I 2 oraz II 2. Zasada I 2 brzmi: „Związki $A = B$ i $B = A$ jednocześnie tylko zachodzić mogą". Zasada ta jest równoważna następującym zdaniom:

Prawdą jest dla jakichkolwiek przedmiotów A i B klasy (K), że

(a) jeżeli A jest równe B, to B jest równe A

i

(b) jeżeli B jest równe A, to A jest równe B.

Zdania te zachowują się inaczej niż zdania, omówione poprzednio. Nie tylko jedno z nich WYNIKA z drugiego, czyli są równoważne, ale są nawet równoznaczne. Skoro bowiem zakładamy, że zdania te są prawdziwe dla JAKICHKOLWIEK przedmiotów klasy (K), to prawdziwe są i wtedy, gdy zamiast A wstawimy B, a zamiast B wstawimy A. Wtedy jednak otrzymamy ze zdania (a) zdanie (b), a ze zdania (b) zdanie (a). Oba zatem zdania wyrażają to samo.

Tu więc autor błędu nie popełnił ujmując dwa zdania w jedną zasadę. Popełnił jednak pewną nieścisłość, nie zaznaczając, że zasada ta jest prawdziwa dla JAKICHKOLWIEK przedmiotów klasy (K). Taką samą nieścisłość autor popełnia w sformułowaniu wszystkich innych zasad, wyjąwszy zasady I 1 oraz II 1.

Inaczej ma się sprawa z zasadą II 2, która brzmi: „Nierówności $A < B$ i $B > A$ jednocześnie tylko zachodzić mogą". Zasada ta jest równoważna następującym zdaniom:

Prawdą jest dla jakichkolwiek przedmiotów A i B klasy (K), że

(a) jeżeli A jest mniejsze od B, to B jest większe od A

i

(b) jeżeli B jest większe od A, to A jest mniejsze od B.

Zamieniając A i B, można zdanie drugie wyrazić i w ten sposób:

Jeżeli A jest większe od B, to B jest mniejsze od A.

Żadne z tych dwu zdań nie wynika z drugiego. Ażeby to stwierdzić, wyraźmy te zdania w formie ogólnej, wstawiając w miejsce terminów „mniejszy"

i „większy" litery r i t, mogące oznaczać jakiekolwiek stosunki. Otrzymamy wtedy następujące zdania:

Prawdą jest dla jakichkolwiek przedmiotów A i B klasy (K), że

(α) jeżeli $A\ r\ B$, to $B\ t\ A$

i

(β) jeżeli $A\ t\ B$, to $B\ r\ A$.

Załóżmy dalej, że (K) jest klasą liczb naturalnych, i oznaczmy przez r stosunek „mniejszości", a przez t stosunek „większości o 1". Wtedy zdanie (β) jest prawdziwe, bo gdy A jest większe o 1 od B, to B jest mniejsze od A. Natomiast zdanie (α) nie jest prawdziwe, bo z tego, że A jest mniejsze od B, nie wynika, że B jest większe od A o 1. Np. 5 jest większe od 3 o 2. Zdanie (α) nie wynika więc ze zdania (β). Tak samo łatwo się przekonać, że (β) nie wynika z (α), kładąc r = „większość o 1", a t = „mniejszość".

Okazuje się z tego, że zasada II 2 jest złożona z dwóch zdań, z których żadne nie jest następstwem drugiego, a więc nie należy tej zasady formułować w JEDNYM zdaniu. Zasada ta zajmie nas jeszcze w ustępie 6.

Od błędów, które wykazałem powyżej, autor byłby się może uchronił, gdyby był sformułował zasady, wyliczone pod I i II, w okresach warunkowych. Wszystkie bowiem te zasady, z wyjątkiem I 1, wyrażają stosunki logiczne wynikania, a stosunki takie należy zawsze przedstawiać za pomocą słów „jeżeli-to", o ile się je w ogóle przedstawia w słowach. Najściślej zaś i naprawdę «precyzyjnie» postępuje się dopiero wtedy, gdy używa się nie słów, ale znaków algebry logicznej.

Do tak prostych rozważań, jak niniejsze, wystarczą jednakże słowa. Zasady, podane przez autora, formułuję poniżej w słowach tak, jak je należało sformułować, oznaczając każdą zasadę cyfrą rzymską i arabską, odpowiadającą cyfrom, użytym przez autora.

Przyjmuję więc, że dla jakichkolwiek przedmiotów A, B, C klasy (K) prawdziwe są następujące zdania:

I 1. A jest równe A.

I 2. Jeżeli A jest równe B, to B jest równe A.

I 3. Jeżeli A jest równe B i B jest równe C, to A jest równe C.

II 1*a*. Jeżeli A nie jest mniejsze od B i A nie jest większe od B, to A jest równe B.

II 1*b*. Jeżeli A jest równe B, to A nie jest mniejsze od B.

II 1*c*. Jeżeli A jest równe B, to A nie jest większe od B.

II 1*d*. Jeżeli A jest mniejsze od B, to A nie jest większe od B.

II 2*a*. Jeżeli A jest mniejsze od B, to B jest większe od A.

II 2*b*. Jeżeli A jest większe od B, to B jest mniejsze od A.

II 3. Jeżeli A jest mniejsze od B i B jest mniejsze od C, to A jest mniejsze od C.

II 4. Jeżeli A jest równe B i B jest mniejsze od C, to A jest mniejsze od C.

II 5. Jeżeli A jest mniejsze od B i B jest równe C, to A jest mniejsze od C.

Dwanaście tych zasad określa cechy formalne stosunków równości, mniejszości i większości. Zajmiemy się obecnie zbadaniem stosunków logicznych, jakie zachodzą między tymi zasadami.

4. Zagadnieniem tym zajmuje się już po części i nasz autor. Pisze bowiem na s. 14 swego dzieła:

„Nie wchodząc na razie w bliższy rozbiór logiczny tych stosunków logicznych, które zachodzą pomiędzy warunkami, do których postanowiliśmy się zastosowywać przy ustawieniu reguł porównywania ilościowego przedmiotów oznaczonej kategorii, zwrócimy tu uwagę czytelnika na to, że każde z dwóch ostatnich twierdzeń drugiej grupy uważane być może za następstwo logiczne wszystkich twierdzeń pozostałych."

Bezpośrednio po tych słowach prof. ZAREMBA przeprowadza dowód, że z zasad, wyliczonych pod I i II, OSTATNIA zasada jest następstwem logicznym wszystkich zasad pozostałych. Zobaczmy, jak ten dowód przedstawia się u autora, a jakim być powinien, jeśli ma odpowiadać wymaganiom logiki.

Autor pisze: „Załóżmy, że zachodzą wszystkie twierdzenia prócz może twierdzenia ostatniego II grupy i załóżmy nadto, że mamy

$$A < B \text{ oraz } B = C.$$

Na postawie pierwszego twierdzenia II grupy zachodzi w każdym razie jeden ze związków

$$A < C,\ A = C \text{ lub } A > C."$$

Dotąd jest wszystko w porządku. Zaznaczam mimochodem, że autor, powołując się na zasadę II 1, nie opiera się na WSZYSTKICH czterech zdaniach, które zawierają się w tej zasadzie, lecz tylko na zdaniu, oznaczonym przeze mnie przez II 1*a*.

Idźmy dalej: „Drugi ze związków tych — pisze autor — zachodzić nie może ze względu na 3 twierdzenie I grupy". To znaczy, że gdy dane są założenia $A < B$ oraz $B = C$, to według autora nie może zachodzić $A = C$ ze względu na zasadę I 3: „Równości $A = B$ i $B = C$ pociągają za sobą równość $A = C$".

Twierdzenie to jest mylne. Z założeń $A < B$ i $B = C$ oraz z zasady I 3 nie można wywnioskować, że $A = C$ nie zachodzi. Można natomiast i trzeba rozumować w ten sposób. Z zasady I 2: „Związki $A = B$ i $B = A$ jednocześnie tylko zachodzić mogą", wynika, że gdy zachodzi $B = C$, to jednocześnie zachodzi $C = B$. Należy bowiem pamiętać, że zasady, wyliczone pod I i II, są ważne dla JAKICHKOLWIEK przedmiotów A, B, C danej klasy (K). Przypuśćmy, że zachodzi $A = C$; wtedy związki $A = C$ i $C = B$ pociągają za sobą związek $A = B$ na mocy

zasady I 3. Związek ten jednak jest niezgodny z założeniem $A < B$ na mocy zdania, zawartego w zasadzie II 1, a oznaczonego przeze mnie przez II 1*b*. Przypuszczenie więc, że przy założeniach $A < B$ i $B = C$ zachodzi $A = C$, prowadzi do sprzeczności, a zatem jest fałszywe. Okazuje się z tego rozważania, że nie ze względu na SAMO tylko 3 twierdzenie I grupy nie zachodzi $A = C$, ale ze względu na zasady I 2, I 3 i II 1*b*.

Przejdźmy do dalszych części dowodu. Autor pisze: „Trzeci związek nie może zachodzić ze względu na twierdzenie 4 grupy II". To znaczy, że gdy dane są założenia $A < B$ oraz $B = C$, to według autora nie może zachodzić $A > C$ ze względu na zasadę II 4: „Związki $A = B$ i $B < C$ pociągają za sobą związek $A < C$".

I to twierdzenie jest mylne. Z założeń $A < B$ i $B = C$ oraz z zasady II 4 nie można wywnioskować, że $A > C$ nie zachodzi. Można natomiast i trzeba rozumować w ten sposób. Jeżeli przypuścimy, że zachodzi $A > C$, to na mocy zdania, zawartego w zasadzie II 2, a oznaczonego przeze mnie przez II 2*b*, zachodzi zarazem $C < A$. Według II 4 związki $B = C$ i $C < A$ pociągają za sobą związek $B < A$. Jeśli zaś zachodzi związek $B < A$, to na mocy zdania, zawartego w zasadzie II 2, a oznaczonego przeze mnie przez II 2*a*, zachodzi zarazem związek $A > B$. Związek ten jednak jest niezgodny z założeniem $A < B$, na podstawie zdania, zawartego w zasadzie II 1, a oznaczonego przeze mnie przez II 1*d*. Przypuszczenie więc, że przy założeniach $A < B$ i $B = C$ zachodzi $Z > C$, prowadzi do sprzeczności, a zatem jest fałszywe. Okazuje się z tego rozważania, że nie ze względu na SAMO tylko twierdzenie 4 grupy II nie zachodzi $A > C$, ale ze względu na zasady II 2*b*, II 4, II 2*a* i II 1*d*.

Dowód ma się ku końcowi. Skoro nie zachodzi ani $A = C$, ani $A > C$, przeto na mocy zasady II 1*a* musi zachodzić $A < C$. A więc „związki $A < B$ i $B = C$ pociągają za sobą związek $A < C$", czyli zasada II 5 jest udowodniona na postawie innych zasad.

Zestawmy teraz zasady, na jakich w powyższym dowodzie opiera się zdanie II 5, które już odtąd należy nazywać nie „zasadą", lecz „twierdzeniem". (Zaznaczam przy tej sposobności, że autor nasz używa na oznaczenie zdań I 1 do II 5 zarówno wyrazu „zasada", jak „twierdzenie".) Okazuje się, że twierdzenie to opiera się na zasadach I 2, I 3, II 1*a*, II 1*b*, II 1*d*, II 2*a*, II 2*b* i II 4, NIE opiera się zaś na zasadach I 1, II 1*c* i II 3. Nie wszystkie więc zasady są potrzebne do dowodu twierdzenia II 5, a stąd wynika, że zdanie autora, jakoby każde z dwóch ostatnich twierdzeń drugiej grupy uważane być mogło za następstwo logiczne WSZYSTKICH twierdzeń pozostałych, jest nieścisłe.

Zwróćmy się teraz do zdania II 4. Autor pisze tylko: „Równie łatwo przekonalibyśmy się, że 4 twierdzenie II grupy zachodziłoby niezawodnie, gdyby zachodziły wszystkie inne twierdzenia obu grup". Autor nie przeprowadza dowodu; wyręczmy go zatem.

Załóżmy, że dane mamy związki $A = B$ i $B < C$. Na podstawie zasady II 1*a* zachodzi w każdym razie jeden ze związków $A < C$, $A = C$ lub $A > C$. Przypuśmy, że zachodzi $A = C$; ponieważ z założenia $A = B$ wynika $B = A$ na mocy I 2, przeto dane mamy związki $B = A$ i $A = C$. Związki te pociągają za sobą związek $B = C$ według zasady I 3. Związek ten jednak jest niezgodny z założeniem $B < C$ na podstawie zasady II 1*b*. Przypuszczenie więc, że zachodzi $A = C$, jest fałszywe.

Przypuśmy zatem, że zachodzi $A > C$. Na mocy II 2*b* zachodzi wtedy $C < A$. Według II 3 założenie $B < C$ wraz ze związkiem $C < A$ pociągają za sobą związek $B < A$. Związek ten jednak jest niezgodny ze związkiem $B = A$, który wynika z założenia $A = B$ na podstawie zasady I 2. Przypuszczenie więc, że zachodzi $A > C$, jest fałszywe.

Skoro więc nie zachodzi ani $A = C$, ani $A > C$, przeto musi zachodzić $A < C$. A zatem: „Związki $A = B$ i $B < C$ pociągają za sobą związek $A < C$". W ten sposób zdanie II 4 jest udowodnione na podstawie zasad I 2, I 3, II 1*a*, II 1*b*, II 2*b* i II 3.

Okazuje się z tego, że twierdzenie II 4 opiera się tylko na SZEŚCIU zasadach, a NIE opiera się na pięciu zdaniach następujących: I1, III*c*, II 1*d*, II 2*a* i II 5. Zdanie autora, jakoby twierdzenie to uważane być mogło za następstwo logiczne WSZYSTKICH twierdzeń pozostałych, jest nieścisłe.

Dowód powyższy twierdzenia II 4 nie opiera się na zdaniu II 5, gdy natomiast dowód analogicznego zdania II 5 opiera się między innymi na twierdzeniu II 4. Można jednak i w dowodzie twierdzenia II 5 ominąć zdanie II 4, rozumując w następujący sposób.

Przypuśmy, że przy założeniach $A < B$ i $B = C$ zachodzi $A > C$. Na mocy zasady II 2*b* zachodzi wtedy $C < A$. Według II 3 związek $C < A$ wraz z założeniem $A < B$ pociągają za sobą związek $C < B$. Związek ten jednak na mocy zasady II 1*b* jest niezgodny ze związkiem $C = B$, który wynika z $B = C$ na podstawie zasady I 2. Przypuszczenie więc, że przy założeniach $A < B$ i $B = C$ zachodzi $A > C$, jest fałszywe.

Dowód ten opiera się tylko na zasadach II 2*b*, II 3, II 1*b* i I 2. Jeżeli do tych zasad dodamy zasady I 2, I 3 i II 1*b*, na których opiera się poprzednio już przeprowadzony dowód twierdzenia, że przy założeniach $A < B$ i $B = C$ nie zachodzi $A = C$, i uwzględnimy jeszcze zasadę II 1*a*, z której wynika, że gdy nie zachodzi ani $A = C$, ani $A > C$, to zachodzi $A < C$, okaże się, iż twierdzenie II 5 można udowodnić na podstawie zasad I 2, I 3, II 1*a*, II 1*b*, II 2*b* i II 3. Są to te same zasady, na których opiera się dowód twierdzenia II 4. Oba twierdzenia, II 4 i II 5, opierają się przeto na pewnych zasach, POPRZEDZAJĄCYCH je w spisie zasad, wyliczonych pod I i II.

W dowodzie twierdzenia II 5 autor popełnia dwa błędy. Naprzód, wybiera zupełnie dowolnie NIEKTÓRE tylko zasady, potrzebne do dowodu, a inne, równie potrzebne opuszcza; następnie, oparłszy dowód na trzech tylko zasadach, utrzymuje, że twierdzenie udowodnione jest następstwem WSZYSTKICH zasad. Uważa-

łem za rzecz konieczną błędy te wykazać, bo zwłaszcza pierwszy z tych błędów jest właściwy wielu matematykom. Bywa bardzo często, że matematycy opuszczają przesłanki, potrzebne do dowodu, pozostawiając je domyślności czytelnika. Postępowanie takie uważam z trzech względów za niewłaściwe. Po pierwsze, dowód taki jest dydaktycznie wadliwy, bo nie zawsze czytelnik potrafi uzupełnić sobie brakujące przesłanki, a bez nich dowodu nie rozumie. Po wtóre, przesłanki opuszczone usuwają się spod kontroli tak czytelnika, jak autora, a więc łatwo do dowodu mogą wkraść się błędy. Po trzecie, ani autor, ani czytelnik nie mogą sprawdzić należycie, na jakich twierdzeniach i zasadach opiera się dany dowód.

Z tych trzech względów uważam za najważniejszy trzeci. Nauka nie na tym tylko polega, by gromadzić bezładnie jak najwięcej zdań prawdziwych; nauka to BUDOWA, w której każdy szczegół powienien być związany z całością. Kitem, spajającym zdania prawdziwe, są związki logiczne. Należy zatem te związki badać jak najstaranniej i według nich kształtować teorię. Dlatego każdy i najdrobniejszy szczegół dowodu jest ważny, bo świadczy o istnieniu jakiegoś związku logicznego.

Instumentem, który ułatwia, a nawet umożliwia niekiedy wykrywanie związków logicznych, jest algebra logiczna. Reguły tej nauki, zastosowane do jakiegokolwiek dowodzenia, nie pozwalają pominąć żadnej przesłanki w dowodzie i wykazują, na jakich zasadach opiera się teza dowodu. Dowody twierdzeń II 4 i II 5, przedstawione przeze mnie w niniejszym ustępie, wzrowane są na dowodach algebry logicznej, i wykonałem je naprzód na symbolach, zanim je przelałem w słowa.

Matematycy nie bardzo zajmowali się dotąd algebrą logiczną, bo nie dbali o związki logiczne, jakie mogą zachodzić wśród prawd przez nich wykrytych. Nie wiedzieli nawet, które z tych prawd należy uważać za zasady, a które za twierdzenia. Wystarczało im, gdy jakieś twierdzenie UDOWODNILI. Dopiero od niedawna odczuwają potrzebę uporządkowania logicznego materiałów, jakie nagromadziły się w matematyce w ciągu wieków. Pracę tę podjęli przede wszystkim ci z matematyków, którzy są zarazem logikami: PEANO dał jej początek w swoim *Formulaire mathématique*, a WHITEHEAD i RUSSELL starali się ją wykonać w wielotomowym dziele *Principia mathematica*. I inni matematycy, nie będący logikami, idą już w ich ślady: HILBERT opracował zasady geometrii, a prof. ZAREMBA w końcowym rozdziale swej *Arytmetyki teoretycznej* zastosował rozważania HILBERTA do arytmetyki. Zobaczymy w następnym ustępie, jak nasz autor wywiązał się z tego zadania z punktu widzenia logiki.

5. Każdy matematyk zdziwiłby się niezawodnie, gdyby przeczytał w jakimś dziele matematycznym następującą definicję liczby pierwszej: „Liczba pierwsza jest to każda liczba całkowita różna od 1 i podzielna tylko przez 1 i przez siebie, a niepodzielna przez 10". Zdziwienie wywołałby dodatek: „niepodzielna przez 10". Dodatek ten jest zbyteczny; skoro bowiem liczba pierwsza może być po-

dzielna tylko przez 1 i przez siebie, to z tego już WYNIKA, że nie jest podzielna przez 10.

Jak cecha niepodzielności przez 10 jest zbyteczna w definicji liczby pierwszej, tak twierdzenia II 4 i II 5 są zbyteczne w spisie zasad, wchodzących w skład definicji wielkości. Twierdzenia te bowiem WYNIKAJĄ z pewnych zasad, poprzedzających je w spisie, tak jak cecha niepodzielności przez 10 wynika z cech, poprzedzających ją w definicji liczby pierwszej.

W każdej definicji powinny zawierać się tylko cechy ze sobą ZGODNE i NIE WYNIKAJĄCE z cech innych, zawartych w tej samej definicji. Taka reguła metodyczna odpowiada jak najdokładniej zdaniu, że w każdej teorii dedukcyjnej zasady powinny być ze sobą ZGODNE i żadna nie powinna WYNIKAĆ z innych. Można bowiem definiować pewne pojęcia równie dobrze za pomocą zasad — jest to tak zwana „definicja przez postulaty" — jak za pomocą cech. Tak np. „równość" można zdefiniować pod względem formalnym jako „stosunek, który spełnia zasady I 1, I 2 i I 3". Ale stosunek, spełniający zasadę I 1, nazywa się ZWROTNY, spełniający zasadę I 2, nazywa się SYMETRYCZNY, a spełniający zasadę I 3, nazywa się PRZECHODNI. Można więc także zdefiniować „równość" pod względem formalnym jako „stosunek symetryczny, przechodni i zwrotny".

Zdania przeto, za pomocą których autor definiuje cechy formalne stosunków równości, mniejszości i większości, nie powinny wynikać jedne z drugich. Uważam za błąd, że autor do zdań tych dołączył twierdzenia II 4 i II 5, WIEDZĄC o tym, że wynikają one ze zdań innych.

Postępowanie to pociągnęło zresztą dla samego autora pewne niedogodności. Gdziekolwiek bowiem autor ustanawia dla jakiejś kategorii przedmiotów reguły porównywania ilościowego tych przedmiotów, wszędzie tam czuje się zmuszony wyraźnie znaznaczyć, że wystarcza tylko stwierdzić zgodność tych reguł z zasadami I 1 do II 3, a nie potrzeba uwzględniać twierdzeń II 4 i II 5. Tak np. na s. 97 swego dzieła umieszcza następujący przypisek: „Ponieważ, na podstawie uwagi, uczynionej w § 8, ostatnie dwa twierdzenia II grupy twierdzeń wyszczególnionych w rzeczonym paragrafie, należą do następstw logicznych twierdzeń pozostałych, przeto przy usprawiedliwieniu reguł, przyjętych na porównywanie ilościowe elementów oznaczonego zbioru, uzasadnianie ostatnich dwóch twierdzeń II grupy jest zbyteczne, skoro uzyskana została pewność, że wszystkie inne twierdzenia obu grup w rozważanym przypadku zachodzą". Na przypisek ten autor powołuje się jeszcze dwukrotnie, na s. 233 i 262 swej książki. Jeżeli jednak przy usprawiedliwieniu reguł, przyjętych na porównywane ilościowe pewnych elementów, uwzględnianie twierdzeń II 4 i II 5 jest zbyteczne, więc po cóż je było zaliczać do warunków porównywania ilościowego?

Przypuszczałem zrazu, że autor albo nie wiedział, że cechy, zawarte w jakiejś definicji, lub zasady jakiejś teorii dedukcyjnej nie powinny wynikać jedne z drugich, albo miał mętne pojęcie o wynikaniu logicznym. Przekonałem się później

na podstawie ostatniego, XIX rozdziału omawianego dzieła, że źródło błędu autora leżało, zdaje się, gdzie indziej.

W rozdziale XIX prof. ZAREMBA zajmuje się ułożeniem pewnego układu (*U*) twierdzeń, które by wyrażały charakterystyczne własności liczb rzeczywistych. „Oczywistą jest rzeczą — pisze autor na s. 803 — że przy wyborze twierdzeń, które razem stanowić będą układ (*U*), zniewoleni jesteśmy do kierowania się w znacznym stopniu osobistym uznaniem, ale winniśmy zbadać, czy logika nie ogranicza w pewnej mierze naszej samowoli w tym względzie. Otóż w pierwszej chwili zdawałoby się, że należy w każdym razie zastosować się do zasady następującej:

(*A*) *Żadne z twierdzeń układu* (*U*) *nie powinno być logicznym następstwem twierdzeń pozostałych.* Ponieważ sprzeczność pomiędzy twierdzeniami układu (*U*) jest wykluczona ze względu na sposób postawienia kwestii, przeto warunek poprzedzający możemy wyrazić jak następuje: *Twierdzenia, stanowiące układ* (*U*), *winny być niezależne jedne od drugich.*"

Wyjaśniwszy, jak należy zasadę *A* rozumieć, autor pisze dalej na s. 804: „Chodzi [...] o to, czy ta zasada uważana ma być za obowiązującą bezwarunkowo? Żeby na pytanie to odpowiedzieć, należy przede wszystkim uwzględnić okoliczność następującą. Wydarza się niekiedy, że oznaczone twierdzenie (*T*), należące do oznaczonego układu (*W*), nie jest ani twierdzeniem niezależnym od twierdzeń powstałych z układu (*W*), ani twierdzeniem, należącym do następstw logicznych tych twierdzeń. Okoliczność ta oczywiście zachodzić będzie, jeżeli poprawność twierdzenia (*T*) należeć będzie do warunków koniecznych, ażeby żadne z innych twierdzeń układu (*W*) treści pozbawione nie było." Ponieważ autor twierdzi, że przypadki tego rodzaju w układzie (*U*) zawsze zdarzyć się muszą, przeto dochodzi do następującej konkluzji:

„Z tego wynika, że bezwarunkowe zastosowywanie się do zasady *A* przy układaniu układu (*U*) jest niemożliwe".

Wynik ten jest błędny i opiera się na błędnym rozumowaniu. Zanim jednak te błędy wykażę, muszę wprzód przedstawić, co rozumiemy w logice przez stosunki WYNIKANIA i NIEZALEŻNOŚCI.

Mówiąc w logice o wynikaniu, mamy zwykle na myśli wynikanie FORMALNE. Wyrażeń: jakieś zdanie „wynika formalnie" z innego czyli jest „następstwem formalnym" innego zdania, używamy na oznaczenie pewnego stosunku, w jakim pozostają do siebie zdania NIEOKREŚLONE czyli funkcje propozycjonalne. Tak nazywamy zdania, które zawierają jakieś ZMIENNE, np. „*x* jest podzielne przez *y*" albo „*A* jest równe *B*". Jeśli więc chcemy zbadać, czy pewne zdania OKREŚLONE wynikają formalnie ze zdań innych, czy też nie wynikają, musimy wszystkie te zdania przekształcić naprzód w zdania nieokreślone, czyli w miejsce terminów określonych wstawić zmienne, oznaczone pewnymi literami.

Zdanie nieokreślone *Z* jest NASTĘPSTWEM zdań nieokreślonych *P*, *R*, *S*, ..., czyli ze zdań tych WYNIKA, jeżeli NIE istnieją takie wartości zmiennych, zawartych

w zdaniach *P*, *R*, *S*, ... *Z*, które by sprawdzały zdania *P*, *R*, *S*, ..., a NIE sprawdzały zdania *Z*. Innymi słowy, wszystkie wartości zmiennych, sprawdzające zdania *P*, *R*, *S*, ..., muszą sprawdzać zarazem zdanie *Z*. Np. zdanie „*A* jest równe *C*" jest następstwem zdań „*A* jest równe *B*" i „*B* jest równe *C*", bo przy założeniu, że zakresem zmiennych *A*, *B*, *C* jest klasa liczb naturalnych, nie istnieją takie wartości tych zmiennych, które by sprawdzały dwa ostatnie zdania, a nie sprawdzały pierwszego, czyli wszystkie wartości zmiennych *A*, *B*, *C*, które sprawdzają dwa ostatnie zdania, sprawdzają zarazem i zdanie pierwsze.

Zdanie nieokreślone *Z* NIE jest następstwem zdań *P*, *R*, *S*, ..., czyli ze zdań tych NIE wynika, jeżeli ISTNIEJĄ takie wartości zmiennych, zawartych w zdaniach *P*, *R*, *S*, ... *Z*, które sprawdzają zdania *P*, *R*, *S*, ..., a nie sprawdzają zdania *Z*. Np. zdanie „*A* nie jest równe *C*" nie jest następstwem zdań „*A* nie jest równe *B*" i „*B* nie jest równe *C*", bo przy założeniu, że zakresem zmiennych *A*, *B*, *C* jest klasa liczb naturalnych, istnieją takie wartości tych zmiennych, które sprawdzają dwa ostatnie zdania, a nie sprawdzają pierwszego, np. $A = 2$, $B = 3$, $C = 2$.

Stosunek wynikania — czyli racji i następstwa — niektórzy logicy nazywają stosunkiem ZALEŻNOŚCI, a stosunek niewynikania stosunkiem NIEZALEŻNOŚCI. Mówią więc, że zdanie *Z* jest NIEZALEŻNE od zdań *P*, *R*, *S*, ..., jeżeli *Z* ze zdań tych NIE wynika. Autor nasz niezależność pojmuje nieco inaczej, albowiem z uwagi jego, dodanej do zasady *A*, zdaje się wynikać, że przez zdania od siebie niezależne rozumie nie tylko zdania nie wynikające z siebie nawzajem, ale nie zawierające nadto SPRZECZNOŚCI, a więc ze sobą ZGODNE. Jest to kwestia czysto terminologiczna, jak należy wyrazu „niezależność" używać. Ja bym pragnął zachować ten termin na oznaczenie takiego stosunku dwóch lub wielu zdań nieokreślonych, które nie są połączone ze sobą ŻADNYM związkiem logicznym, Otóż sprzeczność i wynikanie nie są JEDYNYMI związkami logicznymi; związków takich istnieje bardzo wiele i ilość ich wzrasta w miarę tego, im więcej zdań rozważamy. Zdania NIEZALEŻNE, według mnie, nie tylko muszą być ze sobą ZGODNE, czyli muszą być przez pewne wartości zmiennych sprawdzone wszystkie zarazem, ale i ZAPRZECZENIA ich muszą być ze sobą zgodne, i nie tylko żadne z nich nie może wynikać z innych, ale i żadna SUMA logiczna dwóch lub więcej zdań nie może wynikać ze zdań pozostałych itd.

Pojmując w ten sposób „niezależność", unikałem używania tego terminu w regułach metodycznych, określających tworzenie zasad i definicji. Wiemy, że zasady jakiejś teorii dedukcyjnej i cechy, zawarte w jakiejś definicji, winny być ze sobą ZGODNE, bo inaczej prowadziłyby do sprzeczności; wiemy także, że jedne zasady nie powinny wynikać z innych zasad tej samej teorii, a jedne cechy z innych cech tej samej definicji. Nie wiemy jednak, czy zasady te i cechy muszą być pozbawione WSZYSTKICH związków logicznych, a więc czy muszą być od siebie NIEZALEŻNE. Kwestia ta nie jest dotąd w logice opracowana, a nawet, o ile mi wiadomo, nikt jeszcze nie zwrócił na nią uwagi.

Wróćmy po tej dygresji do rozumowania autora. Autor twierdzi, że mogą istnieć przypadki, w których jakieś twierdzenie nie jest ani niezależne od pewnego układu zdań, ani z niego nie wynika. Ponieważ autor rozważa tylko takie układy zdań, które nie zawierają sprzeczności, przeto według jego własnych wyjaśnień twierdzenie, niezależne od danego układu zdań, jest to takie twierdzenie, które nie jest następstwem tego układu zdań. Autor przyjmuje zatem przypadki, w których zarówno jest fałszem, że dane twierdzenie JEST następstwem jakiegoś układu zdań, jak że NIE jest następstwem tegoż układu zdań. Rozumując w ten sposób, autor wykracza oczywiście przeciw zasadzie wyłączonego środka i popełnia poważny błąd logiczny. Bo albo jest prawdą, że ISTNIEJĄ takie wartości zmiennych, które sprawdzają zdania P, R, S, ..., a NIE sprawdzają zdania Z, albo jest prawdą, że takie wartości NIE istnieją. Wszelki inny przypadek jest wykluczony.

Otóż autor nie tylko twierdzi, że takie inne przypadki są możliwe, ale powiada nawet, kiedy one zachodzą. Oczywista, że w konstrukcji tych przypadków musi zawierać się jakiś błąd. Nie umiałem zrazu błędu tego wykryć, albowiem nie rozumiałem pewnych wyrażeń autora. Mam na myśli słowa „treść twierdzenia", a zwłaszcza zwrot językowy, że jakieś twierdzenie jest „pozbawione treści". Są to wyrażenia nienaukowe, których logika nie zna, a autor nigdzie [ich] nie wyjaśnia. Dopiero przykład pomógł mi do zrozumienia tych wyrażeń i odsłonił mi źródło błędu.

Przykład ten przytoczę szczegółowo, bo jest on dla rozważań naszych i z innych względów ważny. Do układu (U) twierdzeń, które mają wyrażać charakterystyczne własności liczb rzeczywistych, autor włącza między innymi i wszystkie twierdzenia, wyliczone w rozdziale II pod I i II, w sformułowaniach odpowiednio zmodyfikowanych. Twierdzenia te, jak w ogóle wszystkie zdania układu (U), autor dzieli na GRUPY, oznaczając każde twierdzenie symbolem postaci (l, G_K), gdzie l oznacza liczbę porządkową twierdzenia, a symbol (G_K) jedną z grup (G_1), (G_2), (G_3), ..., do której twierdzenie ma być zaliczone. W jakim celu atuor te grupy tworzy, dowiemy się później z reguł, które on sam podaje. Twierdzenia, odpowiadające zasadom I 1 do II 5, stanowią trzy odrębne grupy, (G_1), (G_2), (G_{10}). Pierwsze dwie grupy zawierają twierdzenia, odpowiadające zasadom I 1 do I 3, i sformułowane są na s. 806 w następujący sposób:

„$(1,G_1)$. *Każda dowolnie przyjęta liczba a sprawdza równość*

$$a = a.$$

$(2,G_2)$. *Jeżeli oznaczymy przez a i b dwie liczby, to równości*

$$a = b \text{ i } b = a$$

będą równoważne między sobą.

$(3,G_2)$. *Jeżeli trzy liczby a, b i c sprawdzają równości*

$$a = b \text{ i } b = c,$$

to w takim razie zachodzi i równość

$$a = c.$$"

Na s. 812 autor stwierdza, że twierdzenia grupy (G_2) nie wynikają jedne z drugich ani z jedynego twierdzenia, należącego do grupy (G_1); następnie zaś pisze:

„UWAGA. W pierwszej chwili może się wydać, że twierdzenie $(1,G_1)$ jest następstwem logicznym twierdzeń $(2,G_2)$ i $(3,G_3)$, a to na podstawie rozumowania następującego. Oznaczmy przez a jakąkolwiek liczbę, a przez b taką liczbę, żeby zachodził związek

(2) $$a = b.$$

Ze względu na tw. $(2,G_2)$, równość (2) pociąga za sobą równość

(3) $$b = a,$$

a na podstawie tw. $(3,G_2)$ równości (2) i (3) pociągają za sobą równość

$$a = a,$$

skąd wynika, że twierdzenie $(1,G_1)$ jest rzeczywiście następstwem twierdzeń $(2,G_2)$ i $(3,G_2)$.

Otóż w tym rozumowaniu przyjęto milcząco, iż zachodzi twierdzenie następujące: *Jakąkolwiek liczbę oznaczylibyśmy przez a, zawsze istnieje jedna przynajmniej taka liczba, żeby zachodził związek* (2). Zatem powyższe rozumowanie NIE JEST POPRAWNE; spostrzegamy nadto, że twierdzenie $(1,G_1)$, albo jakiekolwiek inne twierdzenie, wykluczające przypadek, w którym by żadnej liczbie nie odpowiadała liczba jej równa, stanowi konieczny warunek, ażeby twierdzenia $(2,G_2)$ i $(3,G_2)$ nie były pozbawione treści."

Rozumowanie autora, dowodzące, że pierwsze z podanych trzech twierdzeń nie jest następstwem dwu innych, jest poprawne. Natomiast uwaga końcowa, która oświetla znaczenie wyrażenia „twierdzenie pozbawione treści", świadczy o nieporozumieniu logicznym.

Z uwagi tej można wywnioskować, że autor twierdzenie takie, jak „$a = b$", uważa za „pozbawione treści", gdy w rozważanym zakresie przedmiotów nie ma ŻADNYCH przedmiotów sobie równych. Twierdzenie takie nie jest jednak „pozbawione treści" w tym znaczeniu, które się mimo woli nasuwa, jakoby było „pozbawione ZNACZENIA" czyli „nie miało SENSU", tylko twierdzenie takie, jak „$a = b$", jest wtedy dla wszystkich wartości zmiennych a i b FAŁSZYWE. Z tego jednakowoż nie wynika, jakoby nie mogło pozostawać w stosunkach logicznych do innych twierdzeń, bo i zdania fałszywe są połączone stosunkami logicznymi. Rozważmy przypadek, omówiony właśnie przez autora.

Sformułujmy zdania $(1,G_1)$, $(2,G_2)$, $(3,G_3)$ ogólnie, kładąc w miejsce terminu „równy" literę s, mogącą oznaczać jakiekolwiek stosunki, i zmieniając odpowiednio do dawniejszego znakowania małe a i b na wielkie. Otrzymamy wtedy następujące zdania:

Prawdą jest dla jakichkolwiek przedmiotów A, B i C pewnej klasy (K), że
(α) $A\ s\ A$;
(β) jeżeli $A\ s\ B$, to $B\ s\ A$;
(γ) jeżeli $A\ s\ B$ i $B\ s\ C$, to $A\ s\ C$.

Załóżmy dalej, że (K) jest klasą liczb naturalnych, i oznaczmy przez s stosunek „większości o 1/2". Oczywista, że wśród liczb naturalnych nie ma dwu liczb takich, z których jedna byłaby większa o 1/2 od drugiej, czyli zdanie „A jest większe o 1/2 od B" jest fałszywe dla wszystkich wartości zmiennych A i B. Skutkiem tego zdanie (α) jest fałszywe. Natomiast zdania (β) i (γ) są PRAWDZIWE. Albowiem zdania te wyrażają jakieś stosunki wynikania, a wiemy z definicji wynikania, że ze zdania jakiegoś wynika zdanie drugie, gdy NIE istnieją takie wartości zmiennych, które by sprawdzały zdanie pierwsze, a nie sprawdzały drugiego. Istotnie, w naszym przypadku nie istnieją takie wartości zmiennych A i B, które by sprawdzały zdanie „A jest większe o 1/2 od B", a nie sprawdzały zdania „B jest większe o 1/2 od A", bo nie ma w ogóle ŻADNYCH wartości zmiennych A i B, które by sprawdzały te zdania. Dlatego też logika, zgodnie z podaną powyżej definicją wynikania, formułuje regułę, że ze zdania fałszywego wynika wszystko, a zdanie prawdziwe wynika z wszystkiego. Tak więc zdanie (β) jest prawdziwe i z tego samego względu jest prawdziwe i zdanie (γ). Przy danych więc założeniach zdania (β) i (γ) są prawdziwe, zaś zdanie (α) jest fałszywe. Istnieją przeto takie wartości zmiennej s, które sprawdzają zdanie (β) i (γ), a nie sprawdzają zdania (α), czyli zdanie (α) NIE wynika ze zdań (β) i (γ).

Rozważania te dowodzą, że i takie zdania, które są według autora „pozbawione treści", pozostają do siebie w stosunkach logicznych, i albo WYNIKAJĄ z danego układu zdań, albo NIE wynikają. Błąd, popełniony przez autora, leży w tym, że używając nienaukowego i niezdefiniowanego wyrażenia „twierdzenie pozbawione treści", uważał on pewne zdania FAŁSZYWE za pozbawione sensu. Błąd ten doprowadził go do wykroczenia przeciw zasadzie wyłączonego środka i do odrzucenia słusznej zasady A, według której „żadne z twierdzeń układu (U) nie powinno być logicznym następstwem twierdzeń pozostałych".

W miejsce tej słusznej zasady, do której nie tylko MOŻNA, ale i TRZEBA się zastosować, autor wprowadza na s. 804 zasadę, która z niejednego względu jest nieścisła i błędna.

„*(C) Twierdzenia, stanowiące układ (U), powinny być podane w postaci ciągu grup*

$$\text{(I)} \qquad (G_1),\ (G_2),\ \ldots,\ (G_p),$$

uszeregowanych w taki sposób, żeby zachodziły okoliczności następujące:

(1) *Każde twierdzenie grupy* (G_1) *pomyślane być może bez względu na to, czy inne twierdzenia* (U) *zachodzą.*

(2) *Żeby oznaczone twierdzenie grupy* (G_k) $(k > 1)$ *pomyślane być mogło, wystarczającym jest, żeby zachodziły twierdzenia grup, które w ciągu* (1) *grupę* (G_K) *poprzedzają.*

(3) *Każde twierdzenie grupy* (G_k) $(1 \leq k \leq p)$ *jest niezależne od wszystkich innych z tych twierdzeń układu* (U), *które należą do grup*

$$(G_1), (G_2), \ldots, (G_k).$$"

Dwie pierwsze reguły ten nowej zasady zawierają psychologicznie zabarwiony termin: „twierdzenie, mogące być pomyślane". Autor prawdopodobnie wyobraża sobie, że twierdzenia, „pozbawione treści", nie mogą być „pomyślane". Tymczasem pomyśleć można i największy absurd, a tym bardziej całkiem zrozumiałe zdanie fałszywe. Dwie pierwsze reguły nie mają przeto żadnej logicznej wartości. Do trzeciej autor SAM się nie stosuje, albowiem dodaje do zasady *C* następujący komentarz:

„Całkiem ścisłe trzymanie się zasady *C* jest rzeczą możliwą, ale niedogodną, gdyż uniemożebniłoby wprowadzenie pewnych takich twierdzeń do układu (U), które mogłyby ułatwić albo wystawianie pewnych innych twierdzeń tegoż układu, albo porównywanie pewnych typów liczb urojonych z typem liczb rzeczywistych. Wobec tego przyjmujemy ostatecznie zasadę następującą:

(*D*) *Będziemy zastosowywać się ściśle tylko do dwóch pierwszych warunków zasady C. Co się zaś tyczy trzeciego warunku, to spełnienia jego nie będziemy uważać za rzecz konieczną, ale po ustaleniu wykazu twierdzeń, stanowiących każdą z grup* (1), *zbadamy, które z twierdzeń każdej grupy* (G_k) *należą do następstw twierdzeń pozostałych tejże grupy i, w razie nierówności* $k > 1$, *twierdzeń grup, które grupę* (G_k) *w ciągu* (1) *poprzedzają.*"

Nie rozumiem, dlaczego przestrzeganie trzeciej reguły zasady *C* uniemożliwiłoby „wystawianie" pewnych twierdzeń lub porównywanie pewnych typów liczb z innymi. O ile do tych celów są potrzebne autorowi jakieś twierdzenia pochodne, wynikające z przyjętego układu zasad, to twierdzenia takie można przecież w każdej chwili z danych zasad wyprowadzić i nie potrzeba ich włączać do układu. Zresztą, jeżeli różnice pewnych typów liczb ujawniają się w jakichś twierdzeniach pochodnych, to tak samo ujawnić się one muszą i w układzie zasad, z których te twierdzenia wynikają.

Układ twierdzeń, wyrażających charakterystyczne własności liczb rzeczywistych, autor konstruuje według zasady *D*, metodycznie błędnej. Badania, które na tej podstawie przeprowadza, wzorując się na pracy HILBERTA, są może bardzo cenne z punktu widzenia matematyki, ale ze stanowiska LOGIKI wymagają zupełnej rekonstrukcji.

6. Wśród zasad, za pomocą których autor określa cechy formalne stosunków równości, mniejszości i większości, znajdują się oprócz zdań II 4 i II 5 inne jeszcze zdania, które wynikają z pewnych zasad pozostałych. O tym jednak autor

widocznie już nie wie, skoro nic o tym nie pisze. Przystąpmy więc sami do zbadania tej sprawy.

W ustępie 3 tej pracy wykazałem, że zasada II 2, sformułowana przez autora w słowach: „Nierówności $A < B$ i $B > A$ jednocześnie tylko zachodzić mogą", zawiera w sobie następujące dwa zdania, które z siebie nawzajem nie wynikają:

II 2*a*. Jeżeli A jest mniejsze od B, to B jest większe od A.

II 2*b*. Jeżeli A jest większe od B, to B jest mniejsze od A.

Okażę obecnie, że pierwsze z tych zdań jest następstwem zasad I 1, I 2, II 1*a*, II 1*b* i II 3. Oto dowód:

Załóżmy, że dany mamy związek $A < B$. Na podstawie zasady II 1*a* zachodzi w każdym razie jeden ze związków $B > A$, $B = A$ lub $B < A$. Przypuśćmy naprzód, że zachodzi $B = A$; wtedy zachodzi także według zasady I 2 związek $A = B$. Związek ten jednak jest niezgodny z założeniem $A < B$ na mocy zasady II 1*b*. Przypuszczenie więc, że zachodzi $B = A$, jest fałszywe.

Przypuśćmy zatem, że zachodzi $B < A$. Według zasady II 3 założenie $A < B$ wraz ze związkiem $B < A$ pociągają za sobą związek $A < A$. Związek ten jednak, na mocy zasady II 1*b*, jest niezgodny z zasadą I 1, orzekającą, że $A = A$. Przypuszczenie więc, że zachodzi $B < A$, jest fałszywe.

Skoro zatem nie zachodzi ani $B = A$, ani $B < A$, przeto musi zachodzić $B > A$. Jeśli więc A jest mniejsze od B, to B jest większe od A. Z zasad, określających cechy formalne stosunków równości, mniejszości i większości, należy wyłączyć zdanie II 2*a* jako następstwo pewnych zasad innych.

Jakkolwiek zdanie II 2*b* jest podobnie sformułowane jak zdanie II 2*a*, to jednak NIE wynika z pozostałych zasad. Ażeby to stwierdzić, wyraźmy naprzód te zasady w formie ogólnej, wstawiając w miejsce terminów określonych „mniejszy", „równy" i „większy" zmienne *r*, *s*, *t*, mogące oznaczać jakiekolwiek stosunki. Otrzymamy wtedy następujący układ zdań, który oznaczam przez (*M*):

Prawdą jest dla jakichkowiek przedmiotów A, B, C pewnej klasy (K), że

I 1. $A\ s\ B$;

I 2. jeżeli $A\ s\ B$, to $B\ s\ A$;

I 3. jeżeli $A\ s\ B$ *i* $B\ s\ C$, to $A\ s\ C$;

II 1*a*. jeżeli A *non-r* B i A *non-t* B, to $A\ s\ B$;

II 1*b*. jeżeli $A\ s\ B$, to A *non-r* B;

II 1*c*. jeżeli $A\ s\ B$, to A *non-t* B;

II 1*d*. jeżeli $A\ r\ B$, to A non-*t* B;

(*M*) II 2*a*. jeżeli $A\ r\ B$, to $B\ t\ A$;

II 2*b*. jeżeli $A\ t\ B$, to $B\ r\ A$;

II 3. jeżeli $A\ r\ B$ i $B\ r\ C$, to $A\ r\ C$;

II 4. jeżeli $A\ s\ B$ i $B\ r\ C$, to $A\ r\ C$;

II 5. jeżeli $A\ r\ B$ i $B\ s\ C$, to $A\ r\ C$.

Załóżmy dalej, że (K) jest klasą liczb naturalnych, i oznaczmy przez *s* stosunek „równości", przez *t* stosunek „nierówności" (a więc przez *non-t* stosunek

„równości"), wreszcie przez *r* stosunek „większości o 1/2". Ponieważ nie ma dwu takich liczb naturalnych, z których jedna byłaby większa o 1/2 od drugiej, przeto dla wszystkich wartości zmiennych *A* i *B* zdanie „*A* jest większe o 1/2 od *B*" musi być fałszywe, a zdanie „*A* nie jest większe o 1/2 od *B*" musi być prawdziwe. Skutkiem tego zasady II 1*d*, II 2*a*, II 3, II 4 i II 5 są przy powyższej interpretacji zmiennej *r* prawdziwe, bo zawierają w poprzedniku zdanie FAŁSZYWE, zaś zasada II 1*b* jest prawdziwa, bo zawiera w następniku zdanie PRAWDZIWE. Wszystkie inne zdania układu (*M*), z wyjątkiem zdania II 2*b*, są także prawdziwe, bo stosunek równości *s* sprawdza zasady I 1 do I 3, a w dwóch pozostałych zasadach II 1*a* i II 1*c*, wyrażenia „*A s B*" i „*A non-t B*" są równoważne, skoro zarówno *s*, jak *non-t* oznaczają stosunek równości. Natomiast zdanie II 2*b* NIE jest prawdziwe, albowiem przy przyjętej powyżej interpretacji zmiennych *r* i *t* orzeka ono, że „jeżeli A nie jest równe *B*, to *B* jest większe o 1/2 od *A*". To jest oczywiście nieprawda, ponieważ np. 2 nie jest równe 3, a przecież 3 nie jest większe o 1/2 od 2. Okazuje się zatem, że istnieją takie wartości zmiennych *r*, *s*, *t*, które NIE sprawdzają zdania II 2*b*, chociaż sprawdzają wszystkie inne zdania układu (*M*). Zdanie II 2*b* NIE WYNIKA więc z zasad układu (*M*). Warto przy tym zaznaczyć, że interpretacja, jaką obrałem dla zmiennych *r*, *s*, *t*, posługuje się właśnie zdaniami, które według autora, jakkolwiek nie według logiki, są „pozbawione treści".

Odmienne zachowanie się zdania II 2*b* od zdania II 2*a* tłumaczy się tym, że w układzie (*M*) nie istnieje zasada, która by dla stosunku większości określała analogiczną cechę, jaką zasada II 3 określa dla stosunku mniejszości. Przyjmując zamiast zdania II 3 zasadę: „Jeżeli *A* jest większe od *B* i *B* jest większe od *C*, to *A* jest większe od *C*", czyli ogólnie: „Jeżeli *A t B* i *B t C*, to *A t C*", możemy zdanie II 2*b* udowodnić w taki sam sposób, jak udowodniliśmy zdanie II 2*a*. Ale wtedy znowu nie możemy udowodnić zdania II 2*a*, bo nie rozporządzamy zasadą II 3. GMEINER, który w swym opracowaniu podręcznika STOLZA przyjmuje właśnie zamiast zdania II 3 sformułowaną powyżej zasadę, tyczącą się stosunku większości, udowadnia zdanie II 2*b*. Dowód swój jednak kończy słowami: „Tak samo można udowodnić odwrotność tego zdania", to znaczy zdanie II 2*a*. Twierdzenie to jest oczywiście fałszywe, bo GMEINER nie włącza do swych zasad zdania II 3.[3]

Podczas gdy GMEINER utrzymuje, że zasada II 2 wynika w całości z innych zasad, czyli jest od nich zależna, prof. ZAREMBA twierdzi, że zasada ta jest od innych zasad niezależna. Dowód tego twierdzenia znajduje się na s. 822 *Arytmetyki teoretycznej*, w znanym nam już rozdziale XIX, w którym autor rozważa zasady układu (*M*) w zastosowaniu do liczb rzeczywistych. Przedstawiam ten

[3] Zob. cytowany już podręcznik STOLZA i GMEINERA, wydanie drugie, Lipsk 1911, s. 4. Nie miałem w ręku pierwszego wydania tej książki, na którym opiera się prof. ZAREMBA, a ponieważ wydanie drugie różni się nieco od pierwszego, przeto nie wiem, jak zasada II 2 przestawia się u GMEINERA w wydaniu pierwszym.

dowód poniżej, zmieniając go odpowiednio do przyjętego przeze mnie znakowania.

Załóżmy, że (K) jest klasą liczb rzeczywistych, i oznaczmy przez s stosunek „równości", a przez r stosunek, w którym dwie liczby rzeczywiste A i B pozostają do siebie wtedy i tylko wtedy, gdy A jest mniejsze od B i różnica ich jest liczbą WYMIERNĄ; przez t oznaczmy wreszcie stosunek, który jest zarazem negacją stosunków s i r, czyli połóżmy t = *non-r* i *non-s*. Wszystkie zasady układu (M) są wówczas prawdziwe z wyjątkiem zdania II 2*b*. Albowiem kładąc $A = 2$, a $B = \sqrt{2}$, spostrzegamy, że między A i B nie zachodzi ani stosunek równości czyli s, ani stosunek r, a więc musi zachodzić między nimi stosunek t. Natomiast między B i A nie zachodzi stosunek r, bo wprawdzie $\sqrt{2}$ jest mniejszy od 2, ale różnica tych liczb nie jest liczbą wymierną. Ze zdania „$A\ t\ B$" nie wynika więc zdanie „$B\ r\ A$", czyli zasada II 2*b* jest w przyjętej interpretacji zmiennych r i t fałszywa.

Można więc udowodnić, że zasada II 2*b* nie wynika z pozostałych zasad układu (M). Natomiast nie można udowodnić, że druga część zasady II 2, mianowicie zdanie II 2*a*, nie wynika z powyższych zasad. Przeciwnie, okazuje się z przyjętej interpretacji zmiennych r, s, t, że jeżeli A pozostaje w stosunku r do B, czyli A jest MNIEJSZE od B i różnica tych liczb jest wymierna, to B pozostaje w stosunku t do A, albowiem B jest wtedy WIĘKSZE od A i nie może pozostawać do A ani w stosunku r, ani w stosunku s. Faktu tego nie dostrzega autor, który nie robiąc różnicy między zdaniami II 2*a* i II 2*b* sądzi, że zasada II 2 jest niezależna od innych zasad układu (M).

Ani GMEINER, ani ZAREMBA nie przestrzegają reguły metodycznej, sformułowanej przeze mnie w ustępie 3 niniejszej pracy, a orzekającej, że pod nazwą JEDNEJ zasady należy formułować tylko JEDNO zdanie. Obaj przyjmują jako jedną z zasad zdanie, złożone z DWÓCH części. Autor niemiecki rozważa jedną część tej zasady, wynikającą z innych, i popełnia błąd, twierdząc, że cała zasada wynika z zasad innych. Autor polski rozważa drugą część tej zasady, nie wynikającą z innych, i popełnia błąd, twierdząc, że cała zasada nie wynika z zasad innych. Stąd pochodzi, że w tak prostej kwestii dwaj wybitni matematycy dochodzą do wyników sprzecznych.

Obaj uczeni popełniają jednak jeszcze inny błąd, włączając do zbioru zasad, określających cechy formalne stosunków mniejszości i większości, zasadę II 2. Zasada ta jest ZBYTECZNA, gdyż stosunek większości należy ZDEFINIOWAĆ na podstawie stosunku mniejszości, albo stosunek mniejszości na podstawie stosunku większości.

Uczy na bowiem TEORIA STOSUNKÓW, że każdemu stosunkowi, zachodzącemu między jakimiś przedmiotami A i B, odpowiada współistniejący z nim stosunek KONWERSYJNY, zachodzący między B i A.[4] I tak stosunek „ojcostwa" jest konwer-

[4] Pragnę tu poruszyć pewną sprawę terminologiczną, choć nie łączy się ona z tematem niniejszej

syjny względem stosunku „synostwa", a stosunek „poprzedzania" jest konwersyjny względem stosunku „następowania". Jeżeli *A* jest ojcem *B*, to *B* jest synem *A* i na odwrót, jeżeli *B* jest synem *A*, to *A* jest ojcem *B*.* Tak samo, jeżeli *A* poprzedza *B*, to *B* następuje po *A*, i na odwrót, jeżeli *B* następuje po *A*, to *A* poprzedza *B*. Nie tylko jednak te stosunki ojcostwa i synostwa oraz poprzedzania i następowania współistnieją ze sobą; co więcej, one są, jak wszelkie stosunki konwersyjne, DWIEMA STRONAMI tego samego związku. Ten sam związek, który od strony *A* przedstawia się jako stosunek ojcostwa lub poprzedzania, od strony *B* przedstawia się jako stosunek synostwa lub następowania. Można więc

---

pracy. Niektórzy autorowie używają zamiast słowa „stosunek" wyrazu „względność". O ile mi wiadomo, p. E. STAMM był pierwszy, który użył w ten sposób wyrazu „względność" w rozprawce „Czym jest i czym będzie matematyka" (*Wiadomości Matematyczne*, t. XIV, 1910, s. 185). Wyrazu tego używa także prof. SIERPIŃSKI w książce *Zarys teorii mnogości*, Warszawa 1912, s. 32. Uważam za rzecz niewłaściwą używać terminu „względność" zamiast „stosunek", albowiem wyraz polski „względność" odpowiada łacińskiemu „relativitas", nie zaś „relatio". Dlatego „Relationstheorie" nie jest „teorią względności", tylko „teorią stosunków".

Różnicę, jaka zachodzi między wyrazami „względność" a „stosunek", odczuwamy już w życiu potocznym. Kto więc mówi „względność" tam, gdzie powinien powiedzieć „stosunek", staje się niezrozumiałym. Wyrażenia „*A* pozostaje w względności mniejszości do *B*" lub: „Między *A* i *B* zachodzi względność ojcostwa", są niezrozumiałe. Czują to widocznie i obaj wymienieni powyżej autorowie, gdyż w cytowanych miejscach pierwszy z nich do wyrazów „rachunek względności" dodaje w nawiasie „stosunków", a drugi przy wyrazie „względność" kładzie w nawiasie „relatio". Po cóż nazywać to, co zowie się „stosunkiem", wyrazem, który co innego znaczy, i objaśniać potem ten wyraz terminem właściwym?

Jeden ze zwolenników terminologii p. STAMMA przytoczył raz podczas pewnej dyskusji dwa argumenty za wyrazem „względność", a przeciw wyrazowi „stosunek". Argument pierwszy opiewał, że wyraz „stosunek" ma już w matematyce określone znaczenie, więc nie należy go używać w znaczeniu innym, by uniknąć wieloznaczności. Odpowiem na to, że teoria stosunków jest częścią LOGIKI i w wyborze swej terminologii nie może być krępowana terminologią matematyczną. Poza tym to, co w matematyce nazywamy „stosunkiem", jest stosunkiem i ze stanowiska teorii stosunków, a więc teoria ta nie używa tego wyrazu w znaczeniu odmiennym, tylko ogólniejszym. Wreszcie wyraz „względność" jest może bardziej wieloznaczny niż wyraz „stosunek". Argument drugi opiewał, że w sprawach terminologicznych obowiązuje zasada pierwszeństwa; matematycy przyjęli termin „względność", więc należy przy nim pozostać, bo inaczej powstałoby zamieszenie. Odpowiem na to, że nie uznaję w sprawach terminologicznych zasady pierwszeństwa. Sądzę bowiem, że jeśli w miejsce jakiegoś terminu gorszego powstanie termin lepszy, to trzeba go przyjąć, choćby termin gorszy miał za sobą pierwszeństwo czasowe. Kto zaś wbrew temu argumentowi wyznawać będzie i nadal zasadę pierwszeństwa, temu pozwolę sobie odpowiedzieć, że o ile mi wiadomo, byłem w Polsce pierwszy, który zajmowałem się teorią i algebrą stosunków i pierszy wprowadziłem do słownictwa polskiego terminy takie, jak „teoria stosunków", „algebra stosunków", „stosunek przechodni", „symetryczny" itd. Pisałem już bowiem o teorii stosunków w rozprawie „Analiza i konstrukcja pojęcia przyczyny" (*Przegląd Filozoficzny*, r. IX, 1906, s. 165); w r. 1907–1908 miałem w Uniwersytecie Lwowskim wykłady i prowadziłem ćwiczenia z zakresu teorii i algebry stosunków; w autoreferacie zaś jednego z moich odczytów, zamieszczonym w *Przeglądzie Filozoficznym* (r. XI, 1908, s. 344–347), przedstawiłem „Zadania i znaczenie ogólnej teorii stosunków". Kto więc uznaje w sprawach terminologicznych zasadę pierwszeństwa, powinien zastosować się do MOJEJ terminologii.

Wydaje mi się przeto, że należy wyrugować z nauki niewłaściwy wyraz „względność" w znaczeniu „stosunek" i używać tylko tego drugiego wyrazu. Na oznaczenie zaś specjalnego terminu „das Relativ", stworzone przez SCHRÖDERA w dziele *Algebra und Logik der Relative*, należy, zdaniem moim, i w języku polskim przyjąć termin „relatyw".

*Oczywiście chodzi tu o stosunek ojcostwa ograniczony do zbioru mężczyzn [JJJ].

sformułować następujące definicje: „*A* jest ojcem *B*" znaczy „*B* jest synem *A*", „*A* poprzedza *B*" znaczy „*B* następuje po *A*".

Stosunki „mniejszości" i „większości" są względem siebie konwersyjne. Są to zatem dwie strony tego samego związku. Ujawnia się to już w samej symbolice, przyjętej przez matematykę. Wyrażenie „$A < B$", czytane od strony lewej ku prawej, znaczy „*A* jest mniejsze od *B*"; to samo wyrażenie, czytane od strony prawej ku lewej, znaczy „*B* jest większe od *A*". Można zatem sformułować następującą definicję: „*A* jest mniejsze od *B*" znaczy „*B* jest większe od *A*".

Teraz mamy przed sobą dwie drogi, równie dobre: albo przyjąć stosunek mniejszości jako pierwotny i na jego podstawie zdefiniować stosunek większości, albo przyjąć stosunek większości jako pierwotny i na jego podstawie zdefiniować stosunek mniejszości. Wszystko jedno, którą drogą pójdziemy; jedną jednak MUSIMY wybrać. Wynika to z następujących rozważań.

Wiemy już, że w każdej teorii dedukcyjnej istnieją pewne zdania, które przyjmujemy bez dowodu: są to ZASADY. Zdania takie muszą istnieć, bo nie możemy wszystkiego udowodnić. Z pojęciami ma się sprawa tak samo jak ze zdaniami. W każdej teorii dedukcyjnej istnieją pewne pojęcia, które przyjmujemy bez zdefiniowania: są to pojęcia PIERWOTNE. Pojęcia takie muszą istnieć, bo nie możemy wszystkiego zdefiniować. Można sformułować następującą regułę metodyczną, która tyczy się zarówno zasad, jak pojęć pierwotnych. Zasady i pojęcia pierwotne danej teorii dedukcyjnej powinny być tak wybrane, by ilość ich była możliwie NAJMNIEJSZA. Do przyjęcia takiej reguły skłaniają nas dwa względy. Chcemy mieć, po pierwsze, jak najmniej zdań nieudowodnionych i pojęć niezdefiniowanych, bo jedno i drugie uważamy za *malum necessarium*. Po wtóre, im mniej pojęć pierwotnych i zasad potrzebujemy, by przedstawić jakąś teorię dedukcyjną, tym bardziej podstawowe wybraliśmy pojęcia i zdania, i tym prostszą staje się teoria.

W skład zasad, wyliczonych przez autora w rozdziale II pod I i II, wchodzą trzy pojęcia niezdefiniowane, a więc pierwotne: stosunku równości, mniejszości i większości. Zdania I 1 do II 5 określają tylko CECHY FORMALNE tych stosunków, ale stosunków samych nie definiują. Jeżeli można ilość tych pojęć umniejszyć, to TRZEBA to uczynić. Ponieważ można np. stosunek większości zdefiniować na podstawie stosunku mniejszości, więc TRZEBA to uczynić, tym bardziej, że przez to umniejsza się nie tylko ilość pojęć pierwotnych, ale i ilość zasad, określających cechy formalne stosunków mniejszości i większości.

Przyjmijmy bowiem następującą definicję stosunku większości: Dla jakichkolwiek przedmiotów *A* i *B* pewnej klasy (*K*) zdanie „*A* jest większe od *B*" znaczy „*B* jest mniejsze od *A*". Zastępując we wszystkich zasadach, sformułowanych przy końcu ustępu 3 tej pracy, wyraz „większy" przez wyraz „mniejszy" z równoczesną przemianą członów stosunku, nie tylko pozbywamy się jednego pojęcia pierwotnego, ale i dwóch zasad, mianowicie zdań II 2*a* oraz II 2*b*. Zdania te bowiem brzmią:

II 2*a*. Jeżeli *A* jest mniejsze od *B*, to *B* jest większe od *A*.

II 2*b*. Jeżeli *A* jest większe od *B*, to *B* jest mniejsze od *A*.

Przez wyrugowanie wyrazu „większy" we wskazany powyżej sposób, otrzymujemy z tych zasad następujące zdania:

I 2*a*. Jeżeli *A* jest mniejsze od *B*, to *A* jest mniejsze od *B*.

I 2*b*. Jeżeli *B* jest mniejsze od *A*, to *B* jest mniejsze od *A*.

Zdania te są formalnie PRAWDZIWE i jako takie możemy je ze spisu zasad wykreślić.

Zastosujmy to postępowanie do układu zdań (*M*). Przyjmijmy następującą definicję: Dla jakichkolwiek przedmiotów *A* i *B* klasy (*K*) zdanie „*A t B*" znaczy „*B r A*". Wstawiając wszędzie w miejsce stosunku *t* stosunek *r* z równoczesną przemianą członów stosunku, redukujemy ilość zmiennych do dwu, a ilość zasad do dziesięciu. Z zasad bowiem II 2*a* i II 2*b* otrzymujemy zdania formalnie prawdziwe: „Jeżeli *A r B*, to *A r B*" i jeżeli *B r A*, to *B r A*", a zdania te możemy opuścić. Ponieważ możemy nadto opuścić zdania II 4 i II 5, które, jak wiemy już, wynikają z zasad pozostałych, przeto otrzymujemy następujący nowy układ zdań, który oznaczam przez (*N*):

Prawdą jest dla jakichkolwiek przedmiotów *A*, *B*, *C* pewnej klasy (*K*), że

I 1. *A s B*;

I 2. jeżeli *A s B*, to *B s A*;

I 3. jeżeli *A s B i B s C*, to *A s C*;

(*N*) II 1*a*. jeżeli *A non-r B* i *B non-r A*, to *A s B*;

II 1*b*. jeżeli *A s B*, to *A non-r B*;

II 1*c*. jeżeli *A s B*, to *B non-r A*;

II 1*d*. jeżeli *A r B*, to *B* non-*r A*;

II 3. jeżeli *A r B* i *B r C*, to *A r C*.

Okazuje się z tego, że zarówno GMEINER, jak ZAREMBA popełniają błąd metodyczny, nie definiując stosunku mniejszości na podstawie stosunku większości lub na odwrót, a przyjmując natomiast zasadę II 2. GMEINER powiada wprawdzie w drugim wydaniu swego dzieła w przypisku na s. 4, że według HUNTINGTONA stosunki $A < B$ i $B > A$ oznaczają to samo; zgadza się jednak na to zdanie tylko dlatego, że sądzi, jakoby zasada II 2 wynikała z innych zasad. Pogląd ten jest oczywiście błędny. Stosunki te oznaczają to samo, bo są KONWERSYJNE. Fakt ten trzeba wyraźnie stwierdzić i zdefiniować jeden z tych stosunków na podstawie drugiego, chcąc uczynić zadość regułom metodycznym, obowiązującym każdą teorię dedukcyjną.

7. Układ (*N*), chociaż jest prostszy od układu (*M*), to zawiera tylko dwa pojęcia pierwotne i osiem zasad, gdy układ (*M*) zawiera trzy pojęcia pierwotne i zasad dwanaście, nie jest jeszcze wolny od błędów. Przede wszystkim istnieją w nim dwa zdania, które wynikają z innych: I 1 oraz I 2. Oto dowody.

Jeżeli w zasadzie II 1*a* zamiast *B* wstawimy *A*, to otrzymamy zdanie: „Jeżeli *A non-r A* i *A non-r A*, to *A s A*". Ponieważ wyrażenie „*A non-r A* i *A non-r A*"

znaczy na mocy prawa tautologii to samo, co „*A non-r A*", przeto możemy powiedzieć: „Jeżeli *A non-r A*, to *A s A*". Kładąc dalej w zasadzie II 1*d A* zamiast *B*, otrzymujemy: „Jeżeli *A r A*, to *A non-r A*". Zdania „*A r A*" i „*A non-r A*" są sprzeczne i nie mogą być zarazem prawdziwe. Gdyby otóż zdanie „*A r A*" było prawdziwe, to i następstwo jego „*A non-r A*" byłoby prawdziwe, a więc dwa zdania sprzeczne byłyby zarazem prawdziwe. Stąd wynika, że zdanie „*A r A*" musi być FAŁSZYWE, a zaprzeczenie jego „*A non-r A*" musi być PRAWDZIWE. Innymi słowy, stosunek *r* nie może zachodzić między żadnym przedmiotem a nim samym. Skoro jednak zdanie „*A non-r A*" jest prawdziwe, to i następstwo jego „*A s A*" musi być prawdziwe. W ten sposób zdanie I 1 można udowodnić na podstawie zdań II 1*a* i II 1*d*.

Jeszcze łatwiej można wyprowadzić zdanie I 2 z innych zasad. Na mocy zasady II 1*a* prawdziwe jest zawsze jedno z następujących trzech zdań: „*B r A*", „*B s A*" lub „*A r B*". Gdy prawdziwe jest zdanie „*A s B*", to nie może być prawdziwe zdanie „*A r B*" na mocy zasady II 1*b*, ani zdanie „*B r A*" na mocy zasady II 1*c*. A zatem, gdy prawdziwe jest zdanie „*A s B*", to musi być prawdziwe zdanie „*B s A*". W ten sposób zdanie I 2 można udowodnić na podstawie zasad II 1*a*, II 1*b* i II 1*c*.

Przeprowadziłem te dowody ogólnie, nie posługując się wyrażeniami „$A < B$", „$A = B$", „$A > B$". Dowody te można jednak równie łatwo przeprowadzić i na symbolach szczegółowych. Że zachodzi zawsze związek $A = A$, wynika z tego, iż musi zachodzić jeden ze związków $A < A$, $A = A$ lub $A > A$. Ani pierwszy, ani trzeci z tych związków zachodzić nie mogą, bo wtedy *A* byłoby zarazem mniejsze i większe od siebie, a związki mniejszości i większości są ze sobą niezgodne. A zatem musi zachodzić $A = A$.

Załóżmy dalej, że dany mamy związek $A = B$. W każdym razie zachodzi jeden ze związków $B < A$, $B = A$ lub $B > A$. Ani pierwszy, ani trzeci z tych związków zachodzić nie mogą, bo z pierwszego wynika $A > B$, z drugiego $A < B$, oba zaś te związki są niezgodne z założeniem $A = B$. A zatem, gdy zachodzi $A = B$, to musi zachodzić $B = A$.

Prof. ZAREMBA nie rozważa tych kwestii, bo naprzód i GMEINER nic o nich nie pisze, a następnie, autor nasz, opierając się w ostatnim rozdziale swego dzieła na błędnej zasadzie *D*, zastanawia się tylko nad tym, które zasady późniejsze wynikają z wcześniejszych, ale zupełnie nie troszczy się o to, czy które wcześniejsze nie wynikają z późniejszych. W ten sposób popełnia znowu dwa błędy metodyczne.

Z zasad układu (*M*) pozostaje już tylko sześć, a więc połowa. Prof. ZAREMBA, który cztery z tych zasad łączy w jedno zdanie, mógł był przeto określić cechy formalne stosunków równości, mniejszości i większości za pomocą następujących trzech zasad, przyjmując przy tym, że $A > B$ znaczy to samo, co $B < A$:

I 3. Równości $A = B$ i $B = C$ pociągają za sobą równość $A = C$.

II 1. Każde dwa przedmioty A i B klasy (K) znajdują się w jednym, ale tylko w jednym ze związków następujących:

$$A < B,\ A = B,\ A > B.^*$$

Tak postępując, byłby nasz autor — przynajmniej co do tych zasad, jeżeli nie co do samej definicji pojęcia wielkości — w zgodzie z SCHOENFLIESEM, który pojęcie wielkości definiuje w następujący sposób:

„Między dwiema skończonymi liczbami rzeczywistymi μ i ν zachodzi zawsze jeden i tylko jeden z trzech stosunków

$$\mu = \nu,\ \mu > \nu,\ \mu < \nu;$$

stosunki te posiadają nadto w szczególności następujące dwie własności zasadnicze:

1. Z $\mu = \nu$ i $\nu = \rho$ wynika $\mu = \rho$;

oraz

2. Z $\mu > \nu$ i $\nu > \rho$ wynika $\mu > \rho$.

Mówimy przeto, że μ i ν pozostają w stosunku WIELKOŚCIOWYM. Każdą mnogość skończonych i różnych od siebie liczb rzeczywistych można skutkiem tego uporządkować według wielkości. Uogólniając to określenie, powiemy o jakimś zakresie rzeczy A, B, C, ..., że posiada CHARAKTER WIELKOŚCI, gdy spełnia następujące warunki: po pierwsze, definicje równości, większość i mniejszości muszą dać się dla A, B, C, ... tak sformułować, by zachodzenie jednego z tych stosunków wykluczało oba inne stosunki; po wtóre, dla jakichkowiek dwu rzeczy owego zakresu musi być jeden z tych stosunków koniecznie zrealizowany; po trzecie, definicje te muszą czynić zadość wymienionej powyżej własności zasadniczej."[5]

---

* Własnoręczne uzupełnienie ŁUKASIEWICZA na tekście, o którym była już mowa wyżej: „[Dodać] II 3. Nierówności $A < B$ i $B < C$ pociągają za sobą nierówność $A < C$." [JJJ].

[5] Artur SCHOENFLIES, *Entwickelung der Mengnelehre und ihrer Anwendungen*, Lipsk i Berlin 1913, s. 31. Przytaczam dosłownie tekst niemiecki:

„Für zwei endliche reele Zahle μ und ν besteht stets eine und nur eine der drei Beziehungen

$$\mu = \nu,\ \mu > \nu,\ \mu < \nu;$$

für diesie Beziehungen bestehen überdies insbesondere die folgengen beiden grundlegenden Eigenschaften:

1. Aus $\mu = \nu$ und $\nu = \rho$ folgt $\mu = \rho$;

und

2. aus $\mu > \nu$ und $\nu > \rho$ folgt $\mu > \rho$.

Man sagt deshalb, dass μ und ν in einer GRÖSSENBEZIEHUNG stehen. Jede Menge endlicher voneinender verschiedener reeler Zahlen lässt sich deshalb der Grösse nach anordnen. In Verallgemeinerung hiervon soll von einem Gebiet von Dingen A, B, C, ... gesagt werden, es besitze GRÖSSENCHARAKTER, falls es folgende Bedingunget erfült. Erstens müssen sich für die A, B, C, ... Definitionen des Gleich, Grösser, Kleiner so aufstellen lassen, dass das Bestehen der einen von ihnen die beiden anderen ausschliesst; zweitens muss eine dieser drei Beziehungen für irgend zwei Dinge des Gebietes notwendig realisiert sein; drittens müssen die Definitionen der oben angegebenen grundlegenen Eigenschaft genügen."

Jeżeli porównamy tę definicję SCHOENFLIESA z definicją prof. ZAREMBY, to okaże się, że definicja matematyka niemieckiego stoi pod względem logicznym o wiele wyżej od definicji matematyka polskiego. SCHOENFLIES nie włącza do zasad, określających cechy formalne stosunków równości, mniejszości i większości, zdań I 1, I 2, II 2, II 4 i II 5, którymi niepotrzebnie obarcza się nasz autor. Poza tym autor niemiecki nie popełnia niektórych błędów w SAMEJ definicji pojęcia wielkości, jaki później jeszcze wykryjemy w definicji autora polskiego. A jednak i definicja SCHOENFLIESA zawiera wiele braków logicznych. I ten autor nie oddziela od siebie zdań, zawartych w zasadzie, oznaczonej przez prof. ZAREMBĘ przez II 1, i zdania te zdaje się traktować inaczej niż zasady I 3 i II 3, które oznacza numerami 1 i 2. Brak więc w tej definicji jasnego przeglądu zasad, mających określać cechy formalne stosunków porównywania ilościowego. Oprócz tego, zarzuty, które przedstawię jeszcze w następnym ustępie tej pracy, dotyczą zarówno definicji SCHOENFLIESA, jak ZAREMBY. A więc i ta nowa definicja nie spełnia warunków ścisłości, podyktowanych przez logikę współczesną.

Przytoczyłem ją umyślnie, by okazać, jak powszechne są wśród matematyków, nie obznajomionych z logiką współczesną, błędy metodyczne w określaniu pojęć i formułowaniu zasad. Jednakże krytyka moja nie byłaby może skuteczna, gdybym na niej tylko poprzestał, a nie próbował przy tym przedstawić, jak wedle MOJEGO zdania należy ułożyć zasady, określające cechy formalne stosunków równości, mniejszości i większości, by były zupełnie „precyzyjne" i zgodne ze wszystkimi wymaganiami logiki. Do tej pracy pozytywnej przystępuję obecnie.

8. Rozważania niniejszego ustępu mają na celu stworzyć taki układ zasad, określających cechy formalne stosunków równości, mniejszości i większości, który by był równoważny układowi, przyjętemu przez prof. ZAREMBĘ, i spełniał zarazem następujące reguły metodyczne, obowiązujące każdą teorię dedukcyjną: po pierwsze, w JEDNYM zdaniu ma być sformułowana tylko JEDNA zasada; po wtóre, żadna zasada NIE MA WYNIKAĆ z zasad innych; po trzecie, ilość zasad i pojęć pierwotnych ma być możliwie NAJMNIEJSZA. Układ taki przedstawię naprzód w formie ogólnej, a więc przy pomocy zmiennych a z pominięciem stosunków określonych, starając się o to, by był równoważny układowi (*M*), który jest uogólnieniem układu autora.

Ażeby konstrukcja układu była całkiem zrozumiała, przeprowadzę przede wszystkim dwa rozważania pomocnicze. Mianowicie udowodnię naprzód następujące twierdzenie (2):

Prawdą jest dla jakichkolwiek przedmiotów *A*, *B*, *C* pewnej klasy (*K*), spełniającej układ (*M*), że

(2) jeżeli *A r B* i *C non-r B*, to *A r C*.

Dowód: Załóżmy, że prawdziwe są zdania „*A r B*" i „*C non-r B*". Na mocy zasady II 1*a* prawdziwe jest jedno z następujących trzech zdań: „*A r C*", „*A s C*",

„*A t C*". (Przyjmując za podstawę układ (*M*), muszę uwzględnić i stosunek *t*.) Przypuśćmy naprzód, że prawdziwe jest zdanie „*A s C*". Ze zdania tego wynika „*C s A*" na mocy zasady I 2, zaś zdanie „*C s A*" oraz założenie „*Z r B*" pociągają za sobą zdanie „*C r B*" na mocy twierdzenia II 4. Zdanie to jednak jest niezgodne z drugim założeniem „*C non-r B*". A zatem, przy założeniach „*A r B*" i „*C non-r B*" nie może być prawdziwe zdanie „*A s C*".

Przypuśćmy dalej, że prawdziwe jest zdanie „*A t C*". Ze zdania tego wynika „*C r A*" na podstawie zasady II 2*b*, zaś zdanie „*C r A*" oraz założenie „*A r B*" pociągają za sobą zdanie „*C r B*" na mocy zasady II 3. Zdanie to jednak jest niezgodne z drugim założeniem „*C non-r B*". A zatem, przy założeniach „*A r B*" i „*C non-r B*" nie może być prawdziwe zdanie „*A t C*".

Skoro więc nie jest prawdziwe ani zdanie „*A s C*", ani zdanie „*A t C*", to musi być prawdziwe zdanie „*A r C*". Twierdzenie (2): „Jeżeli *A r B* i *C non-r B*, to *A r C*" jest więc udowodnione na podstawie zasad I 2, II 1*a*, II 2*b*, II 3 i II 4. Przy interpretacji zmiennych *r*, *s*, *t* jako „mniejszość", „równość" i „większość", twierdzenie to brzmi: „Jeżeli *A* jest mniejsze od *B*, a *C* nie jest mniejsze od *B*, to *A* jest mniejsze od *C*".

Drugie rozważanie pomocnicze jest następujące. Przyjmuję definicję stosunku *t*, podaną w ustępie poprzednim, i opierając się na niej, definiuję stosunek *s* na podstawie stosunku *t* w ten sposób:

Dla jakichkolwiek przedmiotów *A* i *B* pewnej klasy (*K*) zdanie „*A s B*" znaczy „*A non-r B i B non-r A*".

Stwierdzam przede wszystkim, że definicja ta jest MOŻLIWA. Przy uwzględnieniu bowiem definicji stosunku *t*, zasada II 1*a* orzeka, że gdy dane są zarazem zdania „*A non-r B*' oraz „*B non-r A*", to dane jest także zdanie „*A s B*". Zasady zaś II 1*b* i II 1*c* orzekają, że gdy dane jest zdanie „*A s B*", to dane są zarazem zdania „*A non-r B*" oraz „*B non-r A*". Zdania „*A non-r B*" oraz „*B non-r A*" są więc zarazem równoważne zdaniu „*A s B*". Równoważność tę można drogą definicji zamienić na równoznaczność, albowiem stosunek *s* jako pierwotny nie jest zdefiniowany w układzie (*M*) i można go przeto zdefiniować dowolnie, byleby tylko reguły definiowania były spełnione. Otóż reguły te domagają się, by cechy, za pomocą których definiuje się jakiś przedmiot, były ze sobą ZGODNE i żadna z nich NIE WYNIKAŁA z innych cech, zawartych w definicji. Warunki te są w naszym przypadku spełnione. Jeśli bowiem przyjmiemy, że *A* i *B* należą do klasy liczb naturalnych i oznaczymy przez *r* stosunek „mniejszości", a więc przez *non-r* stosunek „niemniejszości", to łatwo możemy się przekonać, że istnieją takie liczby *A* i *B*, które sprawdzają zarazem OBA zdania „*A non-r B*" i „*B non-r A*", oraz takie liczby, które sprawdzają tylko JEDNO z tych zdań, a nie sprawdzają drugiego. W pierwszym przypadku wystarcza położyć $A = B = 2$, w drugim $A = 2$, $B = 3$ oraz $A = 3$, $B = 2$.

Skoro definicja stosunku *s* na podstawie *r* jest MOŻLIWA, to jest i KONIECZNA, z powodu reguły metodycznej, nakazującej posługiwać się jak najmniejszą ilością

pojęć pierwotnych i zasad. STOLZ, GMEINER, ZAREMBA i SCHOENFLIES powinni więc byli zdefiniować stosunek *s* czyli stosunek „równości" na podstawie stosunku *r* czyli stosunku „mniejszości" i przyjąć, że zdanie „*A* jest równe *B*" znaczy: „*A* nie jest mniejsze od *B* i *B* nie jest mniejsze od *A*". Nie czyniąc tego, popełnili błąd metodyczny.

Rozważania te wystarczą, by stało się zrozumiałym następujące twierdzenie:

Układ (M) można zastąpić równoważnie przez następujące zasady i definicje, które zowię układem (O), a które są ważne dla jakichkolwiek przedmiotów A, B, C pewnej klasy (K):

(1) *Jeżeli A r B, to B non-r A.*

(2) *Jeżeli A r B i C non-r B, to A r C.*

(*O*) *Df.* 1. *„A t B" znaczy „B r A".*

Df. 2. *„A s B" znaczy „A non-r B i B non-r A".*

By udowodnić, że układ (*O*) jest równoważny układowi (*M*), trzeba wykazać, po pierwsze, że zasady (1) i (2) wynikają ze zdań układu (*M*), a *Df.* 1 i 2 są na podstawie tego układu możliwe; po wtóre zaś trzeba wykazać, że z układu (*O*) wynikają wszystkie zdania układu (*M*).

Zadanie pierwsze jest już spełnione, albowiem wykazałem powyżej, że obie definicje są możliwe na podstawie układu (*M*), przy czym, o ile chodzi o *Df.* 1, nie trzeba udowadniać, iż cechy jej są ze sobą zgodne i nie wynikają z siebie nawzajem, gdyż definicja ta zawiera JEDNĄ tylko cechę; następnie, udowodniłem zasadę (2) na podstawie pewnych zdań układu (*M*), a co do zasady (1), dowód taki jest zbyteczny, gdyż zasada ta jest identyczna z zasadą II 1*d*. Pozostaje więc tylko dowieść, że z układu (*O*) wynikają wszystkie zdania układu (*M*).

Udowodnię naprzód, że z układu (*O*) wynika zdanie I 3, które orzeka, że „jeżeli *A s B* i *B s C*, to *A s C*". Na mocy *Df.* 2 można to zdanie wyrazić w następujący sposób: „Jeżeli *A non-r B* i *B non-r A* oraz *B non-r C* i *C non-r B*, to *A non-r C* i *C non-r A*". Następnik w tym okresie warunkowym składa się ze zdań „*A non-r C*" i „*C non-r A*". Zdanie „*A non-r C*" wynika ze zdań „*A non-r B*" i „*B non-r C*", zawartych w poprzedniku. Gdyby bowiem przy założeniach „*A non-r B*" i „*B non-r C*" było prawdziwe zdanie „*A r C*", to zdanie to wraz z założeniem „*B non-r C*" pociągnęłoby za sobą według zasady (2) zdanie „*A r B*", które jest sprzeczne z drugim założeniem „*A non-r B*". Tak samo można okazać, zamieniając w powyższym rozumowaniu *A* z *C*, że zdanie „*C non-r A*" wynika ze zdań „*C non-r B*" i „*B non-r A*", zawartych w poprzedniku. A zatem, zdanie I 3 jest udowodnione na podstawie zasady (2) i *Df.* 2.

Udowodnię dalej, że z układu (*O*) wynika zdanie II 3, które orzeka, że „jeżeli *A r B* i *B r C*, to *A r C*". Załóżmy, że dane są zdania „*A r B*" i „*B r C*"; gdyby przy tych założeniach było prawdziwe zdanie „*A non-r C*", to zdanie to wraz z założeniem „*B r C*" pociągnęłoby za sobą według zasady (2) zdanie „*B r A*", które jest niezgodne z drugim założeniem „*A r B*" na mocy zasady (1). A zatem zdanie II 3 jest udowodnione na podstawie zasad (1) i (2).

Teraz już łatwo okazać, że wszystkie zdania układu (*M*) wynikają z układu (*O*). Z *Df.* 1 bowiem wynikają bezpośrednio zasady II 2*a* i II 2*b*, zaś z *Df.* 2 wynikają zasady II 1*a*, II 1*b*, II 1*c*. Wraz ze zdaniami I 3 i II 3 oraz zasadą II 1*d*, która zawiera się w obu układach, są to już wszystkie zdania układu (*M*), z wyjątkiem dwóch pierwszych i dwóch ostatnich zdań tego ukadu. Przekonaliśmy się jednak poprzednio, że te cztery zdania, I 1, I 2, II 4 i II 5, wynikają ze zdań innych; w ten sposób dany jest dowód, że WSZYSTKIE zdania układu (*M*) wynikają z układu (*O*).

Układy (*M*) i (*O*) są przeto równoważne. Okażę obecnie, że układ (*O*) spełnia wszystkie reguły metodyczne, jakie obowiązują każdą teorię dedukcyjną. Przede wszystkim jest rzeczą jasną, że każda z zasad (1) i (2) zawiera tylko JEDNO zdanie, gdyż obie te zasady wyrażają proste stosunki wynikania. Następnie, układ (*O*) posługuje się możliwie NAJMNIEJSZĄ ilością pojęć pierwotnych, gdyż zawiera się w nim tylko JEDNO takie pojęcie *r*, a dwa inne, *s* i *t*, zdefiniowane są na podstawie *r*. Że układ (*O*) składa się z możliwie najmniejszej ilości ZASAD, tego wprost dowieść nie można, a tylko można przypuszczać, że układu takiego, który by się składał z mniejszej ilości zasad, a był równoważny układowi (*M*), nie ma, dopóki ktoś go nie znajdzie. Wreszcie można okazać, że ani zasada (1) nie wynika z zasady (2), ani zasada (2) nie wynika z zasady (1). Dowieść tego można w następujący sposób.

Załóżmy, że (*K*) jest klasą liczb naturalnych, i oznaczmy przez *r* stosunek „mniejszości o 1". Wtedy zdanie (1) jest prawdziwe, bo gdy *A* jest mniejsze o 1 od *B*, to *B* nie jest mniejsze o 1 od *A*. Natomiast zdanie (2) nie jest prawdziwe, bo gdy *A* jest mniejsze o 1 od *B*, a *C* nie jest mniejsze o 1 od *B*, to z tego nie wynika, że *A* jest mniejsze o 1 od *C*. Można się o tym przekonać, kładąc np. $A = 2$, $B = 3$, $C = 4$. Istnieją zatem takie wartości zmiennej *r*, które sprawdzają zdanie (1), ale nie sprawdzają zdania (2), a więc zdanie (2) nie wynika ze zdania (1).

Załóżmy dalej, że (*K*) jest klasą liczb naturalnych, i oznaczmy przez *r* stosunek „niepodzielności", a więc przez *non-r* stosunek „podzielności". Wtedy zdanie (2) jest prawdziwe, bo gdy *A* jest niepodzielne przez *B*, a *C* jest podzielne przez *B*, to *A* musi być niepodzielne przez *C*. Gdyby bowiem *A* było podzielne przez *C*, to ponieważ *C* jest podzielne przez *B*, więc i *A* byłoby podzielne przez *B*, co jest sprzeczne z założeniem. Natomiast zdanie (1) nie jest prawdziwe, bo gdy *A* jest niepodzielne przez *B*, to z tego nie wynika, że *B* jest podzielne przez *A*. Można się o tym przekonać, kładąc np. $A = 2$, $B = 3$. Istnieją zatem takie wartości zmiennej *r*, które sprawdzają zdanie (2), ale nie sprawdzają zdania (1), a więc zdanie (1) nie wynika ze zdania (2).

Tak więc cel niniejszego ustępu został osiągnięty. Stworzyłem w formie ogólnej układ, równoważny układowi (*M*) i spełniający reguły metodyczne, obowiązujące każdą teorię dedukcyjną. Zaznaczam jeszcze, że nie uważałem za potrzebne dowodzić osobno ZGODNOŚCI zasad układu (*O*), gdyż jest rzeczą oczywistą, że

WSZYSTKIE układy, rozważane w tej pracy, składają się ze zdań ze sobą zgodnych, o czym można się przekonać, zakładając, że (K) jest klasą liczb naturalnych, i oznaczając przez r, s, t stosunki „mniejszości", „równości" i „większości".

Układ (O) jest znacznie prostszy od układu (M); zawiera bowiem tylko DWIE zasady i wystarcza uwzględnić TYLKO TE ZASADY, gdy ustanawia się dla jakiejś kategorii przedmiotów reguły porównywania ilościowego tych przedmiotów. DEFINICJE bowiem stosunków s i t zawsze można utworzyć, mając dany stosunek r. Oznaczając przez r stosunek „mniejszości", możemy więc te reguły wyrazić w następujący sposób:

Prawdą jest dla jakichkowiek przedmiotów A, B, C pewnej klasy (K), że

(1) *jeżeli A jest mniejsze od B, to B nie jest mniejsze od A*;

(2) *jeżeli A jest mniejsze od B, a C nie jest mniejsze od B, to A jest mniejsze od C.*

Definicje „większości" i „równości", które można zawsze utworzyć, gdy stosunek „mniejszości" posiada powyższe dwie cechy formalne, brzmią jak następuje:

Dla jakichkolwiek przedmiotów A i B pewnej klasy (K):

Df. 1. *„A jest* WIĘKSZE *od B" znaczy „B jest mniejsze od A"*;

Df. 2. *„A jest* RÓWNE *B" znaczy „A nie jest mniejsze od B i B nie jest mniejsze od A".*

Prof. ZAREMBA przyjmował OSIEM zasad porównywania ilościowego, które składały się ze zdań DWUNASTU. Przedstawiwszy te zasady, pisał na s. 13 swego dzieła: „Prawdopodobnie nigdy nie będzie powodu do wprowadzenia jakichkolwiek zmian do powyższych zasad, ale posunęlibyśmy się za daleko, gdybyśmy oświadczyli, że to nigdy nastąpić nie może". Rzeczowo miał nasz autor rację, bo zasady podane przez mnie są równoważne jego zasadom; ale formalnie można i TRZEBA było do zasad autora wprowadzić tyle zmian, że tylko JEDNA część JEDNEJ zasady, mianowicie II 1d, pozostała bez zmiany w tej nowej i, jak mi się wydaje, znacznie LEPSZEJ konstrukcji.

Uczyniliśmy w ten sposób wielki krok naprzód ku uzyskaniu naprawdę „precyzyjnej" DEFINICJI POJĘCIA WIELKOŚCI. Praca nasza jednak nie jest jeszcze skończona, bo trzeba poddać krytyce SAMĄ definicję tego pojęcia, sformułowaną przez prof. ZAREMBĘ. Okaże się z tej krytyki, że do powyższych dwóch zasad określających cechy formalne stosunku r, trzeba będzie dodać jeszcze jedną zasadę, a gdy to się stanie, wtedy będzie można mniej znaną zasadę (2) zastąpić przez bardziej znaną zasadę II 3. Do rozważań tych przystępuję obecnie.

9. Tyle kartek dzieli już nas od miejsca, w którym przytoczyłem definicję pojęcia wielkości, sformułowaną przez prof. ZAREMBĘ, że muszą ją tutaj dla przypomnienia powtórzyć:

„Wielkością nazywamy każdą rzecz, która uważana być może za jeden z przedmiotów, stanowiących razem oznaczoną, nieskończenie liczną klasę rze-

czy takich, z których każde dwie A i B są na podstawie pewnych, do rozważanej klasy specjalnie przystosowanych, a z zasadmi przytoczonymi w ustępie poprzedzającym zgodnych, definicji pomiędzy sobą ilościowo porównywalne, zakładając przy tym, że jakąkolwiek liczbę całkowitą oznaczylibyśmy przez n, będziemy zawsze mogli znaleźć w rozważanej klasie n takich rzeczy, żeby żadne dwie z nich nie były sobie równe."

W definicji tej autor stara się scharakteryzować KLASĘ przedmiotów, które mają pozostawać do siebie w stosunkach mniejszości, równości i większości, określonych już formalnie przez omówione powyżej zasady. W tym celu przyznaje tej klasie szereg cech, które musimy po kolei rozpatrzyć.

Wielkością, powiada autor, jest każdy z przedmiotów, które stanowią razem klasę OZNACZONĄ, NIESKOŃCZENIE LICZNĄ. Zamiast mówić „klasa oznaczona", wolałbym powiedzieć „jakaś klasa", albo OPUŚCIŁBYM wprost tę cechę jako nic nie mówiącą. Cechę, oznaczoną słowami „nieskończenie liczna", należy także opuścić. Do słów tych bowiem autor dodaje na s. 15 następujący przypisek: „Celem zapobieżenia wszelkiemu nieporozumieniu, przypominamy, co już z teorii liczb całkowitych jest znane, że oświadczenie, iż pewien zbiór (albo pewna klasa rzeczy) jest nieskończenie liczny (lub liczna), wyraża, że, ile wynosiłaby dowolnie przyjęta liczba całkowita n, możemy zawsze w rozważanym zbiorze znaleźć tyle rzeczy, ile wynosi liczba n". Porównajmy z tym przypiskiem sam koniec definicji, gdzie autor zakłada, „że jakąkolwiek liczbę całkowitą oznaczylibyśmy przez n, będziemy zawsze mogli znaleźć w rozważanej klasie n takich rzeczy, żeby żadne dwie z nich nie były sobie równe". Okazuje się z tego, że rozważana klasa musi zawierać nieskończene wiele rzeczy takich, z których żadne dwie nie są sobie równe, a więc musi być nieskończenie liczna. Cecha „nieskończonej liczności" WYNIKA więc z założenia, które autor przyjmuje przy KOŃCU definicji, skutkiem tego jest zbyteczna na POCZĄTKU definicji i należy ją OPUŚCIĆ. Widzimy zatem, że autor w sformułowaniu definicji popełnia takie same błędy metodyczne, jakie popełnił w sformułowaniu zasad.

Nasuwa się tu jednak jeszcze inna wątpliwość. Czy naprawdę klasa rzeczy, które nazywamy wielkościami, musi zawierać nieskończenie wiele rzeczy takich, żeby żadne dwie z nich nie były sobie równe, i czy musi mieć w ogóle cechę „nieskończonej liczności"? Autor nie uzasadnia tego nigdzie, choć pisze bezpośrednio przed sformułowaniem definicji: „Na podstawie rozważań wyłożonych w ustępach poprzedzających łatwo dochodzimy do precyzyjnej definicji pojęcia wielkości". W ustępach poprzedzających nie znajdują się żadne rozważania, które by okazywały, że klasa wielkości musi być nieskończenie liczna. Nie wydaje mi się też rzeczą bezpośrednio oczywistą, by cecha ta musiała przysługiwać każdej klasie wielkości; i SCHOENFLIES zdaje się tak sądzić, bo nie włącza tej cechy do swej definicji. Przeciwnie, myślę, że elementy jakiejś klasy można i wtedy nazywać wielkościami, gdy ilość ich jest skończona. Wzrost człowieka jest niewątpliwie wielkością, ważną w antropologii. Czyżby więc klasa ludzi, rozpatry-

wanych pod względem wzrostu, nie była klasą wielkości dlatego tylko, że nie jest nieskończenie liczna? Tak samo, by jeszcze prostszy wybrać przykład, czyżby klasa liczb naturalnych mniejszych od tysiąca lub od jakiejkolwiek innej liczby skończonej, nie była klasą wielkości? Sądzę, że klasa wielkości może zawierać zarówno skończoną, jak nieskończoną mnogość elementów; cech tych nie należy przeto w definicji wymieniać.

Jeżeli opuścimy tedy wyrazy „oznaczona" i „nieskończenie liczna", znajdujące się na początku definicji, oraz wyłączymy na razie i koniec definicji, o którym jeszcze słówko wypadnie nam rzec później, to z długiej definicji pierwotnej otrzymamy następującą krótszą:

„Wielkością nazywamy każdą rzecz, która uważana być może za jeden z przedmiotów, stanowiących razem klasę rzeczy takich, z których każde dwie A i B są na podstawie pewnych, do rozważanej klasy specjalnie przystosowanych, a z zasadami przytoczonymi w ustępie poprzedzającym zgodnych, definicji pomiędzy sobą ilościowo porównywalne".

Zastanówmy się nad wyrażeniem: „każde dwie (rzeczy) A i B są NA PODSTAWIE PEWNYCH, DO ROZWAŻANEJ KLASY SPECJALNIE PRZYSTOSOWANYCH DEFINICJI ilościowo porównywalne". Według autora dwie rzeczy są pomiędzy sobą ilościowo porównywalne, gdy pozostają w jednym ze związków $A < B$, $A = B$ lub $A > B$. Jeżeli więc dane rzeczy mają być ilościowo porównywalne na podstawie pewnych definicji, to definicjami tymi muszą być definicje stosunków mniejszości, równości i większości. Autor wyobraża sobie sprawę w ten sposób. Jeżeli rozważamy klasę odcinków prostoliniowych, to inaczej musimy sformułować definicje stosunków mniejszości, równości i większości, niż gdy rozważamy np. klasę liczb całkowitych. Do każdej klasy przedmiotów muszą być definicje tych stosunków specjalnie przystosowane. Jest to niewątpliwie prawda; ale w definicji pojęcia wielkości nie trzeba o tym pisać, o ile się przyjmuje, że rzeczy rozważanej klasy są pomiędzy sobą ilościowo porównywalne. Jeśli bowiem tak jest, to z tego już WYNIKA, że rzeczy te muszą pozostawać do siebie w stosunkach mniejszości, równości i większości, a czy definicje tych stosunków SĄ „specjalnie przystosowane" do rozważanej klasy rzeczy, czy nie, i czy w ogóle porównywalność ilościowa tych rzeczy opera się na DEFINICJACH tych stosunków, czy na czymkolwiek innym, to już do definicji wielkości nie należy. Rozumie się przecież samo przez się, że stosunki te oraz ich definicje muszą być pod względem logicznym skonstruowane poprawnie. Dlatego sądzę, że wyrażenie, o którym mowa, należy z definicji pojęcia wielkości WYŁĄCZYĆ, i definicję tę wyrazić w następujących słowach:

„Wielkością nazywamy każdą rzecz, która uważana być może za jeden z przedmiotów, stanowiących razem klasę rzeczy takich, z których każde dwie A i B są zgodnie z zasadami przytoczonymi w ustępie poprzedzającym, pomiędzy sobą ilościowo porównywalne".

Zasady, o które tu chodzi, są to zasady I 1 do II 5, określające cechy formalne stosunków mniejszości, równości i większości. Jedna z tych zasad, zawarta w za-

sadzie II 1, orzeka, że „każde dwa przedmioty A i B klasy (K) znajdują się w jednym ze związków $A < B$, $A = B$, $A > B$". Przedmioty, które są zgodne z tą zasadą, muszą być pomiędzy sobą ilościowo porównywalne. Nie potrzeba więc umieszczać w powyższej definicji OBU cech: „zgodność z zasadami I 1 do II 5" i „porównywalność ilościowa", lecz wystarczy przyjąć tylko cechę PIERWSZĄ, bo druga WYNIKA z pierwszej. Jeżeli opuścimy zatem tę cechę drugą, wyrażając w odpowiedni sposób cechę pierwszą, i uprościmy nadto stylistycznie niezgrabny, a nic nie mówiący początek definicji, to możemy ostatecznie definicję autora przedstawić w następujących słowach:

„Wielkością nazywamy każdy z przedmiotów takiej klasy, dla której są ważne zasady I 1 do II 5".

Okazuje się z tego, że definicja pojęcia wielkości, sformułowana przez autora, z jednym wyjątkiem, o którym wspomnę niebawem, nie dodaje nic nowego do zasad, określających cechy formalne stosunków mniejszości, równości i większości, a tylko stwierdza, że przedmioty, pozostające w takich stosunkach, nazywamy wielkościami. Wielosłowność tej definicji zasłania tylko ubóstwo jej treści. Dlatego zająłem się nią dopiero przy końcu tej pracy, a główny nacisk położyłem na krytykę zasad I 1 do II 5, bo zasady te nie tylko są integralną częścią definicji pojęcia wielkości, ale stanowią jej ISTOTĘ. Toteż i SCHOENFLIES definiuje pojęcie wielkości wyłącznie za pomocą zasad, określających cechy formalne stosunków porównywania ilościowego.

Zasady układu (M) lub równoważne im zasady układu (O) nie wyczerpują jednak CAŁEJ treści tego pojęcia. Brak jeszcze jednej cechy formalnej, którą prof. ZAREMBA zdaje się mieć na myśli w końcowym ustępie swej definicji, jakkolwiek nie wyraża jej we właściwy sposób. Powiada tam nasz autor, że klasa przedmiotów, zwanych wielkościami, musi zawierać nieskończenie wiele rzeczy takich, żeby żadne dwie z nich nie były sobie równe. Wiemy już, że na to, by jakąś klasę przedmiotów nazwać klasą wielkości, nie potrzeba, by klasa ta była nieskończenie liczna; ale prawdą jest, że w każdej takiej klasie muszą istnieć jakieś przedmioty, które by nie były sobie równe. Określmy bowiem dla punktów geometrycznych stosunek mniejszości w taki sam sposób, w jaki określamy go dla odcinków prostoliniowych. Powiedzmy więc, że punkt A jest mniejszy od punktu B, gdy albo punkt A jest częścią punktu B, albo przeniesiony na punkt B zlewa się z jakąś jego częścią. Powiedzmy dalej, że punkt A jest większy od punktu B zawsze wtedy, gdy B jest mniejsze od A, a jest równy punktowi B, gdy ani A nie jest mniejsze od B ani B mniejsze od A. Ponieważ wiemy, że punkt geometryczny nie ma części i każdy punkt, przeniesiony na punkt inny, zlewa się z nim całkowicie, przeto nie ma dwóch punktów takich, z których jeden byłby mniejszy od drugiego, i wszystkie punkty są sobie równe. Zasady układu (O), a tak saamo zasady równoważnego układu (M), są wszystkie spełnione, a jednak klasy punktów nie nazwiemy klasą wielkości, bo w klasie tej nie ma dwóch takich przedmiotów, które by nie były sobie równe. Dla

usunięcia możliwych nieporozumień dodaję, że punkty MOGĄ przedstawiać wielkości, gdy uszeregujemy je na jakimś odcinku prostoliniowym, ale wtedy rozważamy już nie punkty SAME, tylko ich ODLEGŁOŚCI od jakiegoś punktu stałego. Podobnie ZBIÓR punktów, wzięty w całości, może mieć jakąś wielkość w stosunku do jakiegoś innego zbioru, ale punkty SAME w stosunku do siebie nie są wielkościami i zbiór ich nie jest zbiorem wielkości.

Zasady układu (*O*) musimy więc jeszcze uzupełnić, rozpatrując niektóre przykłady zbiorów wielkości i poddając je analizie. Pracy tej prof. ZAREMBA nie dokonał i dał nam definicję pojęcia wielkości, która jest bardzo daleka od „precyzji". Oprócz BŁĘDÓW, zawartych w tej definicji, a zwłaszcza w dołączonych do niej zasadach, zawierają się w niej i BRAKI. Zadaniem końcowych ustępów tej pracy jest uzupełnić te braki i stworzyć definicję wielkości, która by z większym prawem niż definicja naszego autora mogła uchodzić za „precyzyjną".

10. Zarówno odcinki prostoliniowe, jak liczby rzeczywiste nazywamy wielkościami. Między wielkościami tymi zachodzi jednak jedna wybitna różnica, która ujawnia się w tym, że DWA różne odcinki prostoliniowe MOGĄ być sobie równe, natomiast dwie różne liczby rzeczywiste NIE mogą być sobie równe.

Na tej podstawie odróżniam przedmioty, które MAJĄ tylko jakąś wielkość, od przedmiotów, które SĄ wielkościami. Powiadam mianowicie, że przedmioty pewnego zbioru SĄ wielkościami, gdy jakiekolwiek dwa RÓŻNE z nich, to znaczy nieidentyczne, NIE mogą być sobie równe; natomiast nie są wielkościami, a tylko MAJĄ jakąś wielkość, gdy dwa różne z nich MOGĄ być sobie równe.

Odcinki prostoliniowe NIE są wielkościami, tylko MAJĄ jakąś wielkość, albowiem dwa różne odcinki prostoliniowe, np. DWA boki trójkąta, mogą być sobie równe. Wielkość, jaką mają odcinki prostoliniowe, nazywa się ich „długością". Długości odcinków prostoliniowych SĄ wielkościami, bo dwie różne czyli nieidentyczne długości nie mogą być sobie równe. Stąd i odcinki prostoliniowe, które posiadają RÓŻNE długości, nie mogą być sobie równe. Tak samo liczby rzeczywiste SĄ wielkościami, bo dwie różne liczby rzeczywiste nie mogą być sobie równe. Dlatego między długościami odcinków prostoliniowych a liczbami rzeczywistymi zachodzi odpowiedniość doskonała, która nie istnieje między liczbami rzeczywistymi a odcinkami prostoliniowymi.

Różnica między przedmiotami, które MAJĄ tylko jakąś wielkość, a przedmiotami, które SĄ wielkościami, jest bardzo pospolita. Człowiek nie jest wielkością; ale MA jakąś wielkość, bo ma pewien wzrost, wiek, ciężar ciała. Wzrost człowieka, wiek jego, ciężar ciała SĄ wielkościami; dlatego cechy te można wyrazić w liczbach, natomiast nie można wyrazić w liczbie CZŁOWIEKA.[6]

---

[6] Odróżnienie przedmiotów, które MAJĄ tylko jakąś wielkość, od przedmiotów, które SĄ wielkościami, nasunęło mi się pod wpływem lektury pewnej rozprawy B. RUSSELLA pt. „L'idée d'ordre et la position absolue dans l'espace et le temps" (*Bibliothèque du Congrès International de Philosophie*. III. *Logique et historie des sciences*, Paryż 1902, s. 241–277). W rozprawie tej RUSSELL dzieli

Chcąc zdefiniować pojęcie wielkości, należy uwzględniać nie przedmioty, MAJĄCE tylko jakąś wielkość, ale przedmioty, BĘDĄCE wielkościami. Otóż przedmioty, będące wielkościami, mają tę cechę, że jeśli dwa jakiekolwiek z nich, *A* i *B*, są RÓŻNE od siebie, to nie mogą być sobie równe, czyli *A* musi być „mniejsze" od *B* albo *B* musi być „mniejsze" od *A*. Cecha ta wydaje mi się być owym szukanym uzupełnieniem definicji wielkości, podanej przez prof. ZAREMBĘ. Wyklucza ona bowiem przypadek, by wszystkie przedmioty jakiejś klasy, którą nazywamy klasą wielkości, były sobie równe; przeciwnie, orzeka, że żadne dwa różne przedmioty tej klasy NIE MOGĄ być sobie równe.

Formułuję poniżej trzy równoważne sobie definicje pojęcia wielkości, z których każda następna jest tylko skróceniem poprzedniej. Wprowadzam przy tym następującą zmianę terminologiczną: zamiast posługiwać się wyrazami „klasa" i „przedmiot" lub „rzecz", których używałem za prof. ZAREMBĄ, wolę używać wyrazu „ZBIÓR", a przedmioty, z których dany zbiór się składa, nazywam „ELEMENTAMI zbioru". Definicja pierwsza pojęcia wielkości brzmi tedy jak następuje:

I. *Elementy jakiegoś zbioru (Z) nazywamy wielkościami, gdy zachodzi między nimi pewien stosunek r, który posiada następujące cechy formalne:*

Prawdą jest dla jakichkolwiek elementów A, B, C zbioru (Z), że

(1) *jeżeli A r B, to B non-r A;*

(2) *jeżeli A r B i B r C, to A r C;*

(3) *jeżeli A jest różne od B, to A r B albo B r A.*

Okażę przede wszystkim, że te trzy zasady są ze sobą zgodne i że żadna z nich nie wynika z innych.

Załóżmy naprzód, że (Z) jest zbiorem liczb naturalnych, i oznaczmy przez *r* stosunek „mniejszości". Wtedy wszystkie zasady są prawdziwe, z czego wynika, że są ze sobą zgodne.

Załóżmy dalej, że (Z) jest zbiorem liczb naturalnych, i oznaczmy przez *r* stosunek „mniejszości o liczbę parzystą". Wtedy zasada (1) jest prawdziwa, bo jeśli *A* jest mniejsze o liczbę parzystą od *B*, to *B* musi być większe od *A*, a więc nie może być mniejsze o liczbę parzystą od *A*. Tak samo zasada (2) jest prawdziwa, bo gdy *A* jest mniejsze o liczbę parzystą od *B* i *B* jest mniejsze o liczbę parzystą od *C*, to i *A* musi być mniejsze o liczbę parzystą od *C*, mianowicie o sumę obu poprzednich liczb parzystych. Natomiast zasada (3) nie jest prawdziwa, bo z dwóch różnych liczb naturalnych nie musi być jedna mniejsza o liczbę parzystą od drugiej, gdyż może być mniejsza o liczbę NIEPARZYSTĄ; np. $A = 2$, $B = 3$. Istnieją zatem takie wartości zmiennej *r*, które sprawdzają zasady (1) i (2), ale nie sprawdzają zasady (3), a więc zasada (3) nie wynika z zasad (1) i (2).

---

na s. 242 szeregi na takie, które SĄ pozycjami, i na takie, które MAJĄ pozycje. Że pojęcie wielkości pozostaje w najbliższym związku z pojęciem szeregu i porządku, okaże się niebawem. Żałuję, że przy pisaniu tej pracy nie miałem pod ręką głównego dzieła RUSSELLA: *The principles of mathematics*, wydanego w Cambridge w r. 1903.

Załóżmy dalej raz jeszcze, że (*Z*) jest zbiorem liczb naturalnych, i oznaczmy przez *r* stosunek „niemniejszości". Wtedy zasada (2) jest prawdziwa, bo gdy *A* jest niemniejsze czyli nie jest mniejsze od *B* i *B* nie jest mniejsze od *C*, to i *A* nie może być mniejsze od *C*. Tak samo zasada (3) jest prawdziwa, bo z dwóch różnych liczb naturalnych jedna musi być większa od drugiej, a więc nie może być od drugiej mniejsza. Natomiast zasada (1) nie jest prawdziwa, bo z tego, że *A* nie jest mniejsze od *B*, nie wynika, że *B* jest mniejsze od *A*, gdyż *A* i *B* mogą być sobie równe, czyli być tą samą liczbą; np. $A = B = 2$. Istnieją zatem takie wartości zmiennej *r*, które sprawdzają zasady (2) i (3), ale nie sprawdzają zasady (1), a więc zasada (1) nie wynika z zasad (2) i (3).

Ażeby uzasadnić, że z zasad (1) i (3) nie wynika zasada (2), przyjmiemy co do zbioru (*Z*) inne założenie niż poprzednio. Załóżmy mianowicie, że zbiór (*Z*) składa się tylko z trzech liczb: 1, 2, 3 i ułóżmy te liczby w pary według następującego schematu:

1 : 1	*1* : *2*	1 : 3
2 : 1	2 : 2	*2* : *3*
3 : *1*	3 : 2	3 : 3

Oznaczmy teraz przez *r* stosunek taki, który zachodzi wtedy i tylko wtedy, gdy pierwszym jego członem jest 1, a drugim 2, albo gdy pierwszym jego członem jest 2, a drugim 3, albo gdy pierwszym jego członem jest 3, a drugim 1. Stosunek ten zatem zachodzi wtedy, gdy dane są w powyższym schemacie pary liczb, wytłoczone kursywą. Zasada (1) jest prawdziwa, bo skoro *A* i *B* mogą być tylko liczbami 1, 2 lub 3, więc gdy *A* pozostaje w stosunku *r* do *B*, czyli dana jest jedna z par: 1 : 2, 2 : 3 lub 3 : 1, to *B* nie może pozostawać w tym stosunku do *A*; w kierunku odwrotnym bowiem może być dana tylko jedna z par 2 : 1, 3 : 2 lub 1 : 3. Tak samo zasada (3) jest prawdziwa, bo gdy dane są dwie różne liczby ze zbioru: „1, 2, 3", to zawsze w jednym lub drugim kierunku dana będzie jedna z par: 1 : 2, 2 : 3 lub 3 : 1. Natomiast zasada (2) nie jest prawdziwa, bo żadna z liczb 1, 2, 3, wstawiona w miejsce *A*, *B* i *C* w ten sposób, by zdania „*A r B*" i „*B r C*" były prawdziwe, nie sprawdza zdania „*A r C*". Np. dla $A = 1$, $B = 2$, $C = 3$, otrzymujemy: „Jeżeli 1 : 2 i 2 : 3, to 1 : 3". Poprzednik w tym okresie warunkowym składa się ze zdań prawdziwych, ale następnik jest fałszywy, bo według założenia stosunek *r* nie zachodzi między 1 a 3, tylko między 3 a 1. Okazuje się z tego, że istnieją takie wartości zmiennej *r*, które sprawdzają zasady (1) i (3), ale nie sprawdzają zasady (2), a więc zasada (2) nie wynika z zasad (1) i (3).

Zasady (1), (2), (3) zawierają możliwie NAJMNIEJ pojęć pierwotnych, bo tylko JEDNO: stosunek *r*. Co się tyczy ilości zasad, to nie sądzę, by można ją jeszcze w jakikolwiek sposób umniejszyć. Zasady definicji I spełniają tedy wszystkie reguły metodyczne, jakie obowiązują każdą teorię dedukcyjną.

Okażę obecnie, że z zasad tych wynikają zasady układu (*O*), a definicje stosunków *t* i *s* są na ich podstawie możliwe. Zasada (1) układu (*O*) jest identyczna

z zasadą (1) definicji I. Zasadę (2) układu (*O*) można udowodnić na podstawie zasad (2) i (3) definicji I w następujący sposób.

Załóżmy, że dane są zdania „*A r B*" i „*C non-r B*'. *A* i *C* muszą być wtedy różne, bo w przeciwnym razie byłyby zarazem dane dwa zdania sprzeczne, „*A r B*" i „*A non-r B*". Jeżeli jednak *A* i *C* są różne, to według zasady (3) albo zdanie „*A r C*" jest prawdziwe, albo „*C r A*". Zdanie „*C r A*" nie może być prawdziwe, bo wraz z założeniem „*A r B*" pociągnęłoby za sobą na mocy zasady (2) zdanie „*C r B*", które jest sprzeczne z drugim założeniem „*C non-r B*". A zatem, gdy dane są zdania „*A r B*" i „*C non-r B*", to musi być prawdziwe zdanie „*A r C*".

Zasady układu (*O*) są przeto zawarte w zasadach definicji I. Jest dalej rzeczą jasną, że musi istnieć stosunek konwersyjny względem *r*, który można oznaczyć przez *t*, formułując definicję: „*A t B*" znaczy „*B r A*". Można wreszcie zdefiniować stosunek *s*, przyjmując, że „*A s B*" znaczy „*A non-r B* i *B non-r A*", albowiem i w obecnym układzie zasad zdania „*A non-r B*" i „*B non-r A*" są ze sobą zgodne i nie wynikają z siebie nawzajem. Można się o tym przekonać, zakładając, że *A* i *B* są liczbami naturalnymi, i oznaczając przez *r* stosunek „mniejszości". Skoro zaś oba zdania układu (*O*) są zawarte w zasadach definicji I i obie definicje układu (*O*) są możliwe na podstawie tych zasad, to i wszystkie zdania układu (*M*) wynikają z tych zasad. Kładąc *r* = „mniejszość", *s* = „równość", *t* = „większość", otrzymujemy z zasad definicji I wszystkie zdania, określające cechy formalne stosunków mniejszości, równości i większości.

Na szczególniejszą uwagę zasługuje stosunek *s* czyli stosunek równości. Z zasad (1) i (3) wynika, że przedmioty równe są zawsze identyczne. *A* bowiem jest równe *B*, gdy *A* nie jest mniejsze od *B* i *B* nie jest mniejsze od *A*. Z zasady (1) wynika, że stosunek mniejszości zachodzi tylko między przedmiotami RÓŻNYMI; gdyby bowiem zachodził między przedmiotami identycznymi, to z *A r A* wynikałoby *A non-r A*, a więc powstałaby sprzeczność. Jeżeli więc przedmioty *A* i *B* są identyczne, to *A* nie jest mniejsze od *B* i *B* nie jest mniejsze od *A*. Zasada (3) znowu orzeka, że gdy *A* i *B* są RÓŻNE, to albo *A* jest mniejsze od *B*, albo *B* jest mniejsze od *A*. Gdy zatem ani *A* nie jest mniejsze od *B*, ani *B* nie jest mniejsze od *A*, to *A* jest identyczne z *B*. Zachodzi więc równoważność między zdaniem „*A* jest identyczne z *B*" a zdaniami „*A* nie jest mniejsze od *B* i *B* nie jest mniejsze od *A*", a zatem równoważne są i następujące zdania: „*A* jest identyczne z *B*" oraz „*A* jest równe *B*".

Można tedy stosunek równości pojmować jako stosunek TOŻSAMOŚCI czyli identyczności. Pojmowanie takie jest zgodne z potocznym sposobem mówienia. O równych odcinkach prostoliniowych mówimy, że mają TĘ SAMĄ długość; o ludziach, równych sobie pod względem wzrostu lub wieku, mówimy, że mają TEN SAM wzrost lub wiek. Równa bowiem długość i równy wzrost lub wiek, to TA SAMA długość i TEN SAM wzrost lub wiek. W praktyce matematycy traktują zawsze

równość jako tożsamość. Fakt ten, na który zwrócił uwagę FREGE,[7] znajduje doskonałe potwierdzenie w dziele prof. ZAREMBY. Autor nasz odróżnia „równość" od „tożsamości", co prowadzi go zwłaszcza w teorii działań arytmetycznych do wielu skomplikowanych a niepotrzebnych twierdzeń; w praktyce jednak traktuje „równość" jako „tożsamość" czyli „nierówność" jako „różność". Pisze bowiem na s. 52: „Wyjątkowo tylko mamy powody do odróżniania od siebie równych pomiędzy sobą wielkości, jako rzeczy odrębnych. Z tej przyczyny posługujemy się wyrażeniem «wielkość ODMIENNA od drugiej» w znaczeniu «wielkość NIERÓWNA drugiej»." Na miejsce to autor powołuje się w przypisku na s. 315, pisząc: „Korzystamy tu z prawa, któreśmy sobie zastrzegli wyraźnie na s. 52 i 53 do takiego wysławiania się, jak gdyby równe pomiędzy sobą elementy nie były odmiennymi pomiędzy sobą przedmiotami". Wreszcie na s. 322 znajdujemy przypisek: „Zgodnie z prawem, któreśmy sobie zastrzegli, zakładamy milcząco, że równe pomiędzy sobą liczby nie są uważane za różne od siebie przedmioty". Dlaczegoż więc nie zdefiniować od razu „równości" w ten sposób, by przedmioty równe były identyczne?

Okazuje się z tego, że definicja I nie tylko obejmuje to wszystko, co zawiera się w definicji wielkości prof. ZAREMBY, z wyjątkiem dowolnego zupełnie założenia, iż zbiór wielkości musi być nieskończenie liczny, lecz zawiera nadto i takie następstwa, których z definicji prof. ZAREMBY nie można wyprowadzić. Jest to wynik zasady (3), nieznanej naszemu autorowi.

Definicję I można wyrazić znacznie krócej, wprowadzając terminologię, przyjętą w teorii stosunków.

Załóżmy, że A i B są jakimikolwiek elementami pewnego zbioru. Stosunki, które mają tę właściwość, że gdy zachodzą między A i B, to nie mogą zachodzić między B i A, teoria stosunków nazywa ASYMETRYCZNYMI. Stosunek „mniejszości" jest asymetryczny; bo jeśli A jest mniejsze od B, to B nie może być mniejsze od A. Tak samo stosunki większości, poprzedzania i następowania, ojcostwa i synostwa są asymetryczne.

Załóżmy znowu, że A, B i C są jakimikolwiek elementami pewnego zbioru. Stosunki, które mają tę właściwość, że gdy zachodzą między A i B oraz B i C, to muszą zachodzić między A i C, teoria stosunków nazywa PRZECHODNIMI. Stosunek „mniejszości" jest przechodni; bo jeśli A jest mniejsze od B i B jest mniejsze od C, to A jest mniejsze od C. Tak samo stosunki większości i równości, poprzedzania i następowania są przechodnie.

Stosunek r, zawarty w definicji I, jest zarazem asymetryczny i przechodni. Zasada (1) wyraża cechę asymetryczności, zasada (2) cechę przechodniości. Cecha stosunku r, wyrażona przez zasadę (3), nie ma specjalnej nazwy.* Posługując

---

[7] G. FREGE, *Grundgestze der Arithmetik*. Tom II, Jena 1903, s. 75, przypisek 1.

* Później cechę tę nazwano „spójnością" [JJJ].

się nazwami „asymetryczny" i „przechodni", można definicję I wyrazić w następujący sposób:

II. *Elementy jakiegoś zbioru nazywamy wielkościami, jeżeli każde dwa różne elementy tego zbioru połączone są ze sobą w pewnym kierunku jakimś stosunkiem r asymetrycznym i przechodnim.*

Definicja II jest równoważna definicji I. Oznaczmy bowiem dany zbiór przez (*Z*). Skoro stosunek *r* jest asymetryczny, przeto dla jakichkolwiek elementów *A* i *B* zbioru (*Z*) prawdziwa jest zasada:

(1) Jeżeli *A r B*, to *B non-r A*.

Skoro dalej stosunek ten jest przechodni, przeto dla jakichkolwiek elementów *A*, *B* i *C* zbioru (*Z*) prawdziwa jest zasada:

(2) Jeżeli *A r B* i *B r C*, to *A r C*.

Skoro wreszcie każde dwa różne elementy tego zbioru *A* i *B* połączone są ze sobą w pewnym kierunku stosunkiem *r*, czyli *r* musi łączyć *A* i *B* albo w kierunku od *A* do *B*, albo w kierunku przeciwnym, przeto dla jakichkolwiek elementów *A* i *B* zbioru (*Z*) prawdziwa jest zasada:

(3) Jeżeli *A* jest różne od *B*, to *A r B* albo *B r A*.

Definicja II nie jest jeszcze najprostszym określeniem pojęcia wielkości. Otrzymamy definicję najprostszą, gdy wprowadzimy jeszcze jeden nowy termin i jeszcze jedno pojęcie, ważne zarówno w logice, jak w matematyce.

Załóżmy, że dany mamy zbiór (*Z*), którego elementy spełniają zasady (1), (2), (3). Istnieje zatem wśród tych elementów jakiś stosunek *r* asymetryczny i przechodni oraz taki, że każde dwa różne elementy tego zbioru są w pewnym kierunku tym stosunkiem związane. Wybierzmy jakiekolwiek trzy różne elementy *A*, *B*, *C*. Na mocy zasady (3) zachodzi albo *A r B*, albo *B r A*. Załóżmy, że zachodzi *A r B*. Tak samo zachodzi albo *B r C*, albo *C r B*. Załóżmy, że zachodzi *B r C*. Na mocy zasady (1) nie może wtedy zachodzić ani *B r A*, ani *C r B*, a ponieważ według zasady (2) *A r B* i *B r C* pociągają za sobą *A r C*, przeto nie może zachodzić i *C r A*. Istnieją więc wśród elementów *A*, *B*, *C* tylko trzy stosunki *r*: *A r B*, *B r C*, *A r C*. Na podstawie tych właściwości stosunku *r* można powyższe elementy ułożyć jednoznacznie w SZEREG czyli je UPORZĄDKOWAĆ w ten sposób, by każdy element w szeregu pozostawał do każdego następnego w stosunku *r*, ale nie pozostawał w tym stosunku do żadnego poprzedniego. Warunki te spełnia tylko szereg „*A*, *B*, *C*" i ze względu na stosunek *r* nie można tych elementów uporządkować inaczej. W szeregu tym każdy z elementów ma JEDNO, ściśle oznaczone miejsce. Jest rzeczą jasną, że gdy jakikolwiek czwarty element *D* weźmiemy pod uwagę, to i ten element będzie miał ze względu na stosunek *r* jakieś JEDNO miejsce w szeregu, tak oznaczone, że do każdego następnego elementu będzie pozostawał w stosunku *r*, ale nie będzie w nim pozostawał do żadnego poprzedniego. Tak zachowują się wszystkie elementy. Teoria stosunków

przyjmuje tedy następującą definicję: Jeżeli każde dwa różne elementy jakiegoś zbioru połączone są ze sobą w pewnym kierunku jakimś stosunkiem r asymetrycznym i przechodnim, czyli spełniają zasady (1), (2), (3), to zbiór taki nazywamy zbiorem UPORZĄDKOWANYM.[8]

Posługując się tym terminem, możemy definicję pojęcia wielkości wyrazić w następujących słowach:

III. *Wielkościami nazywamy elementy zbioru uporządkowanego.*

Dobiegliśmy do końca drogi. Po przebiciu się przez gąszcza zasad i twierdzeń, definicji i analiz, reguł metodycznych i uwag krytycznych, dotarliśmy do definicji prostej, jasnej i krótkiej, jakby na otwarte wzgórze. Spójrzmy teraz z tego wzgórza na przebytą drogę.

11. We wstępie do swej *Arytmetyki teoretycznej* prof. ZAREMBA charakteryzuje wrażenia, jakie odnoszą często osoby, nie obznajmonione bliżej z matematyką, przy zetknięciu się z tą gałęzią wiedzy. Wydaje się niejednemu, pisze autor między innymi na s. 1, że „matematyka przepełniona jest subtelnościami, które przed zdrowym rozsądkiem żadnego usprawiedliwienia nie znajdują; subtelności te bez żadnej potrzeby utrudniają poznanie tego, co w matematyce ma istotne znaczenie naukowe". Tymi samymi słowy można by scharakteryzować wrażenia, jakich doznają często osoby, nie obznajomione bliżej z logiką współczesną, przy zetknięciu się z tą nauką. Wydaje się niejednemu, że logika jest przepełniona subtelnościami, które przed zdrowym rozsądkiem nie znajdują żadnego usprawiedliwieni; subtelniości te bez żadnej potrzeby utrudniają poznanie tego, co ma istotne znaczenie naukowe.

Zarówno o matematyce, jak o logice, są takie sądy niesłuszne. To, co laikowi może się wydawać subtelnością logiczną, jest tylko postulatem ścisłości naukowej. Ścisłość ta nie tylko nie UTRUDNIA poznania prawd, naukowo wartościowych, lecz przeciwnie je UŁATWIA. Przez rozbiór związków logicznych dochodzimy do ostatecznych i najprostszych elementów każdej teorii naukowej. Zapewne, że rozbiór taki bywa często długi, nużący i trudny, zwłaszcza wtedy, gdy nie tylko trzeba przedstawić SAM rozbiór, ale powiedzieć nadto, jak i po co się go robi. Wyniki jednak, do których się dochodzi, mogą być proste i jasne, a zawsze są bardziej wartościowe od takich, do których się dochodzi inną drogą, bo są ścisłe i pogłębione przez krytykę logiczną. Wyniki niniejszych badań chcę w tym ustępie przedstawić w całości, zstępując drogą dedukcji od ostatecznej definicji aż do najdalszych jej następstw, i chcę je przedstawić w taki sposób, by były

---

[8] Pojęcie zbioru uporządkowanego sformułował najściślej Ernst SCHRÖDER w rozprawie „Sur une extension de l'idée d'ordre", używając symboliki algebry stosunków, stworzonej przez PEIRCE'A. Rozprawa ta zawiera się w tym samym wydawnictwie zbiorowym, co cytowana poprzednio francuska praca RUSSELLA, i bezpośrednio przed nią na s. 233–240. Z matematyków polskich posługuje się pojęciem zbioru uporządkowanego prof. SIERPIŃSKI w książce swej *Zarys teorii mnogości*, Warszawa 1912, s. 37.

zrosumiałe nawet temu czytelnikowi, któremu poprzednie części tej rozprawy są obce.

* * *

§ 1. Wielkościami typowymi są liczby rzeczywiste. Liczby te stanowią zbiór UPORZĄDKOWANY, czyli tworzą szereg, w którym każda liczba ma jakieś JEDNO oznaczone miejsce. Jest to możliwe dzięki trzem własnościom, które posiada stosunek mniejszości w zakresie liczb rzeczywistych.

Po pierwsze, jeżeli z jakichkolwiek dwóch liczb rzeczywistych, *A* i *B*, *A* jest mniejsze od *B*, to *B* nie jest mniejsze od *A*; po wtóre, jeżeli z jakichkolwiek trzech liczb rzeczywistych, *A*, *B* i *C*, *A* jest mniejsze od *B* i *B* jest mniejsze od *C*, to *A* jest mniejsze od *C*; po trzecie, jeżeli jakiekolwiek dwie liczby rzeczywiste, *A* i *B*, są od siebie różne, to albo *A* jest mniejsze od *B*, albo *B* jest mniejsze od *A*.

Te trzy własności są niezbędne, ale i wystarczające, by liczby rzeczywiste tworzyły zbiór uporządkowany. Załóżmy bowiem, że *A*, *B* i *C* są [to] jakiekolwiek trzy różne liczby rzeczywiste. Ze względu na własność TRZECIĄ, albo *A* jest mniejsze od *B*, albo *B* jest mniejsze od *A*, a tak samo albo *B* jest mniejsze od *C*, albo *C* jest mniejsze od *B*. Przyjmijmy, że *A* jest mniejsze od *B* i *B* jest mniejsze od *C*. Ze względu na własność PIERWSZĄ, ani *B* nie jest mniejsze od *A*, ani *C* nie jest mniejsze od *B*. Ponieważ dalej ze względu na własność DRUGĄ *A* jest mniejsze od *B*, bo *A* jest mniejsze od *B* i *B* jest mniejsze od *C*, przeto *C* nie jest mniejsze od *A*. Stosunek mniejszości zatem łączy liczby *A*, *B*, *C*, tylko w kierunku od *A* do *B*, od *B* do *C* i od *A* do *C*. Można tedy te liczby tak ułożyć w szereg, by każda z nich pozostawała do każdej następnej w stosunku mniejszości, ale nie pozostawała w tym stosunku do żadnej poprzedniej. Warunki te spełnia jedynie szereg „*A* — *B* — *C*", a nie spełnia ich np. szereg „*B* — *C* — *A*". Stąd pochodzi, że każda z liczb *A*, *B*, *C* ma ze względu na stosunek mniejszości jakieś JEDNO oznaczone miejsce w szeregu: *A* jest na pierwszym miejscu, *C* na ostatnim, a *B* jest między *A* i *C*. Tak samo każda INNA liczba rzeczywista ma jakieś jedno oznaczone miejsce w szeregu ułożonym na podstawie stosunku mniejszości, i wszystkie razem tworzą zbiór UPORZĄDKOWANY.

Załóżmy, że *A*, *B*, *C* są jakimikolwiek elementami pewnego zbioru. Każdy stosunek, który ma tę własność, że gdy zachodzi między *A* i *B*, to nie zachodzi w kierunku odwrotnym między *B* i *A*, nazywa się ASYMETRYCZNY. Każdy stosunek, który ma tę własność, że gdy zachodzi między *A* i *B* oraz *B* i *C*, to zachodzi między *A* i *C*, nazywa się PRZECHODNI. Stosunek mniejszości jest asymetryczny i przechodni. Trzecia własność tego stosunku nie ma osobnej nazwy. Można tylko powiedzieć, że każde dwie różne liczby rzeczywiste, *A* i *B*, muszą być stosunkiem mniejszości połączone w PEWNYM kierunku, a więc albo w kierunku od *A* do *B*, albo w kierunku odwrotnym: od *B* do *A*. Te same trzy cechy ma

stosunek większości, który jako KONWERSYJNY względem stosunku mniejszości współistnieje z nim w kierunku odwrotnym, tak że liczby rzeczywiste, uporządkowane na podstawie stosunku mniejszości, są w odwrotnym kierunku uporządkowane na podstawie stosunku większości.

§ 2. Uogólniając te rozważania, można sformułować następujące definicje:

Jeżeli każde dwa różne elementy jakiegoś zbioru są połączone ze sobą w pewnym kierunku jakimś stosunkiem r asymetrycznym i przechodnim, to zbiór taki nazywamy UPORZĄDKOWANYM. Elementy zbioru uporządkowanego nazywamy WIELKOŚCIAMI.

Dla jakichkolwiek wielkości A, B, C, należących do pewnego zbioru, prawdziwe są zatem następujące zasady:

I. Jeżeli A pozostaje w stosunku r do B, to B nie pozostaje w stosunku r do A.

II. Jeżeli A pozostaje w stosunku r do B i B pozostaje w stosunku r do C, to A pozostaje w stosunku r do C.

III. Jeżeli A jest różne od B, to albo A pozostaje w stosunku r do B, albo B pozostaje w stosunku r do A.

§ 3. Wszystkie trzy cechy stosunku r, wyrażone w tych zasadach są niezbędne, ażeby zbiór był uporządkowany i elementy jego były wielkościami. Przekonamy się o tym na podstawie następujących rozważań.

Załóżmy, że mamy dany zbiór odcinków prostoliniowych i oznaczmy przez r stosunek mniejszości. W zakresie odcinków prostoliniowych stosunek mniejszości spełnia dwie pierwsze zasady, ale nie spełnia trzeciej. Z dwóch bowiem różnych odcinków prostoliniowych nie musi być jeden mniejszy od drugiego, gdyż oba mogą być sobie równe, [jak] np. dwa boki trójkąta równobocznego. Zbiór odcinków prostoliniowych nie jest więc zbiorem uporządkowanym. Istotnie, do zbioru takich odcinków należą i odcinki pomiędzy sobą równe, a odcinków równych nie można tak ułożyć w szereg, by każdy z nich miał jakieś JEDNO oznaczone miejsce w szeregu. Jeżeli elementy A, B, C są między sobą równe, to nie ma racji, by ułożyć je raczej w porządku „A — B — C" niż „B — C — A". Podobnie braci nie można jednoznacznie ustawić w szereg według ich stosunku braterstwa, a można to uczynić np. na postawie ich wieku lub wzrostu, jeżeli mają różny wiek i wzrost.

Skoro odcinki prostoliniowe nie tworzą zbioru uporządkowanego, przeto nie są wielkościami. Powiedzenie to mogłoby się wydawać dziwnym, a jednak jest prawdziwe, albowiem odcinki prostoliniowe NIE SĄ wielkościami, tylko MAJĄ jakąś wielkość, tak jak człowiek nie jest wielkością, tylko MA jakąś wielkość, np. wzrost lub wiek. Wielkością odcinków prostoliniowych jest ich DŁUGOŚĆ, i długości SĄ wielkościami, albowiem z dwóch różnych długości jedna musi być mniejsza od drugiej. Należy zatem odróżniać przedmioty, które SĄ wielkościami, od przedmiotów, które nie są wielkościami, ale MAJĄ jakąś wielkość.

Okazuje się z tego, że dwie pierwsze cechy stosunku r nie wystarczają, by elementy jakiegoś zbioru, między którymi stosunek r zachodzi, były wielkościami. Tak samo nie wystarczają dwie ostatnie cechy. Świadczy o tym następujący przykład z logiki.

Zdania, które zawierają same terminy określone, nazywamy OKREŚLONYMI, w przeciwstawieniu do zdań nieokreślonych, które zawierają zmienne. Np. zdanie: „10 jest podzielne przez 5" jest określone, zdanie: „x jest podzielne przez 5" jest nieokreślone. Każde zdanie określone jest albo prawdziwe, albo fałszywe. Załóżmy, że dany mamy zbiór zdań określonych, i oznaczmy przez r stosunek WYNIKANIA MATERIALNEGO, zdefiniowany w następujący sposób: dwa zdania określone, A i B, pozostają do siebie w stosunku wynikania materialnego, gdy albo A jest fałszywe, albo B prawdziwe. Ponieważ każde zdanie określone jest albo prawdziwe, albo fałszywe, przeto między każdymi takimi dwoma zdaniami zachodzi w pewnym kierunku stosunek wynikania materialnego. Bo jeśli A jest fałszywe, to wynika z niego każde inne zdanie określone B; jeśli zaś A jest prawdziwe, to i wtedy z A wynika B, o ile B jest prawdziwe; jeżeli zaś B jest fałszywe, to znowu z B wynika A. Zasada trzecia jest więc spełniona. Tak samo jest spełniona zasada druga, bo jeżeli z A wynika B i z B wynika C, to z A wynika C. Natomiast nie jest spełniona zasada pierwsza, bo jeśli A i B są zarazem oba prawdziwe albo oba fałszywe, to zarówno z A wynika materialnie B, jak z B wynika A. Dlatego zbiór zdań określonych nie jest ze względu na stosunek wynikania materialnego zbiorem uporządkowanym i elementy jego nie są wielkościami.

Można wreszcie okazać, że cechy pierwsza i ostatnia stosunku r nie wystarczają, by jakiś zbiór był uporządkowany i by elementy jego były wielkościami. Załóżmy bowiem, że mamy dany zbiór następujących trzech miesięcy roku: „styczeń, maj, wrzesień", i oznaczmy przez r stosunek: CZWARTY MIESIĄC NASTĘPUJĄCY PO danym miesiącu. Ponieważ czwartym miesiącem następującym po styczniu jest maj, po maju — wrzesień, a po wrześniu — styczeń, przeto przy danych założeniach zasada trzecia jest spełniona. Oznaczmy bowiem jakikolwiek z powyższych trzech miesięcy przez A lub B: jeżeli A jest różne od B, to albo czwartym miesiącem następującym po A jest B, albo czartym miesiącem następującym po B jest A. Tak samo jest spełniona zasada pierwsza, albowiem jeżeli czwartym miesiącem następującym po A jest B, to czwartym miesiącem następującem po B nie może być A. Natomiast nie jest spełniona zasada druga, bo jeśli z powyższych trzech miesięcy czwartym miesiącem następującym po A jest B, a czwartym miesiącem następującym po B jest C, to czwartym miesiącem następującym po A nie jest C. Np. w stosunku r pozostają do siebie „styczeń — maj" oraz „maj — wrzesień"; ale „styczeń — wrzesień" nie pozostają do siebie w tym stosunku, tylko na odwrót: „wrzesień — styczeń". Dlatego też danych trzech elementów nie można jednoznacznie uporządkować, bo ze względu na stosunek r zarówno jest możliwy szereg „styczeń — maj — wrzesień", jak „maj

— wrzesień — styczeń" lub wreszcie „wrzesień — styczeń — maj". Elementy te nie tworzą szeregu uporządkowanego, tylko CYKL. Nie można ich przeto uważać za wielkości.

W ten sposób dany jest dowód, że wszystkie trzy cechy stosunku r, wyrażone w zasadach I, II, III, są niezbędne, by jakiś zbiór elementów był uporządkowany, a elementy jego były wielkościami. Zarazem okazuje się, że żadna z powyższych zasad nie wynika z pozostałych.

§ 4. Jeżeli jakiś zbiór elementów spełnia wszystkie trzy zasady, określające cechy formalne stosunku r, to stosunek ten, zależnie od pewnych innych czynników rzeczowych, które nie mają znaczenia logicznego, można nazwać albo stosunkiem MNIEJSZOŚCI, albo stosunkiem WIĘKSZOŚCI. Posługując się pierwszą z tych nazw, można zasady ogólne I, II, III przedstawić jako zasady, tyczące się stosunku mniejszości, i postawić je na czele TEORII WIELKOŚCI.

Dla jakichkolwiek wielkości A, B, C, należących do pewnego zbioru wielkości, prawdziwe są więc następujące zasady.

Z 1. *Jeżeli A jest mniejsze od B, to B nie jest mniejsze od A.*

Z 2. *Jeżeli A jest mniejsze od B i B jest mniejsze od C, to A jest mniejsze od C.*

Z 3. *Jeżeli A jest różne od B, to albo A jest mniejsze od B, albo B jest mniejsze od A.*

Na podstawie tych zasad można utworzyć następujące definicje:

Df 1. *„A jest* WIĘKSZE *od B" znaczy „B jest mniejsze od A".*

Df 2. *„A jest* RÓWNE *B" znaczy „A nie jest mniejsze od B i B nie jest mniejsze od A".*

Stosunek większości jest KONWERSYJNY względem stosunku mniejszości. Stosunki te zatem są dwiema stronami tego samego związku. Ujawnia się to już w symbolice, przyjętej przez matematykę. Wyrażenie „$A < B$", czytane od strony lewej ku prawej, znaczy „A jest mniejsze od B"; to samo wyrażenie, czytane od strony prawej ku lewej, znaczy „B jest większe od A".

W stosunku równości pozostają tylko wielkości IDENTYCZNE ze sobą. Wynika to z Z 1 i Z 3. Jeżeli A jest mniejsze od B albo B jest mniejsze od A, to A jest różne od B, bo gdyby A i B były ze sobą identyczne, to z powodu Z 1 A byłoby zarazem mniejsze i nie mniejsze od siebie. Jeżeli zaś A jest różne od B, to według Z 3 albo A jest mniejsze od B, albo B jest mniejsze od A. Istnieje więc równoważność między zdaniami: „A jest różne od B" oraz „A jest mniejsze od B albo B jest mniejsze od A". Tak samo istnieje równoważność i między zaprzeczeniami tych zdań: „A nie jest różne od B" czyli „A jest identyczne z B" oraz „A nie jest mniejsze od B i B nie jest mniejsze od A" czyli „A jest równe B". Stosunek równości można więc pojmować jako stosunek tożsamości czyli identyczności. Dlatego mówimy o równych odcinkach prostoliniowych, że mają TĘ SAMĄ długość, a o ludziach, równych sobie pod względem wzrostu lub wieku, powiadamy, że mają TEN SAM wzrost lub wiek.

§ 5. Z powyższych zasad i definicji wynika cały szereg twierdzeń, z których najważniejsze podane są poniżej z dowodami i z wyraźnym wymieniem zasad i definicji, na których się opierają.

Dla jakichkowiek wielkości *A*, *B*, *C*, należących do pewnego zbioru wielkości, prawdziwe są następujące twierdzenia:

T 1. *Jeżeli A jest mniejsze od B, to B jest większe od A.*

T 2. *Jeżeli A jest większe od B, to B jest mniejsze od A.*

Twierdzenia te wynikają bezpośrednio z *Df* 1.

T 3. *Jeżeli A jest równe B, to A nie jest mniejsze od B.*

Twierdzenie to wynika bezpośrednio z *Df* 2.

T 4. *Jeżeli A jest równe B, to A nie jest większe od B.*

Dowód: Z *Df* 2 wynika bezpośrednio, że jeżeli *A* jest równe *B*, to *B* nie jest mniejsze od *A*. Ze zdania zaś: *B* nie jest mniejsze od *A*, otrzymujemy przez kontrapozycję *T* 2 zdanie: *A* nie jest większe od *B*.

T 5. *Jeżeli A jest mniejsze od B, to A nie jest większe od B.*

Dowód: Z Z 1 wynika, że gdy *A* jest mniejsze od *B*, to *B* nie jest mniejsze od *A*. Ze zdania zaś: *B* nie jest mniejsze od *A*, otrzymujémy przez kontrapozycję *T* 2 zdanie: *A* nie jest większe od *B*.

Twierdzenia 3, 4, 5, razem wzięte, orzekają, że między jakimikolwiek wielkościami *A* i *B* zachodzi tylko JEDEN ze związków: *A* jest równe *B*, *A* jest mniejsze od *B*, *A* jest większe od *B*.

T 6. *Jeżeli A nie jest mniejsze od B i A nie jest większe od B, to A jest równe B.*

Dowód: Ze zdania: *A* nie jest większe od *B*, otrzymujemy przez kontrapozycję *T* 1 i przy równoczesnej przemianie liter *A* i *B* zdanie: *B* nie jest mniejsze od *A*. Ze zdań zaś: *A* nie jest mniejsze od *B* i *B* nie jest mniejsze od *A*, wynika na mocy *Df* 2 zdanie: *A* jest równe *B*. Należy pamiętać, że wszystkie zdania niniejszej teorii, a więc wszystkie zasady, definicje i twierdzenia, są ważne dla JAKICHKOLWIEK wielkości *A*, *B*, *C*, a zatem można litery, w zdaniach zawarte, zastępować innymi, bacząc tylko na to, by w miejscach, w których znajdują się jednakowe litery, znajdowały się i po przemianie jednakowe litery.

Twierdzenie 6 orzeka, że między jakimikolwiek dwiema wielkościami *A* i *B* zachodzi ZAWSZE jeden ze związków: *A* jest równe *B*, *A* jest mniejsze od *B*, *A* jest większe od *B*.

T 7. *Jeżeli A nie jest mniejsze od B i B nie jest mniejsze od C, to A nie jest mniejsze od C.*

Dowód: Przypuśćmy, że przy założeniach: *A* nie jest mniejsze od *B* i *B* nie jest mniejsze od *C*, prawdziwe jest zdanie: *A* jest mniejsze od *C*. Zachodzić musi w każdym razie jedno z następujących zdań: albo *C* jest mniejsze od *B*, albo *C* nie jest mniejsze od *B*. Jeżeli *C* jest mniejsze od *B*, to zdanie to wraz z przypuszczeniem, że *A* jest mniejsze od *C*, pociąga za sobą na mocy Z 2 zdanie: *A* jest mniejsze od *B*. Zdanie to jednak jest sprzeczne z założeniem, że *A* nie jest mniej-

sze od *B*. A więc, jeżeli przypuścimy, że *A* jest mniejsze od *C*, musimy przyjąć, że *C* nie jest mniejsze od *B*. Ze zdania jednak: *C* nie jest mniejsze od *B* i z założenia: *B* nie jest mniejsze od *C*, wziętych razem, wynika, że *B* i *C* muszą być identyczne. Gdyby bowiem nie były identyczne, tylko były różne, to wynikałoby według Z 3, że albo *B* jest mniejsze od *C*, albo *C* jest mniejsze od *B*. A zatem, przypuszczając, że *A* jest mniejsze od *C*, musimy przyjąć, że *B* jest identyczne z *C*. Ale wtedy założenie: *A* nie jest mniejsze od *B*, jest równoważne zdaniu: *A* nie jest mniejsze od *C*, a więc jest sprzeczne z przypuszczeniem, że *A* jest mniejsze od *C*. Musimy tedy przyjąć, że gdy *A* nie jest mniejsze od *B* i *B* nie jest mniejsze od *C*, to *A* nie jest mniejsze od *C*.

Z twierdzenia 7 okazuje się, że nie tylko stosunek mniejszości, ale i negacja jego, czyli stosunek niemniejszości, są przechodnie. Warto zwrócić uwagę na szczegół, że twierdzenie to opiera się na Z 2 i Z 3.

T 8. *A jest równe A.*

Dowód: Podstawiając w Z 1 *A* w miejsce *B*, otrzymujemy: jeżeli *A* jest mniejsze od *A*, to *A* nie jest mniejsze od *A*. Mamy tu przykład takiego związku logicznego, w którym z danego zdania wynika jego własne zaprzecznie. Poprzednik zatem: *A* jest mniejsze od *A*, musi być fałszywy, bo gdyby był prawdziwy, to powstałaby sprzeczność, następnik zaś: *A* nie jest mniejsze od *A*, musi być prawdziwy. Stąd wynika przez kontrapozycję *T* 2, że i zdanie: *A* nie jest większe od *A*, musi być prawdziwe. Podstawiając dalej w *T* 6 *A* w miejsce *B*, otrzymujemy: jeżeli *A* nie jest mniejsze od *A* i *A* nie jest większe od *A*, to *A* jest równe *A*. Ponieważ zdania, składające się na poprzednik w tym okresie warunkowym, są prawdziwe, przeto i następnik musi być prawdziwy. A więc: *A* jest równe *A*.

Każdy stosunek, który ma tę własność, że zachodzi między jakimkolwiek elementem pewnego zbioru a nim samym nazywa się ZWROTNYM. Twierdzenie 8 orzeka, że stosunek równości jest zwrotny.

T 9. *Jeżeli A jest równe B, to B jest równe A.*

Dowód: Na mocy *Df* 2 zdanie: *A* jest równe *B*, znaczy: *A* nie jest mniejsze od *B* i *B* nie jest mniejsze od *A*; zdanie zaś: *B* jest równe *A*, znaczy: *B* nie jest mniejsze od *A* i *A* nie jest mniejsze od *B*. Oba te zdania znaczą więc to samo i jedno wynika z drugiego.

Każdy stosunek, który ma tę własność, że gdy zachodzi między jakimikolwiek elementami pewnego zbioru *A* i *B*, to zachodzi i w odwrotnym kierunku: między *B* i *A*, nazywa się SYMETRYCZNYM. Twierdzenie 9 orzeka, że stosunek równości jest symetryczny.

T 10. *Jeżeli A jest równe B i B jest równe C, to A jest równe C.*

Dowód: Na mocy *Df* 2 twierdzenie to można wyrazić w następujących słowach: jeżeli *A* nie jest mniejsze od *B* i *B* nie jest mniejsze od *A* oraz *B* nie jest mniejsze od *C* i *C* nie jest mniejsze od *B*, to *A* nie jest mniejsze od *C* i *C* nie jest mniejsze od *A*. Następnik w tym twierdzeniu składa się z dwóch zdań. Pierwsze w nich: *A* nie jest mniejsze od *C*, wynika na mocy *T* 7 ze zdań: *A* nie

jest mniejsze od B i B nie jest mniejsze od C, zawartych w poprzedniku. Drugie: C nie jest mniejsze od A, wynika tak samo na mocy T 7 ze zdań: C nie jest mniejsze od B i B nie jest mniejsze od A, zawartych w poprzedniku. W ten sposób T 10 opiera się na T 7, a więc i na Z 2 oraz Z 3.

Twierdzenie 10 orzeka, że stosunek równości jest przechodni. Twierdzenia 8, 9 i 10 można także udowodnić krócej, posługując się dowodem § 4, opartym na Z 1 i Z 3, a wykazującym, że elementy sobie równe są ze sobą identyczne.

T 11. *Jeżeli A jest równe B, a B jest mniejsze od C, to A jest mniejsze od C.*

Dowód: Jeżeli A jest równe B, to A jest identyczne z B na mocy Z 1 oraz Z 3. A więc zdanie: B jest mniejsze od C, pociąga za sobą zdanie: A jest mniejsze od C.

T 12. *Jeżeli A jest mniejsze od B, a B jest równe C, to A jest mniejsze od C.*

Dowód: Jeżeli B jest równe C, to B jest identyczne z C na mocy Z 1 oraz Z 3. A więc zdanie: A jest mniejsze od B, pociąga za sobą zdanie: A jest mniejsze od C.

W podobny sposób można by udowodnić i wiele innych twierdzeń. Można by np. wykazać, że zarówno stosunek większości, jak negacja jego, czyli stosunek niewiększości, są przechodnie. Tak samo można by udowodnić twierdzenia, analogiczne do T 11 i T 12, a tym się od nich różniące, że zamiast wyrazu „mniejszy" stoi wyraz „większy". Dowody te, jak i wszystkie poprzednie, z wyjątkiem może dowodu T 7, są zupełnie łatwe.

§ 6. W ten sposób z powyższych zasad, definicji i twierdzeń powstaje dedukcyjna teoria wielkości. Teoria ta ujmuje w logiczną całość wszystkie prawa, określające cechy formalne stosunków równości, mniejszości i większości, przez to, że wyprowadza te prawa z trzech prostych zasad i dwóch definicji. Znaczenie jej logiczne jest przeto niemałe. Okazuje się np., że zdanie: „Dwie wielkości, równe trzeciej, są równe między sobą", które dotąd uchodziło za pewnik, jest następstwem logicznym zasad ogólniejszych. Zdanie to bowiem jest równoważne T 10 lub twierdzeniu: jeżeli A jest równe B i C jest równe B, to A jest równe C, które można łatwo udowodnić na podstawie T 9 i T 10.

Ale i praktyczne znaczenie tej teorii jest niemałe. Jeżeli chcemy się przekonać, czy jakiś zbiór elementów jest zbiorem wielkości, wystarcza tylko zbadać, czy istnieje wśród tych elementów jakiś stosunek r asymetryczny i przechodni oraz taki, by każde dwa elementy były połączne ze sobą tym stosunkiem w pewnym kierunku. Oczywiście, że w każdym poszczególnym przypadku należy stosunek r dokładnie zdefiniować i przekonać się, czy posiada on istotnie wymienione powyżej trzy cechy. Rozpatrzmy w tym celu kilka przykładów.

W zakresie liczb naturalnych stosunek r jest stosunkiem mniejszości, pojętym w zwyczajny sposób. Stosunek ten jest oczywiście asymetryczny i przechodni, a oprócz tego ma i trzecią cechę, albowiem z dwóch różnych liczb naturalnych jedna jest zawsze mniejsza od drugiej. Dlatego liczby naturalne tworzą zbiór uporządkowany, który nazywamy SZEREGIEM liczb naturalnych, i są wielkościami.

W zakresie długości odcinków prostoliniowych stosunek r można zdefiniować jako stosunek CZĘŚCI DO CAŁOŚCI. Załóżmy mianowicie, że mamy daną jakąś linię prostą, i oznaczmy na tej prostej jakiś punkt stały O. Na prostej tej odmierzamy długości odcinków prostoliniowych, doprowadzając dany odcinek do zlewania się z jakąś częścią prostej, leżącą na prawo od punktu stałego O. Jest rzeczą jasną, że z dwóch takich różnych długości jedna jest zawsze częścią drugiej i że ten stosunek części do całości jest asymetryczny i przechodni. Ze względu zatem na ten stosunek części do całości, który można nazwać stosunkiem mniejszości, długości odcinków prostoliniowych stanowią zbiór uporządkowany i są wielkościami. Ponieważ przyjmujemy, że między długościami odcinków prostoliniowych a liczbami rzeczywistymi zachodzi odpowiedniość doskonała, przeto i liczby rzeczywiste tworzą zbiór uporządkowany i są wielkościami.

Istnieją i takie zbiory elementów, dla których można zdefiniować KILKA stosunków r, spełniających trzy zasady teorii wielkości. Np. zbiór ułamków właściwych jest zbiorem uporządkowanym ze względu na stosunek mniejszości, zdefiniowany w sposób zwyczajny. Stosunek ten spełnia w zakresie ułamków zasady 1, 2, 3 i sprawia, że ułamki właściwe są wielkościami. Uczy nas jednak teoria mnogości, że między zbiorem wszystkich ułamków właściwych a zbiorem wszystkich liczb naturalnych istnieje odpowiedniość doskonała, czyli że wszystkie ułamki właściwe można ponumerować.[9] Wtedy są one uprządkowane na podstawie INNEGO stosunku, który jednakowoż tak samo, jak stosunek mniejszości, spełnia zasady 1, 2, 3. Ułamki właściwe mogą być zatem wielkościami i w inny znaczeniu niż zwyczajnym.

Istnieją wreszcie i takie zbiory, dla których nie udało nam się dotąd wyszukać ani zdefiniować żadnego stosunku r, spełniającego zasady 1, 2, 3, jakkowiek przypuszczamy, że stosunek taki istnieje. Przypuszczamy mianowicie, że mnogości nieskończone mają jakąś wielkość, tak jak mnogości skończone, i że «MOCE» mnogości nieskończonych SĄ wielkościami, tak jak liczby skończone. Udowodnić tego jednak nie umiemy, bo nie zdołaliśmy dotąd wykazać istnienia odpowiedniego stosunku r. Przyjmując nieoczywisty «postulat wyboru», który sformułował ZERMELO, możemy wprawdzie udowodnić, że wszystkie mnogości nieskończone mogą być «dobrze uporządkowane», a z tego można by wyprowadzić następstwo, że moce ich tworzą zbiór uporządkowany. O ile przeto postulat ZERMELA jest słuszny, to mnogości nieskończone mają charakter wielkości, a moce ich są wielkościami.[10] Mimo to sądzę, że dowód powyższych twierdzeń dopiero wtedy będzie zupełnie ścisły, gdy zdołamy wykazać, że każde dwie różne moce mnogości nieskończonych połączone są ze sobą w pewnym kierunku ja-

[9] Zob. cytowane już dzieło prof. SIERPIŃSKIEGO, s. 8. Najprostszy sposób ponumerowania ułamków właściwych podał O. NIKODYM w *Wektorze*, t. II, Warszawa 1913, s. 14.

[10] Zob. cytowane już dzieło SCHOENFLIESA, rozdział III oraz X.

kimś stosunkiem r asymetrycznym i przechodnim, a więc, że zbiór tych mocy spełnia wszystkie zasady teorii wielkości, ustanowione w tej pracy.

* * *

W powyższych sześciu paragrafach, które stanowią niejako rozprawę w rozprawie, starałem się w sposób możliwie przystępny przedstawić taką teorię wielkości, która by spełniała warunki, obowiązujące wszelką teorię dedukcyjną. Wydaje mi się, że teoria ta nie tylko jest ściślejsza od teorii prof. ZAREMBY i cytowanych poprzednio matematyków niemieckich, ale że porusza przy tym niektóre takie sprawy, których nie dotyka zupełnie nasz autor. Wymieniam kilka nagłówków: zbiór uporządkowany, przedmioty mające wielkość i będące wielkościami, równość i tożsamość, cykl, przechodniość stosunku niemniejszości. Okazuje się z tego, że teoria niniejsza jest nie tylko ściślejsza i prostsza od teorii prof. ZAREMBY, ale jest i BOGATSZA od niej. Subtelności logiczne przyczyniają się nie tylko do POGŁĘBIENIA zagadnień, ale i do ich ROZSZERZENIA.

12. Głównym celem tej pracy było wykazać, że *Arytmetyka teoretyczna* prof. ZAREMBY, w tych partiach swoich, w których ma związek z logiką, nie odpowiada wymaganiom ścisłości naukowej, stawianym przez logikę współczesną. Uważałem za rzecz konieczną zdanie to uzasadnić obszernie i szczegółowo, naprzód ze względu na wielką powagę naukową autora, następnie zaś dlatego, że zarówno sam autor swą definicję wielkości nazywa „precyzyjną", jak też i recenzent jego, wspomniany na samym początku tej pracy, uważa ścisłość za wielką zaletę dzieła prof. ZAREMBY. Dr HOBORSKI pisze na s. 431 *Wektora* (t. II): „Ta właśnie ścisłość rozumowania jest nader cenną zaletą, która to dzieło czyni pierwszym spomiędzy dzieł światowej literatury o podobnej treści. Obok ścisłości dowodów podnieść należy także precyzję wyłowienia się, bez której trudno sobie pomyśleć dzieło naukowe."

W związku z uwagą recenzenta o „precyzji wysłowienia się" niech mi będzie wolno wspomnieć o kilku błędach językowych, z jakimi spotkałem się na kartkach *Arytmetyki teoretycznej*. Nie jest to rzecz małego znaczenia. Nie ma wyraźnej granicy między nieścisłością słowną a błędem językowym i nieraz błędy językowe mogą doprowadzić do błędów logicznych. Kto stara się zatem o precyzję logiczną, powienien dbać także o poprawność językową. Z błędów językowych rażą najbardziej stale przez autora używane zwroty: „USTAWIĆ definicję lub regułę". Można powiedzieć po niemiecku: „eine Definition oder eine Regel aufstellen", ale po polsku można „ustawić" np. meble w pokoju lub figury na szachownicy, regułę zaś należy „USTANOWIĆ", definicję „SFORMUŁOWAĆ". Pomijając inne germanizmy, jak wyrażenie „rozumiem PO TYM" („ich verstehe darunter") zamiast „rozumiem PRZEZ to", nie mogę pominąć milczeniem często przez autora używanego wyrazu „oświadczenie", które przypomina niemieckie

„Erklärung". Wyraz ten wydaje mi się pretensjonalny; w logice nie bywa nigdy używany i można go wszędzie zastąpić przez „zdanie".

Nie wprawdzie za błąd językowy, ale za nieścisłość słowną, która doprowadzić może do poważnych błędów logicznych, uważam sposób używania przez autora wyrazu „umowa". Z wyrazem tym spotykamy się na kartkach dzieła prof. ZAREMBY bardzo często. Przyjmując np. dla uproszczenia wysławiania się wyrażenie „porównywalność ilościowa", autor powiada, że „wprowadza umowę". Mówiąc o zasadach, określających cechy formalne stosunków równości, mniejszości i większości, autor twierdzi, że „żadna konieczność logiczna nie zniewala nas do bezwarunkowaego wyznawanie tych zasad", lecz że „zasady te mają charakter dobrowolnych, ale bynajmniej nie przypadkowo zawartych umów".

Wobec tego należy zauważyć, że wyraz „umowa" oznacza zawsze jakieś wzajemne porozumienie się DWÓCH przynajmniej ludzi. Autor, piszący jakieś dzieło, nie porozumiewa się z czytelnikiem, którego nie ma przed sobą i którego nawet nie zna, lecz wypowiada tylko swe myśli, które później czytelnik przyjmuje do wiadomości i zgadza się na nie lub nie. Z kimże więc autor zawiera umowę?

Następnie, wydaje mi się, że przedmiotem umowy mogą być w nauce tylko sprawy TERMINOLOGICZNE. Uczeni pewnego fachu, zebrani na jakimś zjeździe naukowym, mogą się umówić, że pewnego terminu lub znaku używać będą w pewnym określonym znaczeniu. Ale żaden zjazd nie może zawierać umowy co do tego, jakie POJĘCIA lub ZDANIA należy przyjąć, a jakie odrzucić. Przyjmujemy bowiem w nauce pojęcia niesprzeczne i zdania prawdziwe, a odrzucamy pojęcia sprzeczne i zdania fałszywe. Przyjmujemy też zdania, o których nie wiemy, czy są prawdziwe czy fałszywe, ale tylko wtedy, gdy ze zdań tych wynikają jakieś zdania inne i gdy dzięki temu możemy wyjaśnić, przewidzieć lub uporządkować fakty. Otóż sprzeczność i niesprzeczność pojęć, prawdziwość i fałszywość zdań, wreszcie wynikanie lub niewynikanie jednych zdań z drugich, nie zależy od żadnej umowy. Dlatego też autor wyraża się nieściśle, gdy powiada, że do wyznawania zasad, określających cechy stosunków równości, mniejszości i większości, nie zniewala nas żadna konieczność logiczna, lecz że zasady te mają charakter umów. Żadna zasada nie może mieć charakteru umowy, bo żadnej nie przyjmujemy na podstawie umowy. Dwóch lub więcej uczonych może się tylko umówić, że jakiegoś WYRAZU używać będą na oznaczenie przedmiotów, które posiadają cechy, wyrażone w pewnych zasadach. Np. mogą się umówić, że wyrazu „równość" używać będą na oznaczenie stosunku, który spełnia zasady, wyrażające cechy zwrotności, symetryczności i przechodniości.

Moda posługiwania się wyrazem „umowa", która rozpowszechniła się w ostatnich czasach wśród matematyków — być może pod wpływem POINCARÉGO, wielkiego matematyka, ale nie logika — jest niewłaściwa i z innego względu. Prowadzi ona do poglądu, że matematyka opiera się w wielkiej swej części na «umowach» czyli «konwencjach», a więc ma charakter KONWENCJONALNY. Pogląd taki jest błędny. Dlatego sądzę, że lepiej unikać wyrazu „umowa" w dziełach mate-

matycznych lub używać go tylko w takich zwrotach: „Zgodnie z umową, zawartą przez taki a taki zjazd naukowy używam wyrazu tego a tego w znaczeniu tym a tym".[11]

Jeżeli do tego zbioru niepoprawności i nieścisłości dodamy jeszcze, że prof. ZAREMBA używa często terminów logicznych w znaczeniu innym niż logika, np. przez „orzeczenie" rozumie „zdanie", nie robi różnicy między „twierdzeniem" a „zasadą", wreszcie posługuje się wyrażeniami, które nie są w logice znane, a których sam nie definiuje, np. „treść zdania" lub „zdanie pozbawione treści", to dojdziemy do wniosku, że i pod względem „precyzji wysłowienia się" dzieło jego nie jest bez zarzutu. Wszystkie te nieścisłości, słowne i rzeczowe, wszystkie błędy i braki logiczne pobudzają do głębszych refleksji.

Nie można z tych błędów robić zarzutów wyłącznie jednostce. Widzieliśmy, że STOLZ, GMEINER, SCHOEFLIES popełniają błędy podobne. HOBORSKI ich nie dostrzega. Autorowie ci nie piszą mniej ścisłe od innych matematyków. Nie zmniejszyła się ścisłość matematyczna, tylko zwiększyły się wymagania logiki.

Współczesna logika formalna, która opiera się na algebrze zdań i stosunków, o tyle stoi wyżej od logiki tradycyjnej ARYSTOTELESA, o ile geometria współczesna stoi wyżej od *Elementów* EUKLIDESA. Można rzec śmiało, że nie ma już dzisiaj

---

[11] Pragnę zwrócić jeszcze uwagę, przynajmniej w przypisku, na pewną nieścisłość, która nie pozostaje wprawdzie w związku z tematem niniejszego artykułu, ale wydaje mi się zbyt ważna, by można ją pominąć milczeniem. Prof. ZAREMBA definiuje liczby niewymierne w następujący sposób (s. 231): „Liczbą niewymierną nazywam każdy symbol, stanowiący arytmetyczne oznaczenie pewnego drugiego gatunku przekroju zbioru liczb wymiernych" (por. także definicję na s. 198). Nieścisłość polega na tym, że przez liczbę niewymierną autor rozumie jakiś SYMBOL. Żadna liczba niewymierna nie jest symbolem. Symbol bowiem czyli znak jest to zawsze jakiś zmysłowo dostrzegalny przedmiot, np. jakiś układ kresek, napisany ołówkien na papierze lub kredą na tablicy, a żadna liczba niewymierna i w ogóle żadna liczba nie jest przedmiotem zmysłowo dostrzegalnym. Skutkiem tego, wstawiając w twierdzeniach, w których jest mowa o liczbach niewymiernych, w miejsce wyrażenia „liczba niewymierna" definicję, podaną przez autora, otrzymujemy bardzo dziwne zdania. Np. z twierdzenia (s. 233): „Z dwóch nierównych sobie liczb niewymiernych uważamy za mniejszą tę, która leży na przekroju, położonym przed przekrojem, na którym leży liczba druga", otrzymujemy zdanie: „Z dwóch nierównych sobie symbolów, stanowiących arytmetyczne oznaczenie pewnego drugiego gatunku przekroju zbioru liczb wymiernych, uważamy za mniejszy ten, który leży na przekroju, położonym przed przekrojem, na którym leży symbol drugi". Zdanie to wydaje mi się dziwne, już choćby z tego względu, że trudno mi pojąć, jak na przekroju liczb wymiernych może leżeć jakiś symbol, a więc zmysłowo dostrzegalny przedmiot. Do następstw takich prowadzi nieuchronnie sposób wyrażania się autora, który pewne symbole nazywa liczbami niewymiernymi. Dosadną, ale sprawiedliwą krytykę HEINEGO i THOMAEGO, którzy nie tylko liczby wymierne, ale wszelkie w ogóle liczby traktują jako symbole, podał FREGE w II tomie swego dzieła *Grundgestze der Arithmetik*, Jena 1903, s. 96–139. Już po napisaniu głównych części tej rozprawy miałem sposobność przejrzeć nowszą pracę prof. ZAREMBY, pt. „Les propriétés typique des nombres réels et quelqeus-unes des relations les plus intéresantes qui subsistant entre elles". Rozprawa ta, wydana w *Biulletin International de l'Académie des Sciences de Cracovie*, Cl. d. sc. math. et nat., Série A, rok 1913, s., 161–218, jest francuskim opracowaniem ostatniego, XIX rozdziału *Arytmetyki teoretycznej*, który zajmował nas w 6 ustępie naszej pracy. Opracowanie to zawiera te same błędy metodyczne i nieścisłości, które wykazałem w ustępie 6 i innych ustępach tej pracy, z tym jednym małym wyjątkiem, że twierdzenia, odpowiadające zasadom II 4 i II 5, przytoczonym w ustępie 2, nie są już włączone do układu zasad, mających wyrażać charakterystyczne własności liczb rzeczywistych, tylko są umieszczone w przypisku (s. 163).

w nauce takiej formy rozumowania, której by logika współczesna nie zanalizowała, gdy natomiast logika tradycyjna poza wnioskowaniem bezpośrednim, opartym na kwadracie logicznym, oraz sylogistyką, nie zna prawie żadnych innych sposobów rozumowania. Np. forma rozumowania, orzekająca, że jeżeli z jakiegoś zdania wynika jego własne zaprzeczenie, to zdanie to jest fałszywe, którą to formą posługiwaliśmy się powyżej, dowodząc, że każda wielkość równa się sobie, nie była znana logice tradycjnej. Logika ta nie znała także pojęcia zdania nieokreślonego czyli funkcji propozycjonalnej, pojęcia zmiennej logicznej, wynikania formalnego i materialnego. Dziś dzięki tym nowym pojęciom i formom rozumowania możemy kontrolować i oceniać wszystkie sposoby rozumowania i dostrzegać błędy tam, gdzie nie mogła ich dojrzeć logika tradycyjna.

Co więcej, logika współczesna formułuje cały szereg reguł METODYCZNYCH, o których logika dawniejsza nic nie wiedziała. Poznaliśmy niektóre z tych reguł, o ile dotyczą one teorii dedukcyjnyach. Wiemy, że w każdej takiej teorii istnieją jakieś ZASADY oraz TWIERDZENIA, że wszystkie zasady powinny być ze sobą zgodne i nie powinny z siebie nawzajem wynikać, że ilość ich powinna być możliwie najmniejsza, że należy badać, z których zasad dane twierdzenia wynikają, a z których nie wynikają. Logika współczesna powiada, że nie wystarcza tylko zadowalać się DOWODEM jakiegoś twierdzenia, ale że należy nadto wykryć wszystkie związki logiczne, jakie zachodzą między danym twierdzeniem a zasadami, a nawet między jednym twierdzeniem a drugim. Logika dawniejsza takich reguł nie formułowała, bo nie znając pojęcia zdań nieokreślonych i zmiennej logicznej, nie umiałaby nawet określić, co to znaczy, że jedno zdanie nie wynika formalnie z drugiego.

Uświadamiając sobie to wszystko, zrozumiemy bez trudu, dlaczego logika dzisiejsza ma większe wymagania na punkcie ściślości naukowej, niż logika dawniejsza. Matematyka, która uchodziła dotąd za naukę ściślejszą, okazuje się pełna braków i błędów, gdy przyłożymy do niej tę nową miarę ścisłości. Jeżeli zaś MATEMATYKA nie wytrzymuje tej próby, cóż rzec o innych naukach, które zawsze były mniej ścisłe i mniej doskonałe od matematyki? Jak wdzięczny materiał przedstawiają dla krytyki logicznej nauki przyrodnicze, fizyka i chemia, astronomia i krystalografia? O ile więcej nieścisłości kryć się musi w tych naukach przyrodniczych, które nie posługują się matematyką, jak w biologii lub geologii? Jakże wreszcie będzie mogła się ostać przed ścisłą krytyką logiczną współczesna filologia, psychologia, socjologia, filozofia?

Ważne i wielkie zadania czekają logikę współczesną: poddać krytyce wszystkie teorie naukowe z punktu widzenia nowej miary ŚCISŁOŚCI logicznej i USYSTEMATYZOWAĆ te teorie w myśl nowych reguł metodycznych. Spełnienie tych zadań wydaje mi się z trzech względów szczególnie doniosłe.

Po pierwsze: UŁATWI ONO ZROZUMIENIE TEORII NAUKOWYCH. Z powodu braku ścisłości logicznej wielka część twierdzeń naukowych jest dotąd niejasna i często nawet przez specjalistów danej nauki nie jest należycie rozumiana. Pojmujemy

łatwo wszelką myśl, wyrażoną ściśle, nawet wtedy, gdy jest fałszywa. Jest dla nas rzeczą równie jasną, że zdanie „Dwa razy dwa jest cztery" jest prawdziwe, jak że zdanie „Dwa razy dwa jest pięć" jest fałszywe. Jeżeli jednak jakieś twierdzenie naukowe jest wyrażone nieściśle, to wtedy obok prawdy zawiera zawsze w sobie i trochę fałszu. Nie zdajemy sobie sprawy z istnienia tego fałszu, o ile dane twierdzenie jest w nauce przyjęte, bo sądzimy, że ono jest CAŁE prawdziwe. Nic zaś nie jest w takim stopniu niejasne i trudne do zrozumienia, jak zdanie, które zawiera fałsz, a w których chcemy koniecznie dopatrzyć się samej tylko prawdy. Wieki całe rachunek różniczkowy był niedostępny nawet zdolnym bardzo umysłom. Gdy uczeń, który skarżył się na trudności, na jakie natrafiał w studium tego rachunku, to odpowiadano mu słowami d'ALEMBERTA: „Allez, Monsieur, allez, et la foi vous viendra". Można się PRZYZWYCZAIĆ do twierdzeń nieścisłych i oswoić z nimi jako z czymś znanym, ale nie można ich ZROZUMIEĆ. Dziś wiemy, jakie błędy i nieścisłości kryły się u podstaw rachunku różniczkowego, i nikt już nie wierzy w istnienie różniczek jako wielkości nieskończenie małych.

Po wtóre: spełnienie tych zadań logicznych UŁATWI ZAPAMIĘTANIE TEORII NAUKOWYCH. Wyniki współczesnej nauki są niezmiernie bogate. Mimo że gromadzimy je i zestawiamy w podręcznikach i encyklopediach, teorie naukowe zdają się być dotąd raczej zbiorem luźnych zdań, niż usystematyzowaną całością. Są to dopiero MATERIAŁY NAUKOWE, które rosną z dnia na dzień z przerażającą szybkością, a których już dzisiaj, nawet w szczupłej dziedzinie JEDNEJ nauki, umysł i pamięć człowieka nie są zdolne objąć. Jeżeli wszystkie zdania, składające się na pewną teorię naukową, ułożymy według związków logicznych, zachodzących między nimi, i jeśli na czele tych zdań zdołamy postawić kilka prostych zasad, z których inne zdania wynikną jako następstwa, to powstanie zwarta i przejrzysta całość, którą będzie można łatwiej objąć pamięcią, niż luźne zbiory zdań w dzisiejszych podręcznikach. Łatwiej bowiem wraża nam się w pamięć dobrze zbudowany WIERSZ, niż szereg luźnych słów; łatwiej MELODIA, niż chaos luźnych dźwięków. Łatwiej, jak sądzę zapamiętać sobie, że wielkościami nazywamy elementy zbioru uporządkowanego, niż wyuczyć się definicji wielkości prof. ZAREMBY i przyswoić sobie osiem logicznie nie zanalizowanych zasad, dołączonych do tej definicji.

Po trzecie: spełnienie tych zadań logicznych UŁATWI ODRÓŻNIENIE W TEORIACH NAUKOWYCH RZECZY NAPRAWDĘ WAŻNYCH OD SZCZEGÓŁÓW PODRZĘDNYCH. Jeżeli jakieś zdanie zawiera w sobie zdania inne jako następstwa, to jest WAŻNIEJSZE od tych następstw. Prawo przyrody jest w nauce ważniejsze od zdań jednostkowych o faktach, które podpadają pod to prawo. Ważniejsze jest o tyle, że kto zna prawo, ten może sobie wysnuć jego następstwa i wie więcej, niż ten, kto zna tylko fakty szczegółowe. Kto posiadł zatem ZASADY jakiejś teorii naukowej, ten zna potencjalnie całą tę teorię. Ułożenie zdań, wchodzących w skład jakiejś teorii, według związków logicznych i zbadanie tych związków wykaże, które zdania należy przyjąć jako zasady, a które jako twierdzenia, i pozwoli nam także osą-

dzić, które twierdzenia zawierają w sobie więcej następstw od innych. W ten sposób rola każdego zdania w danej teorii naukowej zostanie dokładnie określona. Okaże się wtedy, że ilość praw naukowych, które naprawdę warto poznać, jest w każdej nauce niewielka, a reszta — to szczegóły podrzędne, które plenią się bujnie na niwie nauki, zachwaszczając ją tylko. Oczyścić trzeba naukę z tych chwastów, by nie zagłuszały WIELKICH prawd naukowych i wielkich twórczych myśli, wyrosłych z ducha geniuszów!

Pragnę, by w każdym dziale nauki znaleźli się uczeni, którzy by poznali gruntownie współczesną logikę formalną. Oni bowiem mogliby najskuteczniej udoskonalić tę gałąź wiedzy, w której pracują, zgodnie z wymaganiami logiki. Pragnę zaś przede wszystkim, by tacy uczeni znaleźli się w NASZYM narodzie. Nauka jest w ręku człowieka bronią nie tylko przeciw żywiołom przyrody, ale i przeciw człowiekowi. Narody walczą o byt z innymi narodami. Naród zbrojniejszy w potęgę nauki ma większe szanse zwycięstwa. Starać się o udoskonalenie i uporządkowanie nauki oraz ułatwiać przez to i uprzystępniać jej poznanie, znaczy pracować nie tylko dla postępu wiedzy ludzkiej, ale i dla dobra narodu.

Lwów, w maju 1915.

2. O ZASADZIE NAJMNIEJSZEJ LICZBY [Odczyt zgłoszony na V Zjazd Matematyków Polskich, odbyty 29–31 maja 1947 roku w Krakowie]

Dodatek do Rocznika
Polskiego Towarzystwa Matematycznego
t. XXI(1948/1949) [1950], s. 28–29

Referat niniejszy ma cel dwojaki: przedstawić niektóre nowe wyniki z zakresu teorii liczb naturalnych oraz okazać, jak wyglądają w stworzonej przez mnie symbolice beznawiasowej sformalizowane dowody matematyczne.

Wyniki, które tu przedstawiam, są następujące.

Dowodzę, po pierwsze, że zasada najmniejszej liczby* jest na gruncie logiki dedukcyjnie równoważna zasadzie «zstępowania w nieskończoność» FERMATA, oraz pewnej formie zasady indukcji matematycznej. Dowodzę, po wtóre, że z za-

* Zasada najmniejszej liczby naturalnej głosi, że każdy niepusty zbiór liczb naturalnych — zarówno skończony, jak i nieskończony — zawiera liczbę najmniejszą; *nb.* zasada ta nie stosuje się do zbiorów, do których należą nie tylko liczby naturalne (np. zbiór nieskończony {1, 1/2, 1/3, 1/4, ...} nie zawiera liczby najmniejszej) [JJJ].

sady najmniej liczby wynika przy pomocy samej tylko logiki niezwrotność stosunku mniejszości.

Wszystkie wywody są podane bez luk i mogą być sprawdzone mechanicznie. Opieram się w nich na następujących trzynastu tezach z teorii dedukcji:

1. *Cpp*
2. *CCqrCCpqCpr*
3. *CCpNpNp*
4. *CCpNNqCpq*
5. *CCpNqCqNp*
6. *CCNpqCNqp*
7. *CCpqCCqNrCrNp*
8. *CCNpqCCqrCNrp*
9. *CCNpqCCqNrCrp*
10. *CCpCqrCKqpr*
11. *CCqNqNKpq*
12. *CNCpqKpNq*
13. *CNCpNqKqp.*

Zasadę najmniejszej liczby formułuję w następujących znakach:

14. *CφaΣbKφbΠcCLcbNφc.*

We wzorze tym litery „*a*", „*b*", „*c*" oznaczają zmienne reprezentujące liczby naturalne. Wyrażenie „φ*a*" znaczy „*a* ma własność φ", zaś wyrażenie „*Lcb*" znaczy „*c* jest mniejsze od *b*". Litery „Π" i „Σ" oznaczają kwantyfikatory [odpowienio ogólny i szczegółowy].

Tezy teorii dedukcji oraz zasada najmniejszej liczby są punktem wyjścia przekształceń, opartych na regułach podstawiania, odrywania i operowania kwantyfikatorami. Te ostatnie reguły wymagają omówienia, ponieważ w postaci przeze mnie używanej nie są powszechnie znane.

Reguła Π1. Przed poprzednikiem implikacji, będącej tezą, można postawić kwantyfikator ogólny, wiążący zmienną wolną, występującą w poprzedniku.

Reguła Π2. Przed następnikiem implikacji, będącej tezą, można postawić kwantyfikator ogólny, wiążący zmienną wolną występującą w następniku, o ile zmienna ta nie występuje jako wolna w poprzedniku.

Reguła Σ1. Przed poprzednikiem implikacji, będącej tezą, można postawić kwantyfikator szczegółowy, wiążący zmienną wolną, występującą w poprzedniku, o ile zmienna ta nie występuje jako wolna w następniku.

Reguła Σ2. Przed następnikiem implikacji, będącej tezą, można postawić kwantyfikator szczegółowy, wiążący zmienną wolną, występującą w następniku.

Przy pomocy wymienionych reguł wyprowadzam z zasady najmniejszej liczby zasadę «zstępowania w nieskończoność» FERMATA, dającą się wyrazić przy pomocy tez:

$C\Pi bC\varphi b\Sigma cKLcb\varphi cN\varphi a$
$C\Pi bCN\varphi b\Sigma cKLcbN\varphi c\varphi a,$

dalej pewną formę zasady indukcji matematycznej:

$C\Pi bC\Pi cCLcb\varphi c\varphi b\varphi a$

i wreszcie niezwrotność stosunku mniejszości, tj. tezę:

$NLaa.$

Wykazuję także, że z zasady indukcji wyprowadzić można zasadę najmniejszej liczby.

3. O FORMALIZACJI TEORII MATEMATYCZNYCH (Sur la formalisation des théories mathematiques) [Odczyt wygłoszony 7 grudnia 1950 roku podczas kolokwium „Les méthodes formelles en axiomatique" w Paryżu]

Colloques Internationaux
du Centre National de la Recherche Scientifique
vol. XXXVI(1953) s. 11–19

1. Punktem wyjścia moich badań nad formalizacją teorii matematycznych była próba zastosowania do nich logik wielowartościowych. W tym celu wybrałem pewien niemodalny system trójwartościowy, na którym udało mi się oprzeć część teorii liczb naturalnych. Wielu spośród formuł, których użyłem, nie można znaleźć w logice dwuwartościowej; należało więc zachować daleko idącą ostrożność, aby poprawnie się nimi posługiwać, a najlepszym — jeśli nie jedynym — sposobem uniknięcia tutaj błędów była ich formalizacja. Aby porównać otrzymane wyniki z systemem dwuwartościowym, trzeba było ponadto sformalizować teorię liczb naturalnych opartą na logice dwuwartościowej. Rychło się przekonałem, że ta ostatnia teoria jest bardzo zajmująca sama w sobie, oraz że kryje w sobie nie tylko wiele nowych dowodów znanych już twierdzeń, lecz także liczne nowe twierdzenia.

Za przedmiot moich badań logicznych wybrałem właśnie teorię liczb naturalnych, ponieważ zauważyłem, że chociaż jest to teoria bardzo elementarna, pozostawia jednak jeszcze wiele do życzenia. Otworzywszy dowolny podręcznik teorii liczb, napotykamy dużą liczbę podstawowych twierdzeń dotyczących liczb naturalnych, ale — bez poprawnych dowodów. Wiedząc, że są to twierdzenia prawdziwe, nie przykładamy się do ich dokładnego udowodnienia. Weźmy np. twierdzenie EUKLIDESA, w myśl którego nie istnieje największa liczba pierwsza.

Aby udowodnić to twierdzenie, tworzy się sumę wszystkich liczb pierwszych aż do p i rozważa wyrażenie:

$$q = 2.3.5...p + 1.$$[12]

Ponieważ q nie jest podzielne przez żadną liczbę pierwszą mniejszą niż p, albo samo musi być liczbą pierwszą — i wtedy jest większe od p — albo musi być podzielne przez liczbę pierwszą większą niż p. Nikt, zdaje się, nie dostrzega, że ten dowód, intuicyjnie przekonujący, nie jest rzeczywistym dowodem, ponieważ oznaczona wielokropkiem luka między 5 a p nie może zostać wypełniona w braku ogólnego wzoru na sumę liczb pierwszych. Wyrażenie „2.3.5...p" jest zatem pozbawione określonego sensu, i nie można umieścić go w ściłym dowodzie. W wielu innych dowodach twierdzeń prawdziwych tylko dla liczb naturalnych wprowadza się liczby algebraiczne, wymierne, niewymierne, a nawet zespolone, wbrew zaleceniu metodologicznemu, iż wszystko, co się tyczy liczb naturalnych, powinno być dowodzone za pomocą aksjomatyki zbudowanej specjalnie dla liczb naturalnych, bez wprowadzania liczb innego rodzaju.

2. Zanim zilustruję te uwagi przykładami, muszę wyjaśnić symbolikę beznawiasową, którą przyjąłem w formalizacji twierdzeń i dedukcji matematycznych. W poniższym tekście litera C odpowiada funktorowi „jeżeli—to", K — funktorowi „i", N — negacji „nie", O jest dowolnym zdaniem fałszywym; p, q, r — zmiennymi zdaniowymi; δ oznacza zmienny funktor od jednego argumentu zdaniowego. Π („dla każdego...") jest kwantyfikatorem ogólnym, Σ („dla co najmniej jednego" lub „jest taki...") — kwantyfikatorem szczegółowym. $\mathfrak{S}$ („plus") jest funktorem od dwóch argumentów liczbowych; $\mathfrak{E}$ („równa się") i $\mathfrak{L}$ („mniejsze od") są funktorami zdaniotwórczymi od dwóch argumentów liczbowych; a, b, c, d... są zmiennymi liczbowymi; φ jest zmiennym funktorem zdaniotwórczym od jednego argumentu liczbowego. W ciągach dowodowych przyjąłem następujące oznaczenia: / na podstawianie, myślnik — na odrywanie, * na znak przestankowy.* Wszystkie funktory piszę przed ich argumentami, by uniknąć stawiania nawiasów.

Do sformalizowania zaksjomatyzowanych teorii matematycznych, a w szczególności teorii liczb naturalnych, są konieczne i wystarczające dwie teorie logiczne: rachunek zdań i rachunek kwantyfikatorów. Rachunek zdań można oprzeć na zasadzie dwuwartościowości jako na jedynym aksjomacie:

(1) $C\delta OC\delta OO\delta p$.[13]

---

[12] Zob. G.-H. HARDY & E.M. WRIGHT, *An introduction to the theory of numbers*, Oxford, 1938, s. 12.

* Dla ujednolicenia w tym wydaniu zamiast gwiazdki jest znak × [JJJ].

[13] Zob. J. ŁUKASIEWICZ, „On variable functors of propositional arguments", *Proceedings of the Royal Irish Academy*, 54 A 2, Dublin 1951. C.A. MEREDITH znalazł aksjomat jeszcze krótszy: $C\delta\delta O\delta p$. Zob. jego artykuł „On a extended system of the propositional calculus", *ibid.*, 54 A 3, Dublin 1951.

Wzór ten odczytuje się następująco: „Jeśli *O* spełnia warunek δ, to jeżeli *COO* (zdania prawdziwe stałe) spełnia δ, to każde zdanie *p* spełnia δ". Wszystkie twierdzenia teorii dedukcji — najbardziej podstawowej części rachunku zdań — wypływają z tego aksjomatu przy użyciu dwóch reguł wnioskowania: reguły podstawiania i odrywania.

Teoria kwantyfikatorów nie potrzebuje aksjomatów, ponieważ można ją zbudować przy użyciu czterech reguł wnioskowania (symbol → oznacza, że implikacja po lewej stronie, jeżeli tylko jest prawdziwa, pociąga za sobą implikację po prawej stronie):

(2) $C\varphi a\beta \rightarrow C\Pi a\varphi a\beta$ (oznaczone przez Π1 *a*),
(3) $C\beta\varphi a \rightarrow C\beta\Sigma a\varphi a$ (oznaczone przez Σ2 *a*),
(4) $C\varphi a\beta \rightarrow C\Sigma a\varphi a\beta$ (oznaczone przez Σ1 *a*),
(5) $C\beta\varphi a \rightarrow C\beta\Pi a\varphi a$ (oznaczone przez Π2 *a*).

Reguły (2) i (3) mogą być używane bez założeń wstępnych, a (4) i (5) tylko pod warunkiem, że β (dowolne wyrażenie zdaniowe) nie zawiera *a* jako zmiennej wolnej.

3. Sformalizowana część teorii liczb naturalnych, którą teraz naszkicuję, opiera się na dwóch terminach pierwotnych, dwóch definicjach i trzech aksjomatach. Terminami pierwotnymi są S („plus") i 1 („jeden", najmniejsza liczba naturalna). Zdefiniowane są relacje E („równa się") i L („mniejsze od"). Definicje wyrażone są w formie implikacji za pomocą funktora zmiennego δ:[14]

(6) $C\delta\Pi\varphi C\varphi a\varphi\beta\delta Eab$,
(7) $C\delta\Sigma\delta ESdab\delta Lab$.

Definicja (6) znaczy, że wyrażenie $\Pi\varphi C\varphi a\varphi b$ („Dla każdego φ, jeśli *a* spełnia φ, to *b* spełnia φ") można zastąpić wyrażeniem Eab („*a* równa się *b*") i na odwrót. Definicja (7) znaczy, że wyrażenie $Sd ESdab$ („Istnieje takie *d*, że *d* plus *a* równa się *b*") można zastąpić wyrażeniem Lab („*a* jest mniejsze od *b*"), i odwrotnie.

Jako aksjomaty przyjąłem trzy następujące tezy:

(8) $ESSabcSbSac$ prawo asocjacji,
(9) $CNL1aE1a$ prawo dychotomii,
(10) $C\Pi aC\Pi bCLba\varphi b\varphi a\varphi a$ prawo wstępowania.

Aksjomat (8) w mojej notacji wyraża formułę $(a + b) + c = b + (a + c)$, natomiast aksjomat (9) — następującą wypowiedź: „Jeśli nie jest prawdą, że 1 jest mniejsze od *a*, to 1 równa się *a*". Ostatni aksjomat jest, jeśli się nie mylę, twierdzeniem nowym, i wymaga dokładniejszego wyjaśnienia. Aby go dobrze zrozumieć, należy zacząć od wyrażenia $\Pi bCLba\varphi b$, które oznacza: „Dla każdego *b*, jeśli *b* jest mniejsze od *a*, to *b* spełnia warunek φ", lub krócej: „Wszystkie

[14] Definicje z użyciem δ wyjaśniam w artykule przytoczonym powyżej, na s. 28–30.

liczby mniejsze od *a* spełniają warunek φ". Wyrażenie to jest poprzednikiem implikacji *CΠbCℒbaφbφa*, którą można odczytać następująco: „Jeśli wszystkie liczby mniejsze od *a* spełniają warunek φ, to *a* spełnia φ". Jeżeli ta druga implikacja jest prawdziwa dla wszystkich *a*, czyli jeżeli wyrażenie *ΠaCΠbCℒbaφbφa* jest prawdziwe, to *φa* jest też prawdziwe: wszystkie liczby spełniają warunek φ. To ostatnie *a* jest zmienną wolną, którą można zastąpić inną literą, np. *c*, poprzedzoną kwantyfikatorem ogólnym. Ideę zawartą w prawie wstępowania (ang. *principle of ascent*) można też wyrazić jak następuje: „Jeśli jakaś liczba naturalna spełnia φ pod warunkiem, że wszystkie poprzedające ją liczby spełniają φ, to wszystkie liczby naturalne spełniają φ".[15]

4. Z wymienionych definicji oraz aksjomatów można, za pomocą twierdzeń i reguł logicznych, wyprowadzić wszystkie własności relacji ∈ i ℒ, w tym m. in. następujące twierdzenia:

(11) *Nℒaa*	prawo niezwrotności ℒ,
(12) *CℒabNℒba*	prawo asymetryczności ℒ,
(13) *CℒabCℒbcℒac*	prawo przechodniości ℒ,
(14) *CNℒabCNℒbaϵab*	prawo tychotomii.

Można z nich następnie wyprowadzić prawa dodawania, jak np. prawo komutacji:

(15) *ϵSabSba*,

prawo asocjacji w jego najczęściej spotykanej postaci:

(16) *ϵSSabcSaSbc*,

oraz zasadę monotoniczności:

(17) *CℒabℒSacSbc*.

Spośród mniej znanych twierdzeń przytoczę tu następujące:

(18) *CKℒaSb1ℒbSa1ϵab*,

które należy czytać: „Jeśli *a* jest mniejsze od *b* plus 1, i *b* jest mniejsze od *a* plus 1, to *a* jest równe *b*".

Do konsekwencji tego systemu należą również oba prawa indukcji zupełnej: mocne i słabe. Prawo w to w wersji mocnej ma formę:

---

[15] Podobną zasadę sformułował P. BERNAYS w artykule „Sur les questions méthodologiques actuelles de la théorie hilbertienne de la démonstration", opublikowanym w *Les entretiens de Zurich* w 1941 r. P. BERNAYS pisze (na s. 149), że konieczne jest uzasadnienie podstawy następującego rozumowania: „Jeśli własność $B(\alpha)$, odnosząca się do liczby porządkowej α zachodzi przede wszystkim dla *O* (najmniejszej α), oraz jeśli zachodzi dla α, jeżeli tylko zachodzi dla poprzedzających ją liczb porządkowych, to zachodzi dla wszystkich α". P. BERNAYS dodaje, że powyższa zasada jest swego rodzaju uogólnieniem indukcji zupełnej. Ujęcie BERNAYSA, choć nie jest błędne, nie jest jednak w pełni ścisłe, można bowiem usunąć warunek, że *B* musi zachodzić dla najmniejszego α.

(19) $C\Pi aC\varphi a\varphi Sa1C\varphi 1\varphi a$

i oznacza: „Jeśli dla każdego a, jeśli a spełnia φ i a plus 1 spełnia φ, to jeżeli 1 spełnia φ, to każda liczba spełnia φ". Prawo indukcji zupełnej w wersji słabej wynika z wersji mocnej i brzmi jak następuje:

(20) $C\Pi a\varphi Sa1C\varphi 1\varphi a$.

Formuła (20) oznacza: „Jeśli dla każdego a, a plus 1 spełnia φ, to jeżeli 1 spełnia φ, to każda liczba spełnia φ". Zasada ta, choć mało znana wśród matematyków, bardzo się przydaje w wielu dowodach. Pokażę to na jednym bardzo prostym przykładzie:

Przyjmijmy jako przesłanki logiczne prawo symplifikacji:

(21) $CpCqp$

i prawo DUNSA SZKOTA:

(22) $CpCNpq$,

a jako przesłanki matematyczne — dwie następujące tezy:

(23) $\mathfrak{E}11$ (1 równa się 1),

(24) $\mathfrak{L}1Sa1$ (1 jest mniejsze od a plus 1).

Z tych czterech przesłanek możemy wyprowdzić zasadę dychotomii, posługując się prawem indukcji zupełnej w wersji słabej:

(22) $p/\mathfrak{L}1Sa1$, $q/\mathfrak{E}1Sa1$ × C(24) – (25)

(25) $CN\mathfrak{L}1Sa1\mathfrak{E}1Sa1$

(21) $p/CN\mathfrak{L}1Sa1\mathfrak{E}1Sa1$ × C(25) – (26)

(26) $CqCN\mathfrak{L}Sa1\mathfrak{E}1Sa1$

(26) Π2 a × (27)

(27) $Cq\Pi aCN\mathfrak{L}1Sa1\mathfrak{E}1Sa1$

(27) $q/CpCqp$ × C(21) – (28)

(28) $\Pi aCN\mathfrak{L}1Sa1\mathfrak{E}1Sa1$

(21) $p/\mathfrak{E}11$, $q/N\mathfrak{L}11$ × C(23) – (29)

(29) $CN\mathfrak{L}11\mathfrak{E}11$

(20) $\varphi/CN\mathfrak{L}1'\mathfrak{E}1'$ × C(28) – C(29) – (30)

(30) $CN\mathfrak{L}1a\mathfrak{E}1a$.

Mam nadzieję, że powyższe wnioskowanie nie sprawi czytelnikowi żadnej trudności. Najtrudniejsze jest ostatnie przekształcenie, ponieważ aby dokonać podstawienia $\varphi/CN\mathfrak{L}1'\mathfrak{E}1'$, należy napisać zamiast φ wyrażenie $CN\mathfrak{L}1'\mathfrak{E}1'$, uzupełniając argumentem φ miejsca zaznaczone apostrofem. W wyniku tego otrzymujemy formułę:

(31) $C\Pi aCN\mathfrak{L}1Sa1\mathfrak{E}1Sa1CCN\mathfrak{L}11\mathfrak{E}11CN\mathfrak{L}1a\mathfrak{E}1a$,

z którego, po dwóch odrywaniach wynika twierdzenie (30).

Najbardziej interesujące są jednak następstwa prawa wstępowania. Prawo to możemy przekształcić, stosując metody czysto logiczne, w dwa pozostałe prawa, które już znamy: zasadę najmniejszej liczby i zasadę zstępowania FERMATA. Zasada najmniejszej liczby ma następującą postać:

(32) *CφaΣaKφaΠbCℒbaNφb*

i oznacza: „Jeżeli *a* spełnia φ, to istnieje liczba *a* taka, że spełnia φ i dla każdego *b*, jeśli *b* jest mniejsze od *a*, to *b* nie spełnia φ". Czyli po prostu jeśli istnieje liczba naturalna spełniająca φ, to zawsze istnieje mniejsza liczba spełniająca φ. Prawo zstępowania FERMATA występuje w formie pozytywnej i formie negatywnej; zapisuje się je następująco:

(33) *CΠaCNφaΣbKℒbaNφbφa* forma pozytywna,
(34) *CΠaCφaΣbKℒbaφbNφa* forma negatywna.

Forma pozytywna ma następujące znaczenie: „Jeśli dla każdej liczby, która nie spełnia pewnego warunku, istnieje mniejsza od niej liczba o tej samej własności, to każda liczba spełnia ten warunek". Forma negatywna oznacza analogicznie: „Jeśli dla każdej liczby, która spełnia pewien warunek, istnieje liczba od niej mniejsza o tej samej własności, to żadna liczba nie spełnia tego warunku". FERMAT stosował zasady (33) i (34) w dowodach wielu twierdzeń z teorii liczb.[16]

5. Aby dać próbkę sformalizowanej teorii matematycznej, udowodnię teraz, że prawo najmniejszej liczby oraz prawo zstępowania są dedukcyjnie równoważne prawu wstępowania. Następnie wyprowadzę z tego ostatniego prawo niezwrotności relacji ℒ. Wszystkie dowody będą przeprowadzone na podstawie dwuwartościowego rachunku zdań i teorii kwantyfikatorów, i nie wymagają żadnego innego twierdzenia matematycznego poza prawem wstępowania.

Aksjomat:

1 *CΠaCΠbCℒbaφbφaφa* prawo wstępowania.

Pomocnicze twierdzenia teorii dedukcji:

2 *Cpp*
3 *CpCqp*
4 *CCqrCCpqCpr*
5 *CNNpp*
6 *CCpNqCqNp*
7 *CCNpqCNqp*
8 *CCpCqNqCpNq*
9 *CCpqCCqNrCrNp*

---

[16] W pracy *A short account of the history of mathematics*, Londyn 1940, na s. 296–298, W. W. ROUSE BALL przytacza list FERMATA, przechowywany w Bibliotece Uniwersytetu w Lejdzie, który niezbicie świadczy o tym, że to FERMAT odkrył obie wyżej wymienione formy zasady zstępowania.

10 *CCNpqCCqrCnrp*
11 *CCNpqCCqNrCrp*
12 *CCpNqNKpq*
13 *CNCpqKpNq*
14 *CNCpNqKqp.*

A. Od prawa wstępowania do prawa najmniejszej liczby.

14 *p*/Π*b*C*baNφb*, *q*/*φa* × 15
15 *CNCΠbC**baNφbNφaKφaΠbC**baNφb*
15 Σ2 *a* × 16
16 *CNCΠbC**baNφbNφaΣaKφaΠbC**baNφb*
7 *p*/*CΠbC**baNφbNφa*, *q*/Σ*aKφaΠbC**baNφb* × C16 – 17
17 *CNΣaKφaΠbC**baNφbCΠbC**baNφbNφa*
17 Π2 *a* × 18
18 *CNΣaKφaΠbC**baNφbΠaCΠbC**baNφbNφa*
1 *φ*/*Nφ*′ × 19
19 *CΠaCΠbC**baNφbNφaNφa*
11 *p*/Σ*aK*φ4a*ΠbC**baNφb*, *q*/Π*aCΠbC**baNφbNφa*, *r*/*φa* ×
*C*18 – *C*19 – *C*20
20 *CφaΣaKφaΠbC**baNφb*, prawo najmniejszej liczby.

B. Od prawa najmniejszej liczby do prawa zstępowania.

12 *p*/*ba*, *p*/*φb* × 21
21 *CC**baNφbNK**baφb*
21 Π1 *b* × 22
22 *CΠbC**baNφbNK**aφb*
6 *p*/Π*bC**baNφb*, *q*/*K**baφb* × *C*22 – 23
23 *CK**baφbNΠbC**baNφb*
23 Σ1 *b* × 24
24 *CΣbK**baφbNΠbC**baNφb*
4 *q*/Σ*bK**baφb*, *r*/*NΠbC**baNφb*, *p*/*φa* × *C*24 – 25
25 *CCφaΣbK**baφbCφaNΠbC**baNφb*
12 *p*/*φa*, *q*/Π*bC**baNφb* × 26
26 *CCφaNΠbC**baNφbNKφaΠbC**baNφb*
4 *q*/*CφaNΠbC**baNφb*, *r*/*NK*φΠ*bC**baNφb*, *p*/*CφaΣbK**baφb* ×
*C*26 – *C*25 – 27
27 *CCφaΣφK**baφbNKφaΠbC**baNφb*
27 Π1 *a* × 28
28 *CΠaCφaΣbK**baφbNKφaΠbC**baNφb*
–6 *p*/Π*aCφaΣbK**baφb*, *q*/*K*φaΠ*bC**baNφb* × *C*28 – 29
29 *CKφaΠbC**baNφbNΠaCφaΣbK**baφb*

29 Σ1 a × 30
30 $C\Sigma aK\varphi a\Pi bC\mathfrak{L}baN\varphi bN\Pi aC\varphi a\Sigma bK\mathfrak{L}ba\varphi b$
9 $p/\varphi a$, $q/\Sigma aK\varphi a\Pi bC\mathfrak{L}baN\varphi b$, $r/\Pi aC\varphi a\Sigma bK\mathfrak{L}ba\varphi b$ × $C20 - C30 - 31$
31 $C\Pi aC\varphi a\Sigma bK\mathfrak{L}ba\varphi bN\varphi a$ prawo zstępowania, forma negatywna.
31 $\varphi/N\varphi'$ × 32
32 $C\Pi aCN\varphi a\Sigma bK\mathfrak{L}baN\varphi bNN\varphi a$
5 $p/\varphi a$ × 33
33 $CNN\varphi a\varphi a$
4 $q/NN\varphi a$, $r/\varphi a$, $p/\Pi aCN\varphi a\Sigma bK\mathfrak{L}baN\varphi b$ × $C33 - C32 - 34$
34 $C\Pi aCN\varphi a\Sigma bK\mathfrak{L}baN\varphi b\varphi a$ prawo zstępowania, forma pozytywna.

C. Od prawa zstępowania do prawa wstępowania.

13 $p/\mathfrak{L}ba$, $q/\varphi b$ × 35
35 $CNC\mathfrak{L}ba\varphi bK\mathfrak{L}baN\varphi b$
35 Σ2 b × 36
36 $CNC\mathfrak{L}ba\varphi b\Sigma bK\mathfrak{L}baN\varphi b$
7 $p/C\mathfrak{L}ba\varphi b$, $q/\Sigma bK\mathfrak{L}baN\varphi b$ × $C36 - 37$
37 $CN\Sigma bK\mathfrak{L}baN\varphi bC\mathfrak{L}ba\varphi b$
37 Π2 b × 38
38 $CN\Sigma bK\mathfrak{L}baN\varphi b\Pi bC\mathfrak{L}ba\varphi b$
10 $p/\Sigma bK\mathfrak{L}baN\varphi b$, $q/\Pi bC\mathfrak{L}ba\varphi b$, $r/\varphi a$ × $C38 - 39$
39 $CC\Pi bC\mathfrak{L}ba\varphi b\varphi aCN\varphi a\Sigma bK\mathfrak{L}baN\varphi b$
39 Π1 a, Π2 a × 40
40 $C\Pi aC\Pi bC\mathfrak{L}ba\varphi b\varphi a\Pi aCN\varphi a\Sigma bK\mathfrak{L}baN\varphi b$
4 $q/\Pi aCN\varphi a\Sigma bK\mathfrak{L}baN\varphi b$, $r/\varphi a$, $p/\Pi aC\Pi bC\mathfrak{L}ba\varphi b\varphi a$ × $C34 - C40 - 1$
1 $C\Pi aC\Pi bC\mathfrak{L}ba\varphi b\varphi a\varphi a$ prawo wstępowania.

Skoro z prawa wstępowania wynika prawo najmniejszej liczby, z prawa najmniejszej liczby — prawo zstępowania, a z prawa zstępowania — prawo wstępowania, to te trzy prawa są dedukcyjnie równoważne.

D. Od prawa wstępowania do niezwrotności $\mathfrak{L}$.

2 $p/C\mathfrak{L}baN\mathfrak{L}bb$ × 41
41 $CC\mathfrak{L}baN\mathfrak{L}bbC\mathfrak{L}baN\mathfrak{L}bb$
41 Π1b × 42
42 $C\Pi bC\mathfrak{L}baN\mathfrak{L}bbC\mathfrak{L}baN\mathfrak{L}bb$
42 b/a × 43
43 $C\Pi bC\mathfrak{L}baN\mathfrak{L}bbC\mathfrak{L}aaN\mathfrak{L}aa$
8 $p/\Pi bC\mathfrak{L}baN\mathfrak{L}bb$, $q/\mathfrak{L}aa$ × $C43 - 44$
44 $C\Pi bC\mathfrak{L}baN\mathfrak{L}bbN\mathfrak{L}aa$
3 $p/C\Pi bC\mathfrak{L}baN\mathfrak{L}bbN\mathfrak{L}aa$ × $C44 - 45$
45 $CqC\Pi bC\mathfrak{L}baN\mathfrak{L}bbN\mathfrak{L}aa$

45 Π2 $a \times 46$
46 $Cq\Pi aC\Pi bC\mathfrak{L}baN\mathfrak{L}bbM\mathfrak{L}aa$
46 $q/CpCqp \times C3 - 47$
47 $\Pi aC\Pi bC\mathfrak{L}baN\mathfrak{L}bbN\mathfrak{L}aa$
1 $\varphi/\mathfrak{L}N'' \times 48$
48 $C\Pi aC\Pi bC\mathfrak{L}baN\mathfrak{L}bbN\mathfrak{L}aaN\mathfrak{L}aa$
$48 \times C47 - 49$
49 $N\mathfrak{L}aa$ prawo niezwrotności $\mathfrak{L}$.[17]

Sądzę, że otrzymanie twierdzeń ustalonych w niniejszym szkicu nie byłoby możliwe bez potężnych narzędzi logiki symbolicznej i bez formalizacji dowodów.

Przełożyła Wanda Jadacka

4. ARYTMETYKA I LOGIKA MODALNA
(Arithmetic and modal logic)

The Journal of Computing System
vol. I(1954) no 4 s. 213–219

1. Jak wiadomo teorię równoważności możemy oprzeć na dwóch aksjomatach:

1.1 $\vdash \Theta aa$, tj. „a jest równe a"
1.2 $\vdash C\Theta abC\varphi a\varphi b$ tj. „Jeżeli a jest równe b, to jeżeli φa to φb."

Funktor φ jest funktorem zdaniotwórczym od jednego argumentu liczbowego, w miejsce φ możemy podstawić dowolne wyrażenie, które w połączeniu z argumentem funktora φ daje formułę arytmetyczną.[18]

Jeśli wprowadzimy do arytmetyki funktor modalny Γ („jest konieczne, że") lub Δ („jest możliwe, że"), wtedy wyrażenia takie, jak: $\Gamma\Theta ab$, tj. „Jest konieczne, że a jest równe b", lub $\Delta N\Theta ab$, tj. „Jest możliwe, że a nie jest równe b", staną się formułami arytmetycznymi. Mamy zatem:

1.2 $\varphi/\Gamma\Theta a' \times 1.3$,
1.3 $\vdash C\Theta abC\Gamma\Theta aa\Gamma\Theta ab$,

---

[17] P. C. A. MEREDITH wykazał, że z prawa wstępowania można wyprowadzić prawo asymetryczności $\mathfrak{L}$, a więc prawo mocniejsze od prawa niezwrotności. Jego dowodu jeszcze nie opublikowano.

[18] Dla wyjaśnienia mojej notacji symbolicznej w arytmetyce patrz: J. ŁUKASIEWICZ, „Sur la formalisation des theories mathématiques", *Colloques Internationaux du Centre National de la Recherche Scientifique*, XXXVI. *Les méthodes formelles en axiomatique*, Paris 1953, pp. 11–19 [w tym tomie: s. 324–332; dopisek mój, JJJ].

tj.: „Jeżeli *a* jest równe *b*, to jeśli jest konieczne, że *a* jest równe *a*, jest również konieczne, że *a* jest równe *b*". Z 1.3 na podstawie prawa komutacji:

1.4 $\vdash CCpCqrCqCpr$

otrzymujemy formułę 1.5:

1.4 $p/\Theta ab$, $q/\Gamma\Theta aa$, $r/\Gamma\Theta ab$ × C1.3 – 1.5

1.5 $\vdash C\Gamma\Theta aaC\Theta ab\Gamma\Theta ab$.

Większość logików uznaje poprzednik wyrażenia 1.5:[19]

(a) $\Gamma\Theta aa$,

tj.: „Jest konieczne, że *a* równa się *a*". Muszą więc uznać konsekwencję:

(b) $C\Theta ab\Gamma\Theta ab$.

Znaczy to: „Równoważność jest konieczna, jeśli w ogóle zachodzi".

Z (b) na podstawie twierdzenia modalnego:

1.6 $\vdash C\Gamma pN\Delta Np$

i zasady sylogizmu:

1.7 $\vdash CCpqCCqrCpr$

wypływa konsekwencja (c):

1.7 $p/\Theta ab$, $q/\Gamma\Theta ab$, $r/N\Delta N\Theta ab$ × C(b) – C1.6 $p/\Theta ab$ – (c),

(c) $C\Theta abN\Delta N\Theta ab$,

z wyrażenia (c) zaś na podstawie prawa transpozycji:

1.8 $\vdash CCpNqCqNp$

otrzymujemy formułę (d):

1.8 $p/\Theta ab$, $q/\Delta N\Theta ab$ × C(c) – (d),

(d) $C\Delta N\Theta abN\Theta ab$

Znaczy to: „Jeżeli (tylko) jest możliwe, że *a* nie jest równe *b*, to *a* nie jest (faktycznie) równe *b*".

2. Nie poprzedziłem wyrażeń (a), (b), (c) i (d) znakiem asercji „⊢", ponieważ uważam, iż są one błędne i powinny zostać odrzucone. W szczególności wyrażenia (b) i (d) są oczywiście fałszywe. QUINE daje przykład potwierdzający fałszywość wyrażenia (b): Niech *a* oznacza „liczbę planet", a *b* niech oznacza liczbę „9". Jest prawdą faktyczną, że liczba (głównych) planet jest równa 9, nie jest jednak w żaden sposób konieczne, aby była ona równa 9. QUINE próbuje

[19] W. V. QUINE, „Three grades of modal involvement", *Poceedings of the XIth International Congress of Philosophy*, vol. XIV, Brussels 1953, p. 80: „z pewnością 'nec(x=x)' jest prawdziwe dla każdego x" — 'nec' znaczy w naszej notacji „Γ".

stawić czoła tej trudności, zakazując podstawiania za zmienne takich nazw jednostkowych. „Takie uszczegółowienie jest na pewno dopuszczalne — pisze QUINE — w logice ekstensjonalnej; ale jest to kwestią poprawnego zachowywania się stałych nazw jednostkowych [...], a na nie nie możemy liczyć, kiedy 'nec' jest uwikłane [w daną formułę]."[20] QUINE nie wyjaśnia jednak, jak owo «niepoprawne» zachowanie nazw jednostkowych winno być skorygowane. Jego uwaga jest raczej postulatem niż rozwiązaniem problemu.

Aby przekonać się o fałszywości formuły (d) — o czym QUINE już nie wspomina — weźmy następujący przykład. Przyjmijmy, że wylosowana została liczba *a*. Jest możliwe, że liczba *b*, wylosowana jako następna, będzie różna od *a*. Lecz jeśli tylko będzie możliwe, że *a* będzie różna od *b*, tj. nie będzie równa *b*, to zgodnie z wyrażeniem (d) będzie faktycznie różna od *b*. Wniosek ten jest oczywiście fałszywy, istnieje wszak możliwość wylosowania tej samej liczby dwa razy pod rząd.

3. Satysfakcjonującym rozwiązaniem powyższych trudności może być system Ł-modalny, który przedstawiłem w *The Journal of Computing System*.[21] System ten opiera się na dwóch uznanych aksjomatach:

3.1 $\vdash C\delta pC\delta Np\delta q$,

3.2 $\vdash Cp\Delta p$.

Pierwszy aksjomat, który znaczy: „Jeżeli *p* spełnia warunek δ, to jeżeli *Np* spełnia δ, to dowolne zdanie *q* spełnia δ", jest podstawą całego klasycznego dwuwartościowego rachunku zdań oraz wszystkich uznanych formuł δ. Drugi jest dobrze znanym twierdzeniem modalnym, który w połączeniu z aksjomatem 3.1 daje pełen system logiki modalnej. Obydwa aksjomaty są jak najbardziej oczywiste. Dwa aksjomaty odrzucenia („⊣" jest znakiem odrzucenia):

3.3 $\dashv C\Delta pp$

3.4 $\dashv \Delta p$

są niezbędne do tego, aby scharakteryzować system jako logikę modalną.

Regułami wnioskowania są reguły podstawiania i odrywania dla formuł uznanych i odrzuconych.

System ma odpowiednią czterowartościową macierz M_1:

---

[20] *Ibidem.*

[21] J. ŁUKASIEWICZ, „A system of modal logic", *The Journal of Computing Systems*, Vol. 1, No. 3, St. Paul 1953, s. 111–149.

C	1 2 3 4	N	Δ	∇	Γ
*1	1 2 3 4	4	1	1	2
2	1 1 3 3	3	1	2	2
3	1 2 1 2	2	3	1	4
4	1 1 1 1	1	3	2	4

M_1

Γ jest definiowane przez $N\Delta Np$, ∇ przez $C\Delta pp$.

Konsekwencją tego systemu jest uznanie formuły:

3.5 $\vdash C\Gamma qCp\Gamma p.$

Następnik tej formuły odrzucamy:

3.6 $\dashv Cp\Gamma p.$

Otrzymujemy w ten sposób dla dowolnego zdania α:

3.5 $q/\alpha \times C3.7 - 3.6,$

3.7 $\dashv \Gamma\alpha.$

Znaczy to, iż w systemie Ł-modalnym nie możemy uznawać sądów apodyktycznych. Uznane sądy są prawdziwe, ale nie konieczne. Interpretując α jako Θaa, otrzymujemy z 3.7:

3.8 $\dashv \Gamma\Theta aa,$

czyli formuła (a) zostaje odrzucona. Z formuły:

3.9 $\vdash CpCCpqq$

i formuły:

3.10 $\vdash \Theta aa$

wypływa konsekwencja 3.11:

3.9 $p/\Theta aa,\ q/\Gamma\Theta aa \times C3.10 - 3.11,$

3.11 $\vdash CC\Theta aa\Gamma\Theta aa\Gamma\Theta aa.$

Stosując regułę odrywania do 3.11 z odrzuconej formuły otrzymujemy 3.12:

3.11 $\times C3.12 - 3.8,$

3.12 $\dashv C\Theta aa\Gamma\Theta aa$

a przez zastosowanie reguły podstawiania do odrzuconej formuły otrzymujemy:

3.12 $\times$ 3.13 $b/a,$

3.13 $\dashv C\Theta ab\Gamma\Theta ab.$

Znaczy to, że formuła (b) zostaje odrzucona. W podobny sposób możemy dowieść, że formuły (c) oraz (d) także muszą zostać odrzucone. Oto odpowiednie rozumowanie:

3.14 $\vdash CN\Delta Np\Gamma p$ (wynika z definicji Γp).
3.15 $\vdash CCqrCCpqCpr$.
3.15 $q/N\Delta N\Theta ab$, $r/\Gamma\Theta ab$, $p/\Theta ab$ × C3.14 $p/\Theta ab$ – 3.16.
3.16 $\vdash CC\Theta abN\Delta N\Theta abC\Theta ab\Gamma\Theta ab$.
3.16 × C3.17 – 3.13,
3.17 $\dashv C\Theta abN\Delta N\Theta ab$, tj. formuła (c) zostaje odrzucona.
3.18 $\vdash CCpNqCqNp$.
3.18 $p/\Delta N\Theta ab, q/\Theta ab$ × 3.19.
3.19 $\vdash CC\Delta N\Theta abN\Theta abC\Theta abN\Delta N\Theta ab$.
3.19 × C3.20 – 3.17.
3.20 $\dashv C\Delta N\Theta abN\Theta ab$, tj. formuła (d) zostaje odrzucona.

Z drugiej strony, uznaną formułę $C\Theta abC\Gamma\Theta aa\Gamma\Theta ab$, poprawnie wyprowadzoną z aksjomatu $C\Theta abC\varphi a\varphi b$, można łatwo sprawdzić za pomocą macierzy M_1. Ponieważ uznaliśmy formułę Θaa i ma ona wartość 1, więc $\Gamma\Theta aa$=Γ1=2. Pozostaje nam jeszcze sprawdzić wyrażenie:

$$C\Theta abC2\Gamma\Theta ab$$

dla wszystkich możliwych wartości Θab. Otrzymujemy:

Dla Θab=1: $C1C2\Gamma1=C1C22=C11=1$;
Dla Θab=2: $C2C2\Gamma2=C2C22=C21=1$;
Dla Θab=3: $C3C2\Gamma3=C3C24=C33=1$;
Dla Θab=4: $C4C2\Gamma4=C4C24=C43=1$.

4. Sądy typu „*a* jest równe *a*" nazywamy „analitycznymi". Znany pogląd, zgodnie z którym wszystkie sądy analityczne są konieczne, sięga jeszcze czasów ARYSTOTELESA, który rozróżniał własności istotne i przypadłościowe uznając, że te pierwsze przynależą do rzeczy z konieczności.[22]

Własności istotne opierają się na definicjach, tj. na znaczeniu słów. Na przykład: „Człowiek jest z konieczności zwierzęciem"[23] ponieważ „człowiek" jest zdefiniowany jako „zwierzę". W świetle formuł $\vdash C\Gamma pp$ i $\dashv Cp\Gamma p$ powszechnie przyjmuje się, że sądy apodyktyczne są wartościowsze i wiarygodniejsze niż odpowiadające im sądy asertoryczne. Konsekwencja ta nie jest, moim zdaniem, w żadnym razie oczywista. Nie mogę pojąć, dlaczego prawdziwe zdanie oparte się na znaczeniu słów „Jestem człowiekiem" miałoby być wiarygodniejsze niż prawda faktyczna oparta na doświadczeniu „Mam brązowe oczy". Inny argument ARYSTOTELESA dotyczący tego zagadnienia, zwany czasami „paradoksem arystotelesowskim", jest jeszcze mniej oczywisty. ARYSTOTELES twierdzi: „Jeżeli prawdziwy jest sąd, że coś jest białe lub białe nie jest, to owo coś z konieczności powinno

[22] *An. post.* A 6, 74 b 6: τα δε καθ' αυτα υπαρχοντα αναγκαια τοις πραγμασιν.
[23] *An. pr.* A 9, 30 a 30: ζωον μεν γαρ ο ανθρωπος εξ αναγκης εστι.

być białe lub białe nie być".[24] Ponieważ jest niemożliwe, aby przełożyć to twierdzenie za pomocą fałszywej formuły $Cp\Gamma p$, niektórzy logicy przyjmują jako regułę, że z uznanego (analitycznego) zdania α można wyprowadzić uznane zdanie apodyktyczne $\Gamma\alpha$. To znowu prowadzi nas do uznanych zdań apodyktycznych, jeśli zaś uznamy tego typu zdania, jesteśmy zobowiązani do uznania konieczności zasady „*a* jest równe *a*". Biorąc pod uwagę trudności, które wynikają z tego faktu, skłonny jestem uznać, iż wszystkie systemy logiki modalnej, dopuszczające uznane sądy apodyktyczne, są błędne.

Systemem tego rodzaju jest moja trójwartościowa logika modalna, zbudowana w postaci macierzy M_2 w 1920 roku, i rozwinięta w roku 1930.[25]

C	1	2	3	N
*1	1	2	3	3
2	1	1	2	2
3	1	1	1	1

M_2

C jest tutaj rodzajem implikacji, różnej od powszechnie stosowanej, a N rodzajem negacji. System dla C i N został zaksjomatyzowany przez M. WAJSBERGA[26] i rozszerzony do pełnego systemu dzięki dodaniu nowych funkcji — przez J. SŁUPECKIEGO.[27]

W pracy z 1930 roku przyjąłem definicję zaproponowaną przez A. TARSKIEGO:

(t) $\Delta p = CNpp$,

która jest równoważna definicji konieczności:

(u) $\Gamma p = NCpNp$.

Biorąc pod uwagę macierz M_2 łatwo jest zauważyć, że w systemie tym formuła

(v) $CpCp\Gamma p = CpCpNCpNp$

---

[24] *De int.* 9,18 a 39: ει γαρ αληθες ειπειν οτι λευκον η οτι ουλευκον εστιν, αναγκη ειναι λευκον η ου λευκον.

[25] J. ŁUKASIEWICZ, „O logice trójwartościowej", *Ruch Filozoficzny*, V, Lwów 1920 [w tym tomie: s. 238–239; dopisek mój, JJJ]. — J. ŁUKASIEWICZ, „Philosophische Bemerkungen zu mehrwertigen Systemen des Aussagenkalkls", *Comptes rendus des seances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie*, Vol. XXIII, Cl. 3, 1930.

[26] M. WAJSBERG, „Aksjomatyzacja trójwartościowego rachunku zdań", *Comptes rendus des seances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie*, Vol. XXIV, Cl. 3, 1931.

[27] J. SŁUPECKI, „Pełny trójwartościowy rachunek zdań", *Annales Universitatis Mariae Curie-Skłodowska*, Vol. I, Nr 3, Sectio F, Lublin 1946.

jest sprawdzona i daje nie tylko Γ*Cpp* dla *p*/*Cpp* ale także paradoksalną regułę arystotelesowską. W związku z tym sądzę, że moja logika trójwartościowa nie może być uznana za trafny system logiki modalnej.

Ta sama uwaga odnosi się do systemów «ścisłej implikacji» LEWISA. Funkcję „*p* ściśle implikuje *q*" LEWIS definiuje za pomocą wyrażenia „Nie jest możliwe, że *p* i nie *q*".[28] Z definicji tej jasno wynika, że wyrażenie „*p* ściśle implikuje *q*" jest uznanym sądem apodyktycznym. Systemy LEWISA są oczywiście bardzo interesujące i mają swoje zalety, uważam jednak, iż one również nie mogą być uznane za trafne systemy logiki modalnej.

5. Logika modalna jest ważna jako teoria możliwości. Istnieją prawdziwe sądy problematyczne, które nie byłyby prawdziwe jako sądy asertoryczne. Są także inne prawdziwe sądy, które nie mogą być dowiedzione bez wprowadzenia możliwości. Oba rodzaje sądów rozszerzają naszą wiedzę poza granice wyznaczone przez prawdy, które mogą być otrzymane za pomocą logiki niemodalnej.

Wyjaśnię teraz zastosowanie mojego Ł-modalnego systemu do arytmetyki, które rzuci nieco światła na znaczenie tzw. „kwantyfikatora egzystencjalnego". Z zasady identyczności:

5.1 ⊢ *Cpp*

otrzymujemy przez podstawienie:

5.1 *p*/φ*a* × 5.2.

5.2 ⊢ *C*φ*a*φ*a*,

a za pomocą reguły kwantyfikatorów oznaczonej przez Σ S2 formułę 5.3:

5.2 Σ2a × 5.3.

5.3 ⊢ *C*φ*a*Σ*a*φ*a*.

W słowach „Jeżeli φ od *a*, to dla niektórych *a* φ od *a*" lub „Jeżeli φ od *a*, to istnieje takie *a*, że φ od *a*". Przy tym „*a*" oznacza dowolną liczbę całkowitą, tj. dowolną liczbę z ciągu 1,2,3,..., *in inf.*

Za pomocą funktorów Δ i ∇ (zob. wyżej, ustęp 3) możliwe jest skonstruowanie wyrażeń typu Σ *a*φ*a*, mimo że nie istnieje taka dodatnia liczba całkowita *a*, która mogłaby sprawdzić φ*a*. Najprostsze wyrażenie tego typu przedstawia się następująco:

5.4 ⊢ Σ*aK*Δ*Θ*1*a*∇*L*1*a*,

gdzie „*L*1*a*" znaczy „1 jest mniejsze niż *a*". Dla *a*=1, *Θ*1*a* jest prawdziwe, a *L*1*a* jest fałszywe, czyli *Θ*1*a*=1 a *L*1*a*=4; dla a>1, *Θ*1*a* jest fałszywe, a *L*1*a* jest prawdziwe, czyli *Θ*1*a*=4 a *L*1*a*=1. Otrzymujemy zatem:

---

[28] C. I. LEWIS & C. H. LANGFORD, *Symbolic logic*, New York and London (1932), s. 124.

Jeżeli a=1, to $K\Delta\Theta 1a\nabla L1a=K\Delta 1\nabla 4=$K12,
jeżeli a>1, to $K\Delta\Theta 1a\nabla L1a=K\Delta 1\nabla 1=$K31.

Zgodnie z macierzą dla *Kpq=NCpNq*:

K	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	2	4	4
3	3	4	3	4
4	4	4	4	4

koniunkcja *K*12=2, a *K*13=3, tj. żadna z nich nie jest równa 1. Wygląda więc na to, iż żadna dodatnia liczba całkowita nie spełnia koniunkcji $K\Delta\Theta 1a\nabla L1a$. Niemniej jednak skwantyfikowane wyrażenie $\Sigma aK\Delta\Theta 1a\nabla L1a$ jest prawdziwe. Podaję tu pełen dowód tego twierdzenia, opierający się na uznanych formułach systemu Ł-modalnego i na trzech podstawowych tezach arytmetycznych.

Przesłanki

1.	$\vdash Cpp$	(14)	
2.	$\vdash CCpqCCqrCpr$	(17, 22, 23)	
3.	$\vdash CNpCpq$	(20)	
4.	$\vdash CpCqKpq$	(16)	
5.	$\vdash CpCqKqp$	(19)	
6.	$\vdash CCprCCqrCApqr$	(24)	
7.	$\vdash Cp\Delta p$	(15)	
8.	$\vdash Cp\nabla p$	(18)	
9.	$\vdash CCpqC\Delta p\Delta q$	(21)	
10.	$\vdash A\Delta p\nabla p$	(24)	
11.	$\vdash \Theta aa$	(15)	$(a=a)$
12.	$\vdash NLaa$	(20)	$(a\nless a)$
13.	$\vdash La\Xi a1$	(18)	$(a<a+1)$

Dedukcja

1 $p/K\Delta\Theta 1a\nabla L1a$, $\Sigma 2a \times 14$

14. $\vdash CK\Delta\Theta 1a\nabla L1a\Sigma aK\Delta\Theta 1a\nabla L1a$ (17, 23)

7 $p/\Theta 11 \times C11a/1 - 15$

15. $\vdash \Delta\Theta 11$ (16)

4 $p/\Delta\Theta 11$, $q/\nabla L11 \times C15 - 16$

16. $\vdash C\nabla L11K\Delta\Theta 11\nabla L11$ (17)

2 $p/\nabla L11$, $q/K\Delta\Theta 11\nabla L11$, $r/\Sigma aK\Delta\Theta 1a\nabla L1a \times C16 - C14a/1 - 17$

17. $\vdash C\nabla L11\Sigma aK\Delta\Theta 1a\nabla L1a$ (24)

8 $p/L1\Xi 11 \times C13\ a/1 - 18$

18. $\vdash \nabla L1\Xi 11$ (19)
5 $p/\nabla L1\Xi 11$, $q/\Delta\Theta 1\Xi 11 \times C18 - 19$
19. $\vdash C\Delta\Theta 1\Xi 11K\Delta\Theta 1\Xi 11\nabla L1\Xi 11$ (22)
3 $p/L11$, $q/\Theta 1\Xi 11 \times C12a/1 - 20$
20. $\vdash CL11\Theta 1\Xi 11$ (21)
9 $p/L11$, $q/\Theta 1\Xi 11 \times C20 - 21$
21. $\vdash C\Delta L11\Delta\Theta 1\Xi 11$ (22)
2 $p/\Delta L11$, $q/\Delta\Theta 1\Xi 11$, $r/K\Delta\Theta 1\Xi 11\nabla L1\Xi 11 \times C21 - C19 - 22$
22. $\vdash C\Delta L11K\Delta\Theta 1\Xi 11\nabla L1\Xi 11$ (23)
2 $p/\Delta L11$, $qK\Delta\Theta 1\Xi 11\nabla L1\Xi 11$, $r/\Sigma aK\Delta\Theta 1a\nabla L1a \times$
$C22 - C14$ $a/\Xi 11 - 23$
23. $\vdash C\Delta L11\Sigma aK\Delta\Theta 1a\nabla L1a$ (24)
6 $p/\Delta L11$, $q/\nabla L11$, $r/\Sigma aK\Delta\Theta 1a\nabla L1a \times C23 - C17 - C10$ $p/L11 - 24$
24. $\vdash \Sigma aK\Delta\Theta 1a\nabla L1a$

Z rozważań tych wynika, iż nie należy tłumaczyć wyrażenia Σa jako „dla pewnych a" lub „istnieje takie a, że". Aby wyrazić w słowach formułę kształtu $\Sigma a\varphi a$, musimy najpierw przekształcić ją do postaci równoważnej $N\Pi aN\varphi a$, a dopiero potem możemy odpowiednio powiedzieć: „Nie jest tak, iż dla wszystkich a nie φ od a". Wydaje mi się, że filozoficzne implikacje tego faktu logicznego mogą mieć pewną wagę.

Dublin, Irlandia

Przełożył Wojciech Nowak

VII. HISTORIA FILOZOFII

1. TEZA HUSSERLA O STOSUNKU LOGIKI DO PSYCHOLOGII [Odczyt wygłoszony 11 i 25 maja 1904 roku na VII i VIII posiedzeniu naukowym PTF we Lwowie]

Przegląd Filozoficzny
r. VII(1904) z. 4 s. 476–477

1. Zdaniem autora [*scil.* HUSSERLA (*Logische Untersuchungen*)] i referenta nie mogą być prawa psychologiczne logiczną podstawą praw logicznych. Prawa psychologiczne są bowiem tylko prawdopodobne, gdy prawa logiczne są pewne; sądy prawdopodobne nie mogą być logiczną podstawą sądów pewnych.

W dyskusji pojawiły się zarzuty przede wszystkim przeciwko twierdzeniu, jakoby prawa psychologiczne były tylko prawdopodobne. Przytoczono 3 kontrargumenty. (1) Sądy stwierdzające fakty doświadczenia wewnętrznego są pewne, a więc i prawa psychologiczne są pewne. (2) Stwierdzając niektóre fakty doświadczenia wewnętrznego, czujemy, że nigdy nie mogą się nam one inaczej przedstawiać — więc stwierdzamy zarazem z wszelką pewnością prawo psychologiczne. (3) Prawa psychologiczne można by tak jak matematyczne sprowadzić do definicji, i uczynić je w ten sposób pewnymi.

Przeciwko tym argumentom wytoczył referent następujące zarzuty.

Ad (1). Prawa psychologiczne, które są sądami ogólnymi, mogą być prawdopodobne, jakkolwiek sądy szczegółowe, na których się opierają, są pewne.

Ad (2). Owo przekonanie, które w nas powstaje, że jakieś zjawisko duchowe nie może się inaczej odbywać, może być błędne; tzw. uczucie oczywistości nie jest zaś kryterium prawdy.

Ad (3). Prawa psychologiczne nie dadzą się wyprowadzić z definicji, jeżeli mają się tyczyć przedmiotów rzeczywistych.

2. [Referent] przedstawia po streszczeniu dyskusji [...] argumenty, które przemawiają w obronie tezy, że prawa psychologiczne są prawdopodobne.

(1) Wszystkie prawa, tyczące się przedmiotów rzeczywistych, a uzyskane na podstawie doświadczenia drogą wnioskowania indukcyjnego, są tylko prawdo-

podobne. Prawa psychologiczne należą także do tej kategorii praw, mogą być zatem również tylko prawdopodobne.

(2) Przez sądy pewne należy rozumieć sądy takie, których zaprzeczenie zawiera sprzeczność wewnętrzną (HUME). Zaprzeczenie żadnego prawa psychologicznego nie zawiera sprzeczności wewnętrznej, a zatem prawa psychologiczne nie są sądami pewnymi.

Na obu posiedzeniach wystąpił referent bardzo stanowczo przeciwko kierunkowi psychologistycznemu w logice, zaznaczając, że kierunek ten nie przyniósł logice żadnego pożytku, może jej natomiast wyrządzić poważne szkody.

2. [O PRZEKŁADZIE *BADAŃ* HUME'A.] OD TŁUMACZY

Dawid HUME, *Badania dotyczące rozumu ludzkiego*. Przekładu dokonali Dr Jan L. ŁUKASIEWICZ i Prof. Dr Kazimierz TWARDOWSKI. Lwów 1905, PTF, s. 247–248

Niniejszy przekład opiera się na tekście angielskim, umieszczonym w zbiorowym wydaniu dzieł HUME'A, podjętym przez T. H. GREENA i T. H. GROSE'A (Londgmans, Green and Co., London — New York — Bombay 1898). Tekst, sporządzony przez wymienionych wydawców, a uwzględniający wszystkie warianty wydań, przez samego HUME'A do druku przygotowanych, staraliśmy się oddać jak najwierniej, nic nie opuszczając i nic nie dodając, prócz liczb porządkowych na czele każdego ustępu; takie numerowanie ustępów nie tylko ułatwia cytowanie w ogóle, lecz okazuje się pożyteczne zwłaszcza przy wspólnym czytaniu w seminariach.

Do przekładu *Badań dotyczących rozumu ludzkiego* dodaliśmy autobiografię HUME'A i list Adama SMITHA; oba te dokumenty zapoznają czytelników z postacią filozofa lepiej, aniżeliby to potrafiły uczynić jakiekolwiek «wstępy». Tekst oryginalny autobiografii i rzeczonego listu znajduje się w III tomie zbiorowego wydania dzieł HUME'A. Stamtąd zaczerpnęliśmy też podany powyżej „Spis wydań".

W roku akademickiem 1903/[190]4 przekład niniejszy był czytany w odbitkach szczotkowych w Seminarium Filozoficznym Uniwersytetu Lwowskiego. Członkom tego Seminarium zawdzięczamy niejedną trafną uwagę co do strony językowej przekładu oraz pomoc w usuwaniu pomyłek drukarskich.

Mimo wszelką staranność przekład niezawodnie nie jest doskonały. Toteż wszystkie uwagi zmierzające do usunięcia niedostatków naszej pracy przyjmiemy z prawdziwą wdzięcznością.

Lwów, w styczniu 1905 [roku].

Dr Jan Łukasiewicz
Prof. Dr Kazimierz Twardowski

3. TEZY HÖFLERA W SPRAWIE PRZEDSTAWIEŃ I SĄDÓW GEOMETRYCZNYCH [Odczyt wygłoszony 24 stycznia 1906 roku na XXX posiedzeniu naukowym PTF we Lwowie]

Przegląd Filozoficzny
r. IX(1906) z. 4 s. 451–452

Tezy [Höflera w sprawie przedstawień i sądów geometrycznych brzmią następująco].

(1) Przynajmniej niektóre przedstawienia geometryczne nie są wyobrażeniami.

(2) Wszelka oczywistość w zakresie geometrii opiera się na czynnikach niewyobrażeniowych.

(3) Analiza wielu (wszystkich?) pojęć geometrycznych prowadzi do pojęć punktu, odległości i kierunku.

(4) Pojęcie punktu i równości (a tym samym także pojęcia prostej i płaszczyzny) zawierają jako czynnik istotny — pojęcie negacji.

(Powyższe twierdzenia stanowią pierwszą grupę tez o geometrii, które d[nia] 19 stycznia 1906 roku przedstawił prof. dr A. Höfler z Pragi na posiedzeniu Wiedeńskiego Towarzystwa Filozoficznego.)

Referent [...] zajął się głównie pierwszymi dwiema tezami, traktując tezę trzecią i czwartą jako twierdzenia dodatkowe, zmierzające do pełniejszego uzasadnienia tezy pierwszej.

W obronie tezy pierwszej dadzą się przytoczyć następujące argumenty.

(a) Przedstawienia geometryczne nie są wyobrażeniami tylko pojęciami, albowiem konkretne figury geometryczne (np. narysowane na papierze) nigdy dokładnie nie odpowiadają tym przedstawieniom, jakimi zajmuje się geometria. I tak, geometria rozumie przez punkt miejsce w przestrzeni, nie mające żadnej

rozciągłości; przez linię prostą rozumie utwór jednowymiarowy, który nie posiada żadnej grubości itd. — gdy natomiast punkty narysowane są zawsze rozciągłe, a linie na papierze muszą mieć jakąś grubość.

(b) Gdyby nawet niektóre konkretne figury odpowiadały dokładnie przedstawieniom geometrycznym, pozostałoby w geometrii wiele takich utworów, które się w żaden sposób konkretnie przedstawić, a więc wyobrazić, nie dadzą. I tak, linii prostej nieskończonej, paraboli lub hiperboli itd. narysować w całości niepodobna (można wykreślić tylko skończone ułamki tych figur) — nie można dalej wyobrazić sobie utworów geometrycznych czterowymiarowych, które nowsza geometria najdokładniej opisała i zbadała.

Z obu tych argumentów wynika, że przynajmniej niektóre, jeżeli nie wszystkie przedstawienia geometryczne są pojęciami, a nie wyobrażeniami.

Teza druga zwraca się przeciw twierdzeniu KANTA, według którego oczywistość, a więc prawdziwość sądów geometrycznych opiera się na pewnych czynnikach wyobrażeniowych, stanowiących aprioryczną formę naszego umysłu. Błędność poglądu KANTA wynika z prawdziwości tezy (1): skoro bowiem przedstawienia geometryczne nie są wyobrażeniami, tylko pojęciami, więc sądy o ich stosunkach muszą się opierać na definicjach tych pojęć. Konkretne figury są w dowodzeniach geometrycznych tylko środkiem pomocniczym, który ułatwia nam objąć i uchwycić różnorodne stosunki, zachodzące między danymi pojęciami. Tak więc wszystkie sądy geometryczne są analityczne, a nie syntetyczne *a priori*.

4. O POGLĄDACH FILOZOFICZNYCH MEINONGA [Odczyt wygłoszony 8 stycznia 1909 roku na LXXVI posiedzeniu naukowym PTF we Lwowie]

Przegląd Filozoficzny
r. XII(1909) s. 559

MEINONG był przez długie lata wyznawcą tzw. «psychologizmu», kierunku filozoficznego, który psychologię uważa za podstawę wszystkich nauk filozoficznych. W ostatnich wszakże latach zaczyna się wyzwalać od psychologizmu: tworzy nową naukę, tzw. «teorię przedmiotów», badającą przedmioty poznania bez względu na umysł poznający. Prelegent skreślił zarys tej nauki, zaznaczając, że nie jest to gałąź wiedzy zupełnie nowa, ponieważ myśl podobna stanowiła już podstawę metafizyki ARYSTOTELESA.

5. O ZASADZIE SPRZECZNOŚCI U ARYSTOTELESA (Über den Satz des Widerspruchs bei Aristoteles) [Streszczenie]

Bulletin International
de l'Académie des Sciences de Cracovie,
cl. I–II a. 1910 no 1–2 s. 5–38

W wyżej wymienionej rozprawie autor postawił sobie za zadanie poddać krytyce wywody ARYSTOTELESA o zasadzie sprzeczności, zawarte głównie w *Met.* Γ. Konieczność rewizji zasady sprzeczności jest, jak się wydaje, wręcz wskazana w związku z niebywałym rozkwitem logiki symbolicznej, której podwaliny dał G. BOOLE, a która została poważnie zasilona przez prace De MORGANA, PEIRCE'A, SCHRÖDERA, FREGEGO, PEANA, B. RUSSELLA itd. Nie można ukryć faktu, że WSPÓŁCZESNA LOGIKA SYMBOLICZNA STANOWI TAKI KROK NAPRZÓD W STOSUNKU DO LOGIKI TRADYCYJNEJ, A ZWŁASZCZA DO LOGIKI ARYSTOTELESA, JAK WSPÓŁCZESNA GEOMETRIA EUKLIDESOWA DO *ELEMENTÓW* EUKLIDESA. Podobnie więc jak w ciągu XIX wieku poszukiwanie ściślejszego dowodu zasad EUKLIDESA dotyczących równoległych doprowadziło do powstania systemu geometrii nieeuklidesowej, nie można całkowicie wykluczyć domniemania, że gruntowna rewizja podstawowej zasady logicznej ARYSTOTELESA może być punktem wyjścia do zbudowania systemu logiki niearystotelesowskiej. Zapewne, arystotelesowskie zasady logiki powinny obowiązywać po wsze czasy; niemniej jednak współczesnemu badaczowi nastręczają one mnóstwo nie rozwiązanych dotąd problemów. Przede wszystkim powstaje pytanie, jak powinny być sformułowane najwyższe zasady logiczne, których liczba od czasów ARYSTOTELESA znacznie wzrosła? Następnie, w jakim stosunku pozostają one do siebie nawzajem: czy są od siebie niezależne, czy też może dadzą się sprowadzić do jakiejś jednej zasady ostatecznej? Dalej, czy zakres ich ważności jest nieograniczony, czy też jednak dopuszczają one pewne wyjątki? Co sprawia, że uważamy je za tak niewzruszenie prawdziwe? Są to istotne zagadnienia, które wprawdzie wcześniej bywały już podnoszone i opracowywane, jednakże z punktu widzenia logiki symbolicznej mogą być ujęte znacznie ściślej i przedstawione w nowym świetle.

W omawianej rozprawie podjąłem próbę utorowania drogi do tego rodzaju opracowania zasady sprzeczności. Wydawało mi się przy tym rzeczą pod wieloma względami wartościową, aby swoje wywody krytyczne dostosować do toku wywodów samego ARYSTOTELESA. Wszelka bowiem krytyka powinna być skierowana przeciwko rzeczywiście zajętemu stanowisku, gdyż w przeciwnym razie stanie się ona podjętą przez krytykującego czczą grą urojeń. Tymczasem choć poglądy ARYSTOTELESA na zasadę sprzeczności są ogólnie biorąc po dzień dzisiejszy powszechnie uznawane, to argumenty za i przeciw tej zasadzie są zestawione u samego STAGIRYTY w sposób pełniejszy niż w jakimkolwiek współczes-

nym podręczniku logiki. Badania moje oparte zostały dlatego na tekstach samego ARYSTOTELESA — z uwzględnieniem rezultatów logiki symbolicznej — a ich najważniejsze wyniki poniżej zwięźle przedstawiam.

1. ARYSTOTELES formułuje zasadę sprzeczności na trzy sposoby: jako prawo ONTOLOGICZNE, LOGICZNE i PSYCHOLOGICZNE, nie wskazując jednak nigdzie jasno, czym różnią się te sformułowania.

(a) Sformułowanie ontologiczne: *Met.* Γ 3. 1005 *b* 19, 20: το γαρ αυτο αμα υπαρχειν τε και μη υπαρχειν αδυνατον τω αυτω και κατα το αυτο. — „To samo nie może zarazem przysługiwać i nie przysługiwać pod tym samym względem."

(b) Sformułowanie logiczne: *Met.* Γ. 6. 1011 *b* 13, 14: ... βεβαιοτατη δοξα πασων το μη ειναι αληθεις αμα τας αντικειμενας φασεις. — „Najpewniejsza to z wszystkich zasad, że sądy sprzeczne nie są zarazem prawdziwe."

(c) Sformułowanie psychologiczne: *Met.* Γ 3. 1005 *b* 23, 24: αδυνατον γαρ οντινουν ταυτον υπολαμβανειν ειναι και μη ειναι ... — „Nikt nie może wierzyć, że to samo ⟨ zarazem ⟩* jest i nie jest."

2. Można byłoby spróbować wyrazić te prawa tak:

(a) Sformułowanie ontologiczne *resp.* «teorioprzedmiotowe». ŻADNEMU PRZEDMIOTOWI NIE MOŻE TA SAMA CECHA ZARAZEM PRZYSŁUGIWAĆ I NIE PRZYSŁUGIWAĆ. Przez „przedmiot", podobnie jak MEINONG, rozumiem wszystko, co jest «czymś», a nie jest «niczym»; przez „cechę" zaś oznaczam wszystko, co można orzec o jakimś przedmiocie.

(b) Sformułowanie logiczne. DWA SĄDY SPRZECZNE NIE MOGĄ BYĆ ZARAZEM PRAWDZIWE. Przez „sąd" rozumiem szereg słów lub innych postrzegalnych zmysłowo znaków, których znaczenie polega na tym, że orzekają one o jakimś przedmiocie pewną cechę.

(c) Sformułowanie psychologiczne. DWA PRZEKONANIA, ODPOWIADAJĄCE DWÓM SĄDOM SPRZECZNYM, NIE MOGĄ ISTNIEĆ ZARAZEM W TYM SAMYM UMYŚLE. — Przez „przekonanie" rozumiem funkcję psychiczną *sui generis*, którą określa się również słowami „przeświadczenie", „uznanie", „*belief*" itp., a której nie można bliżej wyjaśnić, lecz trzeba ją [po prostu] przeżyć.

3. Powyższe sformułowania o tyle zgadzają się z arystotelesowskimi, że również STAGIRYTA w kilku miejscach w całkiem podobny sposób odróżnia, z jednej strony, ontologiczne *resp.* teorioprzedmiotowe ZNACZENIE sądu, z drugiej strony, odpowiadającą sądowi psychiczną funkcję PRZEKONANIA. A mianowicie:

(a) Sądy (αποφανσις = καταφασις, [czyli] twierdzący, albo αποφασις, [czyli] przeczący) według ARYSTOTELESA oznaczają fakty, że coś jest albo nie jest, tj. byt albo niebyt (το ειναι η μη ειναι), ewentualnie bycie jakimś albo niebycie

---

* Tu i niżej w ten sposób zaznaczone są nawiasy kwadratowe pochodzące od autora [JJJ].

jakimś przedmiotów. Od niedawna takie fakty są nazywane przez MEINONGA „obiektywami" („stanami rzeczy" według STUMPFA). A więc mówiąc ogólnie, sądy oznaczają fakty, że przedmiotowi jakaś cecha (bycie jakimś lub niebycie jakimś) przysługuje lub nie przysługuje.

(b) Według ARYSTOTELESA sądy są to zmysłowo doznawalne znaki przekonań psychicznych (υπολημψις, czasami także δοξα).

Ad (a). O tym, że sądy oznaczają obiektywy, świadczą przede wszystkim te ustępy w *Hermeneutyce*, w których ARYSTOTELES wyjaśnia pojęcie sądu: *De intrpr.* c. 4. 17 *a* 1–3: εστι δε λογος απας μεν σημαντικος ..., αποφαντικος δε ου πας αλλ' εν ω το αληθειεν η ψευδεσθαι υπαρχει; c. 1. 16 *a* 16–18: και γαρ ο τραγελαφος σημαινει μεν τι, ουπω δε αληθες η ψευδος, εαν μη το ειναι η μη ειναι προστεθη. — „Każde zdanie coś znaczy: jednak nie każde jest sądem, a tylko takie, któremu przysługują cechy prawdy i fałszu. — Nawet kozłojeleń coś wprawdzie oznacza, nic jednak ani prawdziwego, ani faszywego, DOPÓKI NIE DOŁĄCZY SIĘ ISTNIENIA LUB NIEISTNIENIA."

Ad (b). To, że sądy są znakami przekonań, wynika całkowicie wyraźnie z następującego ustępu: *De interpr.* c. 14. 24 *b* 1–3: ωστε ειπερ επι δοξης ουτως εχει, εισι δε αι εν τη φωνη καταφασεις και αποφασεις συμβολα των εν τη ψυχη, δηλον οτι και καταφασει εναντια ... αποφασις ... — „Jeśli więc tak się ma sprawa z przekonaniami (tj. jeśli przekonania twierdzące są przeciwne przekonaniom przeczącym), a SĄDY TWIERDZĄCE I PRZECZĄCE, WYRAŻONE W SŁOWACH, SĄ ZNAKAMI PRZEKONAŃ ISTNIEJĄCYCH W DUSZY, to — rzecz jasna — sądowi twierdzącemu przeciwny jest przeczący."

4. Żadne z owych trzech sformułowań zasady sprzeczności nie jest RÓWNOZNACZNE z żadnym innym, ponieważ każde zawiera wyrażenia, które oznaczają istotnie różne przedmioty (np. przedmiot i cechę, sąd i prawdziwość, przekonanie i umysł *etc.*). ARYSTOTELES tymczasem uważa, że sformułowanie logiczne jest RÓWNOWAŻNE logicznie sformułowaniu ontologicznemu. ARYSTOTELES traktuje mianowicie sądy jako do pewnego stopnia odbicie obiektywów i jedne drugim przyporządkowuje jednojednoznacznie.[1] Myśl zawarta w tradycyjnej, choć wadliwie sformułowanej maksymie: *veritas est adaequatio rei et intellectus* — została przez STAGIRYTĘ oddana o wiele precyzyjniej w następujący sposób: *Met.* Γ 7. 1011 *b* 26, 27: το ... γαρ λεγειν ..., το ον ειναι και το μη ον μη ειναι αληθες ... — „Mówić, że to, co jest, jest, a to, co nie jest, nie jest, to prawda." Z jednojednoznacznego przyporządkowania wypowiedzi i obiektywów wynika nieuchronnie równoważność logicznej zasady sprzeczności z zasadą ontologiczną.

5. ARYSTOTELES próbuje UDOWODNIĆ psychologiczną zasadę sprzeczności na podstawie zasady logicznej. Dowód rozpada się na dwie części.

---

[1] Por. *An. pr.* A 46 52 *a* 32: το γαρ αληθες τω εστιν ομοιων ταττεται.

(a) *Met.* Γ 3. 1005 *b* 26–32: ει δε μη ενδεχεται αμα υπαρχειν τω αυτω ταναντια ..., εναντια δ'εστι δοξα δοξη η της αντιφασεως, φανερον οτι αδυνατον αμα υπολαμβανειν τον αυτον ειναι και μη ειναι το αυτο. αμα γαρ αν εχοι τας εναντιας δοξας ο διεψευσμενος περι τουτου. — „Jeśli ten sam przedmiot nie może posiadać zarazem cech przeciwnych, a przekonania, którym odpowiadają sądy sprzeczne, są przeciwne, to oczywiście jeden i ten sam człowiek nie może zarazem wierzyć i nie wierzyć, że to samo jest i nie jest. Zarazem miałby bowiem przeciwne przekonania, kto co do tego byłby w błędzie." Dosyć trudny ustęp: εναντια δ'εστι δοξα δοξη η της αντιφασεως — daje się według mnie interpretować zgodnie z analogicznym ustępem w ostatnim rozdziale *Hermeneutyki*: δοξα η της αποφασεως, δοξα η του εναντιου = η το εναντον ειναι δοξαζουσα (*De interpr.* c. 4, 23 *a* 27–39) w podobny sposób.

(b) *Met.* Γ 6. 1011 *b* 15–21: επει δ'αδυνατον την αντιφασιν αληθευεσθαι αμα κατα του αυτου, φανερον οτι ουδε ταναντια αμα υπαρχειν ενδεχεται τω αυτω. των μεν γαρ ενεντιων θατερον στερησις εστιν ουχ ηττον, ουσιας δε στερησις. η δε στερησις αποφασις εστιν απο τινος ωρισμενου γενους. ει ουν αδυνατον αμα καταφαναι και αποφαναι αληθως, αδυνατον και ταναντια υπαρχειν αμα ... — „Skoro sądy sprzeczne o tym samym przedmiocie nie mogą być zarazem prawdziwe, to oczywiście i cechy przeciwne nie mogą przysługiwać zarazem temu samemu przedmiotowi. Z tych przeciwnych jest bowiem jedna nie mniej brakiem ⟨ niż druga ⟩, tzn. [jest] brakiem substancji. Brak zaś jest negacją o pewnym określonym rodzaju. Jeśli więc nie można zarazem twierdzić i przeczyć zgodnie z prawdą, nie mogą też istnieć zarazem cechy przeciwne."

W sformułowaniu precyzyjnym, arystotelesowski dowód psychologicznej zasady sprzeczności przedstawia się w sposób nastpujący.

Gdyby dwa przekonania, którym odpowiadają sądy sprzeczne, istniały zarazem w tym samym umyśle, posiadałby ów umysł zarazem cechy przeciwne. Z logicznej zasady sprzeczności wynika jednak, że żaden przedmiot nie może posiadać zarazem cech przeciwnych. A zatem — dwa przekonania, którym odpowiadają sądy sprzeczne, nie mogą istnieć zarazem w tym samym umyśle.[2]

6. Arystotelesowski dowód psychologicznej zasady sprzeczności jest NIEWYSTARCZAJĄCY, ponieważ ARYSTOTELES nie udowodnił, że przekonania odpowiadające sądom sprzecznym są sobie przeciwne. Odnoszące się do tego rozważania znajdują się w końcowym rozdziale *Hermeneutyki*, ale z dwóch powodów nie mają one siły dowodowej.[3]

---

[2] Co do interpretacji właśnie przytoczonych ustępów zgadzam się z H. MAIEREM (por. *Die Syllogistik des Aristoteles*, B. I, Tübingen 1896, s. 45, uw. 2). W ogóle gruntownej i cennej pracy MAIERA zawdzięczam niejedną informację historyczną.

[3] Zwraca na to uwagę już ALEKSANDER z Afrodyzji: οτι δε εναντιαι αι δοξαι της αντιφασεως δεδεικται δια πλειονων επι τελει του περι Ερμηνειας (*Scholia in Aristotelem*, coll. Brandis, ed. Acad. Bor., s. 652).

(a) Według ARYSTOTELESA cechami przeciwnymi są takie cechy, które są najbardziej oddalone od siebie w SZEREGU (np. „czarny" i „biały" w szeregu «bezbarwnych» kolorów). Każdy szereg musi być zbudowany na podstawie jakiejś RELACJI SZEREGUJĄCEJ. Jako relację szeregującą przekonania ARYSTOTELES przyjmuje różnice w stopniu prawdziwości i fałszywości; mówi więc o przekonaniach „prawdziwszych" i „faszywszych" (*De interpr.* c. 14. 23 *b* 17: μαλλον αληθης, *scil.* δοξα; 20: μαλλον ψευδης δοξα). ALE RÓŻNICE W STOPNIU PRAWDZIWOŚCI I FAŁSZYWOŚCI SĄ NIE DO UTRZYMANIA.

(b) W badaniach psychologicznych nad przekonaniami (*De interpr.* c. 14) ARYSTOTELES popełnia bardzo powszechny błąd «logicyzmu w psychologii», który można traktować jako przeciwieństwo «psychologizmu w logice». Zamiast badać funkcje PSYCHICZNE, STAGIRYTA rozważa odpowiadające im sądy i ich relacje LOGICZNE. Wyraża się to dwojako.

(α) ARYSTOTELES oznacza przekonania jako prawdziwe i fałszywe, mimo że przekonania jako funkcje psychiczne równie mało jak wrażenia, uczucia itp. mogą być we właściwym znaczeniu tego słowa prawdziwe lub faszywe; „prawda" i „fałsz" są cechami względnymi, które przysługują tylko SĄDOM jako obrazom obiektywów.

(β) Ponadto ARYSTOTELES miesza następstwo logiczne z przyczynowością psychiczną. Charakterystyczny jest tu następujący ustęp: *De interpr.* c. 14. 23 *b* 25–27: η δε (*scil.* δοξα η της αποφασεως) του οτι κακον το αγαθον συμπεπλεγμενη εστι. και γαρ οτι ουκ αγαθον αναγκη ισως υπολαμβανειν τον αυτον. — „Przekonanie, że dobre nie jest dobrym, związane jest z przekonaniem, że dobre jest złym; ⟨ kto bowiem wierzy, że dobre jest złym, ⟩ musi być chyba przekonany, że i nie jest dobrym." Tak jest w istocie, jeśli tylko ten ktoś o tym myśli, ale przecież nie musi tego czynić; i jeśli w ogóle byłoby możliwe posiadanie «przekonań» równie niedorzecznych!

7. Niezależnie od argumentacji ARYSTOTELESA można o psychologicznej zasadzie sprzeczności zauważyć co następuje.

(a) Psychologicznej zasady sprzeczności nie można udowodnić APRIORYCZNIE, ale co najwyżej otrzymać drogą indukcji jako ZASADĘ EMPIRYCZNĄ.

(b) Jak dotąd zasada ta nie została EMPIRYCZNIE dowiedziona.[4]

---

[4] Nie od rzeczy będzie tu znowu przypomnieć ostre, ale trafne uwagi HUSSERLA (*Logische Untersuchungen*, Bd. 1, Halle a/S. 1900, s. 82): „W tym samym indywiduum, albo lepiej jeszcze, w tej samej świadomości, nie mogą nawet przez najkrótszą chwilę istnieć zarazem sprzeczne akty wierzenia. Ale czy jest to istotnie PRAWO? Czy wolno nam naprawdę uznać jego ogólność bez zastrzeżeń? Gdzież są psychologiczne indukcje, uprawniające nas do jego przyjęcia? Czy nie było może i nie ma czasem ludzi, którzy by niekiedy, np. oplątani sofizmatami, nie uważali jednocześnie rzeczy przeciwnych za prawdziwe? Czy przeprowadzono badania naukowe, czy nie zdarza się coś podobnego wśród obłąkanych, może nawet w wypadku jawnej sprzeczności? Jak się ma sprawa w stanach hipnozy, gorączki itd.? Czy prawo to jest ważne i dla zwierząt?"

(c) Wątpliwe jest, czy jest ona w ogóle dowodliwa. W każdym razie w historii filozofii jest sporo przykładów na to, że z pełną świadomością jednocześnie uznaje się rzeczy, które sobie wzajemnie przeczą.[5] Aby wbrew temu zasadę ową ratować, trzeba by się odwołać do HIPOTEZ POMOCNICZNYCH, do których zresztą uciekał się już niekiedy ARYSTOTELES (por. *Met.* Γ 3. 1005 *b* 25, 26: ουκ εστι γαρ αναγκαιον α τις λεγει ταυτα και υπολαμβανειν. — „Bo nie musi mówiący wierzyć w to, co mówi.") Jednakże hipotezy pomocnicze zmniejszają prawdopodobieństwo i wartość tezy podstawowej.

Psychologiczne sformułowanie zasady sprzeczności musi zatem zostać wykluczone z dalszego badania, jako empirycznie dowodliwa, ale nadal jeszcze nie dowiedziona teza o niepewnej wartości.

8. ARYSTOTELES uważa ontologiczną *resp.* logiczną zasadę sprzeczności za prawo ostateczne, niedowodliwe. NIE UZASADNIA ON JEDNAK TEGO TWIERDZENIA, a tylko ogranicza się do uwagi, że „jeśli są zasady, dla których nie trzeba szukać dowodu, to trudno byłoby wymienić zasadę odpowiedniejszą" (*Met.* Γ 4. 1006 *a* 10, 11: ει δε τινων μη δει ζητειν αποδειξιν, τινα αξιουσις ειναι μαλλον τοιαυτην αρχην ουκ αν εχοιεν ειπειν).

9. W związku z tym trzeba najpierw podkreślić, że istnieją zasady prostsze i oczywistsze niż zasada sprzeczności, które mogą uchodzić za zasady ostatecznie i niedowodliwe. Przede wszystkim należy do nich ZASADA TOŻSAMOŚCI, która głosi: każdy przedmiot posiada cechę, którą posiada.

(a) Zasada tożsamości RÓŻNI SIĘ od zasady sprzeczności. Zasady sprzeczności nie można sformułować bez pojęcia NEGACJI i MNOŻENIA LOGICZNEGO, które znajduje wyraz w słowach „i zarazem"; natomiast zasada tożsamości może się zupełnie bez tych pojęć obejść.

(b) W rozjaśnieniu tej kwestii pomoga nam dopiero logika symboliczna. Tak zwana logika «filozoficzna» dostarcza w tej sprawie jedynie pustych frazesów. Przez *principium identitas* raz rozumie się zasadę tożsamości, innym zaś razem zasadę sprzeczności;[6] zasadę sprzeczności miesza się z wadliwie sformułowaną ZASADĄ PODWÓJNEGO PRZECZENIA „*A* nie jest *nie-A*"; zasadę tożsamości, dla której powszechnie stosuje się wieloznaczną i co najmniej nieścisłą formułę „*A* jest *A*" (czy „podzielne przez dwa" jest podzielne przez dwa?),[7] porównuje się z «po-

---

[5] Dla objaśnienia przytoczymy następujący ustęp z HEGLA (*Wissenschaft der Logik.* Werke, Bd. 4, Berlin 1834, s. 89): „Porusza się coś nie dlatego, że w tym oto «teraz» jest tu, a w innym «teraz» tam, lecz że w jednym i tym samym «teraz» jest tu i nie tu; że w owym «tu» zarazem jest i nie jest. Trzeba uznać sprzeczności tkwiące w ruchu, wykazywane przez starożytnych dialektyków; ale stąd nic wynika, że ruch nie istnieje, lecz raczej, że ruch jest właśnie istniejącą sprzecznością."

[6] Por. TRENEDELENBURG, *Logische Untersuchungen*, Bd. I, Leipzig 1862^2, s. 31. SIGWART, *Logik*, Freiburg i.B. 1899^2, Bd. 1, s. 186.

[7] Por. SIGWART, *l. c.*

zytywnym odwróceniem» zasady sprzeczności i z nią utożsamia itd. Logika filozoficzna nie wykazuje tendencji do subtelniejszego rozróżniania pojęć: nie posługuje się ona pojęciami o ostrym zakresie ani jednoznacznie określonymi znakami, lecz rozpływa się w grzęzawisku chwiejnych i nieokreślonych wyrażeń, używanych w życiu codziennym.

10. Okazuje się jednak, że zasada tożsamości nie jest wcale zasadą ostateczną, bo można ją udowodnić na podstawie definicji sądu prawdziwego. Przyjmijmy następujące pewniki.

(a) Wszystkie zasady aprioryczne są dowodliwe i muszą być dowiedzione.

(b) Istnieje JEDNA TYLKO zasada, której nie można udowodnić na podstawie innych zasad, a która ma dowód i jest prawdziwa wyłącznie «na mocy samej siebie»:

„Przez prawdziwy sąd twierdzący rozumiem sąd, który tę cechę przedmiotowi przyznaje, jaką ów przedmiot posiada".

Powyższy sąd jest sądem twierdzącym i przyznaje MI cechę, którą z całą pewnością posiadam: tę mianowicie, że przez „prawdziwe" rozumiem tak a tak zbudowane sądy. Albowiem to, że tak czynię, jest pewne z chwilą, w której wspomniany sąd wypowiadam czy zapisuję. Wygłoszenie tego, co rozumiem przez sąd prawdziwy, jest właśnie czymś prawdziwym i dowiedzionym «samo przez się».

(c) Każda inna podstawowa zasada aprioryczna, a więc również zasada sprzeczności, jeśli ma uchodzić za prawdziwą, musi być wyprowadzona z zasad już dowiedzionych.

11. Mimo że ARYSTOTELES głosił niedowodliwość zasady sprzeczności, starał się jednak na jej rzecz podać pewne argumenty. *Met.* Γ 4. 1006 *a* 11–13: εστι δ'αποδειξαι ελεγκτικως και περι τουτου οτι αδυνατον, εαν μονον τι λεγη ο αμφισβητων. — „Można wykazać elenktycznie, że i tej zasady [tej mianowicie, że sądy sprzeczne nie mogą być jednocześnie prawdziwe] nie uznać niepodobna, byleby tylko coś powiedział przeciwnik." Tutaj zaś tkwi SPRZECZNOŚĆ, którą tylko pozornie zasłania słowo „elenktycznie" (ελεγκτικως), którego nie da się tak zinterpretować, aby tę sprzeczność usunąć.

(a) Przez „elenchos" ARYSTOTELES rozumie sylogizm o wyniku sprzecznym z daną tezą (por. *An. pr.* B 20. 66 *b* 11: ο γαρ ελεγχος αντιφασεως συλλογισμος). Jeśli ktoś twierdzi np., że zasada sprzeczności nie jest prawdziwa (teza), i później został zmuszony do uznania takich przesłanek, z których z sylogistyczną koniecznością wynika prawdziwość tej zasady (a więc kontrteza sprzeczna z tezą wyjściową), to taki sylogizm *resp.* dowód nazywa się „elenktycznym". ELENCHOS jest więc według ARYSTOTELESA POPRAWNYM WNIOSKIEM, który od dowodu właściwego różni się tylko zewnętrznie, a mianowicie tym, że jest on wykorzystywany do bezpośredniego obalania [danej tezy].[8]

---

[8] Por. MAIER, *l. c.*, Bd. II, 1, s. 359: „Jako wniosek pokrywa się ⟨tj. *elenchos*⟩ z sylogizmem dowodzącym".

(b) Wbrew temu różnica między dowodem właściwym a dowodem elenktycznym zasady sprzeczności podana w *Met.* Γ 4. okazuje się zaledwie nic nie mówiącym wyrazem zakłopotania: *Met.* Γ 4. 1006 *a* 15–18: το δ'ελεγκτικος αποδειξαι λεγω διαφερειν και το αποδειξαι, οτι ο αποδεικνυων μεν αν δοξειεν αιτεισθαι το εν αρχη. αλλου δε του τοιστου αιτιου οντος ελεγχος αν ειη και ουκ αποδειξις. — „Twierdzę zaś, iż dowód elenktyczny różni się od właściwego tym, że kto dowodziłby [zasady sprzeczności w sposób właściwy], zdawałby się z góry zakładać to, co ma udowodnić, tzn. popełniałby *petittio principii*; gdy zaś kto inny jest sprawcą tego ⟨ tzn. *petitionis principii* ⟩, to byłby dowód elenktyczny, nie zaś właściwy." Sens tych słów zdaje mi się być taki: kto chce dowodzić zasady sprzeczności w sposób właściwy, dowodzi źle, bo popełnia *petitio principii*; gdy zaś ktoś inny dopuszcza się tego błędu, to możliwy jest dowód elenktyczny — i wszystko jest w porządku. Co miało być przez to powiedziane, nie rozumiem.

(c) Z definicją dowodu elenktycznego podaną w *Analitykach* zgadzają się faktycznie — przynajmniej co do intencji — oba pierwsze arystotelesowskie dowody zasady sprzeczności. ARYSTOTELES kończy je słowami: *Met.* Γ 4. 1007 *b* 17, 18: ει δε τουτο, δεδεικται οτι αδυνατον αμα κατηγορεισθαι τας αντιφασις. — „Jeśli tak się ma sprawa, to DANY JEST DOWÓD, że nie można zarazem uznawać sądów sprzecznych."

(d) ARYSTOTELES dowodzi zasady sprzeczności nie tylko elenktycznie, lecz również APAGOGICZNIE. Dowody apagogiczne zakadają jednak ową zasadę, wobec czego zawierają *petitio principii*, jeśli są użyte do jej dowodu.

Z powyższych uwag wynika jasno, że ARYSTOTELES popada w sprzeczność, gdy, z jednej strony, głosi, że zasada sprzeczności jest niedowodliwa, a z drugiej strony, tę samą zasadę próbuje elenktycznie i apagogicznie dowodzić.

12. Arystotelesowskie dowody zasady sprzeczności.

Przesłanka dowodu elenktycznego, do której uznania zmusza się przeciwnika, jest następująca: niech dane będzie słowo, które oznacza z istoty swej coś jednego. Niech dane będzie np. słowo „człowiek" i niech oznacza ono dwunożną istotę żyjącą.

(a) Pierwszy dowód elenktyczny: *Met.* Γ 4. 1006 *b* 28–34: αναγκε τοινυν, ει τι εστιν αληθες ειπειν, οτι ανθροπος, ζωον ειναι διπουν· τουτο γαρ ην ο εσημαινε το ανθρωπος ει δ' αναγκη τουτο, ουκ ενδεχεται μη ειναι το αυτο ζωον διπουν· τουτο γαρ σημαινει το αναγκη ειναι, το αδυνατον ειναι μη ειναι. ουκ αρα ενδεχεται αμα αληθες ειναι ειπειν το αυτο ανθρωπον ειναι και μη ειναι ανθρωοπον. — „Więc o ile naprawdę można coś nazwać człowiekiem, musi to być dwunożna istota żyjąca; to bowiem oznacza wyraz człowiek. A jeśli coś być musi dwunożną istotą żyjącą, nie może nią nie być; „coś być musi" znaczy bowiem, że nie może nie być. Więc niepodobna, ażeby było zarazem prawdą, że to samo jest człowiekiem i nie jest człowiekiem (*resp.* dwunożną istotą żyjącą)."

Rozumowanie to ujęte dokładnie i ogólnie przedstawia się następująco. Przez słowo *A* rozumiem coś, co z istoty jest *B*. Przedmiot *A* zatem musi być *B*. Ale jeśli *A* musi być *B*, to — na mocy znaczenia „musi" — nie może ono nie być *B*. Zatem żadne *A* nie może ze swej istoty być *B* i nie być *B*.

(b) Drugi dowód elenktyczny: *Met.* Γ 4. 1006 *b* 11–22: εστω δη, ..., σημαινον τι το ονομα και σημαινον εν. ου δη ενδεχεται το ανθρωπω ειναι σημαινειν οπερ ανθρωπω μη ειναι, ει το ανθρωπος σημαινει ... εν ... και ουκ εσται ειναι και μη ειναι το αυτο αλλ' η καθ' ομωνυμιαν, ωσπερ αν ει ον ημεις ανθρωπον καλουμεν, αλλοι μη ανθρωπον καλοιεν· το δ'απορουμενον ου τουτο εστιν, ει ενδεχεται το αυτο αμα ειναι και μη ειναι ανθρωπον το ονομα, αλλα το πραγμα. — „Niechże więc dany będzie jakiś wyraz, który coś oznacza i oznacza coś jednego. Otóż człowieczeństwo nie może oznaczać tego samego, co nie-człowieczeństwo, jeśli wyraz człowiek oznacza coś jednego. Nie może więc to samo być i nie być [człowiekiem], chyba przez równoznaczność wyrazów: gdyby to, co my nazywamy człowiekiem, inni nazwali nie-człowiekiem. Ale nie chodzi o to, czy to samo może zarazem być i nie być człowiekiem ze względu na NAZWĘ, tylko ze względu na RZECZ."

W sformułowaniu dokładnym i ogólnym dowód ten przedstawia się następująco. Słowem *A* oznaczam coś z istoty swej jednego. Dlatego przedmiot *A*, który ze swej istoty jest *B*, nie może zarazem nie być ze swej istoty *B*, gdyż w przeciwnym razie nie byłby on czymś z istoty swej jednym. Zatem *A* nie może ze swej istoty być *B* i nie być *B*.

Spośród dowodów apagogicznych zacytujmy TRZY najważniejsze.

(c) Pierwszy dowód apagogiczny: *Met.* Γ 4. 1007 *b* 18–21: ετι ει αληθεις αι αντιφασει αμα κατα του αυτου πασαι, δηλον ως απαντα εσται εν. εσται γαρ το αυτο και τριηρης και τειχος και ανθρωπος ... — „Jeśli wszystkie sądy sprzeczne o tym samym przedmiocie są zarazem prawdziwe, to oczywiście wszystko będzie jednym. To samo bowiem będzie zarówno okrętem, jak ścianą i człowiekiem."

(d) Drugi dowód apagogiczny: *Met.* Γ 4. 1008 *a* 28–30: προς δε τουτω οτι παντες αν αληθευοιεν και παντες αν ψευδοιντο, και αυτος αυτον ομολογει ψευδεσθαι. — „Prócz tego wszyscy mówilibyśmy prawdę i nieprawdę, i każdy przyznawałby sam, że mówi nieprawdę."

(e) Trzeci dowód apagogiczny: *Met.* Γ 4. 1008 *b* 12–19: οθεν και μαλιστα φανερον εστιν οτι ουδεις ουτω διακειται ουτε των αλλων ουτε των λεγοντων τον λογον τουτον. δια τι γαρ βαδιζει Μεγαραδε αλλ'ουχ ησυχαζει οιομενος βαδιζειν; ουδ' ευθεως εωθεν πορευεται εις φρεαρ η εις φαραγγα, εαν τυχη, αλλα φαινεται ευλαβουμενος, ως ουχ ομοιως οιομενος μη αγαθον ειναι το εμπεσειν και αγαθον; δηλον αρα οτι το μεν βελτιον υπολαμβανει το δ'ου βελτιον. — „Stąd też okazuje się najjaśniej, że nikt w ten sposób nie myśli, ani z tych, co tak mówią, ani nikt inny. Bo po cóż idzie taki do Megary, a nie siedzi spokojnie w domu w mniemaniu, że idzie? Albo dlaczego nie rzuci się pewnego pięknego poranka prosto do studni lub do przepaści, gdy się nadarzy, lecz strzeże się tego widocznie,

jakby sądził, że wpaść — to nie jest zarówno dobrze i niedobrze? Więc oczywiście jedną rzecz uważa za lepszą, a drugą za gorszą."

13. Krytyka arystotelesowskich dowodów zasady sprzeczności.

Ad (a). Pierwszy dowód elenktyczny jest niewystarczający, ponieważ dowodzi on nie zasady sprzeczności, lecz co najwyżej ZASADY PODWÓJNEGO PRZECZENIA: jeśli coś jest *B*, to nie może ono nie być *B*. Tymczasem:

(α) Zasada podwójnego przeczenia jest różna od zasady sprzeczności, bowiem — jak wykazała logika symboliczna — można ją bardzo dobrze wyrazić bez pojęcia MNOŻENIA LOGICZNEGO, podczas gdy zasada sprzeczności bez tego pojęcia nie może się obyć.

(β) Istnieją przedmioty, a mianowicie przedmioty SPRZECZNE, np. największa liczba pierwsza, w stosunku do których zasada podwójnego przeczenia stosuje się, a zasada sprzeczności — nie. Stąd wyprowadzanie zasady sprzeczności z zasady podwójnego przeczenia jest niedopuszczalne.

Ad (b). Drugi dowód elenktyczny jest niedostateczny z następujących powodów.

(α) W najlepszym wypadku zasada sprzeczności dotyczyłaby OGRANICZONEJ dziedziny przedmiotów, a mianowicie «istot» rzeczy, czyli SUBSTANCJI. Dla cech przypadkowych jej ważność nadal pozostawałaby kwestią otwartą. To, że ARYSTOTELESOWI rzeczywiście w tym dowodzie idzie o zasadę sprzeczności w odniesieniu do substancji, wynika np. z następującego ustępu: *Met.* Γ 4, 1007 *b* 16–18: εσται αρα τι και ως ουσιαν σημαινον. ει δε τουτο, δεδεικται οτι αδυνατον αμα κατηγορεισθαι τας αντιφασεις. — „Musi więc istnieć coś, co oznacza substancję. A jeśli tak się ma sprawa, to dany jest dowód, że nie można zarazem uznawać sądów sprzecznych."

(β) Istnienie substancji jest tylko PRAWDOPODOBNE. Przeto również zasada sprzeczności, jeśli dotyczy substancji, może być uważana tylko za PRAWDOPODOBNĄ.

(γ) Dowód ten zawiera BŁĄD FORMALNY, bo korzysta wię w nim z przesłanki, którą można udowodnić tylko APAGOGICZNIE: gdyby przedmiot ze swojej istoty mógł zarazem być zarówno *B*, jak i nie być *B*, to nie byłby on czymś jednym; *B* jest bowiem czymś innym niż nie-*B*. Dowody apagogiczne suponują zasadę sprzeczności.

Ad (c), (d) i (e). Wszystkie dowody apagogiczne są niewystarczające, ponieważ zawierają następujące dwa błędy FORMALNE.

(α) Wszystkie zawierają *petitio principii*. Wnioskowanie apagogiczne opiera się na zasadzie kontrapozycji, która, jak wykazała logika symboliczna, suponuje zasadę sprzeczności. Można to ująć w następujących słowach. Wnioskowanie apagogiczne głosi: jeśli *a*, to musi być *b*; skoro nie jest *b*, to również nie może być *a*. Uzasadnienie: jeśliby było *a*, to powstałaby sprzeczność, bo musiałoby być także *a*, które nie jest.

(β) Wszystkie dowody apagogiczne narażone są na zarzut *ignoratio elenchi.* ARYSTOTELES nie dowodzi, że samo ZAPRZECZENIE zasady sprzeczności prowadziłoby do absurdalnych konsekwencji, lecz próbuje uzasadnić niemożność przyjęcia, że WSZYSTKO jest sprzeczne. Widać to bardzo wyraźnie np. z takiej uwagi (por. wyżej 12 *c*): „Jeśli wszystkie sądy sprzeczne są zarazem prawdziwe *etc.*". Jeśli jednak ktoś odrzuca zasadę sprzeczności lub tylko domaga się dla niej dowodu, to nie musi przecież przyjmować że WSZYSTKO jest sprzeczne, a zwłaszcza te zdarzenia i stany rzeczy, które wyznaczają zachowanie praktyczne.

Z dalszych uwag wynika jeasno, że mimo żarliwego wysiłku ARYSTOTELES nie udowodnił zasady sprzeczności.

14. Należy szczególnie dobitnie wskazać na wspomniane wyżej PRZESUNIĘCIE KWESTII w arystotelesowskich dowodach zasady sprzeczności. Oprócz już cytowanego ustępu w *Met.* Γ 4. 1007 *b* 19, zasługują pod tym względem na uwagę następujące ustępy: *Met.* Γ 4. 1006 *a* 29–31, 1008 *a* 8–16, 1008 *b* 31–1009 *a* 5 (zakończenie *Met* Γ 4.). Szczególnie te ostatnie ustępy są charakterystyczne dla wywodów ARYSTOTELESA: ετι ει οτι μαλιστα παντα ουτως εχει και ουχ ουτως, αλλα το γε μαλλον και ηττον ενεστιν εν τη φυσει των οντων· ου γαρ αν ομοιως φησαιμεν ειναι τα δυο αρτια και τα τρια, ουδ'ομοιως διεψευσται ο τα τετταρα πεντε οιομενος και ο χιλια. ει ουν μη ομοιως, δηλον οτι ατερος ηττον, ωστε μαλλον αληθευει. ει ουν το μαλλον εγγυτερον, ειη γ'αν τι αληθες ου εγγυτερον το μαλλον αληθες. καν ει μη εστιν, αλλ'ηδη γε τι εστι βεβαιοτερον και αληθινωτερον. και του λυγου απηλλαγμενοι αν ειημεν του ακρατου και κωλυοντος τι τη διανοια ορισαι. — „A dalej, PRZYPUŚĆMY NAWET, ŻE WSZYSTKO MIAŁOBY SIĘ I TAK, I NIE TAK; to przecież jakieś «więcej» i «mniej» ugruntowane jest w naturze rzeczy. Bo nie w jednaki sposób nazwalibyśmy liczbę dwa parzystą i liczbę trzy, i niejednakowo myli się, kto cztery za pięć, i kto cztery za tysiąc bierze. Jeśli zaś nie mylą się jednakowo, to oczywiście jeden myli się mniej, a więc mówi coś prawdziwszego. Skoro zaś to, co jest prawdziwsze, bardziej zbliża się do prawdy, więc istniałaby jakaś prawda ⟨bezwzględna⟩, do której właśnie zbliżałoby się bardziej to, co jest prawdziwsze. A choćby nawet takiej prawdy nie było, to istniałoby już przynajmniej coś ⟨względnie⟩ pewniejszego i prawdziwszego, i pozbylibyśmy się wreszcie tej obłąkańczej myśli, która nam nie pozwala nic rozumnie określić."

Widać teraz najwyraźniej, że w końcu swych wywodów STAGIRYCIE nie chodzi już o to, aby udowodnić zasadę sprzeczności w całej jej ogólności, lecz o znalezienie choć JEDNEJ prawdy absolutnej i niesprzecznej, która uzasadniałaby fałszywość tezy PRZECIWNEJ zasadzie sprzeczności: „Wszystkim przedmiotom jedna i ta sama cecha zarazem przysługuje i nie przysługuje".

15. To zadziwiające — i jak dotąd w swoim znaczeniu historycznym niedocenione — PRZESUNIĘCIE kwestii dowodowej ma swoje mocne podstawy w pewnych pozytywnych przekonaniach ARYSTOTELESA.

(a) W punkcie najważniejszym dla dowodu zasady sprzeczności STAGIRYTA zdaje się nie odrzucać wprost poglądów sensualistów. Zacytujmy następujący ustęp z *Met.* Γ 5: 1009 *a* 22–36: ελθλυθε δε τοις διαπορουσιν αυτη η δοξα εκ των αισθητων, η μεν του αμα τας αντιφασεις και ταναντια υπαρχειν, ορωσιν εκ ταυτου γιγνομενα ταναντια ... προς μεν ουν τους εκ τουτων υπολαμβανοντας ερουμεν, οτι τροπον μεν τινα ορθως λεγουσι, τροπον δε τινα αγνοουσιν. το γαρ ου λεγεται διχως, ωστ'εστιν ον τροπον ενδεχεται γιγνεσθαι τι εκ του μη οντος, εστι δ'ον ου, και αμα το αυτο ειναι και ον και μη ον, αλλ'ου κατα ταυτο ον. δυναμει μεν γαρ ενδεχεται αμα ταυτο ειναι τα ενεντια, εντελεχεια δ'ου. — „Ci, co rzeczową odczuwają trudność, doszli do przekonania tego, tzn. do przekonania, że mogą istnieć zarazem cechy sprzeczne i przeciwne, dzięki przedmiotom spostrzeżeń; widzieli bowiem, że z tej samej rzeczy rodzą się przeciwieństwa ... Otóż tym, co w taki sposób do owego poglądu doszli, odpowiemy: pod pewnym względem mają wprawdzie rację, ale pod innym — okazują nieznajomość rzeczy. Wyraz „byt" ma bowiem dwa znaczenia, tak że w jednym znaczeniu może coś powstać z niebytu, w drugim zaś nie, i to samo może zarazem być bytem i niebytem, ale nie ze względu na ten sam rodzaj bytu. W MOŻNOŚCI BOWIEM MOŻE TO SAMO MIEĆ ZARAZEM CECHY PRZECIWNE, ALE NIE W RZECZYWISTOŚCI."

Przede wszystkim ważne jest tu stwierdzenie, że ARYSTOTELES zakres ważności zasady sprzeczności ogranicza tylko do bytów AKTUALNYCH. Porównajmy z wyżej zacytowanym ustępem następujący fragment: *Met.* Γ 54. 1010 *a* 1–5: αιτιον δε της δοξης τουτοις οτι περι των οντων μεν την αληθειαν εσκοπουν, τα δ'οντα υπελαβον ειναι τα αισθητα μονον· εν δε τουτοις πολλη η του αοριστου φυσις ενυπαρχει, και η του οντος ουτως ωσπερ ειπομεν. δια εικοτως μεν λεγουσιν, ουκ αληθη δε λεγουσιν. — „Przyczyna takiego ich poglądu [tj. poglądu, że rzeczy nie zachowują się zarazem tak i nie tak, 1009 *b* 32–33] leży w tym, że szukali oni ⟨ tj. sensualiści ⟩ prawdy o bycie, a za byt uznali jedynie to, co się da spostrzec zmysłami; PRZEDMIOTY SPOSTRZEŻEŃ SĄ JEDNAK PRZEWAŻNIE NATURY NIEOKREŚLONEJ I NALEŻĄ DO OWEGO ⟨ POTENCJALNEGO ⟩ BYTU, o którym mówiliśmy poprzednio. Dlatego też, mówią oni przekonywająco, ale nie mówią ⟨ całej ⟩ prawdy."

Świat postrzegany zmysłowo, ujmowany jako wiecznie stający się i przemijający, ZAWIERAŁBY więc według ARYSTOTELESA SPRZECZNOŚCI jako byt potencjalny. ARYSTOTELES nie miał wprawdzie odwagi przyznać tego otwarcie, i tylko dyplomatycznie powołuje się na wcześniejszy ustęp, ale sens jego zdania jest całkowicie niedwuznaczny i znajduje potwierdzenie również w tym, że dla STAGIRYTY to, co nieokreślone, jest właśnie tym, co potencjalne. Por *Met.* Γ 4, 1007 *b* 28, 28: το γαρ δυναμει ον και μη εντελεχεια το αυριστον εστιν. — „Co bowiem istnieje potencjalnie, nie zaś aktulanie, jest bytem nieokreślonym."

(b) W tym świetle staje się od razu jasne nie tylko wspomniane przesunięcie kwestii dowodowej, lecz również znaczenie tak ważnego drugiego dowodu elenktycznego: przemijający, postrzegalny zmysłowo świat może zawierać dowolnie wiele sprzeczności. Jednakże poza nim istnieje jeszcze inny, wieczny i nieprzemijający świat ISTOT SUBSTANCJALNYCH, które pozostają nietknięte i wolne od sprzeczności. Sensualiści mają wprawdzie rację, ale nie znają oni CAŁEJ prawdy. I dlatego ARYSTOTELES domaga się, żeby również oni „uznali istnienie i jakiejś innej substancji bytu, która żadnej nie podlega zmianie i zgoła nie ginie, ani nie powstaje" (*Met.* Γ 5 1009 *b* 36–38: ετι δ'αξιωσομεν αυτους υπολαμβανειν και αλλην τινα ουσιαν των ουτων, η ουτε κινησις υπαρχει ουτε φθορα αυτε γενεσις το παραπαν; por. też *Met.* Γ 5, 1010 *a* 32–35).

WOBEC POWYŻSZEGO NALEŻY UZNAĆ, ŻE WEDŁUG ARYSTOTELESA ZASADĘ SPRZECZNOŚCI NALEŻY ROZUMIEĆ NIE JAKO ZASADĘ OGÓLNOONTOLOGICZNĄ LECZ METAFIZYCZNĄ; ZASADĘ, KTÓRA POWINNA DOTYCZYĆ WYŁĄCZNIE SUBSTANCJI; DLATEGO JEST CO NAJMNIEJ SPRAWĄ SPORNĄ, CZY JEJ ZAKRES WAŻNOŚCI ROZCIĄGA SIĘ TAKŻE NA DZIEDZINĘ ZJAWISK."[9]

16. ARYSTOTELES uważa zasadę sprzeczności nie tylko za prawo ostateczne, ale również za prawo NAJWYŻSZE. *Met.* Γ 3. 1005 *b* 32–34: διο παντες οι αποδεικνυντες εις ταυτην αναγουσις εσχατην δοξαν· φυσει γαρ αρχη και των αλλων αξιωματων αυτη παντων. — „Dlatego też każdy, kto czegoś dowodzi, sprowadza swój dowód do tej zasady ostateczniej; z natury rzeczy bowiem jest to podstawa i wszystkich innych pewników."

A więc nawet dla ARYSTOTELESA zasada sprzeczności przynajmniej w tym sensie, NIE jest prawem najwyższym, że NIE STANOWI ONA NIEZBĘDNEJ PODSTAWY DLA WSZYSTKICH INNYCH AKSJOMATÓW LOGICZNYCH. W szczególności ZASADA SYLOGIZMU jest niezależna od zasady sprzeczności.[10] Wynika to z ustępu z *Analityk drugich*, na który nie zwracano przez długi czas uwagi, i który rozumiano błędnie: *An. post.* A 11, 77 *a* 10–22: το δε μη ενδεχεσθαι αμα φαναι και αποφαναι ουδεμια λαμβανει αποδειξις, αλλ'η εαν δεη δειξαι και το συμπερασμα ουτως. δεικνυται δε λαβουσι το πρωτον κατα του μεσον, οτι αληθες, αποφαναι δ'ουκ αληθες. το δε μεσον ουδεν διαφερει ειναι και μη ειναι λαβειν, ως δ'αυτως και το τριτον. ει γαρ εδοθη, καθ' ου ανθρωπον αληθες ειπειν, ει και μη ανθρωπον αληθες, αλλ'ει μονον ανθρωπον ζωον ειναι μη ζωον δε μη· εσται γαρ αλεθες ειπειν Καλλιαν, ει και μη Καλλιαν, ομως ζωον, μη ζωον δ'ου. αιτιον δ'οτι το πρωτον ου μονον κατα του μεσου λεγεται αλλα και κατ'αλλου δια το ειναι επι πλειονων, ωστ'ουδ'ει το μεσον και αυτο εστι και μη αυτο, προς το συμπερασμα ουδεν διαφερει. — „Że

---

[9] Moje ujęcie arystotelesowskiej zasady sprzeczności różni się zatem istotnie od ujęcia MAIERA (por. *l. c.*, Bd. I, s. 101). Jednakże ta okoliczność, że ARYSTOTELES popada w niekonsekwencje — i nie zawsze jest dla niego wszystko jasne w tej o wiele trudniejszej niż się powszechnie sądzi i po raz pierwszy przez niego postawionej kwestii — usprawiedliwia różne, rozbieżne interpretacje.

[10] Por. MAIER, *l. c.*, Bd. II. 2. s. 238, uwaga 3; I. HUSIK, „Aristotle on the law of contradiction and the basis of the syllogism", *Mind*, N. S. v. XV, 1906, s. 215–222.

nie można zarazem twierdzić i przeczyć, tego nie suponuje żaden dowód ⟨ sylogizmu ⟩, chyba że musiałaby takie zdanie stwierdzać i konkluzja. Dowodzi się zaś tego, przyjmując, że prawdą jest orzec termin większy o średnim, a zaprzeczyć nieprawdą. Co się zaś tyczy terminu średniego, a tak samo mniejszego, to na konkluzje nie wpływa założenie, że termin jest i nie jest. Przypuśćmy bowiem, że dany mamy przedmiot, który zgodnie z prawdą nazwać można człowiekiem; jeśli jest prawdą, że i nie jest człowiekiem, byleby tylko prawdą było, że człowiek jest istotą żyjącą, nie zaś nie żyjącą — to prawdą będzie, że KALLIAS, choćby nawet nie był KALLIASEM, przecież jest istotą żyjącą, nie zaś nieżyjącą. Przyczyna tego tkwi w tym, że termin większy orzec można nie tylko o średnim, lecz i o innych przedmiotach, ponieważ zakres jego jest szerszy ⟨ niż zakres terminu średniego ⟩, tak że nawet wtedy, gdy termin średni jest i nie jest tym samym, nie wpływa to na konkluzję."

Okazuje się więc, że według ARYSTOTELESA prawidłowy jest sylogizm (w którym A = istota żyjąca, B = człowiek, C = Kallias):

B jest A (a nie jest zarazem nie-A).
C, które jest nie-C, jest B i nie-B.

C jest A (a nie jest zarazem nie-A).

Ponieważ jednak sylogizm jest prawidłowy również wtedy, gdy zasada sprzeczności przestała być prawdziwa, to zasada sylogizmu (a mianowicie: *dictum de omni et nullo*) jest niezależna od zasady sprzeczności.

17. Wynik ten w całej pełni potwierdza współczesna logika symboliczna. Co więcej, logika symboliczna dowodzi, że wiele innych zasad i praw logicznych nie zależy od zasady sprzeczności. Zasada tożsamości, zasada symplifikacji, absorpcji itd. funkcjonowałyby spokojnie nawet wtedy, gdyby zasada sprzeczności przestała obowiązywać.[11] Można byłoby zresztą bez trudu wykazać w słowach, że również dedukcja i indukcja wzięte ogólnie nie suponują zasady sprzeczności. Istnieją wszak niezliczone dedukcje i indukcje, które dokonują się wyłącznie za pomocą sądów TWIERDZĄCYCH; zasada sprzeczności nie znajduje w nich zastosowania, ponieważ zawsze obejmuje ona sąd twierdzący i przeciwny mu sąd PRZECZĄCY.

NALEŻY, moim zdaniem, W KOŃCU ODRZUCIĆ FAŁSZYWY, CHOĆ ROZPOWSZECHNIONY POGLĄD, ŻE ZASADA SPRZECZNOŚCI JEST NAJWYŻSZĄ ZASADĄ WSZELKIEGO DOWODZENIA! Jest to prawda w odniesieniu do dowodów POŚREDNICH, ale nie — bezpośrednich.

---

[11] Za najlepsze wprowadzenie do logiki symbolicznej może służyć dziełko napisane jasno i precyzyjnie przez COUTURATA: *L'algèbre de la logique* (*Scientia*, Phys.-mathem. nr 24, Paris 1905).

18. W ten sposób doszliśmy do końca rozważań historyczno-krytycznych. W dalszej — pozytywnej — części rozprawy próbuję przedstawić swoje poglądy na kwestię, skąd czerpiemy uzasadnienie poglądu, że zasada sprzeczności jest zasadą prawdziwą.

(a) Zasady sprzeczności nie można udowodnić w ten sposób, że się ją uzna za BEZPOŚREDNIO OCZYWISTĄ. Powody są takie:

(α) Oczywistość nie może być niezawodnym kryterium prawdy; znane są sądy fałszywe, które uchodziły za oczywiste (por. kartezjański dowód istnienia Boga).

(β) Zasada sprzeczności nie jest, jak mi się zdaje, oczywista dla wszystkich; dla starożytnych erystyków z Megary, czy dla HEGLA, była ona według wszelkiego prawdopodobieństwa nieoczywista.

(b) Nie można dowodzić zasady sprzeczności na podstawie prawa przyrody, uwarunkowanego przez ORGANIZACJĘ PSYCHICZNĄ człowieka. Albowiem:

(α) Nasza organizacja psychiczna może warunkować również sądy fałszywe (por. np. niektóre złudzenia zmysłów).

(β) Jest kwestią dyskusyjną, czy zasada sprzeczności, uwarunkowana przez organizację psychiczną, może być prawdziwa (por. uwagi o psychologicznej zasadzie sprzeczności w ustępie 7).

(c) Zasady sprzeczności nie można udowodnić na podstawie definicji sądu FAŁSZYWEGO lub PRZECZENIA.[12] Tę drogę obrał SIGWART, ale już ARYSTOTELES ma na myśli ten sam wywód, gdy mówi: *Met.* Γ 4. 1008 *a* 34–b 1: ετι ει οταν η φασις αληθης η, η αποφασις ψευδης, καν αυτη αληθης η, η καταφασις ψευδης, ουκ αν ειη το αυτο αμα φαναι και αποφαναι αληθων. — „A dalej, jeśli przeczenie jest fałszywe, gdy prawdziwe jest twierdzenie, a twierdzenie jest fałszywe, gdy prawdziwe jest przecznie, to nie można by zarazem zgodnie z prawdą tego samego twierdzić i zaprzeczać." Zarazem jednak zbija on ten dowód, wyrażając pogląd, że „to uważano by może za *petitio principii*" (1008 *b* 1, 2: αλλ'ισως φαιεν αν τουτ'ειναι το εξ αρχης κειμενον). Wprawdzie w rzeczywistości nie ma tu *petitio principii*, dowód ten jest jednak niewystarczający z następujących powodów:

(α) Jeśli przyjmie się, że przeczenie „*A* jest nie-*B*" oznacza fałszywość twierdzenia „*A* jest *B*", to z tego nie można wydedukować zasady sprzeczności. W definicji przeczenia *resp.* fałszywości nie zawiera się mianowicie pojęcie MNOŻENIA LOGICZNEGO, a właśnie to pojęcie stanowi swoistość zasady sprzeczności. Dwa sądy sprzeczne nie mogą być ZARAZEM prawdziwe; przeczenie i twierdzenie, prawda i fałsz, ZNOSZĄ SIĘ WZAJEMNIE: nie mogą stanowić RAZEM cechy tego samego przedmiotu. Jednakże wciąż jeszcze pozostaje możliwość przyjęcia na podstawie definicji fałszywości lub przeczenia, że sądy

[12] *Logik*, Bd. I², s. 182 i n.

„*A* jest *B*" i „*A* nie jest *B*" zachodzą, będąc jednocześnie prawdziwe i fałszywe.

(β) Jednakże jeśli chce się uniknąć sytuacji, że jeden i ten sam sąd opisuje się jako prawdziwy i jako fałszywy, to można zbudować inną definicję fałszywości, która jest bliższa zasadniczej treści tego pojęcia niż definicja zwykła i jest zarazem ujęta ostrożniej. Zasadnicza treść fałszywości jest mianowicie ta, że WYPOWIEDŹ FAŁSZYWA NIE JEST ODBICIEM OBIEKTYWÓW, albo mówiąc inczej, że SĄDOM FAŁSZYWYM NIE ODPOWIADAJĄ ŻADNE OBIEKTYWY. Jeśli teraz zasada sprzeczności nie jest prawdziwa, to istnieją przypadki, w których *A* jest zarazem *B* i nie jest. W ten sposób sąd „*A* jest *B*" byłby fałszywy tylko pod TYM warunkiem, że *A* nie byłoby *B*, a także że NIE ZAWIERAŁBY ŻADNEJ SPRZECZNOŚCI. Z tej definicji fałszywości w żaden sposób nie można wyprowadzić zasady sprzeczności.

19. Każdy dowód zasady sprzeczności musi liczyć się z faktem, że istnieją również przedmioty SPRZECZNE (np. największa liczba pierwsza). W sformułowaniu NAJOGÓLNIEJSZYM, że „żadnemu przedmiotowi nie może jedna i ta sama cecha zarazem przysługiwać i nie przysługiwać", zasada sprzeczności JEST ZATEM Z CAŁĄ PEWNOŚCIĄ FAŁSZYWA. Mogłaby ona być prawdziwa tylko wtedy, i wtedy też byłaby dowiedziona również FORMALNIE,[13] gdyby słowo „przedmiot" oznaczało wyłącznie przedmioty NIESPRZECZNE. Powstaje jednak pytanie, czy takie przedmioty w ogóle istnieją, w szczególności, czy to, co możliwe i rzeczywiste, nie zawiera sprzeczności.

(a) Pojęcia KONSTRUKCYJNE (przedmioty nieistniejące [*daseinsfreie Gegenstände*] według MEINONGA), takie jak liczby, figury geometryczne, pojęcia logiczne i ontologiczne itd. — nazywam je „konstruktywnymi" w przeciwieństwie do pojęć „rekonstruktywnych" czyli empirycznych, które powinny odzwierciedlać rzeczywistość — po bliższym zbadaniu okazują się często przedmiotami sprzecznymi. Weźmy chociażby np. kwadraturę koła, trysekcję dowolnego kąta, trudności teorii zbiorów pozaskończonych itd. Stąd nie jest wykluczone, że konstrukcje, które dzisiaj uważa się za niesprzeczne, zawierają jakieś głęboko ukryte sprzeczności, których dotąd nie potrafiliśmy wykryć. Nawet gdyby prawdą było, że wszystkie konstrukcje są „swobodnymi wytworami umysłu ludzkiego, i że bylibyśmy w stanie owym nieistniejącym przedmiotom przypisywać dowolne cechy,[14] to nie moglibyśmy dowieść ich niesprzeczności, ponieważ wskutek tego,

---

[13] Po raz pierwszy tę tezę wysunął, jeśli się nie mylę, MEINONG. Omawiając znaną uwagę krytyczną B. RUSSELLA, MEINONG wypowiada się następująco (*Über die Stellung der Genegstandstheorie im System der Wissenschaften*, Leipzig 1907, s. 15): „Ale B. RUSSELL kładzie szczególny nacisk na to, że poprzez uznanie takich [*scil.* niemożliwych] przedmiotów zasada sprzeczności straciłaby nieograniczoną ważność. Naturalnie tej konsekwencji nie mogę w żaden sposób ominąć ... Nikt przecież nie odnosi zasady sprzeczności do czegoś innego, jak to, co oczywiste i możliwe."

[14] Wyrażenie to pochodzi od DEDEKINDA: *Was ist und was sollen die Zahlen?* („Przedmowa").

że je «tworzymy», powstają między nimi «same przez się» niezliczone STOSUNKI, które nie zależą już od naszej woli. O tym, że nieraz zupełnie niespodziewanie popadamy w niewyjaśnione trudności, świadczy odkryta niedawno przez B. RUSSELLA sprzeczność w logicznych podstawach matematyki.[15]

(b) Przedmioty rzeczywiste i pojęcia rekonstrukcyjne, jeśli odpowiadają rzeczywistości, zdają się wznosić ponad wszelkie sprzeczności. W ISTOCIE NIE ZNAMY ANI JEDNEGO PRZYPADKU SPRZECZNOŚCI ISTNIEJĄCEJ W RZECZYWISTOŚCI. Trudno w ogóle przypuścić, żebyśmy mogli kiedykolwiek napotkać jakąś sprzeczność w SPOSTRZEŻENIU; negacja, która tkwi w sprzeczności, nie jest przecież spostrzegalna. Rzeczywiście istniejące sprzeczności można tylko WYWNIOSKOWAĆ. Trzeba przy tym pamiętać, że w CIĄGŁYCH ZMIANACH, powstawaniu i przemijaniu, od dawna doszukiwano się sprzeczności. Wydaje się nieprawdopodobne, aby owe domniemania zostały kiedykolwiek potwierdzone; zawsze znajdzie się dość sposobów i dróg, aby ewentualnie ujawnione sprzeczności usunąć. NIE MOŻNA JEDNAK BĘDZIE NIGDY Z CAŁĄ STANOWCZOŚCIĄ POWIEDZIEĆ, ŻE PRZEDMIOTY RZECZYWISTE NIE ZAWIERAJĄ SPRZECZNOŚCI. Człowiek nie stworzył świata i nie jest w stanie przejrzeć jego tajemnic; nie jest nawet panem i dysponentem własnych pojęć.

Z (a) i (b) wynika, że RZECZOWY dowód zasady sprzeczności — tj. dowód, który opierałby się na dokładnym zbadaniu tego, co rzeczywiste, i tego, co możliwe — NIE MOŻE ZOSTAĆ PRZEPROWADZONY.

20. Zasada sprzeczności nie ma wprawdzie wartości LOGICZNEJ, bo może uchodzić co najwyżej za domniemanie, ale przysługuje jej tym większa wartość PRAKTYCZNO-ETYCZNA. ZASADA SPRZECZNOŚCI JEST JEDYNĄ BRONIĄ PRZECIWKO BŁĘDOWI I KŁAMSTWU. Gdybyśmy nie uznawali tej zasady, i uznawali za jednakowo możliwe równoczesne twierdzenie i przeczenie, to nie bylibyśmy w stanie bronić się przed fałszywymi lub kłamliwymi sądami innych. Osoba niesłusznie oskarżona o morderstwo nie miałaby żadnego środka, aby przed sądem dowieść swojej niewinności. Mogłaby co najwyżej z trudem podać dowód, że NIE popełniła morderstwa; jednakże gdyby nie obowiązywała zasada sprzeczności, to ta negatywna prawda nie mogłaby nigdy wyłonić się ze świata przeczącej jej prawdy pozytywnej. Jeśli ponadto jedyny świadek, nie lękając się krzywoprzysięstwa obwiniłby oskażonego o przestępstwo, to jego fałszywy sąd w żaden sposób nie mógłby zostać obalony i oskarżony byłby niechybnie zgubiony.

Widać stąd, że konieczność uznania zasady sprzeczności jest ZNAKIEM INTELEKTUALNEJ I ETYCZNEJ NIEDOSKONAŁOŚCI CZŁOWIEKA. Ale fakt ten jeszcze bardziej niż jakikolwiek inny może wzbudzać i usprawiedliwiać naszą nieufność w stosunku do LOGICZNEJ wartości tej zasady.

---

[15] Por. B. RUSSELL, *The principles of mathematics*, vol. I, Cambridge 1903, ch. X; FREGE, *Grundgesetze der Arithemitk*, Bd. II, Jena 1903 („Posłowie"), s. 253; dalej: K. GRELLING i L. NELSON, *Bemerkungen zu den paradoxien von Russell und Burali-Forti* (Abh. d. Fries'schen Schule, N. F., B. II, 1908).

Wydaje się, że ARYSTOTELES, jeśli nawet nie uświadamiał sobie jasno praktyczno-etycznej wartości zasady sprzeczności, to w każdym razie co najmniej jej istnienie wyczuwał. W czasach politycznego upadku Grecji ARYSTOTELES stał się inicjatorem i propagatorem systematycznej, naukowej roboty cywilizacyjnej. Widział w niej przyszłość i wielkość własnego narodu. Cenił przy tym wysoko wartość badań naukowych. Odrzucenie zasady sprzeczności pozwoliłoby tymczasem na tolerowanie wszelkiego fałszu i zdusiłoby młodą, rozwijającą się naukę w samym zarodku. Dlatego STAGIRYTA w mocnych słowach, w których wyczuć można żar wewnętrzny, zwraca się przeciwko wrogom tej zasady: przeciwko erystykom z Megary, cynikom ze szkoły ANTYSTENESA, zwolennikom HERAKLITA, stronnikom PROTAGORASA; walczy z nimi o zasadę teoretyczną tak, jakby chodziło o dobro osobiste. Sam uświadamiał sobie słabości swej argumentacji; dlatego ogłosił zasadę sprzeczności za ostateczny AKSJOMAT, za nienaruszalny DOGMAT.

W czasach dzisiejszych nauka stała się przewodniczką życia ludzkiego. Gruntowna krytyka zasady sprzeczności nie podkopie już więcej fundamentów nauki, lecz raczej w nowym świetle ukaże tę najcudowniejszą konstrukcję ludzkiego ducha.

Przełożył Jerzy Pluta

6. FILOZOFIA [ZYGMUNTA] KRASIŃSKIEGO [Odczyt z okazji setnej rocznicy urodzin poety wygłoszony 23 marca 1912 roku] (Referat sporządzony przez Adama FISCHERA)

Gazeta Lwowska
r. CII (1912) nr 69 s. 4

Badacze twórczości Zygmunta KRASIŃSKIEGO stwierdzili od dawna, że autor Irydiona *posiadał największe przygotowanie filozoficzne ze wszystkich naszych wieszczów, że był umysłem najbardziej filozoficznym. Stąd nie brak nam było licznych objaśnień filozofii poety, zarówno w monografiach ogólnych, jak [i] studiach specjalnych; badał KRASIŃSKIEGO z tego punktu widzenia prof. PORĘBOWICZ w swych „Triadach", prof. ZDZIECHOWSKI w swym odczycie, wygłoszonym o filozofii KRASIŃSKIEGO w Krakowie r. 1907, a wreszcie najbardziej szczegółowo dr Juliusz KLEINER w swej dwutomowej pracy o dziejach myśli KRASIŃSKIEGO, i w krótkim, syntetycznym szkicu, pomieszczonym w ostatnim numerze* Ruchu Filozoficznego. *Lecz, jak widzimy z powyższego przeglądu, badali go zawsze his-*

torycy literatury, ale nie fachowi badacze w dziedzinie nauk filozoficznych, uprawnieni w pierwszym rzędzie do wydania sądu w tej kwestii.

Bardzo ciekawe rozważania tego problemu zawarł w swym odczycie wczorajszym pt. „Filozofia Zygmunta Krasińskiego" prof. dr Jan ŁUKASIEWICZ.

Filozoficzne poglądy KRASIŃSKIEGO wyrosły na tle przeżyć osobistych, ale podstaw szuka on we współczesnej myśli. Dzięki korespondencji możemy wiedzieć, jakie książki czytał i jakim ulegał wpływom. Nie ma prawie myśli, która by się nie dała odnaleźć gdzie indziej, czy o obcych, czy u polskich filozofów. Nie należy jednak stąd wnosić, jakoby były to myśli nieoryginalne, bo KRASIŃSKI stworzył z różnorodnych pomysłów oryginalną syntezę.

Utworami KRASIŃSKIEGO można się cieszyć tylko wtedy w całej pełni, gdy się rozumie jego filozofię. Głównym dziełem filozoficznym KRASIŃSKIEGO jest wydany w roku 1903 „Traktat o Trójcy w Bogu i Człowieku". Rozprawa ta wartości filozoficznej nie ma; poeta uległ pewnej zgubnej modzie powszechnej, najbardziej u HEGLA i jego zwolenników, polegające na doszukiwaniu się we wszystkim trzech czynników: tezy, antytezy i syntezy; dziś wydaje się nam to oczywiście pustą, a niejednokrotnie śmieszną igraszką słów. Błędów tych nie ustrzegli się ani TRENTOWSKI, ani CIESZKOWSKI, ani KRASIŃSKI. Ale u KRASIŃSKIEGO przejawia się forma o wiele doskonalsza pod względem logicznym, a moment troistości zaznacza poeta bardzo oględnie.

Właściwej myśli filozoficznej KRASIŃSKIEGO należy szukać nie w traktacie, ale w dziełach, które za życia ogłosił. Autor „Traktatu o Trójcy" uznaje na dnie całej przyrody martwej i żywej — ducha, który istnieje w człowieku, zwierzęciu i kamieniu. Są duchy niższe i wyższe, a niższe mogą się wznieść do sfery wyższej. Duch człowieka istnieje od wieków i nie powstaje w chwili stworzenia jednostki. I człowiek nie jest kresem ewolucji i może się stać po śmierci — aniołem. KRASIŃSKI nie utożsamia duszy i ducha, bo przez duszę rozumie myśl. Wyróżnia więc ducha, podobnie jak TRENTOWSKI jaźń. W świetle tych poglądów przedstawi się nam jaśniej wstęp do psalmu wiary [zaczynający się] od słów: „Dusza i ciało — to tylko dwa skrzydła ...". Wielka i piękna myśl filozoficzna przybrała tu godną szatę poetyczną.

Podobną teorię przyjmował LEIBNIZ, twórca monadologii; monady to byty na różnych stopniach rozwoju, mogące się wznosić w coraz wyższe sfery. Jeśli więc idzie o etykietę dla poglądów KRASIŃSKIEGO, można pogląd ten nazwać sprytualizmem ewolucyjnym, który jest zarazem pluralizmem, bo przyjmuje wielość bytów; nie jest więc monistą i co za tym idzie panteistą, choć się chwilę w „Synu cieniów" do panteizmu zbliżał. Ale już w „Psalmach" wraca poeta do czystego pluralizmu.

Drugim ważnym punktem w światopoglądzie poety jest filozofia moralna. Wedle KRASIŃSKIEGO istotą ducha nie jest myśl, lecz wola — powiedzielibyśmy dzisiaj: charakter. Z woli rodzą się postanowienia, a czyn polega na udzielaniu

siebie drugim: wszystkich swych dóbr moralnych i materialnych. Lecz udzielanie się drugim połączone jest z cierpieniem, więc jeśli ktoś siebie poświęca, spełnia ofiarę, najdoskonalszym przeto wzorem jest CHRYSTUS, bo spełnił największą ofiarę. Poświęcając się dla drugich, zyskujemy ciało i duszę doskonalszą. Myśl tę wyraził poeta w słowach: „Ciałom wszystkim rozdać chleba, duszom wszystkim — myśli z nieba ..." itd. Filozofię moralną KRASIŃSKIEGO można nazwać altruistyczną, bo każdy czyn alturistyczny podwyższa nas na wyższy stopień duchowy, zaś postępek egoistyczny poniża nas o wiele szczebli w hierarchii duchów. Ogólnym prawem rozwoju jest więc udzielanie się drugim. Ale w żywocie wyższym musi się to prawo inaczej przejawiać. Tam okazuje się jako tworzenie i w ten sposób Bóg się nam udziela, a i my kiedyś dojdziemy do tego, że będziemy z siebie wydawać światy.

Zachodzi więc pytanie, czy możemy udzielić swej jaźni, jak duszy i ciała. Duchy mają już na ziemi urzeczywistnić królestwo Boże i dlatego łączą się w narody; każdy naród ma przeto jakieś posłannictwo na ziemi i jest nietykalny. I szuka KRASIŃSKI głębszych, metafizycznych przyczyn upadku [Polski]; zrazu przodków wini, ale później dochodzi do tej myśli, że Polska rozdała ciało swe innych narodom, podobna do CHRYSTUSA, a tak może mieć nadzieję na dzień zmartwychwstania w chwale promienistej. Historiozofia KRASIŃSKIEGO nie odpowiada może dzisiejszym poglądom, ale znamieniem jej [są] myśli piękne i szlechetne, jak wskazał to już swego czasu Wojciech DZIEDUSZYCKI.

W swych pomysłach historiozoficznych dotknął KRASIŃSKI rozdziałów etyki dotąd nie napisanych — mianowicie zasad etycznych, obowiązujących narody — a do rozwiązania tych problemów nikt więcej nie byłby odpowiedni, jak naród polski, ze względu na swoje położenie. KRASIŃSKI zdobył sobie wiarę w pomyślną przyszłość ojczyzny i dał nam przepiękną myślową syntezę. Brak jej wprawdzie uzasadnienia, ale brak ten znika, gdy zważymy, że żadnej syntezy nie można udowodnić, ani żadnej prawdy naukowej. KRASIŃSKI odczuwał to i widział siłą swego natchnienia, bo w ogóle do poznania najwyższych prawd możemy dojść tylko tą drogą, jak to zauważył już trafnie KARTEZJUSZ w jednym ze swych sławnych powiedzeń, że poważne myśli spotkać można raczej w dziełach poetów — jak filozofów.

Prof. ŁUKASIEWICZ dał w swym odczycie zwięzłą a przejrzystą charakterystykę systemu filozoficznego KRASIŃSKIEGO, o ile w ogóle o takim można mówić, i okazał się dzielnym współzawodnikiem swych poprzedników na polu badań tego problemu w twórczości KRASIŃSKIEGO.

7. PRAWDZIWOŚĆ I FAŁSZYWOŚĆ DEFINICJI [Głos w dyskusji odbytej 12 listopada 1923 roku na VI posiedzeniu naukowym WTF w Warszawie]

Ruch Filozoficzny
t. XXVII(1924) z. 3–4 s. 264

Stoicy odróżniali od zdań, które są prawdziwe lub fałszywe, wyrażenia «podobne do zdań», które zawierają element uczuciowy, np. zdziwienie, i nie są ani prawdziwe, ani fałszywe.

8. KANT I FILOZOFIA NOWOŻYTNA [Odczyt wygłoszony 11 kwietnia 1924 roku na posiedzeniu wydziału II TNW]

Wiadomości Literackie
r. I(1924) nr 19 s. 1

Zdaję sobie sprawę, że sąd mój krytyczny o wartości naukowej filozofii KANTA i filozofii nowożytnej w ogóle jest może zbyt subiektywny; ale sąd ten narzuca mi się tym silniej, im bardziej oddalam się od filozofii, spoglądając na nią z tej odległości, jaka oddziela spekulację filozoficzną od metody naukowej.

Po długiej przerwie w wiekach średnich poczyna się od KOPERNIKA rozwój nauk matematycznych i fizycznych. Oba te rodzaje nauk stosują rożne metody. Matematycy za punkt wyjścia obierają jakieś zdania oczywiste jako aksjomaty i na ich podstawie za pomocą definicyj dochodzą praw nowych drogą rozumowania dedukcyjnego, nie oglądając się na doświadczenie. Fizycy przystępują do badania rzeczywistości z jakąś prawdopodobną tylko myślą przewodnią, którą uważają za sprawdzoną dopiero wtedy, gdy wysnute z niej następstwa zgadzają się z faktami doświadczenia i pozwalają nowe fakty przewidywać. Obie te metody nie były jeszcze w w. XVII należycie opracowane, ale istniały dobre ich przykłady: w matematyce system geometryczny EUKLIDESA, dziś dopiero w ścisłości naukowej prześcigniony, w fizyce klasyczne badania GALILEUSZA nad prawami wolnego spadania ciał. Wzorując się na takich przykładach i łącząc obie te metody, nauka nowożytna osiągnęła szczyt swój w syntezie NEWTONA, obejmującej jednakimi prawami ruchy ciał na ziemi i na niebie.

W ślad za zdobyczami nauki niedołężnym krokiem posuwała się synteza filozoficzna. Nie było odrębnej metody filozofowania i posługiwano się przeto bądź metodą matematyczną, bądź doświadczalną. Racjonaliści, którzy źródło poznania upatrywali w rozumie, hołdowali pierwszej metodzie; ale jakże ją stosowali?

DESCARTES, wielki geometra, za punkt wyjścia swej metafizyki obiera „*Cogito, ergo sum*", zdanie jednostkowe, które nie mogło być podstawą dedukcji. Toteż pozostało bezpłodne. Chcąc zbudować system, DESCARTES wraca do ontologicznych dowodów istnienia Boga, wraca do pojęcia substancji i tworzy dualistyczny pogląd na świat, rozróżniając dwie całkowicie różne substancje: myślącą i rozciągłą. Potem on sam i jego następcy mozolą się daremnie, by wyjaśnić fakt wzajemnego na siebie oddziaływania tych dwu różnych substancyj. SPINOZA, panteista, uznaje „Boga czyli naturę" jako jedyną substancję. Nie jest geometrą, lecz tak ceni metodę geometryczną, że system swój tą metodą usiłuje uzasadnić. Ale definicje, które przyjmuje, nie są poprawne ani jasne, aksjomaty [są] nieoczywiste, a twierdzenia z nich najczęściej nie wynikają. LEIBNIZ, z nich wszystkich najbardziej naukowy, wielki matematyk, wymyśla monadologię; fantazjuje o istnieniu nieskończonej liczby monad, substancji prostych, nierozciągłych, z których każda jest odrębnym dla siebie światem i w żaden sposób nie wpływa na drugą. A jednak dzięki jakiejś cudownej, przez Boga z góry ustanowionej harmonii, każdej zmianie w jednej monadzie odpowiada określona zmiana w każdej innej monadzie i wszystkie tworzą razem jednolity wszechświat na kształt zespołu jednakowo nastawionych i jednakowo idących zegarów. Tkwiły w tych wszystkich systemach pierwiastki teologiczne; zagadnienia istnienia Boga, nieśmiertelności duszy, wolności woli były głównymi motywami spekulacji.

Filozofowie angielscy, empiryści, upatrując w doświadczeniu jedyne źródło poznania, hołdowali metodzie doświadczalnej. Metoda ta, zastosowana do metafizyki, musiała doprowadzić do sceptycyzmu. Przedmioty rozważań metafizycznych nie są faktami doświadczenia. Metafizyka, jako nauka doświadczalna, nie jest możliwa. Sceptycyzmowi temu HUME daje dobitny wyraz: „Biorąc — powiada — jakąś książkę do ręki, traktującą np. o teologii albo szkolnej metafizyce, zapytajmy się: Czy zawiera jakieś rozumowanie abstrakcyjne o wielkościach lub liczbach? Nie. Czy zawiera jakieś rozumowanie na doświadczeniu oparte o faktach i istnieniu? Nie. A więc w ogień z nią, bo nie może zawierać nic prócz sofisterii i złudzeń!"

Tak przedstawia mi się w najogólniejszym i niedokładnym zarysie stan filozofii przedkantowskiej: z jednej strony fantastyczne rojenia, nie wytrzymujące krytyki naukowej, z drugiej radykalny, dogmatyczny, nieuzasadniony sceptycyzm. I KANT w podobny sposób odczuwa ten stan rzeczy, jak świadczy jego przedmowa do drugiego wydania *Krytyki czystego rozumu*. Nie widzi, jak sądzę, rzeczy najprostszej, nienaukowości takiego filozofowania, sam bowiem filozofuje równie nienaukowo, lecz widzi rozbieżność wyników i stwierdza w metafizyce brak prawd tak ustalonych, jak prawdy matematyczne lub fizykalne. Pyta się

tedy zaniepokojony: Dlaczego nie znaleziono dotąd w metafizyce jakiejś drogi pewnej? Czyżby była niemożliwa? I zdaje mu się, że znalazł odpowiedź na to pytanie w swej myśli kopernikańskiej.

KANT nie wątpi o tym, że metafizyka, o ile jest możliwa, nie może oprzeć się na doświadczeniu; musi być nauką aprioryczną, jak matematyka. I musi zawierać sądy, które naprawdę rozszerzają naszą wiedzę, a nie są tylko wynikiem analizy pojęć. Nie sztuka wiedzieć *a priori*, że każde ciało jest rozciągłe, jeśli już z góry przez ciało rozumiemy coś rozciągłego. Metafizyka musi być zbiorem sądów *a priori*, ale nie analitycznych, lecz syntetycznych. Czy takie sądy syntetyczne *a priori* są możliwe?

Są, twierdzi KANT. Niemal cała matematyka z nich się składa; znaleźć je można i w fizyce. Że linia prosta jest najkrótszym połączeniem dwóch punktów, o tym wiemy *a priori* przed wszelkim doświadczeniem, choć w pojęciu prostej nie tkwi ta jej własność. I tutaj KANT staje przed nową zagadką: Jak są możliwe takie sądy? Matematyk na skrawku papieru kreśli figury i za ich pomocą z samego tylko rozumu wydobywa prawdy, których muszą słuchać wszystkie utwory przestrzenne na ziemi i w niebie, dziś i po wieczne czasy. Jak może rozum swe prawa narzucać przedmiotom? Skąd to dziwne przystosowanie przedmiotów do poznania?

Gdy KOPERNIK spostrzegł, mówi KANT we wspomnianej przedmowie, że trudno wyjaśnić ruchy ciał niebieskich, przyjmując obrót gwiazd dookoła widza, spróbował, czy nie pójdzie lepiej, gdy gwiazdy zostawi w spokoju, a każe się obracać widzowi. KANT myśl swoją porównywa do kopernikańskiej. Dotąd przyjmowano, że poznanie musi się stosować do przedmiotów, ale przy tym założeniu wiedza syntetyczna *a priori* jest niezrozumiała. Trzeba więc spróbować, czy nie pójdzie lepiej, gdy każemy przedmiotom zastosować się do poznania. Tu leży rozwiązanie zagadki.

Świat, dany nam w doświadczeniu zmysłowym, nie jest światem niezależnie od nas istniejących rzeczy samych w sobie; jest to świat zjawisk, które powstają przy współdziałaniu naszego umysłu. Od umysłu pochodzą przede wszystkim formy przestrzeni i czasu, w których układają się zjawiska. Tkwi w naszym umyśle jakieś czyste wyobrażenie przestrzeni, z którego czerpiemy prawdy geometryczne. Nic dziwnego zatem, że w każdym przedmiocie, do którego się zbliżamy, odnajdujemy te prawdy; my je właśnie ze sobą przynosimy. Tak tłumaczy się poznanie syntetyczne *a priori* w matematyce. Ale ta sama teoria okazuje zarazem, że w metafizyce poznanie takie jest niemożliwe. Może bowiem ono odnosić się tylko do przedmiotów doświadczenia, rzeczywistego lub możliwego; metafizyka zaś ma być nauką o bytach, przekraczających wszelkie możliwe doświadczenie. Dlatego metafizyka nie może być nauką, i tym się tłumaczy jej stan opłakany. W istnienie Boga, nieśmiertelność duszy i wolność woli możemy tylko wierzyć, a nawet wierzyć musimy, uznając prawo moralne; wiedzieć o tym nie możemy.

Oto, jak mi się wydaje, jądro filozofii kantowskiej. Zowie się ta filozofia krytyczną. Jakże jej jednak daleko do prawdziwego, naukowego krytycyzmu! Już samo rozróżnienie sądów analitycznych i syntetycznych *a priori* nie jest u KANTA naukowo sformułowane. Nie mamy prawa twierdzić, że otaczająca nas przestrzeń musi stosować się do pewnych prawd geometrycznych; nie wiemy bowiem, jaką jest ta przestrzeń: euklidesowa, czy może jakaś inna. Niepodobna zrozumieć, co to są tkwiące w nas rzekomo czyste wyobrażenia przestrzeni i czasu. Świat rzeczy samych w sobie jest fikcją metafizyczną, godną monadologii LEIBNIZA. Gdy zbliżamy się do filozofii kantowskiej z wymaganiami krytyki naukowej, jak domek z kart rozpada się jej budowa. Na każdym kroku mętne pojęcia, niezrozumiałe zdania, nieuzasadnione twierdzenia, sprzeczności i błędy logiczne. Nic nie zostaje, prócz kilku genialnych może pomysłów: surowy materiał, czekający na opracowanie naukowe.

Toteż filozofia ta nie spełniła swego zadania, choć wywarła wpływ tak olbrzymi. Po KANCIE nie zaczęto filozofować krytyczniej, rozumniej, ostrożniej. Z KANTA właśnie wyrosła idealistyczna filozofia niemiecka, fantastycznością i nienaukowością przewyższająca wszelkie systemy przedkantowskie.

Pozostały zagadnienia metafizyczne, nie rozwiązane, lecz nie sądzę, że nierozwiązywalne. Tylko trzeba podejść do nich z metodą naukową, z taką samą wypróbowaną metodą, jakiej używa matematyk lub fizyk. A nade wszystko, trzeba się nauczyć myśleć: jasno, logicznie i ścisłe. Całą filozofię nowożytną opadła niemoc jasnego i ścisłego, naukowego myślenia.

9. O LOGICE STOIKÓW
[Odczyt wygłoszony 10 maja 1923 roku podczas I Polskiego Zjazdu Filozoficznego we Lwowie]

Przegląd Filozoficzny
r. XXX(1927) z. 4 s. 278–279

O logice stoków pisali PRANTL, ZELLER, BROCHARD. Żaden z nich nie zrozumiał tej logiki, bo żaden z nich nie miał dostatecznego wykształcenia logicznego. Co prawda, nie można im nawet robić z tego zarzutu, bo skądże się mieli logiki nauczyć? Sądy ich o logice stoickiej nie mają żadnej wartości.

Dopiero dziś wiemy, dzięki logice matematycznej, że logika stoików jest systemem całkowicie różnym od sylogistyki ARYSTOTELESA. Logika stoicka bowiem jest odpowiednikiem dzisiejszej «teorii dedukcji» w znaczeniu, w jakim używają tych wyrazów WHITEHEAD i RUSSELL w dziele *Prinicipia mathematica*. Jest to

więc teoria, w której występują tylko zmienne *zdaniowe*, gdy natomiast w sylogistyce ARYSTOTELESA występują tylko zmienne *nazwowe*. Wiemy dziś także, że logika stoicka, jako teoria zmiennej zdaniowej, jest podstawowym systemem logicznym o znaczeniu nierównie większym i ogólniejszym od logiki arystotelesowej. Porządnie zbudowany system logiki arystotelesowej musi opierać się już na tezach teorii dedukcji, a więc na logice stoickiej. Uświadamiali sobie, jak się zdaje, ten stan rzeczy stoicy, a nawet i niektórzy perypatetycy, jak np. BOĒTHOS według świadectwa GALENA.

Z tego punktu widzenia należy historię logiki stoickiej napisać na nowo i dotychczasowe oceny tej logiki poddać rewizji. Badając źródła, przekonałem się, że jakkolwiek cenne jest dzieło ARNIMA *Stoicorum veterum fragmenta*, to jednak nie wystarcza ono do całkowitego poznania logiki stoickiej. Trzeba sięgnąć do samych autorów. Najważniejszym z nich zdaje mi się być SEXTUS EMPIRYK, który logikę stoicką rozumie doskonale (teksty jego wymagają w niektórych miejscach, np. *Adv. math.* VIII 230–233, oczywistej niemal rekonstrukcji); potem idą komentatorowie ARYSTOTELESA, zwłaszcza ALEKSANDER; wreszcie GALENUS. Na szczególniejszą uwagę zasługuje GALENA *Wstęp do dialektyki*, odkryty w wieku XIX przez MINASA. Ostatnie może miejsce w tym szeregu autorów zajmuje Diogenes LAERCJUSZ. Ciekawy fragment logiki stoickiej, pominięty przez PRANTLA i ARNIMA, znajduje się u ORYGENESA *Contra Celsum*.

10. Z DZIEJÓW LOGIKI STAROŻYTNEJ
[Odczyt wygłoszony 24 października 1932 roku na CCCLXXI posiedzeniu naukowym PTF we Lwowie] Autoreferat

Ruch Filozoficzny
t. XIII(1932/1936) nr 1–4 s. 46a

Za punkt wyjścia odczytu prelegent obrał pewne twierdzenie perypatetyków z logiki zdań, którego sens wyraża wzór: *CCKpqr CCKrst CKKpqst*. Odkrycie twierdzenia tego, zwanego „συνθετικον θεωρημα", ALEKSANDER przypisuje samemu ARYSTOTELESOWI. Perypatetycy używali go do wyprowadzania łańcuszników. Od perypatetyków przejęli to twierdzenie stoicy, nazywając je „το τριτον θεμα". Prelegent prostuje przy tej okazji pewne mylne poglądy ZELLERA, dotyczące tych kwestii, a zamieszczone w jego *Philosophie der Griechen*, t. III.1.

Następnie starał się prelegent wykazać, co stoicy rozumieli przez „το πρωτον θεμα", i oparł się przy tym na pewnym miejscu z PSEUDO-APULEIUSA. W związku

z tym pokazał na przykładach, jak stoicy sprowadzali złożone formy rozumowania do form prostych i wyjaśnił znaczenie terminu stoickiego „δια δυο τροπικων", którego nie zrozumieli ani PRANTL, ani ZELLER. Obaj ci uczeni nie wiedzieli bowiem, że wyjaśnienie tego terminu znajduje się u ORYGENESA w dziele jego *Contra Celsum*, VII.15. Miejsca tego brak także w zbiorze fragmentów ARNIMA.

Wreszcie prelegent zajął się pytaniem, czy starożytni zdawali sobie sprawę, że logika stoicka czyli logika zdań jest logicznie wcześniejsza od logiki arystotelesowej czyli logiki nazw, i stwierdził na podstawie dwóch miejsc (jedno znajduje się u GALENA w jego wstępie do dialektyki, drugie w komentarzach ALEKSANDRA do *Topik* ARYSTOTELESA), że zagadnienie to było starożytnym znane i że nawet niektórzy perypatetycy, jak BOËTHOS, rozstrzygali je na korzyść logiki stoickiej.

11. KARTEZJUSZ
Odczyt wygłoszony w Polskim Radio dnia 28 października 1937 [roku]

Kwartalnik Filozoficzny
t. XV(1938) z. 2 s. 123–128

W roku bieżącym świat filozoficzny i naukowy obchodził uroczyście trzechsetną rocznicę ukazania się dzieła KARTEZJUSZA pod tytułem *Discours de la méthode — Rozprawa o metodzie.* Z tej okazji ogłoszono wiele prac o KARTEZJUSZU, przede wszystkim we Francji, ale także i w Polsce, że wspomnę tylko piękną monografię pod tytułem *Descartes* pióra prof. Adama ŻÓŁTOWSKIEGO, wydaną przez Poznańskie Towarzystwo Przyjaciół Nauk, a IX Międzynarodowy Kongres Filozofów, który w lecie r. 1937 odbył się w Paryżu nazwano Kongresem Kartezjuszowskim. Godzi się więc przypomnieć i szerszej wykształconej publiczności choć JEDNĄ podstawową myśl filozoficzną KARTEZJUSZA — tyle właśnie, ile można zmieścić w ramach piętnastominutowego odczytu — ale wniknąć za to w sens tej myśli nieco głębiej i spojrzeć na jej wartość z punktu widzenia współczesnych dążeń do filozofii naukowej. Kogo spośród moich słuchaczy zająłby CAŁOKSZTAŁT filozofii KARTEZJUSZA, tego odsyłam do II tomu *Historii filozofii* prof. Władysława TATARKIEWICZA, gdzie znajdzie rzeczowe, treściwe i jasne przedstawienie poglądów filozoficznych tego myśliciela.

René DESCARTES, zwany po łacinie *Renatus CARTESIUS*, urodził się we Francji w r. 1596. Do siedemnastego roku życia uczył się w szkole jezuickiej, po czym mieszkał w Paryżu studiując matematykę. Chcąc poznać świat i ludzi, został żołnierzem i brał udział jako ochotnik w trzydziestoletniej wojnie. Więcej jednak

ROZMYŚLAŁ na kwaterach zimowych, niźli się bił. Na jednej z takich kwater w r. 1610 doznał jakby jakiegoś objawienia i zdawało mu się w uniesieniu, że odkrył podstawy przedziwnej wiedzy. Pamięć o tym niezwykłym zdarzeniu nie opuszczała go odtąd i po kilku latach niespokojnego życia, spędzonego w wojsku i na podróżach, usunął się wreszcie w r. 1629 w zacisze domowe do Holandii, by poświęcić się wyłącznie pracy naukowej i filozoficznej. W r. 1649 udał się na zaproszenie królowej szwedzkiej KRYSTYNY do Sztokholmu, gdzie jednak umarł już w roku następnym, nie mogąc znieść surowego klimatu północy.

Rozprawa o metodzie, wydana w r. 1637, pierwsza z prac KARTEZJUSZA, nie była dziełem samoistnym — i to jest szczegół ważny, o którym się niekiedy zapomina — lecz była tylko wstępem filozoficznym do trzech innych rozpraw, wydanych równocześnie w jednym tomie, z których dwie dotyczyły fizyki, a trzecia należała do matematyki. Wstęp ten, to znaczy wspomniana właśnie *Rozprawa o metodzie*, jest jakby autobiografią, w której autor opowiada dzieje swego rozwoju umysłowego, szkicując zarazem swe główne idee filozoficzne. Przypatrzmy się jednej z tych myśli, najpierwszej, najbardziej znanej i najbardziej podstawowej. Wyznaje sam KARTEZJUSZ, że dążył zawsze do prawdy pewnej, niewzruszonej, o której nie mógłby wątpić, i nie znajdował takiej prawdy ani w mniemaniach potocznych, ani w naukach, które poznał w szkole. „Ponieważ zmysły zwodzą nas niekiedy — mówi nasz filozof — przyjąłem, że żadna rzecz nie jest taka, jaką nam zmysły objawiają. Ponieważ istnieją ludzie, którzy się mylą w rozumowaniu o najprostszych przedmiotach geometrii, pomyślałem, że i ja mogę podlegać tym błędom. Ponieważ wreszcie wszystkie te same myśli, które mamy na jawie, mogą nam przychodzić i we śnie, a wówczas żadna z nich nie jest prawdziwa, postanowiłem przyjąć, że nie są one bardziej prawdziwe niż złudzenia senne. Ale równocześnie — powiada KARTEZJUSZ — gdy silę się przypuścić, że wszystko jest fałszywe, trzebaż, aby ja, który to myślę BYŁ czymś; i zważając, iż ta prawda: MYŚLĘ, WIĘC JESTEM, jest tak pewna i niezłomna, że żadne najskrajniejsze przypuszczenia sceptyków nie zdołają jej obalić, osądziłem, iż mogę ją przyjąć bez skrupułu na pierwszą zasadę filozofii, której szukałem."

Oto poznaliśmy w słowach samego KARTEZJUSZA podstawową zasadę jego filozofii: owo słynne Kartezjuszowskie *Cogito ergo sum*, „Myślę, więc jestem". Jest to właśnie ta prawda niewzruszona, której filozof szukał, o której — zdaniem jego i wątpić nie podobna. Mogę o wszystkim wątpić, ale wątpiąc nie mogę wątpić o tym, że wątpię, a więc że myślę, i JESTEM skutkiem tego. Prawda ta jest dla naszego filozofa oczywista; widzi on ją JASNO i WYRAŹNIE, i powiada, że cokolwiek bądź jest tak jasne i wyraźne, jak ta prawda, to wszystko także jest prawdą.

Zatrzymajmy się tutaj na chwilę i wniknijmy nieco głębiej w sens tego powiedzenia: „Myślę, więc jestem". Zapytajmy się przede wszsytkim, czy istotnie powiedzenie to jest PRAWDĄ, jak chce KARTEZJUSZ. Przez „prawdę" rozumiemy ZDANIE prawdziwe; np. prawdziwe jest zdanie, czyli prawdą jest, że „dziś jest czwartek", i prawdą jest także, że „jutro jest piątek". Ale czyż będzie prawdą

powiedzenie: „Dziś jest czwartek, a więc jutro jest piątek"? Powiedzenie to nie jest JEDNOLITYM ZDANIEM, tylko wyraża WNIOSKOWANIE, złożone z DWÓCH zdań, z przesłanki i wniosku, a od czasów ARYSTOTELESA przyjmujemy powszechnie, że prawdziwe i fałszywe mogą być tylko zdania. Wnioskowanie może być formalnie czy materialnie poprawne lub niepoprawne, ale nie jest nigdy ani prawdziwe ani fałszywe, bo nie jest już zdaniem. Musimy się więc zgodzić na to, że i wnioskowanie KARTEZJUSZA, nie będąc zdaniem, nie jest prawdą; oczywiście nie jest i fałszem. Co więcej, wnioskowanie to nie jest nawet FORMALNIE poprawne, tak jak nie jest formalnie poprawne wnioskowanie: „Dziś jest czwartek, a więc jutro jest piątek". Brak bowiem w tym powiedzeniu jednej jeszcze przesłanki, wyrażającej związek między zdaniem „Dziś jest czwartek" a zdaniem „Jutro jest piątek". Przesłanką taką moży być okres warunkowy: „Jeśli dziś jest czwartek, to jutro jest piątek". Dopiero po dołączniu tej przesłanki do naszego powiedzenia otrzymamy wnioskowanie formalnie poprawne następującego kształtu: „Jeśli dziś jest czwartek, to jutro jest piątek; dziś jest czwartek, a więc jutro jest piątek". W podobny sposób musimy uzupełnić i kartezjuszowskie „Myślę, więc jestem". Do powiedzenia tego musimy dodać przesłankę w formie okresu warunkowego: „Jeśli myślę, to jestem". Wtedy dopiero otrzymamy wnioskowanie formalnie poprawne, składające się z trzech zdań, z dwóch przesłanek i wniosku: „Jeśli myślę, to jestem; myślę, więc jestem".

Te słowa KRYTYKI nie pochodzą ode mnie. Wypowiedział je już przed sześciu laty w czasopiśmie niemieckiem *Kantstudien* (t. 36, 1931), prof. Heinrich SCHOLZ z Monasteru w Westfalii, jeden ze zwolenników filozofii naukowej, opartej na współczesnej logistyce, i związany z Warszawską Szkołą Logistyczną węzłami współpracy i przyjaźni. Krytyka ta nie jest tylko czepianiem się słów. Jest ona podyktowana głęboką troską, by każde zdanie, a zwłaszcza takie, które ma być podstawą filozofii, było sformułowane jak najściślej, bo tylko wtedy możemy je należycie uzasadnić lub też poznać jego bezpośrednią oczywistość. Szukania zaś prawdy oczywistej, jasnej i wyraźnej, nauczył nas sam KARTEZJUSZ i to jest jego wielka zasługa.

Ale pójdźmy jeszcz o krok dalej i głębiej. KARTEZJUSZ mylnie uważał swe *Cogito ergo sum* za podstawę filozofii. Powiedzenie to nie jest jednolitym zdaniem i nie jest skutkiem tego prawdą; tkwią w nim natomiast trzy zdania prawdziwe: przesłanka pierwsza: „Jeśli myślę, to jestem"; przesłanka druga: „Myślę", i wreszcie wniosek „Jestem". Jest rzeczą jasną, że wniosek ten, jako zdanie pochodne, wynikające z dwóch zdań innych, nie może być PIERWSZA, podstawową prawdą filozoficzną. Mogą być nią tylko przesłanki. Zajmijmy się naprzód przesłanką pierwszą.

Już współcześni KARTEZJUSZOWI zauważyli, że myśl podobną do zdania „Jeśli myślę, to jestem", i to właśnie w formie okresu warunkowego, wypowiedział na dwanaście wieków przed KARTEZJUSZEM św. AUGUSTYN. W dziele swym *O państwie Bożym* mówi św. AUGUSTYN: „Jeśli się mylę, to jestem" — „*Si enim fallor*

sum". I podobnie jak KARTEZJUSZ uzasadnia to zdanie, mówiąc: „Kto bowiem nie jest, ten i mylić się nie może". Otóż okazuje się, że na tę modłę utworzyć można i wiele innych zdań równie oczywistych: „Jeśli mówię, to jestem", „Jeśli chodzę, to jestem", „Jeśli piję, to jestem". Bo jakże mógłbym mówić, chodzić lub pić, gdyby mnie nie było? Stąd rodzi się przypuszczenie, że wszystkie te zdania są szczegółowymi przypadkami jakiegoś prawa ogólnego, orzekającego, że jeśli ja czy jakiś inny osobnik czy też mówiąc żargonem filozoficznym, jakikolwiek PRZEDMIOT jednostkowy coś robi lub jest jakimś, to tym samym ISTNIEJE. Prawo to należałoby do logiki, a w szczególności do tej jej części, którą w Warszawie pod nazwą ontologii stworzył prof. Stanisław LEŚNIEWSKI, i myślę, że na gruncie ontologii prof. LEŚNIEWSKIEGO można by to prawo udowodnić. Tak więc pierwsza przesłanka Kartezjuszowskiej zasady filozofii wynikałaby z praw logiki i byłaby jakimś czynnikiem RACJONALNYM i APRIORYCZNYM.

Zwróćmy się do przesłanki drugiej, która jest stwierdzeniem poprzednika okresu warunkowego, będącego przesłanką pierwszą. U KARTEZJUSZA brzmi ona „Myślę", u św. AUGUSTYNA „Mylę się". KARTEZJUSZ zgodziłby się na przesłankę św. AUGUSTYNA i zgodziłby się zapewne, by zamiast „Myślę" użyć słowa „Wątpię". Ale na pewno nie uznałby przesłanek takich, jak „Mówię", „Chodzę" lub „Piję", bo wszystkie te czynności suponują ciało, a KARTEZJUSZ mógł wątpić, czy posiada ciało. Ze szczególną oczywistością narzucały mu się nie zjawiska zewnętrzne, fizyczne, lecz przeżycia wewnętrzne, duchowe, które obejmował nazwą „myślenia". Druga przesłanka kartezjuszowskiej zasady filozofii byłaby zatem jakimś czynnkiem EMPIRYCZNYM, zaczerpniętym z doświadczenia wewnętrznego.

Zakończmy na tym tę analizę. Na dwóch filarach, na prawdach logicznych, płynących z rozumu, i na prawdach empirycznych, pochodzących z doświadczenia wewnętrznego, mógł KARTEZJUSZ zbudować system filozoficzny doskonalszy od tego, który stworzył. Nie zbudował go, bo nie był dość ścisły w swych rozumowaniach filozoficznych, a nie był dość ścisły, bo nie doceniał logiki formalnej, uważając ją za przestarzałe narzędzie średniowiecznej scholastyki. Dlatego i jego SYSTEM filozoficzny, w którym zawiera się pełno błędnych i nieprzekonywających wywodów, nie utrzymał się. Ustąpił miejsca innym systemom filozoficznym, nie lepiej zbudowanym. Skutkiem bowiem zaniedbania logiki i wynikającej z niej tresury myślowej całą filozofię nowożytną ogarnęła niemoc ścisłego i jasnego myślenia. Dziś w największym wysiłku, oparci o nową logikę, zaczynamy budować jakąś rozumniejszą i lepiej uzasadnioną filozofię.

Jeśli tak się ma sprawa, to dlaczegóż — zapyta może niejeden ze słuchaczy — świat filozoficzny i naukowy obchodził tak uroczyście trzechsetną rocznicę wydania *Rozprawy o metodzie*? Odpowiem na to, że KARTEZJUSZ był naprawdę wielki, ale nie tyle jako filozof, ile — zdaniem moim — przede wszystkim jako MATEMATYK. Wspomniałem na początku odczytu, że *Rozprawa o metodzie* była tylko wstępem filozoficznym do trzech innych rozpraw, wśród których jedna należała do matematyki. Tą rozprawą matematyczną, wydaną w r. 1637, była

geometria analityczna, której twórcą jest właśnie KARTEZJUSZ. Jest to jego wiekopomna zasługa. KARTEZJUSZ pierwszy zauważył, że istnieje jakieś podobieństwo, jakiś izomorfizm, jak byśmy dziś powiedzieli, między relacjami, które zachodzą wśród liczb, a relacjami, które zachodzą wśród utworów geometrycznych. Marzył nawet o stworzeniu jakiejś ogólnej nauki o relacjach, którą nazywał matematyką ogólną, *mathesis universalis*. Była to, jak się zdaje, ta PRZEDZIWNA nauka, której podstawy objawiły mu się w cudownej ekstazie. Nie opracował tej nauki. Stworzyła ją dopiero i rozbudowała współczesna logistyka.

12. [BOOLE.]
List [...] do Komitetu Boole'owskiego Królewskiej Akademii Irlandzkiej w Dublinie
(Letter from Jan ŁUKASIEWICZ [...] to the Boole Committee of the Royal Irish Academy, Dublin)

Proceedings of the Royal Irish Academy
sec. A vol. LVII(1955) nr 6 s. 63

Fitzwilliam Square 57, Dublin, 20 maja 1954 roku.

Szanowni Państwo!

Szczerze żałuję, że ze względu na stan mego zdrowia nie będę mógł uczestniczyć w uroczystościach zorganizowanych z okazji stulecia wydania *Praw myśli* BOOLE'A. Nie udało mi się nawet przygotować przemówienia pod tytułem „Boole jako filozof", które zamierzałem wygłosić na tym spotkaniu. Jeśli zdrowie moje polepszy się tego lata, spróbuję opracować to przemówienie do przyszłej publikacji.

Przykro mi bardzo, że nie mogę wziąć udziału w obchodzach ku czci uczonego, którego zawsze poważałem jako wielkiego człowieka i jako twórczy umysł. Zacząłem studiować prace BOOLE'A ponad pięćdziesiąt lat temu. Dwa piękne egzemplarze pierwszych wydań jego pracy *Analiza matematyczna logiki* i *Prawa myśli*, które miałem w swoim księgozbiorze, zostały zniszczone przez niemieckie bomby podczas oblężenia Warszawy we wrześniu 1939 roku. Żadne bomby jednak nie mogą zniszczyć idei, i jestem pewien, że idee BOOLE'A pozostaną żywe na zawsze.

Z poważaniem
Jan ŁUKASIEWICZ.

Przełożył Jacek J. Jadacki

VIII. PREZENTACJE I RECENZJE

1. *VIERTELJAHRSSCHRIFT FÜR WISSENSCHAFLICHE PHILOSOPHIE.* ROK 1899, TOM XXIII

Przegląd Filozoficzny
r. V(1902) z. 2 s. 232–236

ZESZYT 3.

I. Chr. v. EHRENFELS, „Entgegnung auf H. SCHWARZ' Kritik der empiristischen Willenspsychologie und des Gesetzes der relativen Glücksförderung" („Odpowiedź na H. SCHWARZA krytykę empirystycznej psychologii woli i prawa względnego przyrostu zadowolenia")

W rozprawie tej broni autor swej teorii pożądania, przedstawionej w tomie I dzieła pt. *System der Werttheorie*, przeciw zarzutom SCHWARZA, zawartym w 2 zeszycie niniejszego czasopisma.

II. Eugen POSCH, „Ausgangspunkte zu einer Theorie der Zeitvorstellung" („Punkty wyjścia dla teorii przedstawienia czasu". Ciąg dalszy)

V. TRWANIE. Jeżeli wrażenie A nie zmieniło się, gdy równocześnie inne wrażenie A' przeszło w A'', wtedy mówimy, że A trwa. Przedstawienie trwania powstaje w nas pierwotnie wówczas, gdy z wrażeniem A łączy się uczucie przykre, lub gdy porównywamy A z A' i A''. Szereg zmieniających się wrażeń A', A'', A''' itd., występujących równocześnie z niezmiennym wrażeniem A, stanowi miarę jego trwania.

VI. DALSZY ROZWÓJ PRZEDSTAWIENIA CZASU.

(1) FORMY SĄDÓW. Zdania o formie *A fuit*, które oznaczały zrazu poczucie braku (minęło — nie ma teraz) i miały prawdopodobnie charakter teraźniejszy, stały się niebawem wyrazem zdarzeń minionych. Pod wpływem przekonań, że to, co minęło, przecież dalej istnieje, a co istnieje musi GDZIEŚ istnieć, wytworzyła się wiara w rzeczywistość jakiejś przestrzeni poza światem zmysłowym, w której przebywają owe zdarzenia minione. Dla zdarzeń przyszłych brak analogicznej przestrzeni, gdyż sądy przyszłe wyrażają tylko możliwość, a nie rzeczywistość. W zdaniach o formie teraźniejszej pozostał czynnik czasowy i nadal słabo roz-

winięty, ponieważ żywość zdarzeń teraźniejszych pochłania całą naszą uwagę i przeszkadza przez to rozwojowi przedstawień czasowych.

(2) PRZEDSTAWIENIE NASTĘPSTWA powstało z chwilą, gdy pamiętając o wrażeniu *A*, a mając wrażenie *B*, wydał człowiek sąd: „*A* było przed *B*" lub „*B* jest po *A*". Słówka „przed" i „po" miały w tych sądach znaczenie przestrzenne i wyrażały, że na jakiejś fantastycznej drodze, wzdłuż której poruszają się wrażenia, *A* znajduje się przed *B*. Na pytanie, na jakiej podstawie mógł człowiek DWA minione wrażenia ułożyć w porządek następstwa, nasuwają się trzy odpowiedzi: (a) na podstawie uprzytomnienia sobie sądu „*A* było przed *B*" — po zniknięciu *B*; (b) według stopnia jasności przypomnień, kierując się zasadą, że im mniej jasne przypomnienie, tym dawniejsze; (c) na podstawie związku przyczynowego, pamiętając, że skutek następuje po przyczynie. Żadna z tych reguł nie ma zastosowania ogólnego i nie jest wolna od zarzutów.

(3) UDOSKONALENIE MIERZENIA CZASU. Autor twierdzi, że naiwnego człowieka skłoniło do mierzenia czasu dążenie do estetycznego zadowolenia, które powstaje w nas przy spostrzeganiu jednostajności (trwałego wrażenia *A*) wśród rozmaitości (zmieniających się wrażeń *A'*, *A''*, *A'''*). Najprostszym przyrządem do mierzenia czasu byłby instrument muzyczny. Człowiek użył jednak od dawna w tym celu ruchów ciał niebieskich, ponieważ są to zjawiska najbardziej uderzające i ważne dla życia, a mają widocznie przebieg jednostajny. Mierzenie czasu za pomocą ruchów ma przy tym tę wyższość wobec innych sposobów, że ułatwia stosowanie jednakowych jednostek miary — równych odstępów przestrzennych — i pozwala oznaczać niezmiernie małe cząstki trwania wskutek nieograniczonej podzielności owych odstępów.

III. Paul BARTH, „Fragen der Geschichtswissenschaft. 1. Darstellende und begriffliche Geschichte" („Pytania z zakresu wiedzy historycznej. 1. Historia opisująca i pojęciowa")

Autor omawia polemikę, powstałą w niemieckim piśmiennictwie historycznym z powodu pojawienia się LAMPRECHTA *Historii niemieckiej*, a tyczącą się zadań i metod historii. Chodzi o kwestię, czy historia ma poprzestać wyłącznie na wiernym i źródłowym przedstawieniu faktów (h[istoria] opisowa), czy też może dążyć także do wyprowadzania praw ogólnych na postawie faktów (h[istoria] pojęciowa). Zdaniem BARTHA jest «historia pojęciowa» zupełnie uprawniona, a zadanie jej polega na wyszukiwaniu prawidłowości wśród zdarzeń historycznych, którą należałoby następnie tłumaczyć prawami psychologicznymi.

ZESZYT 4.

I. Eugen POSCH, „Ausganspunkte zu einer Theorie der Zeitvorstellung" (Ciąg dalszy)

(4) POJĘCIE „CZAS" I JEGO CECHY. Czas jest tylko wytworem fantazji, schematem mijania zjawisk, a zatem czymś nierzeczywistym. Istnieją jedynie zjawiska mijające; wiara w rzeczywistość samego czasu powstała wskutek skojarzenia się pojęcia czasu ze zjawiskami, służącymi mu za miarę. Wszystkie przedmioty przedstawiamy sobie jako istniejące w czasie. Powodem tego jest: po pierwsze, fakt, że przy każdym niemal zjawisku myślimy o czasie; po drugie, że identyfikujemy czas z jakimś strumieniem, przepływającym wszechświat (dlatego nie mówimy, że przedmioty są pod czasem lub koło czasu). Że nie tworzymy sobie kilku równolegle biegnących czasów; wynika stąd, iż wszystkie zdarzenia równoczesne obejmujemy — jako «pokrewne» sobie — w jedną całość. Za symbol czasu uważamy linię prostą, przypisując mu jeden wymiar czyli długość i ciągłość. O długości czasu możemy tylko mówić w znaczeniu przenośnym, ponieważ długimi są jedynie przedmioty przestrzenne. Cecha ciągłości (w znaczeniu, że z każdej najmniejszej cząstki czasu da się wydzielić czynnik przeszły, teraźniejszy i przyszły) jest pochodzenia późniejszego i trudno rozstrzygnąć, w jaki sposób powstała. W każdym razie nie w drodze doświadczenia, gdyż badania laboratoryjne wykazały, że poniżej pewnej granicy nie odróżniamy czynników «przedtem i potem». Cechę ciągłości możemy przypisać czasowi tylko w znaczeniu «niezłożoności» (z różnorodnych elementów). Pochodzenia późniejszego jest również cecha nieskończoności, która powstała dopiero wtedy, gdy poczęliśmy pojmować czas jako szereg następujących po sobie chwil. Stąd, że przedstawiamy sobie czas jako coś nieskończonego, nie wynika wcale nieskończone trwanie świata; ze stanowiska subiektywizmu można nawet kwestionować nieskończoność czasu, ponieważ czas, jako pojęcie, powstał z chwilą, gdy pierwszy raz człowiek o nim pomyślał, i skończy się, gdy ludzi nie stanie.

(5) WYRAZY O ZNACZENIU CZASOWYM. W ustępie tym stara się autor główną tezę swoją, że przedstawienia czasowe nie są wrodzone, tylko stopniowo nabyte, poprzeć wynikami lingwistyki porównawczej, usiłując wykazać, że wszystkie wyrazy, mające dzisiaj znaczenie czasowe, oznaczały pierwotnie przedmioty o konkretnej jakości. W tym celu omawia liczne przykłady z dziedziny języków indoeuropejskich i ugromadziarskich.

II. August DÜNGES, „Die Zelle als Individuum" („Komórka jako indywiduum")

Przez indywiduum rozumie autor istotę, która wobec świata zewnętrznego, a przede wszystkim wobec istot tego samego rodzaju, pojmuje się jako odrębną i różniącą się od nich jaźń, i stara się okazać, że komórki, wchodzące w skład organizmów, można uważać za indywidua.

I arugment. Każda istota samoistna i zdolna do wykonywania czynności z własnego popędu jest indywiduum. Obie te cechy posiada komórka: jest samoistna (żyje np. po przerwaniu związku z organizmem, do którego należy) i wykonywuje funkcje z wewnętrznego popędu (wybiera np. odpowiednie dla siebie pokarmy); zatem jest indywiduum.

II arg[ument]. Ze stanowiska teorii ewolucji nie ma racji przypuszczać, że świadomość powstała na jednym z późniejszych stopniów rozwoju świata organicznego. Należy ją przypisać i prakomórce, a więc i każdej innej, bo komórki nie są między sobą zasadniczo różne. Świadomość nie istnieje jednak bez świadomości jaźni; przeto komórka jest indywiduum.

III arg[ument]. Przypuszczenie, że komórka jest indywiduum, pozwala nam lepiej od innych teorii tłumaczyć fakty dziedziczenia się cech. Możemy bowiem rzec wtedy, że komórki płciowe, biorąc ścisły udział w życiu organizmu macierzystego, gromadzą i przechowują w PAMIĘCI swej cały zasób jego doświadczeń, co wpływa później (w myśl zasady psychofizycznej) na budowę przyszłego organizmu.

IV arg[ument]. Można wreszcie bezpośrednio obserwować objawy czynności psychicznych na komórkach lub grupach komórek (takimi są między innymi uderzenia rytmiczne serca, nawet wykrojonego, które nie mogłyby powstać, gdyby serce nie miało przedstawienia czasu).

Na podstawie tych argumentów można postawić następujące twierdzenie. W każdym organizmie znajduje się tyle jaźni, ile komórek. Łącząc się z innymi, mogą komórki te wytworzyć jaźnie czyli indywidua wyższego rzędu.

III. A. VIERKANDT, „Bemerkungen zur Frage des sittlichen Fortschritts der Menschheit" („Uwagi w kwestii moralnego postępu ludzkości")

Chodzi głównie o kwestię, czy z postępem kultury idzie w parze postęp moralności.

(1) Według autora polega istota kultury na istnieniu STAŁYCH FORM, kierujących wszelkimi sprawami ludzkimi. Pobudki sprowadzające zmianę tych form na lepsze, wywołujące zatem postęp kultury, są przeważnie przypadkowe albo egoistyczne. Stąd wynika, że postęp moralny nie jest koniecznym wynikiem postępu kulturalnego, lecz może być tylko jego produktem ubocznym. Bezpośrednio wpływa wzrost kultury na charakter jednostki tylko pod dwoma względami: uczy większgo PANOWANIA NAD SOBĄ i zwiększa OBIEKTYWNOŚĆ w myśleniu i działaniu. Skomplikowane warunki bytu wymagają bowiem dłuższego czasu i większego zastanowienia się, by dojść do upragnionego celu.

(2) W dalszym ciągu rozbiera autor szczegółowiej kwestię, czy wobec postępu kultury nowożytnej istnieje także postęp moralności, i na czym polega prawdziwa jego wartość. Postęp NORM MORALNYCH jest najznaczniejszy; wartość jego nie jest jednak wielka, ponieważ pobudki postępków, nakazanych przez normy, są zwykle etycznie obojętne (np. przyzwyczajenie, obawa przed następstwami). Mniej znaczny jest rozwój POSTĘPKÓW MORALNYCH i wykazuje wobec kultury pierwotnej cechy dodatnie i ujemne. I tak np. obniżyła się szczerość, prawdomówność, poczucie godności; wzrosła natomiast zdolność odczuwania cudzych stanów duchowych, zakres ludzi, z którymi współczujemy itp. Autor twierdzi, że samo PRZYSPOSOBIENIE ETYCZNE, które jest właściwym źródłem postępków moralnych, z postępem kultury nie rozwinęło się prawie zupełnie w stosunku do innych czynników życia umysłowego. Wynik zatem przeważnie pesymistyczny.

2. TEODOR MIANOWSKI, *O TZW. POJĘCIACH WRODZONYCH U LOCKE'A I LEIBNIZA*

Sprawozdanie Dyrekcji c.k. Gimnazjum Arcyksiężniczki Elżbiety w Samobrze za rok szkolny 1903. Nakładem Funduszu Naukowego w Samborze, s: 15

Przegląd Filozoficzny
r. VII(1904) z. 1 s. 94–95

Krótką tę rozprawkę podzielił autor na trzy części: w pierwszej i drugiej omawia poglądy LOCKE'A i LEIBNIZA, w trzeciej zestawia teorie obu uczonych, uwydatniając ich różnice i podobieństwa. W krótkim wstępie charakteryzuje empiryzm i racjonalizm, oraz podaje spis dzieł, z których w pracy korzystał.

Jak wiadomo, przeczył LOCKE istnieniu pojęć i zasad wrodzonych, twierdząc, że do wszystkich prawd i pojęć dochodzimy drogą doświadczenia zewnętrznego lub wewnętrznego; LEIBNIZ natomiast przyjmował, że są prawdy, tzw. oczywiste, których uzasadnienie czerpiemy nie z doświadczenia, lecz z rozumu, i że w tym znaczeniu są one wrodzone. Autor sądzi, że OSTATECZNE WYNIKI pracy obu uczonych są właściwie identyczne, ponieważ prawdy WRODZONE u LEIBNIZA, a ZDOLNOŚĆ poznania pewnych prawd u LOCKE'A, to prawie jedno i to samo. Według LEIBNIZA bowiem polega owa wrodzoność prawd oczywistych na tym, że są one, jako «stan zarodkowy», dane w duszy naszej; że zatem rozum ma wrodzoną skłonność prawdy te uznawać; LOCKE zaś przyjmuje również, że są prawdy takie, na które na mocy jakiejś szczególniejszej zdolności duszy naszej zgodzić się musimy, skoro znamy tylko wyobrażenia i pojęcia, w skład tych prawd wchodzące. Różnica polega na niezgodzie pojęciowo-słownej, ponieważ LOCKE i LEIBNIZ używają słowa „wrodzony" w różnym znaczeniu.

Na ten wynik pracy można by się zgodzić, gdyby był autor wyraźnie określił, na czym owa niezgoda, a raczej nieporozumienie «pojęciowo-słowne» polegało. Polegało ono mianowicie na tym, że LOCKE dlatego tylko uważał wszystkie prawdy za pochodzące z doświadczenia, ponieważ z doświadczenia tylko możemy zaczerpnąć POJĘCIA, których się one tyczą; LEIBNIZ zaś sprzeciwiał się twierdzeniu temu głównie z tego względu, że doświadczenie nie jest LOGICZNĄ PODSTAWĄ wszystkich sądów prawdziwych. „Pochodzić z doświadczenia" znaczyło zatem u obu uczonych co innego; co innego więc znaczyło „nie pochodzić z doświadczenia", czyli „być wrodzonym". Obaj uczeni mają ze swego stanowiska rację; zdania ich są słuszne i ze sobą zgodne.

Pomijając niektóre błędy rzeczowe, należy zaznaczyć, że autor w przeprowadzeniu tematu nie wszędzie zdołał, bardzo subtelne wprawdzie argumentacje

LOCKE'A, a także i LEIBNIZA, ułożyć i przedstawić w ten sposób, ażeby czytelnik miał zawsze jasny pogląd na całość i widział związek jednego argumetu z drugim. Skutkiem tego zorientowanie się w kwestii spornej i wyrobienie sobie sądu o niej wymaga poważnego wysiłku umysłowego. Przyznać natomiast trzeba, że poszczególne argumenty przedstawił autor jasno, że umiał dobrze uchwycić ich *nervus probandi*, a w uwagach krytycznych, zamieszczonych w części trzeciej, wykazuje i zrozumienie kwestii, i bystrość myślenia. Ponieważ przy tym stara się widocznie o to, żeby każde powiedzenie swoje uzasadnić, więc rozprawa nabiera skutkiem tego znamion poważnej i krytycznej pracy naukowej. Należy się spodziewać, że autor nie poprzestanie na tej pierwszej próbie na polu działalności naukowej i zechce pracować i nadal z pożytkiem dla naszej filozofii.

Sposób pisania w ogóle gładki, zawiera jednak gdzieniegdzie usterki stylistyczne, czego mógłby autor na przyszłość bardzo łatwo uniknąć, ponieważ w prześlicznym przekładzie dramatu muzycznego *Walkirii* okazał, jak znakomicie panuje na formą języka polskiego.

3. HEINRICH VON STRUVE, *DIE POLNISCHE PHILOSOPHIE DER LETZTEN ZEHN JAHRE* (1894–1904)

Separatabdruck aus dem *Archiv für Geschichte der Philosophie*. XVIII Bd. Berlin 1905, s: 80

HENRYK STRUWE (*sic!*), *FILOZOFIA POLSKA W OSTATNIM DZIESIĘCIOLECIU* (1894–1904)

Przełożył z niemieckiego Kazimierz KRÓL. Warszawa 1907, s: 116

Przegląd Filozoficzny
r. X(1907) z. 3 s. 336–346

Pożytecznego czynu dokonał prof. STRUVE, ogłaszając w *Archiv für Geschichte der Philosophie* treściwy przegląd najnowszej polskiej literatury filozoficznej. Leży to przecież w naszym interesie narodowym, by cudze i wrogie nam często społeczeństwa wiedziały, że mimo wytężającej walki politycznej, którą zmuszeni jesteśmy prowadzić, pozostaje nam jeszcze dość energii na poważną działalność naukową. Nie tylko jednak dla sprawy NARODOWEJ, lecz i dla NAUKI wyniknąć stąd może niemały pożytek, gdy stale informować będziemy obcych o postępach prac naszych na polu filozofii. Choćby bowiem dotychczasowe wyniki polskiej

myśli filozoficznej były jeszcze dość skromne, niemniej jednak kryją już w sobie niejedną cenną prawdę i uprawniają nas do wniosku, że znajomość polskich publikacji w kołach obcych uczonych mogłaby się w wielu wypadkach przyczynić do rozwiązania lub wyjaśnienia spornych dotąd zagadnień.

Już dawniej kilkakrotnie zamieszczał prof. STRUVE artykuły informacyjne o polskiej literaturze filozoficznej w niemieckich czasopismach. Po raz pierwszy pojawiły się dwa takie artykuły w roku 1874 w *Philosophische Monatshefte*, t. X, pt.: „Die philosophische Literatur der Polen", i w głównych swych punktach stanowią streszczenie znanej pracy autora o logice w Polsce, zawartej w jego *Wykładzie systematycznym logiki* z r[oku] 1870. W r[oku] 1895 ogłosił w *Archiv f[ür] Gesch[ichte] d[er] Philos[ophie]*, t. VIII, w trzech artykułach, obejmujących łącznie 78 stron druku, bardziej szczegółową rozprawę o filozofii polskiej pt.: „Die polnische Literatur zur Geschichte der Philosophie". Rozprawa ta dzieli się na dwie części: w pierwszej traktuje autor o literaturze polskiej, odnoszącej się do filozofii w POLSCE, w drugiej zaś omawia literaturę polską, tyczącą się historii filozofii. W rozprawie tej uwzględnione są wszystkie wybitniejsze — nie tylko historyczne — dzieła polskie z zakresu filozofii, jakie pojawiły się po rok 1894. Niniejsza praca, trzecia z rzędu, która obejmuje okres czasu od r[oku] 1894 do 1904, jest uzupełnieniem i dalszym niejako ciągiem poprzedniej. Treść jej i układ przedstawiają się w następujący sposób.

W krótkim wstępie zaznacza autor, że współczesne życie umysłowe Polaków skupia się w trzech głównych miastach: w Krakowie, we Lwowie i w Warszawie. Poznań, w którym działali niegdyś LIBELT i CIESZKOWSKI, zgnębiony dziś uciskiem politycznym, nie wchodzi niestety w rachubę.

Przegląd ruchu filozoficznego w Polsce należy zacząć od KRAKOWA; nie tylko bowiem Uniwersytet Jagielloński, ale i Akademia Umiejętności popierają żywo rozwój badań filozoficznych. Przedstawia więc autor przede wszystkim działalność krakowskich profesorów filozofii. Streszcza tedy na siedmiu stronach ks. prof. PAWLICKIEGO *Historię filozofii greckiej* (mianowicie część I tomu II, bo o I tomie mówił już w poprzedniej rozprawie), podnosząc kilkakrotnie gruntowne i zajmujące opracowanie tego znakomitego dzieła, krócej zaś omawia jego pracę o RENANIE, dla filozofii mniej ważną. Przechodząc do pism prof. STRASZEWSKIEGO, zatrzymuje się dłużej nad głównym jego dziełem, zawierającym *Dzieje filozofii na Wschodzie*, przy czym wyraża się, że ów zarys filozofii wschodniej należy do najcelniejszych w literaturze europejskiej. Omówiwszy inne prace prof. STRASZEWSKIEGO z dziedziny „filozofii historii filozofii", filozofii religii i teorii poznania, charakteryzuje działalność nauczycielską obu profesorów. Wspomina, że w Krakowie istnieje Seminarium Filozoficzne w dwóch oddziałach, wyposażone od r[oku] 1901 dotacją rządową na bibliotekę seminaryjną, a w związku z Seminarium Kółko Filozoficzne Studentów, w którym odbywają się stale odczyty i dyskusje.

Do krakowskich przedstawicieli filozofii zalicza dalej autor szereg uczonych, pochodzących wprawdzie z Królestwa, ale działających w Krakowie. Należy tu przede wszystkim W. LUTOSŁAWSKI, który jakiś czas wykładał filozofię w Uniwersytecie Jagiellońskim, jako docent prywatny. Głównej jego pracy angielskiej o PLATONIE, tylekroć omawianej, autor szczegółowo nie streszcza, podając tylko jej ogólne wyniki; szerzej natomiast przedstawia jego pogląd na świat, wyłożony w dwóch dziełach niemieckieh i w jednym polskim: *Z dziedziny myśli*. Następnie wymienia prace W. M. KOZŁOWSKIEGO, zaliczając go do nowokantystów, i charakteryzuje jego stanowisko w teorii poznania. Wylicza dalej dzieła prof. Wł. HEINRICHA z psychologii eksperymentalnej i dodaje, że w teorii poznania stoi HEINRICH na stanowisku empiriokrytycyzmu. Następują uwagi o dziełach socjologicznych BALICKIEGO, GRABSKIEGO i GUMPLOWICZA. Krótkie charakterystyki prac filozoficznych ŻUŁAWSKIEGO, ks. GABRYLA oraz ks. NUCKOWSKIEGO dopełniają przeglądu filozofii krakowskiej, przy czym autor ze szczególnym podnosi naciskiem, że w wydawnictwach Akadmii Umiejętności zawierają się niezwykle bogate materiały do dziejów życia umysłowego w Polsce, a więc i do dziejów polskiej filozofii.

Przechodząc z kolei do LWOWA, uwzględnia prof. STRUVE przede wszstkim prace profesorów i docentów filozofii w Uniwersytecie Lwowskim, tzn. TWARDOWSKIEGO, WARTENBERGA, DZIEDUSZYCKIEGO i RUBCZYŃSKIEGO.

Omawiając dzieła prof. TWARDOWSKIEGO, charakteryzuje naprzód jego stanowisko filozoficzne, po czym przedstawia jego badania z zakresu psychologii, zawarte w niemieckim dziele o treści i przedmiocie przedstawień, oraz w polskiej pracy: „Wyobrażenia i pojęcia". Z innych pism jego wyróżnia rozprawę „O tak zwanych prawdach względnych", przytaczając ją jako dobry przykład, jak jasne i bystre są analizy prof. TWARDOWSKIEGO. Następują streszczenia dwóch dzieł niemieckich prof. Wartenberga, z których jedno traktuje o teorii przyczynowości u KANTA, drugie zaś o problemacie działania a monistycznym poglądzie na świat. Autor kreśli zarys metafizycznych przekonań prof. WARTENBERGA, zawierających się w tym drugim dziele, i omawia jego polską pracę: „Obrona metafizyki". Z kolei zajmuje się pismami prof. W. DZIEDUSZYCKIEGO, formułując jego zasadniczy pogląd filozoficzny i wyszczególniając treść jego książki: *O wiedzy ludzkiej*; wreszcie podaje szczegółowe sprawozdanie ze *Studiów neoplatońskich* W. RUBCZYŃSKIEGO, które — jak powiada — zasługują pod każdym względem na uwagę specjalistów. Poświęciwszy krótkie wzmianki pracom socjologicznym KULCZYCKIEGO, Wł. PILATA i LASSOTY, oraz popularnym dziełom przyrodniczym prof. J. NUSBAUMA, którego porównywa z HUXLEYEM, podnosi w osobnym ustępie działalność nauczycielską prof. TWARDOWSKIEGO. Zaznacza, że od r[oku] 1896 istnieje i we Lwowskim Uniwersytecie podobne Seminarium Filozoficzne jak w Krakowie, i że dzięki prof. TWARDOWSKIEMU odbywają się od r[oku] 1898 wykłady i ćwiczenia praktyczne z psychologii eksperymentalnej. (Szczegóły te wymagają sprostowania, które podaję niżej.) Wiadomością o założeniu Polskiego

Towarzystwa Filozoficznego, o jego pierwszej publikacji i obchodzie jubileuszowym, urządzonym przez Towarzystwo ku uczczeniu KANTA, zamyka prof. STRUVE przegląd ruchu filozoficznego we Lwowie.

Najwięcej stosunkowo miejsca zajmuje w tym przeglądzie WARSZAWA. Bo chociaż autor przyznaje, że Kraków, dzięki swym instytucjom naukowym, coraz skuteczniej walczy o pierwszeństwo z Warszawą, przecież miasto to, jako najludniejsze i najbogatsze w Polsce, jest niewątpliwie zawsze jeszcze głównym środowiskiem polskiego życia umysłowego. Świadczy o tym między innymi silnie rozwinięty ruch wydawniczy. W Warszawie wychodzi od r[oku] 1897 pierwsze polskie czasopismo filozoficzne pod redakcją dra Wł. WERYHY, autora niemieckiej rozprawy krytycznej: *Marx jako filozof.* Prof. STRUVE charakteryzuje cele i rozwój tego pisma, które nie zasklepiło się w obrębie jednego tylko kierunku, lecz owszem starało się pozyskać współpracownictwo wszystkich wybitniejszych sił polskich, działających tak na polu SAMEJ filzofii, jak na pograniczu filozofii i nauk specjalnych. Cel ten, powiada autor, został osiągnięty: *Przegląd Filozoficzny* stał się parlatorium dla wszystkich niemal uczonych, zajmujących się filozofią. Spośród licznych artykułów, zamieszczonych w tym czasopiśmie, wymienia autor wyciągi z korespondencji między LEIBNIZEM a KOCHAŃSKIM wydane staraniem prof. DICKSTEINA, następnie omawia zeszyty, traktujące o JEDNYM temacie: o energii, o pojęciu filozofii, o SPENCERZE i o KANCIE; na koniec wspomina o konkursach i o wydawnictwach *Przeglądu Filozoficznego.*

Wypada z kolei autorowi zająć się swą własną działalnością. Za główne swe dzieło, przypadające na omawiany okres czasu, poczytuje prof. STRUVE swój *Wstęp krytyczny do filozofii.* Z dzieła tego podaje na jedenastu prawie stronicach szczegółowy autoreferat, który jest doskonałym streszczeniem tej ogromnie pożytecznej i jedynej w swoim rodzaju książki. Poza tym, z licznego szeregu innych prac swoich streszcza jedynie rozprawę o dziejowej doniosłości krytycyzmu KANTA, drukowaną w *Bibliotece Warszawskiej*, i poświęca słów kilka wydawnictwom Biblioteki Filozoficznej, której jest redaktorem.

Następuje ustęp, niezbyt pochlebny dla warszawskiej filozofii. Ponieważ, powiada prof. STRUVE, nie ma w Warszawie polskiego zakładu naukowego, więc zakwitło w całej pełni samouctwo, a z nim towarzyszące mu zwykłe objawy: a zatem łatwe przyjmowanie każdej nowej, z zagranicy importowanej myśli, brak gruntowności i systematyczności w ich opracowaniu, właściwa samouctwu pewność siebie. Istnieją jednak pocieszające wyjątki, i o tych tylko mówi autor w dalszym ciągu. Więc wymienia empiriokrytyczne prace pani KODISOWEJ i E. T. ERDMANNA, streszcza psychologiczne i socjologiczne poglądy E. ABRAMOWSKIEGO (streszczenia tego niestety niezupełnie rozumiem, co nie musi być zresztą winą autora), omawia wreszcie nieżyjącego już KELLES-KRAUZA, St. BRZOZOWSKIEGO i ks. DĘBICKIEGO.

Gorliwych zwolenników znajduje filozofia wśród lekarzy i matematyków warszawskich. Do pierwszych, oprócz E. BIERNACKIEGO, mieszkającego obecnie we

Lwowie, i A. ZŁOTNICKIEGO, należy przede wszystkim znany histolog, prof. HOYER, którego teorię przyczynowości autor szczegółowo przedstawia, oraz Wł. BIEGAŃSKI. Z licznych pism BIEGAŃSKIEGO omawia prof. STRUVE obszerniej *Zagadnienia ogólne z teorii nauk lekarskich* oraz *Zasady logiki ogólnej*, zaliczając to drugie dzieło do najwybitniejszych polskich publikacji filozoficznych, jakie pojawiły się w ostatnim dziesięcioleciu. Do matematyków-filozofów należy prof. DICKSTEIN, autor znakomitego dzieła *Pojęcia i metody matematyki* oraz cennej monografii o HOENE-WROŃSKIM, i Wł. GOSIEWSKI, którego „Zarys teorii matematycznej monadologii", ogłoszony w *Przeglądzie Filozoficznym*, zasługuje na szczególniejszą uwagę ze względu na związek z monadologią LEIBNIZA. Wzmianką o artykułach filozoficznych w *Poradniku dla samouków* kończy prof. STRUVE swój pracowity i zajmujący wykład o filozofii polskiej najnowszych czasów.

Streściłem dokładniej cenną rozprawę prof. STRUVEGO nie tylko w tym celu, by wskazać na bogactwo jej treści, ale by uprzytomnić zarazem czytelnikom, w jednym krótkim obrazie, nazwiska i ważniejsze dzieła współczesnych polskich filozofów. Czytałem tę rozprawę z prawdziwym zadowoleniem, bo silniej, niż zazwyczaj, narzuca się przy jej czytaniu przekonanie, że przecież nie leżą u nas odłogiem studia filozoficzne. Chwilami jednak mieszała się z tym zadowoleniem dotkliwa przykrość: dręczyła mię myśl, dlaczego cała ta nasza wielostronna i z tylu różnych elementów złożona działalność filozoficzna jest tak mało podobna do prawidłowej i pięknej mozaiki, a tak bardzo natomiast przypomina bezładną i nieuporządkowaną kupę błyszczących kamyków? Co chwila rwie się coś, gdy opuszczamy prace jednego autora, a zwracamy się do dzieł drugiego. NIE MA prawie w filozofii naszej takich zagadnień lub tematów, nad którymi by kilku filozofów RAZEM pracowało, rozdzielając pracę między siebie, dzieląc się jej wynikami i pomagając sobie nawzajem w dążeniu do prawdy. Każdy filozofuje na WŁASNĄ rękę, idzie w swym WŁASNYM kierunku, interesuje się SWOIMI specjalnymi kwestiami, nie dbając zgoła o prace drugiego i nie znając ich często. Czyżby indywidualizm był naprawdę charakterystyczną cechą umysłowości polskiej? Ten brak węzła, jednoczącego naszą filozofię, brak organizacji naszej pracy filozoficznej odczuła, zdaje mi się, już dawno Redakcja *Przeglądu Filozoficznego*, i chcąc skupić rozproszone siły w jedno ognisko, ogłasza konkursy na wyznaczone tematy, wydaje zeszyty, poświęcone jednemu zagadnieniu. Sądzę jednakowoż, że wszystkie te próby jednoczenia i organizowania tak długo pozostaną bezowocne, dopóki nie pojawi się wśród polskiej filzofii jakaś jedna MYŚL wielka i swojska, a nie obca, która skupi polskich filozofów około swego sztandaru w podobny sposób, jak np. niemieckich skupiła myśl KANTA. Może też wówczas spełnią się poniekąd marzenia o narodowej filozofii, a znikną nareszcie rozmaite obce nam krytycyzmy i empiriokrytycyzmy, psychologizmy i pozytywizmy, i inne wszelkie «teorie poznania».

Wrażenie bezładności, które budzi polska działalność filozoficzna w przedstawieniu prof. STRUVEGO, jest może także po części wynikiem samego przedsta-

wienia. Prof. STRUVE grupuje filozofów według miast i katedr uniwersyteckich; być może, że gdyby był przedstawił działalność naszą według poszczególnych nauk filozoficznych, powstałoby wrażenie większego ładu. Jak składnie np. można było zestawić dzieła polskie z dziedziny historii filozofii! Oto idzie na początek *Wstęp ogólny i dzieje filozofii na Wschodzie* prof. STRASZEWSKIEGO; następuje *Historia filozofii greckiej* ks. prof. PAWLICKIEGO; dalej idą monografie LUTOSŁAWSKIEGO o PLATONIE, rozprawa ks. GABRYLA „O kategoriach Arystotelesa", RUBCZYŃSKIEGO *Studia neoplatońskie*. Na tym niestety urywa się wątek, bo z historii filozofii nowożytej nie mamy wybitniejszego dzieła. Taki sposób przedstawienia miałby właśnie tę dobrą stronę, że zwracałby uwagę na tematy, dotąd przez nas nie opracowane. Ale i w takim przedstawieniu nie zatarłaby się rozbieżność badań poszczególnych autorów. Kategorie ARYSTOTELESA i chronologia dzieł PLATONA, a tym bardziej filozofia indyjska i neoplatonizm w wiekach średnich, to bardzo odmienne i odległe od siebie dziedziny myśli. A zważyć przy tym należy, że poza prof. STRASZEWSKIM nikt się u nas naprawdę nie zajmuje filozofią indyjską, poza LUTOSŁAWSKIM nikt zresztą u nas nie pracuje specjalnie nad chronologią dzieł PLATONA, poza RUBCZYŃSKIM nikt u nas nie bada neoplatonizmu. Gdyby udało się przynajmniej drobną część sił naszych skupić w kierunku jednego tematu, ile by to przy wspólnej pracy uzyskać można nowych wyników, a przede wszystkim jak silnie wzrosłoby zainteresowanie się samą kwestią i jak potężnie byłaby podniecona ambicja pracujących, by prześcignąć współzawodników!

Wracając jednak do rozprawy prof. STRUVEGO, sądziłbym przecież, że układ jego pracy pociąga za sobą pewne niedogodności. Nie wszyscy polscy filozofowie dadzą się wcisnąć w ramy trójkąta utworzonego przez Kraków, Lwów i Warszawę. Np. GUMPLOWICZ w Grazu i BIEGAŃSKI w Częstochowie znajdują się poza obwodem owego trójkąta. To są wszkże drobnostki. Co ważniejsze, zdaje mi się, że skutkiem tego układu pracy nastąpiło przesunięcie punktu ciężkości naszego ruchu filozoficznego w kierunku Krakowa, niezupełnie może zgodnie z rzeczywistością. Czytelnik obcy mógł nabrać z rozprawy prof. STRUVEGO przekonania, że Kraków przoduje w Polsce na polu filozofii. Jeśli jednak zważymy, że LUTOSŁAWSKI, KOZŁOWSKI, GUMPLOWICZ, ŻUŁAWSKI, NUCKOWSKI albo tylko chwilowo bawili w Krakowie, albo też od dawna Kraków opuścili, okaże się, że ilość filozofów krakowskich nie przewyższa wcale ilości warszawskich lub lwowskich. Zdaje mi się także, że autor przecenia działalność filozoficzną Akademii Umiejętności. W wydawnictwach Akademii zawierają się niewątpliwie bardzo cenne materiały do dziejów życia umysłowego w Polsce; filozofii jednak dotyczą one tylko ubocznie. Natomiast w *Rozprawach Wydziału Historyczno-Filozoficznego*, których za czas omawiany przez autora (1894–1904) pojawiło się tomów 17 (od t. 30 do 46 włącznie), znalazłem jedną tylko JEDYNĄ pracę treści filozoficznej w t. 36: ks. GABRYLA rozprawę „O kategoriach Arystotelesa". Pomijając już tradycyjne, choć rzeczowej podstawy pozbawione, połączenie historii z filozofią, godzi się zapytać, dlaczego w ogóle nosi jeszcze ten Wydział nazwę hi-

storyczno-FILOZOFICZNEGO? W interesie prawdy dodać też należy, że we Lwowie znacznie wcześniej, niż w Krakowie, powstało Seminarium Filozoficzne, bo już w r[oku] 1897 (nie 1896, jak pisze autor), w Krakowie zaś dopiero w r[oku] 1901. Odnośny ustęp pracy prof. STRUVEGO robi jednak wrażenie, jak gdyby Lwów wzorował się pod tym względem na Krakowie. Tak samo, jak w Krakowie, istnieje we Lwowie od dawna Kółko Filozoficzne, które, pozostając pod kierownictwem prof. TWARDOWSKIEGO, położyło niemałe zasługi około wykształcenia młodych lwowskich sił naukowych. Natomiast ćwiczenia praktyczne z psychologii eksperymentalnej, o których wspomina autor, odbywały się tylko przez jedno półrocze (1901/[19]02, nie zaś w r[oku] 1898, w którym były tylko wykłady z psychofizyki), bo z powodu braku odpowiedniego lokalu i braku środków naukowych trzeba je było przerwać.

Uwagi te nie mają oczywiście na celu obniżyć w czymkolwiek wartość pracy prof. STRUVEGO. Pozostaje ona cennym źródłem informacyjnym o najnowszej filozofii polskiej nie tylko dla obcych, ale i dla nas samych. Dlatego też należy wyrazić szczerą wdzięczność p. KRÓLOWI, że podjął się przekładu tej rozprawy. Przekład czyta się w ogóle gładko; niestety jednak liczne błędy zmieniają często myśl autora, a w niektórych miejscach czynią tekst niezrozumiałym. Ponieważ nie wszyscy mogą korzystać z oryginału, więc uważam za rzecz pożyteczną zestawić ważniejsze błędy i podać ich poprawki dla użytku czytelników.

Cytuję strony i wiersze przekładu.

Przede wszystkim dwie niemieckie konstrukcje gramatyczne sprawiają tłumaczowi trudności: *coniunctivus orationis obliquae* i *passivum*. Na s. 8, w. ostatni z dołu, czytam: „Urzeczywistnił się w nim (tzn. w KSENOFONCIE) JAKOBY ideał grecki dobrego obywatela ...". W niemieckim oryginale brzmi to zdanie w następujący sposób: „In ihm SEI das griechische Ideal eines guten Bürgers ... realisiert". *Coniunctivus* „sei" znaczy tu, że nie jest to myśl autora, tylko obca (ks. PAWLICKIEGO), nie wyraża zaś owego ostrożnego i skromnego powątpiewania, które tkwi w słówku „jakoby" i w ogóle w polskim trybie warunkowym. Ten sam błąd „jakoby" powtarza się na s. 58, w. 2 od dołu, na s. 102, w. 15 od dołu, na s. 105, w. 11 z góry, na s. 116, w. 2 z góry.

Gorzej z *passivum*. Jest to prawdziwa klęska dla tłumaczy, że «duch» języka polskiego nie lubi formy biernej. A przecież to forma tak wygodna i w dawniejszej polszczyźnie tak często używana! Na s. 48, na której omówione są poglądy prof. TWARDOWSKIEGO, czytam takie zdanie (w. 14 z dołu): „Pojęcie tedy SPROWADZA SIĘ do pewnego rodzaju definicji i z tego też stanowiska PODEJMUJEMY jego analizę teoriopoznawczą". Zdanie to brzmie w oryginale: „Dadurch wird der Begriff (*scil.* vom *Verfasser*) auf eine Art von Definition zurückgeführt und von diesem Standpunkte aus seine erkenntnistheoretische Analyse unternommen".[1]

[1] Zdanie to nie miało w ogóle szczęścia, bo i pod względem rzeczowym jest błędne; prof. TWARDOWSKI nie sprowadza pojęć do pewnego rodzaju definicji.

Dlaczego tłumacz pisze „PODEJMUJEMY" analizę? Kto „my"? Tłumacz, prof. STRUVE, czy filozofowie w ogóle? Przecież nikt inny, tylko autor tej analizy, prof. TWARDOWSKI. Tak samo błędnym jest wyrażenie nieosobowe: „sprowadza się". Ten sam błąd rażący powtarza się w wielu miejscach. I tak na s. 14, w. 8 z g[óry]: „poczytujemy" zamiast „ks. PAWLICKI poczytuje"; na s. 54, w. 11 z g[óry]: „zaliczamy" zam[iast] „DZIEDUSZYCKI zalicza"; na s. 55, w. 1 z g[óry]: „Przyznajemy" zam[iast] „DZIEDUSZYCKI przyznaje"; na s. 59, w. 2 z d[ołu] i w tym samym zdaniu na nast[ępnej] s[tronie], w. 1 z g[óry]: „dodaje się" i „określamy" zam[iast] „komentator dodaje" i „określa"; na s. 106, w. 5 z g[óry]: „uwzględnia się" zam[iast] „BIEGAŃSKI uwzględnia"; na s. 107, w. 10 z d[ołu]: „nazywamy" zam[iast] „BIEGAŃSKI nazywa"; natomiast dobrze jest poniżej „łączymy, oznaczamy"; na s. 108, w. 8 i 9 z g[óry]: „daje się" i „uwzględnia się" zam[iast] „daje" i „uwzględnia" (tzn. BIEGAŃSKI).

A oto spis innych błędów: s. 20, w. 14 z d.: zamiast „o wynikającym stąd" powinno być „o następującym potem" — w oryginale „von dem darauf fogenden"; s. 20, s. 2 z d.: z. „głównie zaś" p.b. „i w ogóle" — w or. „und überhaupt"; s. 22, w. 10 z d.: z. „praktyczna zmysłowość" p.b. „pr[aktyczna] zmyślność" — w or. „Sinnigkeit" („zmysłowość" znaczy „sinnlichkeit"); s. 23, w. 13 z d.: z. „Dodaje" p.b. „Przyznaje" — w or. „gibt zu"; s. 24, w. 8 z d.: z. „stwierdzającej" p.b. „podtrzymującej" — w or. „erhält aufrecht"; s. 29, w. 8 z g.: a. „objawienie" p.b. „objaśnienie" — w or. „Erklärung"; s. 35, s. 3 z d.: a. „posiadając samodzielność" p.b. „na mocy własnego działania" — w or. „auf Grund unserer Selbsttätigkeit"; s. 41, w. 14 z g.: z. „o prawie państwowym" p.b. „o państwie prawnym" — w or. „Rechtstaat" („prawo państwowe" znaczy „Staatsrecht"); s. 44, w. 5 z d.: z. „przeciwieństwa" p.b. „sprzeczności" — w or. „Widerspruch" (TERM[IN] TECHN[ICZNY] „przeciwieństwo" znaczy „konträrer) Gegensatz"); s. 49, s. 6 z d.: z. „dowiadujemy się" p.b. „doświadczamy" — w or. „wir erfahren (die regelmässige Sukzession)"; s. 52, w. 9 z g.: a. „policzyła" p.b. „przystosowała wzajemnie" — w or. „auf einander berechnet" znaczy to samo, co następne słowa „einander angepasst"; s. 52, w. 12 z g.: z. „zgodne z prawami" p.b. „prawidłowe" — w or. „gesetzlich geregelt"; s. 52, w. 13 z g.: z. „stanie się" p.b. „zlanie się" (zapewne błąd druku) — w or. „Zusammenfluss"; s. 56, w. 8 z d.: z. „dał się poznać" p.b. „wydał" — w or. „hat bekannt gemacht"; s. 58, w. 12 z g.: błąd drukarski orygiału — „Gamblichus" z. „Jamblichus" — pozostał w przekładzie; s. 63, w. 12 z g.: tłumacz zrobił mimowolną krzywdę p. RUBCZYŃSKIEMU — badania jego zasługują nie „pod TYM względem", lecz „pod KAŻDYM względem" na uwagę specjalistów — w or. „in jeden (nie: in jener) Beziehung"; s. 91, w. ostatni z d.: z. „w rozmaitych postaciach" p.b. „wraz ze swymi rozmaitymi objawami" — w or. „mit seinem verschiedenartigen Erscheinungen"; s. 97, w. 15 z g.: całe zdanie błędne — „Odłączyła ona religię, a wprowadziła wiedzę", powinno być „Wstąpiła w miejsce religii i dała początek nauce" — w or.: „Sie löste die Religion ab und leitete die Wissenschaft ein" („ablösen" znaczy tu tyle, co „zluzo-

wać"); s. 103, w. 5 z g.: z. „jedyne" p.b. „jakieś" — w or. „einiges" (nie „einziges"); s. 108, w. 9 z d.: z. „jednostkowych" p.b. „jednakowych" (zapewne błąd druku) — w or. „das Gleiche"; s. 108, w. ostatni z d.: w zdaniu „Nie jest on dlatego bez wartości" brak słówka „jednak" (skutkiem tego zdanie nabiera innego znaczenia); s. 111, w. 4 z g.: z. „naprzód" p.b. „na razie" — w or. „für's erste".

Z błędów terminologicznych wymieniam dwa. Przymiotnik „erkenntnistheoretisch" tłumaczy p. KRÓL raz przez „teoriopoznawczy" (np. na s. 48), drugi raz znowu przez „poznawczo-teoretyczny" (s. 77 i 78). I jedno, i drugie wyrażenie nie brzmi dobrze po polsku. Jeśli mamy już używać tego terminu, mówmy i piszmy, jak proponuje p. W. M. KOZŁOWSKI, „epistemologiczny". Drugi błąd terminologiczny popełnia nie tylko tłumacz, ale i autor przy omawianiu poglądów prof. TWARDOWSKIEGO. To, co Niemcy zowią „Vorstellung", nazywa prof. TWARDOWSKI „przedstawieniem". Przedstawienia dzielą się na „wyobrażenia" (anschauliche Vorstellungen, Anschauungen) i „pojęcia" (unanschauliche, begriffliche Vorstellungen czyli Begriffe). A więc tytuł książki prof. TWARDOWSKIEGO: „Wyobrażenia i pojęcia" brzmi po niemiecku: „Anschauungen und Begriffe", a nie „Vorstellungen und Begriffe", jak podaje prof. STRUVE. Wymienione zaś na s. 47 przekładu (w. 10 z g.) dzieło niemieckie prof. TWARDOWSKIEGO o „wyobrażeniach" jest dziełem o „przedstawieniach". Można się na tę terminologię nie godzić, ale należy jej przestrzegać w cytowaniu dzieł jej twórcy.

Z uznaniem natomiast podnieść należy, że tytuły dzieł polskich, które prof. STRUVE przytacza po niemiecku, podaje tłumacz w oryginalnym ich brzmieniu. Była to zawsze dość mozolna praca, bo należało je powyszukiwać w bibliografiach. Poprawia też tłumacz autora, cytując należycie tytuł książki prof. TWARDOWSKIEGO: *Zasadnicze pojęcia DYDAKTYKI i logiki*, którą prof. STRUVE przez pomyłkę nazywa *Grundbergriffe der DIALEKTIK und Logik*. Natomiast tak w oryginale, jak w przekładzie, przytoczone jest błędnie dzieło ks. GABRYLA: *Metafizyka ogólna JAKO* (als) *nauka o bycie*; ma być *Metafizyka ogólna CZYLI nauka o bycie*. W ogóle trzeba przyznać, że tłumacz starał się o poprawność przekładu; błędy zaś należy widocznie przypisać niedostatecznej znajomości języka niemieckiego.

Na zakończenie dwie jeszcze uwagi pod adresem tłumacza: naprzód, dlaczego nie załączył do przekładu spisu rzeczy, który znajduje się w niemieckiej odbitce rozprawy prof. STRUVEGO, a po wtóre, dlaczego nie dopilnował, by nazwisko zasłużonego nestora filozofii polskiej, tak dobrze znane nie tylko w kołach fachowych, ale i w szerokich warstwach wykształconej publiczności polskiej, nie figurowało na kartce tytułowej z błędnym drukiem?

4. W. JAMES, *PRAGMATISM, A NEW NAME FOR SOME OLD WAYS OF THINKING*
(Pragmatyzm, nowa nazwa pewnych starych kierunków myślenia)
[Odczyt wygłoszony 13 listopada 1907 roku na LVIII posiedzeniu naukowym PTF we Lwowie] Autoreferat

Przegląd Filozoficzny
r. XI(1908) z. 4 s. 341–342

W ostatnich latach uzyskał niemało rozgłosu, zwłaszcza w Anglii i Ameryce, pewien radykalnie empirystyczny kierunek teorii poznania, zwany pragmatyzmem. Właściwym twórczą nazwy i pomysłu jest genialny Amerykanin Charles S. PEIRCE. Uczony ten, już dzisiaj nieżyjący, zajmował się głównie logiką algebraiczną i stworzył podstawy algebry stosunków. W r. 1878 ogłosił w amerykańskim czasopiśmie *Popular Science Monthly* artykuł pt.: „Jak uczynić nasze idee jasnymi" (*How to make our ideas clear*). W artykule tym, który pojawił się także we francuskim przekładzie w VII t. RIBOTA *Revue Philosophique* z r. 1879, wychodzi PEIRCE z założenia, że przekonanie jest podstawą działania. Chcąc więc rozwinąć znaczenie jakiegoś przekonania, lub w ogóle jakiejś idei i myśli, należy określić sposób postępowania lub działania, który z tej myśli wynika. Najsubtelniejsza dystynkcja myślowa odbić się musi w jakiejś różnicy «praktycznej», tzn. różnicy działania (działanie znaczy po grecku πραγμα od πραττειν działać), i ta różnica praktyczna jest namacalnym faktem, tkwiącym na dnie każdej rzeczywistej, nie zaś pozornej tylko dystynkcji myślowej. Ażeby osiągnąć zupełną jasność myśli naszych o jakimś przedmiocie, należy rozważyć wszystkie możliwe praktyczne skutki, wynikające z działania związanego z tym przedmiotem. Zasadnicza myśl pragmatyzmu, sformułowana przez PEIRCE'A, przeszła zrazu niepostrzeżenie. Dopiero w ostatnich kilku latach podjęli tę myśl, tak bardzo charakterystyczną i rodzimą dla rasy anglosaskiej, niektórzy filozofowie angielscy i amerykańscy. W Anglii działa w ruchu pragmatyzmu F. C. S. SCHILLER z Oxfordu (główne dzieło: *Studies in humanism*); w Ameryce głosi pragmatyzm autor wielu studiów logicznych John DEWEY oraz znany psycholog William JAMES. Najważniejszym działem JAMESA o tej kwestii jest książka pt.: *Pragmatism, a new name for some old ways of thinking* (Pragmatyzm, nowa nazwa pewnych starych kierunków myślenia), New York 1907. (Książka to pojawiła się już w przekładzie niemieckim W. JERUSALEMA.) Jest to szereg wykładów popularnych, wygłoszonych z ogromną swadą i siłą przekonania, w celu robienia propagandy dla idei pragmatyzmu. Wiele świeżych, ożywczych myśli przynosi nam to dzieło, lecz nie odznacza się niestety ścisłością logiczną. Dlatego trzeba je czytać bardzo krytycznie. Pragmatyści współcześni zajmują się głównie pojęciem PRAWDY i takie przekonania uważają za prawdziwe, na których podstawie działać można gładko, wygodnie, bez przeszkód.

5. K. STUMPF, *ERSCHEINUNGEN UND PSYCHISCHE FUNKTIONEN; ZUR EINTEILUNG DER WISSENSCHAFTEN*

[Odczyt wygłoszony 4 grudnia 1907 roku na LIX posiedzeniu naukowym PTF we Lwowie]

Przegląd Filozoficzny
r. XI(1908) z. 4 s. 342–343

Dwie te rozprawy [K. STUMPFA, prof[esora] Uniw[ersytetu] Berlińskiego, zamieszczone w publikacjach berlińskiej Akademii Umiej[ętności] za rok 1906 [...] pozostają ze sobą w związku. W pierwszej wyraża STUMPF zdanie, że zjawiskami psychicznymi we właściwym znaczeniu są tylko akty, czyli funkcje psychiczne, a więc np. widzenie lub słyszenie, nie zaś barwa lub dźwięk. Dlatego też badania barw, dźwięków i wszystkich w ogóle jakości zmysłowych należy wyłączyć z psychologii i utworzyć nową naukę, «FENOMENOLOGIĘ». Oprócz fenomenologii wyróżnia STUMPF w drugiej rozprawie dwie inne nowe nauki: «EIDOLOGIĘ», która zajmuje się wyższymi utworami funkcji psychicznych, jak pojęciami, zbiorami, obiektywami itd., oraz ogólną TEORIĘ STOSUNKÓW.

6. M. BOROWSKI, „KRYTYKA POJĘCIA ZWIĄZKU PRZYCZYNOWEGO"

(*Przegląd Filozoficzny* t. X(1907) z. 4)

[Odczyt wygłoszony 29 stycznia 1908 roku na LXI posiedzeniu naukowym PTF we Lwowie]

Przegląd Filozoficzny
r. XI(1908) z. 4 s. 343

Główną myśl tej rozprawy sformułować można przy pomocy terminów, zaczerpniętych z teorii stosunków, w następujący sposób. Stosunek przyczyny do skutku należy do typu stosunków wzajemnego jednoznacznego przyporządkowania, tzn. jest stosunkiem takim, że każdej przyczynie odpowiada jeden tylko skutek, i na odwrót, każdemu skutkowi jedna tylko przyczyna. Innym przykładem takiego stosunku wzajemnego jednoznacznego przyporządkowania jest w dzie-

dzinie liczb stosunek „większy wzgl[ędnie] mniejszy o jeden". Każdej bowiem liczbie odpowiada jedna tylko liczba, większa od niej o jeden, i na odwrót, tej drugiej odpowiada jedna tylko liczba mniejsza od niej o jeden. Zwykle jednak pojmuje się stosunek przyczyny do skutku na wzór stosunku syna do ojca, który jest stosunkiem JEDNOSTRONNEGO, nie zaś wzajemnego jednoznacznego przyporządkowania. Tzn. przyjmuje się wprawdzie, że każda przyczyna wywołuje jeden tylko, ściśle określony skutek, tak jak każdy syn ma jednego tylko ojca, ale nie na odwrót; nie każdy skutek musi być wywołany jedną tylko przyczyną, lecz może mieć wiele różnych przyczyn, tak jak nie każdy ojciec musi mieć jednego syna, lecz może mieć wielu synów. Niewłaściwy, zdaniem dra BOROWSKIEGO, pogląd, jakoby różne przyczyny mogły wywołać taki sam skutek, pochodzi stąd, że dla celów praktycznych określa się zwykle przyczynę za szeroko, a skutek za ciasno. Z poglądu dra BOROWSKIEGO nie wynika wcale, że stosunek przyczyny do skutku jest odwracalny, czyli symetryczny, albowiem stosunki wzajemnego jednoznacznego przyporządkowania nie muszą być symetryczne, jak okazuje się na przykładzie stosunku „większy wzgl[ędnie] mniejszy o jeden".

7. WŁADYSŁAW TATARKIEWICZ, *DIE DISPOSITION DER ARISTOTELISCHEN PRINZIPIEN* (Dyspozycja zasad arystotelesowych)

Philosophische Arbeiten, herausg. v. H. COHEN u. P. NATORP, IV. B. 2. H., Giessen 1910, s: IV, 102 (od s. 59 do s. 160)

Ruch Filozoficzny
t. I(1911) nr 2 s. 20a–21b

Autor pragnie zbadać, jaki jest LOGICZNY układ pojęć, które złożyły się na budowę systemu filozoficznego ARYSTOTELESA, i zadanie to określa jako DYSPOZYCJĘ zasad arystotelesowych. Stwierdza, że u ARYSTOTELESA istnieje nie jeden, ale szereg CYKLÓW POJĘCIOWYCH, z których każdy przedstawia inny stopień w systematycznym rozwoju poglądów STAGIRYTY. Tę myśl przewodnią rozprawy autor wyjaśnia i uzasadnia głównie na pojęciu SUBSTANCJI.

Najprymitywniejszym cyklem pojęć u ARYSTOTELESA są KATEGORIE. Służą one do prowizorycznego zorientowania się w rodzajach bytu i są tylko zbiorem ZAGADNIEŃ. Substancja na stopniu kategorii nie jest jeszcze określonym i na składniki swe rozwiązanym pojęciem, ale wyrazem mającego się dopiero rozwinąć ZADANIA. Odpowiada jej na tym stopniu nie tyle termin ουσια, ile raczej

wyrażenie τοδε τι, oznaczające w sposób nieokreślony rzecz jednostkową, konkretną, το εκαστον.

Głębiej ujęty jest problemat substancji na stopniu drugim, w *Metafizyce*. Rozum domaga się sprowadzenia wszystkich rodzajów bytu do bytu trwałego, identycznego ze sobą, który byłby pojęciowo jednoznacznie określony. Żądanie to spełnić może jedynie kategoria τοδε τι, rzecz indywidualna. Stąd biorą się dwa momenty w pojęciu substancji, które łącząc się, tworzą w prowizorycznej syntezie pojęcie PODŁOŻA, υποκειμενον. Ουσια ως υποκειμενον jest substratem czyli podmiotem wszystkich innych kategorii, sama zaś nie może być orzeczeniem żadnego innego bytu. Tak powstaje dalszy moment — logicznej PIERWSZOŚCI substancji: substancja ma być jakąś ZASADĄ bytu.

To pierwsze sformułowanie pojęcia substancji zawiera różne, a nawet przeciwne sobie ŻĄDANIA; pogodzić je, jest zadaniem nowym, którego rozwiązanie przygotowuje trzeci cykl pojęć. Środkami rozwiązania są dwie zasady: formalna i materialna.

Zasada formalna zowie się raz ειδος, pojęcie, gatunek, drugi raz μορφη, forma, kształt. Pierwsze pojęcie [jest] pochodzenia logicznego, drugie fizykalnego. Ειδος i μορφη są to pojęcia różne, a nawet sprzeczne ze sobą, bo kształt wskazuje na rzecz ukształtowaną, materialną, ειδος zaś nie. Łączy je to, że są określonymi JAKOŚCIAMI, POZNAWALNYMI za pomocą rozumu. Takim jest też znaczenie pojęcia metafizycznego το τι ην ειναι (byt istotny), które ujmuje w sobie logiczne ειδος i fizykalną μορφη.

Drugą zasadą substancji jest materia, υλη, sama przez się nieokreślona, a będąca zasadą REALNOŚCI substancji. Jako υλε νοητη materia pozostaje w bliskim związku z przestrzenią.

Na czwartym, najwyższym stopniu systematycznego rozwoju myśli aystotelesowej, następuje zlanie się obu zasad, formalnej i materialnej, w jedną całość, το συνολον. W całości tej to, co da się uchwycić POJĘCIOWO i co nadaje substancji JEDNOŚĆ i TRWAŁOŚĆ, jest formą; od materii zaś pochodzi INDYWIDUALNOŚĆ, która nigdy dlatego nie da się wyczerpać przez formy, a więc określić pojęciowo. To συνολον jest rzeczą jednostkową, konkretną, tak jak το εκαστον. Ale podczas gdy drugie to słowo jest jeszcze prymitywnym wyrazem nierozwiązanego zadania, to termin pierwszy przedstawia już syntezę długiego rozwoju logicznego.

Posługując się podobną metodą, autor rozważa w dalszym ciągu rozprawy pojęcia przyczynowości, celowości, energii i zajmuje się wreszcie systemem ARYSTOTELESA jako całością.

Rozprawa nie jest pisana zbyt przystępnie i wymaga uprzedniej znajomości filozofii ARYSTOTELESA. Kto pokona te dwie trudności, odniesie niemały pożytek. Wyjaśni mu się znaczenie niejednego pojęcia arystotelesowego, choćby nawet genetyczny związek tych pojęć u STAGIRYTY nie zawsze odpowiadał systematycznemu schematowi autora. Tkwi przy tym w tej pracy, wzorem samego ARYSTOTELESA, obok ogromnej sumy mozolnie i troskliwie zestawionych szczegółów —

silny pęd do syntetycznego i konstrukcyjnego myślenia, który działa pobudzająco zwłaszcza na umysły analityczno-krytyczne. Osobiste stanowisko filozoficzne autora, który jest uczniem szkoły marburskiej, ujawnia się w kilku tylko punktach, bez żadnej zresztą ujmy dla obiektywności przedstawienia.

8. PAUL NATORP, *DIE LOGISCHEN GRUNDLAGEN DER EXAKTEN WISSENSCHAFTEN*
(Logiczne podstawy nauk ścisłych)

Wydawnictwo „Wissenschaft und Hypothese", t. XII,
Lipsk i Berlin 1910, B. G. Teubner, s: XX, 416

Ruch Filozoficzny
t. I(1911) nr 5 s. 101a–102a

Paweł NATORP, najwybitniejszy obok COHENA przedstawiciel marburskiej szkoły nowokantystów, chce podać w tym dziele CZYSTO LOGICZNE uzasadnienie nauk matematycznych, opierając się na zmodyfikowanych podstawach filozofii KANTA. Główna różnica między KANTem a filozofią szkoły marburskiej polega na tym, że Marburczycy nie uznają «czystego wyobrażenia» (*reine Anschauung*) jako danego PRZED MYŚLENIEM, lecz wyprowadzają je z «czystego myślenia» (*reines Denken*). Zasady tej filozofii, zawarte w dwóch pierwszych rozdziałach książki, są następujące.

Przedmiot poznania nie jest czymś «danym», więc nie może być poznany jedynie przez ANALIZĘ; sądy analityczne nie rozszerzają wiedzy, tylko uświadamiają dokonaną już syntezę rozumu. Poznanie samo tworzy swój przedmiot, określając stopniowo nieokreślone pierwotnie *X*, i w tym ciągłym rozwoju nie zna początku ni końca. (Jest to «genetyczny» nie zaś «ontyczny» pogląd na istotę poznania.) Przedmiot jest więc ZADANIEM NIESKOŃCZONYM czyli PROBLEMATEM, który rozum stopniowo rozwiązuje. (*Gegenstand* = *objectum* znaczy niemal to samo, co προβλημα; po polsku dosłownie προβλεμα = przedmiot, od „przed" i „miotać" = προ–βαλλειν).

Skoro poznanie nie ma początku ni końca, przeto nie należy mówić o zasadach ostatecznych. Można tylko wznieść się ponad CAŁY PROCES poznania i określić jego kierunek (prawo «Logosu»). Prawem tym nie jest TOŻSAMOŚĆ, bo odnajdujemy ją w różności — ani RÓŻNOŚĆ, bo poznajemy ją przez tożsamość (np. *A* jest różne od *B*, bo TEJ SAMEJ cechy *c*, którą ma *A*, *B* nie ma). Tożsamość i różność są to pojęcia ze sobą związane, współwzględne. ZWIĄZEK ten (*Zusammenhang*),

jednoczący wszystko przez WSPÓŁWZGLĘDNOŚĆ (*Korrelation*) i będący według NATORPA tym samym, co «jedność syntetyczna» KANTA i «zasada początku» (*Prinzip der Ursprungs*) COHENA, stanowi najwyższe prawo procesu poznania, idącego w dwóch kierunkach współwzględnych: dośrodkowym (tożsamość) jako ŁĄCZENIE (*Vereinigung*) i odśrodkowym (różność) jako ROZŁĄCZANIE (*Sonderung*).

Z tego «pra-aktu syntetycznej jedności» (*Urakt der synth. Einheit*) wynikają wszystkie zasadnicze funkcje logiczne, które wzorem KANTA NATORP omawia pod nagłówkami ILOŚCI, JAKOŚCI, STOSUNKU i MODALNOŚCI. W każdej z tych 4 funkcji istnieją 3 stopnie: początek, postęp i koniec (teza, antyteza, synteza). W ilości, która odpowiada kierunkowi odśrodkowemu poznania, mamy JEDNOŚĆ, WIELOŚĆ i zjednoczenie wielości w WYŻSZĄ JEDNOŚĆ; w jakości, która odpowiada kierunkowi dośrodkowemu, mamy TOŻSAMOŚĆ, RÓŻNOŚĆ i zjednoczenie różności w wyższą tożsamość GATUNKOWĄ. Stosunek jest już syntezą syntez ilościowych i jakościowych; stopniami jego są: SZEREG PODSTAWOWY (czas i przestrzeń), UPORZĄDKOWANIE poszczególnych szeregów wedle PRZYCZYNOWOŚCI i zjednoczenie ich w SYSTEM według stosunku WZAJEMNEGO ODDZIAŁYWANIA («natura»). Modalność tyczy się nie przedmiotu, lecz sposobu poznawania i zawiera czynniki MOŻLIWOŚCI (hipoteza), FAKTYCZNOŚCI (sprawdzanie hipotezy przez fakty) i KONIECZNOŚCI (prawo).

Wychodząc z tych podstaw logicznych, autor omawia w dalszych pięciu rozdziałach pojęcia liczby, ciągłości, nieskończoności, przestrzeni, czasu itd., i rozważa matematyczne zasady przyrodoznawstwa. Praca w tej części jest przeważnie krytyczna; na uwagę zasługuje krytyka definicji zera i jedynki FREGEGO, krytyka pojęcia liczb niewymiernych DEDEKINDA, krytyka teorii mnogości CANTORA, przedstawienie pojęcia różniczki według COHENA. Autor uznaje liczby pozaskończone oraz przyjmuje za VERONESEM wielkości nieskończenie małe. W metageometrii nie widzi sprzeczności. W ostatnim rozdziale zajmuje się, pierwszy z filozofów, zasadą względności LORENTZA–EINSTEINA–MINKOWSKIEGO.

Część filozoficzna książki nastręcza ogromne trudności. Pochodzi to, jak sądzę Z BRAKU JESNEGO I ŚCISŁEGO OKREŚLENIA POJĘĆ ZASADNICZYCH. Nie wiem, co znaczy „czyste myślenie", „proces poznania", „pra-akt jedności syntetycznej" itd. Nie mają to być PROCESY PSYCHICZNE, lecz ich przedmiotowe korelaty(?); a jednak ciągle mowa o AKTACH myślenia.

ARCHITEKTONICZNY pierwiastek kantyzmu, estetycznie tak bardzo ponętny, prowadzi, zdaniem moim, do sztucznej — a przez to niezrozumiałej — symetrii.

Książka pragnie zagadnienia matematyczne nagiąć Z GÓRY do filozoficznej doktryny; mimo wielu cennych uwag, nie sądzę, by pod jej wpływem inni filozofowie i matematycy zechcieli porzucić swą dotychczasową drogę logicznego uzasadnienia nauk ścisłych, idącą Z DOŁU od zagadnień matematycznych ku podstawom logicznym, drogę, którą tak wspaniale przedstawił w ŚCISŁEJ i METODYCZNEJ książce *O podstawach matematyki* — Bertrand RUSSELL.

9. HENRYK STRUVE, *HISTORIA LOGIKI JAKO TEORII POZNANIA W POLSCE. Poprzedzona zarysem jej rozwoju u obcych.*

Wydanie drugie, w dwójnasób pomnożone. Warszawa 1911, E. Wende i Sp., s: X, 541

Ruch Filozoficzny
t. I(1911) nr 6 s. 115–117

Niniejsza książka, która po przeszło 40 latach pojawia się w drugim wydaniu jako całość prawie nowa, uzyska bez wątpienia podobne znaczenie dla historii logiki i filozofii polskiej, jakie posiada znany podręcznik UEBERWEGA-HEINZEGO dla historii filozofii powszechnej. Książka składa się z 40 paragrafów; 12 krótszych obejmuje zarys rozwoju logiki i teorii poznania u obcych, 8 dłuższych, stanowiących trzy czwarte dzieła, tyczy się historii logiki w Polsce. Każdy paragraf ma trzy działy, wyróżnione typograficznie. Na czele paragrafu znajduje się krótki jego wyciąg, który zawiera zwykle charakterystykę jakiegoś okresu z dziejów logiki. Następują liczne ustępy drobniejszym drukiem; w nich autor podaje szczegółowy przegląd kierunków i postaci omawianego okresu oraz treść i ocenę wybitniejszych dzieł. Do każdego ustępu dołącza wreszcie przypiski, w których zamieszcza wiadomości bio- i bibliograficzne, cytaty, notatki, polemikę.

Całość historii filozofii i logiki w Polsce prof. STRUVE dzieli na 5 okresów: akademicki (po koniec w. XVI), jezuicki (do drugiej połowy w. XVIII), odrodzenia (do r. 1830), idealistyczny (do r. 1860) i współczesny. Do okresu akademickiego zalicza zarówno nominalistów (pierwszy — MATEUSZ z Krakowa[, r.] 1400) i skotystów, działających w Akademii Krakowskiej, jak i humanistów — GÓRSKIEGO i BURSKIEGO. Po okresie tym, w którym zdaniem autora stan filozofii polskiej dorównywał stanowi tej nauki u obcych, następują czasy upadku. Winę upadku prof. STRUVE przypisuje formalistycznej scholastyce jezuitów i poddaje ich kompendia logiczne bardzo ostrej krytyce. Okres odrodzenia bierze swój początek od reformy szkół KONARSKIEGO. Polska myśl filozoficzna zaczyna znowu zaznajamiać się z filozofią zachodnią, sięgając na razie do WOLFFA i KONDYLLAKA, później do KANTA. Zawiązki krytycyzmu, zrazu wcale liczne (tu należy i Jędrzej ŚNIADECKI) toną jednak niebawem w fali idealizmu. Następuje najświetniejszy dotąd, zdaniem autora, okres rozwoju filozofii i logiki w Polsce, który wydał takich myślicieli, jak HOENE-WROŃSKI, GOŁUCHOWSKI, KREMER, TRENTOWSKI, LIBELT, CIESZKOWSKI. Okres ten mija prędko. Budzi się reakcja przeciw abstrakcyjnej dialektyce. Powstają kierunki nowe — racjonalizm, realizm idealny, pozytywizm itd. — które mają wszystkie charakter krytyczny i dążą do syntetycz-

nego objęcia możliwie szerokich dziedzin myśli. Ten okres syntetyczno-krytyczny trwa do dzisiaj. Niemal 200 stron swej książki prof. STRUVE poświęca współczesnej logice i teorii poznania polskiej; te dzieje najnowsze zajmują więcej miejsca niż cała historia logiki w Polsce w pierwszym wydaniu.

Dzieło prof. STRUVEgo jest owocem długoletniej, niezmiernie sumiennej i drobiazgowej pracy, która wymagała przeczytania ogromnej ilości nie czytanych już dzisiaj książek oraz skrzętnego zbierania i kontrolowania mnóstwa szczegółów bibliograficznych i biograficznych. Jaki był ogrom tej pracy, którą autor sam jeden wykonać musiał, bo przed nim istniały tylko nieznaczne zawiązki i próby, okazuje się choćby z tego, że według spisu, umieszczonego na końcu dzieła, prof. STRUVE cytuje około 540 autorów, czynnych w Polsce, a przeszło 170 poświęca dłuższe ustępy lub wzmianki w tekście. Pojmując logikę szerzej niż to zwykle bywa (sprawozdawca wolałby tytuł: *Historia logiki* i *teorii poznania*), prof. STRUVE mógł uwzględnić w swej pracy niemal wszystkich filozofów polskich i położył w ten sposób, jak sam powiada, stałe fundamenta pod ogólną historię filozofii w Polsce. Do całości brak głównie historii filozofii praktycznej.

Prof. STRUVE nie poprzestał na suchym zebraniu dat i faktów; niemal wszędzie dołącza słowa krytyki i oceny. To nadaje książce wagę społeczną. Sądy prof. STRUVEgo długo zapewne urabiać będą opinię, tym bardziej, że nie są podawane bez uzasadnienia; zdają się też być na ogół trafne. Wszelako w każdej ocenie tkwi zawsze sporo czynników subiektywnych, osobistych sympatii i atypatii. Prof. STRUVE z większą sympatią odnosi się np. do humanizmu niż do scholastyki; można atoli bronić także zdania, że w dziejach myśli ludzkiej filozofia scholastyczna większą miała wartość niż bezpłodny dla nauki humanizm. W każdym razie zdaje się być prawdą, że filozofia polska aż do w. XIX pozostawała w kontakcie z europejską nie w epokach jej rozkwitu, lecz zastoju. Scholastyka była w upadku już za MATEUSZA z Krakowa, a tym bardziej za jezuitów. Fatalnym zbiegiem wypadków potężne zdobycze naukowe i filozoficzne XVII w. (GALILEI, KARTEZJUSZ, LEIBNIZ, NEWTON!) przebrzmiały w Polsce bez echa.

Przy końcu dzieła autor podaje pogląd ogólny. Trzy cechy charakterystyczne, które mianuje zaletami, widzi w dotychczasowym rozwoju filozofii polskiej: dążność życiową, tendencję syntetyczną oraz żywość i obrazowość — w ogóle popularność wysłowienia. Tym trzem zaletom towarzyszą trzy wady: zamiłowanie [do] obcych nowinek, brak ciągłości objawów filozoficznych i brak solidarności pracowników na tym polu. Charakterystykę tę, pod niejednym względem trafną, można pojąć także jako wyraz pragnień i obaw autora.

Szczera wdzięczność należy się prof. STRUVEMU za napisanie tej książki; znać ją i studiować powinien każdy, komu leży na sercu postęp myśli filozoficznej w Polsce.

10. WŁADYSŁAW BIEGAŃSKI, „CZYM JEST LOGIKA"

Odbitka ze *Sprawozdań z posiedzeń Towarzystwa Naukowego Warszawskiego. Wydział Nauk Antropologicznych, Społecznych, Historii i Filozofii* (posiedzenie z dnia 6 maja 1910 [roku]), r. III (1910) z. 6 s. 119–149

Ruch Filozoficzny
t. II(1912) nr 8 s. 149a–b

Na pytanie, będące nagłówkiem pracy, autor daje w zakończeniu następującą odpowiedź: „Logika ... jest nauką i sztuką dowodzenia; jako nauka rozpatruje idealne konstrukcje, jest więc czystą, wyprowadzającą swoje prawa z założeń i pewników; jako sztuka zaś stosuje swoje konstrukcje i wyprowadzone z nich prawa do oceny wyników poznania" (s. 149). Pogląd ten autor stara się uzasadnić na drodze historyczno-genetycznej. Walka z sofistami w starożytnej Grecji zrodziła potrzebę ustanowienia reguł dowodzenia. Pracy tej dokonali PLATON i ARYSTOTELES, tworząc KONSTRUKCJE logiczne, jak pojęcia, sądy, sylogizmy. Konstrukcje te „są idealne, sztuczne i poniekąd dowolnie wytworzone" (s. 146). „Logika nie odtwarza procesów myśli i nie ma wcale na celu tego zadania" (s. 144). Logika nie jest więc nauką lub sztuką MYŚLENIA; „jako sztuka dowodzenia stanowi naukę zupełnie odrębną i niezależną od psychologii" (s. 146).

W *Zasadach logiki ogólnej*, wydanych w r[oku] 1903, BIEGAŃSKI inaczej określał stosunek logiki do psychologii. Sądził wtedy, że logika ma się tak do psychologii, jak higiena do fizjologii, i zgodnie z tym twierdził, że gdy idzie o sprawdzenie i wytłumaczenie prawideł logicznych, to logika, jako nauka stosowana, powinna opierać się na psychologii, jako swej nauce teoretycznej. Konstrukcjom logicznym kazał więc stosować się do rzeczywistych przebiegów myślenia i potępiał konstrukcje sztuczne. Z PSYCHOLOGICZMU, który tak wyraźnie przebija się w *Zasadach*, zdołał się BIEGAŃSKI wyzwolić. Podobny zwrot dokonał się współcześnie i u wielu innych autorów, że wymienię tylko MEINONGA.

Nie zdaje mi się atoli, ażeby nowe określenie logiki, przyjęte przez BIEGAŃSKIEGO, było wolne od zarzutów. Naprzód wydaje mi się za ciasne. Logika tyczy się nie tylko DOWODZENIA, ale w ogóle ROZUMOWANIA, przy czym zgodnie z prof. TWARDOWSKIM używam terminu „rozumowania" jako ogólniejszego od „dowodzenia" (por. rozprawę moją „O twórczości w nauce", s. 8*). Po wtóre, dowodzenie czy rozumowanie jest także MYŚLENIEM, a więc psychologizm powraca. Zgodziłbym się natomiast na odróżnienie logiki jako «nauki» i «sztuki», tylko użyłbym innych terminów. Sądzę mianowicie, że logika, jako nauka TEORETYCZNA, bada stosunki, w jakich zdania formalne (np. „*S* jest *P*") pozostają do siebie ze

* W tym tomie: s. 16 [JJJ].

względu na swą prawdziwość lub fałszywość, i ustanawia prawa tych stosunków (np. „Jeśli prawdą jest, że *S* jest *M* i *M* jest *P*, to prawdą jest, że *S* jest *P*"); jako nauka praktyczna stosuje te prawa do rozwiązywania ZADAŃ z zakresu ROZUMOWANIA w ogóle, np.: do wyprowadzenia jakiejś konkluzji, jak we wnioskowaniu dedukcyjnym; do wyszukania jakiejś racji ogólnej, jak we wnioskowaniu indukcyjnym; do sprawdzenia lub udowodnienia jakiejś tezy itp. Pogląd ten, tu tylko naszkicowany, przedstawię może w jakiejś pracy obszerniej.

11. JULIUSZ KLEINER, *ZYGMUNT KRASIŃSKI. DZIEJE MYŚLI*

Nakładem Tow[arzystwa] Wydawni[czego] — Wende i Sp., Lwów–Warszawa 1912; t. I, s: XI, 380; t. II, s: 313

Ruch Filozoficzny
t. III(1913) nr 5 s. 109b–111a

Dzieła p. KLEINERA doczekało się już licznych i bardzo pochlebnych recenzji ze strony historyków literatury polskiej. Zadaniem tego sprawozdania jest tylko wskazać, jaką wartość przedstawia ono dla czytelników, zajmujących się historią filozofii polskiej.

Celem autora było opracować na tle ogólnej atmosfery umysłowej epoki historię problemów, jakie wyłaniały się u KRASIŃSKIEGO z jego życia osobistego oraz ze współczesnego mu życia społecznego i narodowego. KRASIŃSKI zaczął insteresować się filozofią bardzo wcześnie; ale w młodzieńczym jego okresie i w fazie twórczości *Nieboskiej* i *Irydiona* filozofia nie wysuwała się jeszcze na plan pierwszy, tak że z tego okresu co najwyżej pogląd jego na cierpienie, przejęty od BALLANCHE'A, oraz teoria przeznaczenia zasługują na bliższą uwagę. Okres filozoficzny zaczyna się u KRASIŃSKIEGO dopiero od r[oku] 1835; odtąd poeta zaczął zaznajamiać się dokładniej z idealistyczną filozofią niemiecką. Dlatego też w książce p. KLEINERA zajmą czytelnika filozoficznego przede wszystkim późniejsze jej części, mianowicie część trzecia przy końcu t. I, pt. „Przezwyciężanie pesymizmu i kształowanie systemu" oraz część czwarta w t. II, pt. „Filozofia ducha i Polski". W części trzeciej autor przedstawia poglądy filozofów niemieckich, które znalazły oddźwięk u KRASIŃSKIEGO, i omawia między innymi filozofię poematu „Syn Cieniów"; w części czwartej zawiera się rozbiór najważniejszego utworu filozoficznego poety, napisanego prozą, a wydanego po jego śmierci, „Traktatu o Trójcy", na tle współczesnej filozofii europejskiej. Analizując wpływy, jakie działały na KRASIŃSKIEGO, autor dochodzi do wniosku, że

jest u niego „poza CHRYSTOLOGIĄ I STOSOWANIEM IDEI CHRYSTOLOGICZNYCH DO POLSKI — niewielka stosunkowo oryginalność filozofii, w której bratają się idee różnych myślicieli, która jest niejako wynikiem SKRZYŻOWANIA SIĘ HEGELIANIZMU, nieco NEO-SCHELLINGIANIZMEM zabarwionego, Z KIERUNKIEM HISTORIOZOFICZNO-MESJANICZNYM FICHTEGO, WROŃSKIEGO I CIESZKOWSKIEGO, Z MICKIEWICZOWSKĄ IDEĄ POSŁANNICTWA POLSKI i z niektórymi teoriami LAMENNAIS'GO i BOUCHERA DE PERTHES" (t. II, s. 103). Mimo to ogólnoeuropejskie piętno, jakie nosi filozofia KRASIŃSKIEGO, autor uważa ją za polską, i to nie tylko dlatego, że głosi polski mesjanizm, ale że występuje w niej właściwa myślicielom polskim dążność syntetyczna i praktyczna oraz najwybitniejsza, zdaniem autora, własność polskiej filozofii: oparcie poglądu na świat na wolnej, niezniszczalnej, twórczej jednostce duchowej.

W tej części trzeciej i czwartej dzieła p. KLEINERA czytelnik znajdzie dokładne i jasne streszczenie poglądów filozoficznych SCHELLINGA, HEGLA, SCHUBERTA, OKENA, STRAUSSA; dowie się o sporach lewicy heglowskiej z prawicą; pozna niektóre pomysły filozoficzne TRENTOWSKIEGO i CIESZKOWSKIEGO. Ponieważ ta epoka filozoficzna, dziś nam tak obca, jest dotąd mało znana, przeto można pod tym względem z dzieła p. KLEINERA bardzo wiele skorzystać, i za to pogłębienie tła historyczno-filozoficznego należy mu się szczere uznanie. Śmiałbym jednak wyrazić zdanie, że z powodu tych ciągłych dygresji zaciera się nieco przejrzystość w przedstawieniu dziejów myśli samego KRASIŃSKIEGO. Co więcej, ponieważ autor ma gruntowne wykształcenie filozoficzne, jakiego KRASIŃSKI z pewnością nie posiadał, i jako sumienny badacz robił specjalne studia w celu poznania ówczesnej filozofii, przeto podaje nam, jak sądzę, z filozofii tej o wiele więcej, niż wiedział o niej zapewne KRASIŃSKI. Czytelnikowi zaś zdaje się mimo woli, że wszystko, co czyta w książe, było znane poecie i działało na niego. Co do tego jednak istnieją poważne wątpliwości. Wzmianki o lekturze KRASIŃSKIEGO, zawarte w jego korespondencji, są często krótkie i mało mówiące. Tak np. pisze poeta do REEVE'A: „J'ai médité OKEN, SCHUBERT, SCHELLING" (t. 1, s. 237). Autor streszcza wobec tego poglądy OKENA, SCHUBERTA, SCHELLINGA; ale co KRASIŃSKI z tego wszystkiego czytał i jak czytał, nie wiadomo. Autor sam ma niekiedy wątpliwości o wykształceniu filozoficznym KRASIŃSKIEGO, który nie był przecież filozofem z zawodu. I tak przyznaje (t. I, s. 244), że jego znajomość SPINOZY była powierzchowna; gdzie indziej zaś (t. I, s. 305) podaje zabawny fakt, jak to KRASIŃSKI poprawiał zdanie GASZYŃSKIEGO o „praktische Vernunft", tłumacząc, że KANT napisał tylko *Kritik der reinen Vernunft*, że w ogóle „praktische Vernunft" w Niemców nie istnieje. Wpływy obce na KRASIŃSKIEGO niewątpliwie działały; ale w jakim stopniu działały i jakimi szły drogami, to nie zawsze łatwo stwierdzić.

W każdym razie dzieło p. KLEINERA stanie się nieodzowną podstawą dla każdego, kto zechce w przyszłości zająć się filozoficznymi poglądami KRASIŃSKIEGO. A może coś jeszcze pozostaje tu do zrobienia: przedstawić systematycznie, nie zaś tylko genetycznie, całokształt filozofii wielkiego poety, biorąc na punkt

wyjścia nie jego „Traktat o Trójcy", który nie wydaje mi się posiadać wartości naukowej, lecz jego utwory poetyczne o treści filozoficznej, i tworząc jasny, dla wszystkich przystępny komentarz tych utworów, który by pozwolił każdemu rozkoszować się nie tylko piękną formą poezji KRASIŃSKIEGO, ale i głębią niektórych jego cudnych myśli.

12. JAN SLESZYŃSKI, *O LOGICE TRADYCYJNEJ*

Wydawnictwo Towarzystwa Filozoficznego w Krakowie, Kraków 1921, s: 12

Ruch Filozoficzny
t. VIII(1923) nr 7–8 s. 107a–108a

We wstępie do swego odczytu prof. SLESZYŃSKI opowiada, że zanim zwrócił się do studium logiki, a ma na myśli widocznie logikę filozoficzną, podzielał przekonanie, rozpowszechnione wśród matematyków, że logika jest wcale niepotrzebna. Poznawszy logikę, zmienił zdanie, ale i zrozumiał, że nie można się dziwić pogardliwemu stosunkowi matematyków do logiki. Dziwne bowiem wrażenie odniósł z obrazu logiki: obok rzeczy ważnych i znaczących dla matematyki, znalazł tam mieszaninę, rzec by można — chaos najrozmaitszych elementów treści historycznej, metafizycznej, gnozeologicznej, psychologicznej i gramatycznej.

Wyczuwam w tych słowach Autora ujemny sąd o logice filozoficznej. Nie wiem przecież, czy sąd ten jest sprawiedliwy, bo wydaje mi się, że w znacznym stopniu polega na nieporozumieniu. Prof. SLESZYŃSKI, zwracając się do logiki filozoficznej, spodziewał się zapewne, że znajdzie w niej naukę taką, jak matematyka. Tymczasem logika filozoficzna jest częścią filozofii, a filozofia, mieszcząc w sobie także pierwiastki naukowe, jest jednak w całości swej czymś różnym od nauki. Szuka odpowiedzi na zagadnienia, których przy danym stanie wiedzy nie umiemy rozwiązać metodą naukową. Próbuje dróg różnych, niepewnych nieraz i nowych, i często zapewne błądzi. Jest w niektórych swych partiach nadbudową istniejących już nauk, w innych znowu stadium poprzedzającym powstanie jakiejś nauki. Stąd różnorodność jej treści, która może robić wrażenie chaosu. Ale jakże twórczy jest często ten chaos!

Obok logiki filozoficznej istnieje dziś logika, zwana matematyczną. Prof. SLESZYŃSKI zna ją bardzo dobrze. Wspomina sam przy końcu swego odczytu, że dla matematyki przyszłości nie wystarczy logika tradycyjna, lecz że potrzebna jest logika nowa, której pierwsze zarysy widzi w dziele *Principia mathematica*. W tej logice nowej nie ma już chaosu różnorodnych elementów. Jest to logika

naukowa, nie filozoficzna. Jeślibym miał określić stosunek obu tych logik, to powiedziałbym, że logika filozoficzna jest przednaukowym stadium logiki matematycznej. W postaci logiki matematycznej logika wyzwoliła się spod opieki filozofii, jak niegdyś wyzwoliła się fizyka. Uważam przeto, że rola logiki filozoficznej, włączając w to logikę tradycyjną, jest już dziś zakończona. W zamian za to otwiera się dla filozofii nowe zadanie: stworzenie filozofii logiki, jako nadbudowy logiki naukowej.

Część logiki filozoficznej, przekazana nam przez starożytność, zawiera dwa działy, będące zaczątkiem logiki naukowej: sylogistykę ARYSTOTELESA, będącą częścią teorii klas lub też ontologii w znaczeniu prof. LEŚNIEWSKIEGO, oraz dialektykę stoików, odpowiadającą teorii dedukcji. W odczycie swym prof. SLESZYŃSKI omawia niektóre kwestie, dotyczące zwłaszcza sylogistyki ARYSTOTELESA. Wyjaśnia podział zdań, przyjęty przez ARYSTOTELESA, opierając się na pięciu elementarnych stosunkach GERGONNE'A. Zastanawia się także nad zmianami, jakie powstają w sylogistyce przez wprowadzenie tzw. klas pustych. Zaznacza przy tym bardzo słusznie, że niepotrzebnie chełpią się logistycy, iż wykazali błędy w sylogistyce ARYSTOTELESA; z innych bowiem założeń inne wynikają następstwa. Udało mi się tymi dniami stwierdzić, że sylogistyka ARYSTOTELESA, wraz z trybami, dziś nieuznawanymi, jest teorią niesprzeczną.

Odczyt prof. SLESZYŃSKIEGO, który dał mi powód do wypowiedzenia tych kilku uwag, odbył się przed siedmiu laty. Przez ten czas logika matematyczna, zwana jeszcze „nową" przez Autora, zrobiła ogromne postępy. Jednym z pionierów tej nowej nauki jest u nas od lat wielu prof. SLESZYŃSKI. Znana jest powszechnie jego dążność nieustanna do zdobycia prawdy, całkowicie zrozumiałej i całkowicie uzasadnionej. Za tę dążność idealną należy mu się cześć i wdzięczność głęboka.

13. Z NAJNOWSZEJ NIEMIECKIEJ LITERATURY LOGICZNEJ

[Odczyt wygłoszony 7 listopada 1927 roku na CCCXXVI posiedzeniu naukowym WTF w Warszawie] Autoreferat

Ruch Filozoficzny
t. X(1926/1927) nr 7–10 s. 197b–198a

Prelegent omówił kilka nowszych prac niemieckich z zakresu logiki, mających po części związek z matematyką lub logiką matematyczną, a napisanych przez

docentów prywatnych filozofii w uniwersytetach niemieckich. (Były to prace: RIEFFERTA i DESSOIRA *Lehrbuch der Philosophie*, 1927; BURKAMPA *Begriff und Beziehung*, 1927; STAMMLERA *Der Zahlbegriff seit Gauss*, 1926.) Prelegent stwierdził niski poziom naukowy tych prac, wykazując w nich elementarne błędy logiczne, niezrozumienie logiki matematycznej oraz mglistą, niezrozumiałą frazeologię filozoficzną. Prelegent sądzi, że głoszona przez niego potrzeba reformy logiki i myślenia jest bardziej niż kiedykolwiek aktualna, nawet w kraju o tak wysokiej kulturze naukowej i filozoficznej, jak Niemcy.

14. FRIEDRICH WEIDAUER, *ZUR SYLLOGISTIK*

(Neue psychologische Studien, herausg. von Felix Krueger, III. Band, IV. Hft., München 1928)

[Odczyt wygłoszony 13 grudnia 1928 roku na II posiedzeniu naukowym Sekcji Logiki WTF w Warszawie]

Ruch Filozoficzny
r. X(1926/1927) nr 7–10 s. 197b–198a

Referent wykazuje elementarne błędy logiczne w rozumowaniach Autora tej książki, zawarte w mętnych wywodach, dotyczących logiki ARYSTOTELESA [ze szczególnym uzględnieniem części II. pt. „Darstellung und Kritik der Syllogistik des Aristoteles"]. Referent wyraża swe oburzenie z powodu ukazywania się w druku, i to w wydawnictwach z odpowiedzialną firmą, prac logicznych, stojących tak wyraźnie poniżej poziomu naukowego, oraz przypomina swój projekt, podany w artykule, umieszczonym w *Nauce Polskiej*, wydawania międzynarodowego pisma logicznego z działem sprawozdawczo-krytycznym.

IX. PERSPEKTYWY

1. O POTRZEBIE ZAŁOŻENIA INSTYTUTU METODOLOGICZNEGO

Ruch Filozoficzny
t. II (1912) nr 2 s. 17–19

W każdej nauce empirycznej zawierają się czynniki dwojakiego rodzaju: konstrukcyjne i rekonstrukcyjne. Do czynników rekonstrukcyjnych należą sądy jednostkowe, odtwarzające FAKTY; czynnikiem konstrukcyjnym jest TEORIA, system praw i hipotez. Sądy o faktach płyną z doświadczenia zmysłowego lub wewnętrznego; źródłem teorii jest intuicyjna twórczość umysłu, wyrastająca głównie z potrzeb uczuciowych. Oba czynniki, fakty i teorię, łączy węzeł logiczny: prawa i hipotezy muszą być tak dobrane, ażeby z nich jako z RACJI wynikały sądy o faktach jako NASTĘPSTWA, jeśli teoria ma fakty minione wyjaśnić, przyszłe przepowiedzieć, a wszystkie ująć w prawidłową całość.

Kto pragnie przeto przyswoić sobie metodę badania nauk empirycznych i stać się twórczym w dziedzinie tych nauk, winien pracę nad sobą podjąć w trzech kierunkach: niech kształci ZMYSŁY, ucząc się fakty spostrzegać i obserwować, bo fakty są punktem wyjścia i sprawdzianem teorii; niech kształci UCZUCIE, bo na tle bogatego życia wewnętrznego zrodzi się najprędzej myśl nowa a płodna; niech kształci ROZUM, bo z twórczych swych pomysłów musi drogą rozumowania wysnuć konsekwencje i zestawić je z faktami.

Nauczyciel metodologii w Uniwersytecie ma być dla swych uczniów przewodnikiem w tej pracy. Nie może jednak nauczyć wszystkiego. W wykładach swych i ćwiczeniach przedstawi co najwyżej ogólną teorię poznania i nauki lub poda ścisłą wiedzę logicznych form myślenia. Logika formalna zwłaszcza, tak jak matematyka, nie wymaga przyrządów. Nauczyciel może dalej wykazać na wielkich przykładach z dziejów wszystkich nauk, że kto nie ma zachwytu dla sztuki i piękna, kto nieczuły [jest] na ból i krzywdę, komu brak poczucia religijnego, w ogóle, kto żyjąc tylko trzeźwym rozumem ma ubogie życie duchowe, ten nigdy zapewne nie stworzy nic wielkiego ani w laboratorium chemicznym, ani w biologicznej pracowni. Ale same tylko wykłady lub seminaryjne ćwiczenia

nie nauczą nikogo OBSERWACJI faktów i nie uświadomią nikomu owego momentu INTUICYJNEGO, któremu tak często teoria zawdzięcza swe powstanie.

Pełniej i skuteczniej można by dokonać tej pracy w INSTYTUCIE METODOLOGICZNYM.

Wyobrażam sobie, że w takim instytucie przyrodnik, historyk, filolog, filozof mieliby pod kierownictwem profesora metodologii wykonać w ciągu roku szereg najprostszych doświadczeń i eksperymentów z dziedziny różnych nauk. Niechaj by na początek znajdowała się w tym zakładzie czuła waga fizyczna, kilka odczynników chemicznych, mikroskop dla badania preparatów biologicznych, wzory paleograficzne lub pisma klinowego itp. Humanista, chcący nabyć wykształcenia metodologicznego, zapoznałby się na konkretnych przykładach ze sposobem obserwacji faktów w naukach przyrodniczych; przyrodnik przyjrzałby się z bliska materiałom i źródłom, na których się opiera praca humanisty. Każdy z nich przekonałby się zarazem przy wskazówkach nauczyciela, jak wielka to jest sztuka STWIERDZAĆ ŚCIŚLE FAKTY; jak niedokładny jest każdy ich pomiar; jak trudno niekiedy podać granicę, gdzie kończy się «fakt surowy», a zaczyna się już teoria; jak ogromnie nauka upraszcza i schematyzuje rzeczywistość.

Kto by zaś przebył taki wstępny kurs ćwiczeń, mógłby na klasycznych wzorach odkryć naukowych uświadomić sobie stosunek faktów do teorii. Powtarzając doświadczenia genialnych twórców nauki i wczuwając się w ich sposób myślenia, może by uchwycił i w sobie, choćby przez odbicie, ów moment INTUICYJNY, zrodzony z uczucia a rodzący teorię, i pojął tę ważną prawdę, że teoria nie jest logicznym następstwem faktów, że nie wyrasta z doświadczenia. Niech więc z GALILEUSZEM każe w odmierzonych czasach toczyć się kulom po pochyłych rynienkach, odnajdując na nowo prawa spadania ciał, niech z CHAMPOLLIONEM na napisie z Rosetty odsłoni powtórnie tajemnicę hieroglifów. Może kiedyś, gdy nowe i własne zajmą go badania, obudzi się w nim tym łatwiej SAMODZIELNA twórczość.

Najszczytniejszym zadaniem nauczyciela w Uniwersytecie jest wzbogacać wiedzę i przekazując ją młodszym pokoleniom kształcić większych od siebie następców. Istnieją w naszym narodzie potężne zasoby energii duchowej, które trzeba z ukrycia wyzwalać. Sądzę, że instytut metodologiczny przyczyniłby się niemało do wyzwalania cząstek tej energii w kierunku naukowym, kształcąc wybrane jednostki pod względem FORMALNYM, logicznym. Wykształcenia RZECZOWEGO dokonają inni uczeni, których nam już dziś nie brak w żadnej dziedzinie wiedzy.

2. [PRZEMÓWIENIE NA OTWARCIE UNIWERSYTETU POZNAŃSKIEGO. wygłoszone 7 maja 1919 roku]

Adam WRZOSEK (red.), *Uniwersytet Poznański w pierwszych latach istnienia*, Poznań 1924, Senat Uniwersytetu Poznańskiego, s. 79–80

Wytworzyliśmy w przeszłości wielką poezję i sztukę wielką, ale nie mieliśmy dotychczas wielkiej nauki. Wybitni uczeni niemieccy jeszcze w wieku XVIII pisali [swe] dzieła po francusku. Kilkadziesiąt lat później nauka niemiecka stała się jedną z pierwszych. Podobne zadanie czeka Uniwersytet Poznański. Nie braknie naszemu narodowi zdolności twórczej. Od naszych sąsiedów weźmy to, co u nich jest dobrego, ale unikajmy ich błędów. Wszechnica Piastowska ma zastąpić młodzieży polskiej Berlin i Wrocław. Niech nie tylko zastąpi, ale przewyższy uniwersytety niemieckie. Niech da młodzieży naukę, owianą duchem narodowym. Taka nauka najbardziej przypada do serca młodzieży. Niech młodzież niesie wysoko sztandar nauki i uniwersytet niech stanie się ośrodkiem kultury dla zachodnich kresów Rzeczypospolitej.

3. SPRAWOZDANIE Z DZIAŁALNOŚCI UNIWERSYTETU WARSZAWSKIEGO ZA ROK AKADEMICKI 1922–23

[które] złożył Rektor Uniwersytetu tegoż roku dr Jan ŁUKASIEWICZ profesor zw. filozofii podczas uroczystej inauguracji roku akademickiego 1923–24 w dniu 23 października 1923 [roku]

Warszawa 1925,
Uniwersytet Warszawski, s. 7–19

OD WYDAWNICTWA

Pierwszy zeszyt „Mów" miał zawierać wykład prof. dra Jana ŁUKASIEWICZA pt. „O logice trójwartościowej", wygłoszony na uroczystej inauguracji roku akade-

mickiego 1922/23 dnia 16 października 1922 [roku] i „Sprawozdanie" z tegoż roku akademickiego, wygłoszone na inauguracji w dniu 23 października 1923 [roku]. Niniejszy zeszyt obejmuje drugą część zamierzonej treści, tj. obraz życia akademickiego w wymienionym okresie, pod rządami rektora prof. Łukasiewicza. Wykład zaś ukaże się w najbliższym czasie, jako zeszyt „Mów" nr I bis.

I. Wspomnienia pośmiertne

Ubiegły rok akademicki poświęcony był spokojnej pracy. Raz jeden tylko spokój ten został przerwany dnia 24 maja 1923 r[oku], w którym to dniu wybuchła w murach Uniwersytetu bomba, podłożona przez niewyśledzonego złoczyńcę pod lokalem Bratniej Pomocy. Spośród wszystkich wydarzeń minionego roku ten fakt bolesny wysuwa się na czoło, albowiem fatalnym zrządzeniem losu ofiarą wybuchu padł śp. Roman Orzęcki, profesor teorii statystyki, który przybywszy z Rosji rozpoczął był właśnie wykłady na Wydziale Prawa i Nauk Politycznych. Cześć Jego pamięci!

Cześć pamięci wszystkich, co w roku ubiegłym opuścili nas na zawsze. Wydział Teologii Katolickiej utracił swego doktora honorowego, śp. Józefa Bilczewskiego, arcybiskupa lwowskiego, b. profesora i rektora Uniwersytetu Lwowskiego, jednego z najświatlejszych i najlepszych kapłanów, jakich wydała Polska. Z Wydziału Filozoficznego ubył śp. Erazm Majewski, profesor archeologii przedhistorycznej, który aczkolwiek nie wykładał z powodu słabego zdrowia, w życiu uniwersyteckim brał jednakowoż udział i umarł w kilka godzin po powrocie z posiedzenia Rady Wydziałowej.

Wydział Lekarski utracił przez śmierć: śp. Stanisława Orłowskiego, docenta neurologii i psychiatrii, oraz śp. Edwarda Jakimowicza, asystenta Zakładu Chirurgii Operacyjnej. Zmarł wreszcie długoletni pedel Uniwersytetu, człowiek zacny i zasłużony, śp. Piotr Medyński. Ostatni bolesny cios, który spotkał Uniwersytetu przez śmierć śp. prof. Józefa Hornowskiego, dziekana Wydziału Lekarskiego i wybitnego uczonego, należy już do bieżącego okresu sprawozdawczego.

II. Uroczystości

Obok chwil smutnych, przygnębiających, miał Uniwersytet w minionym roku i chwile radosne, podniosłe. Dnia 4 maja 1923 [roku] gościliśmy w naszych murach marszałka Francji i Polski Ferdynanda Focha, honorowego doktora Uniwersytetu. Uroczystą akademią uczciliśmy pamięć wielkiego rodaka naszego, Kopernika, uroczystą akademię urządziliśmy również na cześć poety i żołnierza węgierskiego, Aleksandra Petőfiego, z okazji setnej rocznicy jego urodzin i na pamiątkę bohaterskich walk o wolność narodów w r[oku] 1848. Z uroczystością kopernikowską połączona był promocja na honorowego doktora filozofii p. Stanisława Michalskiego, naczelnika Wydziału w Min[isterstwie] W[yznań] R[eligijnych] i O[świecenia] P[ublicznego], zasłużonego opiekuna nauki polskiej i polskich uczonych.

III. STATYSTYKA OGÓLNA WYKŁADAJĄCYCH

Niepodobna choćby w ogólnikowych wyrazach zobrazować działalności Uniwersytetu, nie podając nieco dat statystycznych. Oto zestawienie, okazujące, ile sił wykładających Uniwersytet Warszawski posiadał z początkiem i z końcem ubiegłego roku akademickiego:

Według stanu	z dnia 15.VIII.1922	z dnia 31.VIII.1923
Profesorowi honorowi	12	13
" zwyczajni	70	70
" nadzwyczajni	24	28
Docenci	14	30
Zastępcy profesorów	10	6
Prowadzący wykłady zlecone	37	39
Lektorzy	13	10
Razem	180	196

W zestawieniu tym uderza stosunkowo mała liczba docentów, natomiast nadmierna liczba prowadzących wykłady zlecone. Świadczy to o braku sił wykładających z pełnymi kwalifikacjami akademickimi; na Wydziale Prawa np. nie ma ani jednego docenta. Jest to niewątpliwie wynik smutnych warunków materialnych, w jakich znajdują się obecnie pracownicy naukowi, co odstrasza młodych ludzi od kariery naukowej i uniwersyteckiej. Liczba docentów podwoiła się wprawdzie w roku ubiegłym, ale przyrost ten dotyczy głównie Wydziału Lekarskiego (12 nowych docentów), co tłumaczy się znowu lepszym położeniem materialnym lekarzy niż innych pracowników naukowych. Ten stan rzeczy nie jest normalny. Należy dążyć do podniesienia liczby wykładających z pełnymi kwalifikacjami, a do umniejszenia liczby zastępców profesorów, a zwłaszcza prowadzących wykłady zlecone, a nie będących docentami.

IV. STATYSTYKA OGÓLNA POMOCNICZYCH SIŁ NAUKOWYCH, URZĘDNIKÓW I FUNKCJONARIUSZÓW NIŻSZYCH

Liczbę pomocniczych sił naukowych okazuje następujące zestawienie:

Według stanu	z dnia 15.VIII.1922	z dnia 31.VIII.1923
Adiunkci (prosektorzy, kustosze)	17	19
Asystenci (starsi, młodsi)	154	165
Demonstratorzy stali (rysownicy)	19	17

Wszystkie rady wydziałowe i niemal wszystkie zakłady naukowe podnoszą jednomyślnie, że w stosunku do liczby studentów liczba asystentów jest za mała. Nadto nie wszyscy mają pełne kwalifikacje naukowe. Jest to także skutek złych warunków materialnych. Osoby z kwalifikacjami nie kwapią się do asystentury, bo znajdują gdzie indziej lepsze warunki bytu, osoby bez pełnych kwalifikacji (bez doktoratu) nie mają, z powodu konieczności zarabiania na życie, dość wolnego czasu, by kwalifikacje swe uzupełnić.

Liczba urzędników (bez Biblioteki Uniwersyteckiej) wyniosła z końcem ubiegłego roku 37 (o 4 więcej w stosunku do końca roku akad[emickiego] 1921/22), w tym jeden tylko urzędnik z wykształceniem akademickim. Liczba ta, zwłaszcza w kwesturze, jest stanowczo za mała na potrzeby największego w Polsce uniwersytetu. Urzędnicy są przeciążeni pracą. Toteż muszę wyrazić im publicznie jak największe uznanie i podziękowanie za gorliwą i ofiarną pracę, przeciągającą się zwykle poza godziny urzędowe, do później niekiedy nocy.

Liczba funkcjonariuszów niższych wynosiła z końcem ubiegłego roku akademickiego 402.

V. STATYSTYKA OGÓLNA STUDENTÓW

Liczba studentów w ubiegłym roku akad[emickim] wynosiła:

	w I i II trymestrze	w III trymestrze
Studenci zwyczajni	8 570	8 280
Słuchacze nadzwyczajni	377	337
Razem	8 947	8 617

W stosunku do roku akad[emickiego] 1921/22 liczba ta wzrosła o przeszło półtora tysiąca. Podaję kilka ważniejszych cyfr procentowych, odnoszących się do studentów zwyczajnych w III trymestrze.

Mężczyzn było ok. 66%, kobiet ok. 33%. 88% studentów podało język polski jako ojczysty. 96% jest przynależności państwowej polskiej. Nieco ponad 60% było rzymskich katolików, około 3½% ewangelików, 3¾% prawosławnych, nieco ponad 31% wyznania mojżeszowego. Najwięcej studentów liczył Wydział Filozoficzny, bo 3 135 (nadto 96% słuchaczy nadzwyczajnych studiuje na tym wydziale), następnie prawo 3 036, medycyna 1 692, farmacja 184, weterynaria 104, teologia katolicka 67, teologia ewangelicka 42.

Z powodu braku miejsca w pracowniach przyrodniczych i lekarskich istniały na Wydziale Lekarskim, Oddziale Farmaceutycznym i Oddziale Przyrodniczym Wydziału Filozoficznego ograniczenia w przyjmowaniu studentów na I rok studiów. Ten techniczny «*numerus clausus*» Uniwersytet uważa za wielkie zło, albowiem liczne rzesze polskiej młodzieży pozbawione są możności uczenia się

w obranym kierunku. Zaradzić może na to tylko budowa nowych zakładów przyrodniczych, zwłaszcza chemii, zarówno ogólnej, jak lekarskiej.

VI. Dyplomy

Przechodzę obecnie do najważniejszej części sprawozdania: do wykazania plonów, jakie Uniwersytet Warszawski wydał w ubiegłym roku akademickim. Poniższe zestawienie podaje liczbę dyplomów, które w okresie sprawozdawczym wydane zostały studentom po złożeniu przez nich przepisanych egzaminów.

Wydział (lub Oddział):	
Teologia Katolicka	— 1 doktorat, 24 magisteria;
Teologia Ewangelicka	— 2 dyplomy ukończenia;
Prawo	— 1 doktorat (pierwszy na Wydziale Prawa),
	— 107 dyplomów ukończenia;
Medycyna	— 348 doktoratów;
Farmacja	— 15 magisteriów;
Filozofia	— 11 doktoratów.

Ogółem 499 osób ukończyło w roku akad[emickim] 1922/23 studia w Uniwersytecie Warszawskim z dyplomami. Liczba ta przewyższa ogromnie, bo o 327, cyfrę z roku akad[emickiego] 1921/22, w którym wydano tylko 172 dyplomy.

Wielka liczba doktoratów na Wydziale Lekarskim tłumaczy się tym, że nie ma dotąd przepisów egzaminacyjnych na stopień zawodowy lekarza, a prawo rozpoczęcia praktyki lekarskiej można tylko uzyskać na podstawie dyplomu doktorskiego. Mała liczba egzaminów na Wydziale Filozoficznym pochodzi stąd, że porządek studiów na tym wydziale i związane z tym porządkiem przepisy egzaminacyjne nie są dotąd przez Ministerstwo WRiOP ustalone. Spieszne wydanie takich przepisów jest niezbędne.

VII. Praca naukowa

Zadaniem szkół akademickich jest nie tylko przysparzać Państwu zawodowców z wykształceniem akademickim, ale uprawiać nadto naukę. W roku ubiegłym profesorowie, docenci i asystenci Uniwersytetu Warszawskiego wydali drukiem z górą 200 dzieł, rozpraw i artykułów naukowych. Niepodobna w tym ogólnym sprawozdaniu przytoczyć tytułów najważniejszych choćby publikacji, składających się na ten pokaźny dorobek naukowy. Wspomnę tu tylko o kilku wydawnictwach zbiorowych, związanych ściśle z Uniwersytetem lub jego zakładami:

(1) Profesorowie Wydziału Teologii Katolickiej przygotowali dzieło zbiorowe pt. *Biblia i teologia*, które jest obecnie w druku, a obejmuje prace ks. prof. Bukowskiego, Kwiatkowskiego, Michalskiego, Rosłańca i Stygiera.

(2) Wydział Prawa wydał drugi tom swych prac, zawierający rozprawę St. TYLBORA z historii zastawu w prawie rzymskim.

(3) Staraniem Seminarium Prawa Państwowego i Międzynarodowego pojawiły się dwa tomy prac, zawierające dzieło prof. CYBICHOWSKIEGO i rozprawę Dra M. GĄSIOROWSKIEGO, pierwszego doktora praw Uniw[ersytetu] Warsz[awskiego].

(4) II Klinika Chorób Wewnętrznych, pozostająca pod kierownictwem prof. RZĘTKOWSKIEGO, wydała pierwszy tom *Prac z zakresu ludzkiej patologii wewnętrznej*.

(5) Zakład Anatomii Patologicznej, który pozostawał pod kierownictwem nieodżałowanego śp. prof. HORNOWSKIEGO, wydał III i IV zeszyt swych prac pt. *O wydzielaniu wewnętrznym*.

(6) Pojawił się IV tom czasopisma *Fundamenta Mathematicae*, wydawnictwa międzynarodowego i cieszącego się już za granicą wielkim rozgłosem, a pozostającego pod redakcją prof. SIERPIŃSKIEGO i St. MAZURKIEWICZA.

Wiele prac pozostało w tekach z powodu okropnych stosunków wydawniczych. Byłoby rzeczą pożądaną stworzyć osobny fundusz wydawniczy dla publikacyj członków Uniwersytetu.

VIII. KONTAKTY Z ZAGRANICĄ

Działalność naukowa członków Uniwersytetu Warszawskiego wzrasta z roku na rok i byłaby o wiele większa, gdyby profesorowie nasi mieli możność sprowadzania obcych książek i wyjeżdżania na studia naukowe za granicę. Niestety, kontakt nasz z zagranicą jest dotąd tylko sporadyczny. Niekiedy przyjedzie ktoś do nas z kilku wykładami gościnnymi, niekiedy z okazji zjazdów naukowych ktoś z nas na kilka dni wyjedzie za granicę.

Gości zagranicznych mieliśmy w ubiegłym roku czterech: p. MACCRACKEN, prezydent Vassar College w Ameryce, miał kilka wykładów o szkolnictwie akademickim w Ameryce; prof. Emile BOURGEOIS z Paryża miał gościnne wykłady o etapach zaborczości pruskiej; prof. LAFERRIERE ze Strasburga mówił o francuskim prawie administrayjnym. Wszyscy ci uczeni bawili w Warszawie tylko po kilka dni. Czwarty, prof. Fr. ILEŠIČ z Zagrzebia, wykładał przez cały letni trymestr o literaturze jugosłowiańskiej.

Udział nasz w naukowych zjazdach międzynarodowych był następujący. Na zjeździe historyków w Brukseli Uniwersytet nasz reprezentował prof. KOCHANOWSKI, a nadto uczestniczyli w tym zjeździe profesorowie DEMBIŃSKI, HANDELSMAN i ZIELIŃSKI. Reprezentacja ta, tak wyjątkowo liczna, przyniosła Uniwersytetowi wielką chlubę. Delegatem Uniwersytetu na uroczystości pasteurowskie w Paryżu i Strasburgu był prof. BĄDZYŃSKI. W kongresie chirurgów w Londynie wziął udział prof. Leon KRYŃSKI; w kongresie anatomów w Chicago prof. LOTH. W zjeździe historyków religii w Wiedniu uczestniczył ks. KWIATKOWSKI, a w kongresie religiologów w Paryżu prof. ZIELIŃSKI.

Gdy mowa o kontakcie z zagranicą, niepodobna pominąć studenckiej Komisji Zagranicznej. Organizacja ta, wyłoniona jeszcze przez II Ogólnoakademicki Zjazd Młodzieży Polskiej w Wilnie, a pozostająca pod przewodnictwem studenta Uniw[ersytetu] p. Jana BALIŃSKIEGO-JUNDZIŁŁA, bierze żywy udział w pracach i obradach Międzynarodowej Konferencji Studenckiej. W roku ubiegłym członkowie tej komisji kilkakrotnie wyjeżdżali za granicę, do Pragi, Brukseli, Oxfordu. Działalność Komisji Zagranicznej na międzynarodowym terenie studenckim uważam, opierając się na dostarczonych mi sprawozdaniach ustnych, za bardzo pożyteczną dla Państwa i godną poparcia.

IX. SENAT AKADEMICKI

Senat Akademicki odbył w roku sprawozdawczym 23 posiedzenia, rozpatrując sprawy administracyjne, należące do jego zakresu działania. Spośród spraw najważniejszych należy wymienić następujące.

Główną naszą troską jest rozszerzenie Uniwersytetu, który w szczupłych swych murach nie może pomieścić należycie ani swych studentów, ani swych laboratorów i klinik, ani swej biblioteki, ani nawet swych biur administracyjnych. W tym celu trzeba będzie, prędzej czy później, przystąpić do budowy nowych domów, zakładów i klinik. Staraniem Senatu Akademickiego było uzyskać przede wszystkim place pod rozbudowę Uniwersytetu. Starania te w ubiegłym roku akadmickim doprowadziły do tego, że Magistrat m. Warszawy oraz Ministerstwo Robót Publicznych zgodziły się W ZASADZIE przeznaczyć dla Uniwersytetu Warsz[awskiego] około 60 ha placów, położonych między ulicą Grójecką a Tarczyńską oraz na polach Rakowca. Na placach tych mogłyby się pomieścić wszystkie kliniki i zakłady naukowe, tak przyrodnicze, jak lekarskie; nadto część placów byłaby przeznaczona pod budowę instytutów naukowych o charakterze pokrewnym Uniwersytetowi, za zgodą Uniwersytetu. W pertraktacjach o uzyskanie tych placów Magistrat m. Warszawy okazał zupełne zrozumienie potrzeb Uniwersytetu. Ministerstwo Robót Publicznych uznało te potrzeby również, dotąd jednak nie wydało decyzji ostatecznej. Byłoby rzeczą bardzo pożądaną, by decyzja ta nastąpiła jak najrychlej.

W związku z tą sprawą Uniwersytet sądzi, że może łatwiej udałoby się uzyskać kiedyś środki na rozpoczęcie budowy, gdyby place, które mają być Uniwersytetowi przyznane do użytkowania, zostały mu przekazane na własność lub w wieczystą dzierżawę. Uniwersytet bowiem, według ustawy o szkołach akademickich, jest osobą prawną i może posiadać swój własny majątek. Konferencja rektorów wszystkich polskich państwowych szkół akademickich, która na zaproszenie rektora Uniwersytetu Warsz[awskiego] obradowała w Warszawie w lutym 1923 r[oku], wypowiedziała się również w tym kierunku, by budynki i place, będące w używaniu szkół akademickich, zostały tym szkołom przekazane na własność.

Zdajemy sobie jednakowoż bardzo dobrze sprawę, że wobec ciężkiego położenia finansowego Państwa nie można na razie myśleć o rychłym urzeczywistnieniu planów budowlanych. Dlatego Senat, nie mogąc zająć się rozbudową zewnętrzną Uniwersytetu, zajął się jego rozbudową WEWNĘTRZNĄ. W ciągu ubiegłego roku akademickiego opracowany został przez osobną komisję projekt regulaminu Senatu Akademickiego; projekt ten został zatwierdzony jednomyślną uchwałą Senatu z dn[ia] 24 stycznia 1923 [roku]. Ta sama komisja regulaminowa zajęła się następnie opracowaniem statutu wewnętrznego Uniwersytetu i ustaliła zasady tego statutu w pierwszym czytaniu.

Do rozbudowy wewnętrznej Uniwersytetu należy też powołanie przez Senat do życia instytucji Powszechnych Wykładów Uniwersyteckich.

X. POWSZECHNE WYKŁADY UNIWERSYTECKIE

Za inicjatywą rektora Senat utworzył z początkiem roku akademickiego Zarząd Tymczasowy Powszechnych Wykładów Uniwersyteckich, poruczając mu urządzenie wykładów oraz opracowanie statutu. W skład Zarządu weszli z wyboru Senatu rektor jako przewodniczący, zaś z wyboru rad wydziałowych prof. ks. STAWARCZYK, ks. SERINI, RAFACZ, CZUBALSKI, ŁEMPICKI i LEWIŃSKI jako członkowie. Dnia 19 listopada 1922 [roku] odbyła się uroczysta inauguracja wykładów. Zagajając tę uroczystość, rektor podkreślił, że celem PWU jest nie tylko i nie tyle pouczanie oraz popularyzowanie wiedzy, ile raczej krzewienie wśród inteligentnych warstw naszego społeczeństwa zamiłowania do nauki i podnoszenie w ten sposób poziomu naszej kultury umysłowej; drugim zaś celem jest zbliżenie Uniwersytetu do społeczeństwa, przede wszystkim w Warszawie, następnie zaś na prowincji, która łaknie strawy duchowej.

Trzeba wyznać, że pierwsze kroki nasze na tym nowym terenie działania nie dały rezultatów tak pomyślnych, jakby się tego należało spodziewać. Mimo że Zarząd starał się o najlepszy dobór zarówno prelegentów, jak tematów, frekwencja była niewielka. Na 63 wykładach, urządzonych w Warszawie w 3 seriach, było ogółem 5 080 osób, a więc przeciętnie około 80 osób na jednym wykładzie. Jak na Warszawę, jest to za mało, i nie świadczy, niestety, pochlebnie o kulturze umysłowej stolicy.

W marcu i kwietniu r[oku] 1923 Zarząd urządził pierwszą serię wykładów na prowincji. Nie mając jeszcze własnych komitetów lokalnych, Zarząd zawarł umowę z Towarzystwem Nauczycieli Szkół Średnich i Wyższych, które zobowiązało się za pośrednictwem swych kół miejscowych przygotować wykłady w miastach prowincjonalnych i pokryć wszelkie związane z tym koszty, z wyjątkiem honorarium prelegenta, biorąc za to dla siebie dochód z biletów wejścia. Wykłady odbyły się w Białymstoku, Częstochowie, Kaliszu, Łodzi, Radomiu i Sedlcach — ogółem 15 wykładów z frekwencją 2 346 osób. Przeciętnie przypada na jeden wykład około 156 osób. Frekwencja w różnych miastach była

bardzo nierówna i zależna w wysokim stopniu od sprężystości miejscowego Koła, urządzającego wykłady.

Księgi kasowe, prowadzone z początkiem przez sekretarkę Zarządu p. Natalię KODYMÓWNĘ, pomocnicę sekretarza Uniwersytetu, a od 1 stycznia 1923 przez Kwesturę Uniwersytetu, wykazują w dochodach 4 055 000 mk, w rozchodach 3 507 200 mk. W dochodach mieści się między innymi subwencja Ministerstwa WRiOP w wysokości 1 miliona marek.

W roku bieżącym Zarząd pragnie wykłady prowadzić dalej, już na podstawie nowego definitywnego statutu, opracowanego przez członka Zarządu, prof. RAFACZA, a zatwierdzonego przez Senat Akademicki.

XI. WYDZIAŁY

Uniwersytet Warszawski miał w ubiegłym roku akademickim 5 wydziałów i 2 osobne oddziały (studia). Oto przegląd najważniejszych dat i zdarzeń, dotyczący tych jednostek uniwersyteckich.

(1) WYDZIAŁ TEOLOGII KATOLICKIEJ liczył z końcem roku akademickiego 14 wykładających (1 profesora honorowego, 9 zwyczajnych, 1 nadzwyczajnego, 2 docentów, 1 zastępcę profesora). W trymestrze III, wykładał historię kościelną w charakterze gościa ks. Czesław FALKOWSKI, prof[esor] Uniw[erystetu] Wileńskiego. Należy podkreślić wielką liczbę seminariów (19), istniejących na tym wydziale, oraz wielką liczbę prac naukowych, wydanych przez profesorów tegoż wydziału. I jedno, i drugie świadczy o ożywieniu się studiów teologicznych, co należy powitać z uznaniem.

(2) WYDZIAŁ TEOLOGII EWANGELICKIEJ, ukonstytuował się w ubiegłym roku akademickim po raz pierwszy jako osobny wydział, mający swą radę wydziałową, swego dziekana i delegata do Senatu. Ponieważ jednak z początkiem roku liczył tylko dwu własnych porfesorów, przeto jako trzeci przybrany członek wchodził do Rady Wydziałowej jeden z profesorów Wydziału Filozoficznego. Z końcem roku obsadzona została na tym wydziale trzecia katedra przez nominację ks. Karola MICHEJDY na profesora nadzwyczajnego teologii praktycznej. Oprócz 3 profesorów nadzw[yczajnych], jest nadto na wydziale 2 zastępców profesorów. Wydział ma 5 seminariów, które wszystkie wraz z kancelarią dziekana mieszczą się w jednym pokoiku.

Jest to wymowna ilustracja braku miejsca w budynkach uniwersyteckich.

(3) WYDZIAŁ PRAWA I NAUK POLITYCZNYCH liczył z końcem roku 23 wykładających (3 profesorów honorowych, 8 zwyczajnych, 5 nadwyczajnych, 1 zastępcę profesora, 6 prowadzących wykłady zlecone) oraz 14 seminariów. Katedra teorii statystyki, obsadzona na krótko, lecz znowu opróżniona przez tragiczną śmierć śp. prof. ORZĘCKIEGO, wakuje nadal. W ogóle Wydział Prawa znajduje się ciągle jeszcze w stadium organizacyjnym, bo z powodu braku odpowiednich kandydatów, na 20 katedr 7 jest nieobsadzonych. Nie ma też żadnego docenta.

(4) WYDZIAŁ LEKARSKI liczył z końcem roku 51 wykładających (4 profesorów honorowych, 22 zwyczajnych, 3 nadzwyczajnych, 15 docentów, 6 prowadzących wykłady zlecone) oraz miał 15 zakładów naukowych, 11 klinik i ogród roślin lekarskich. W ciągu roku p. Józef EJSMOND mianowany został profesorem zwyczajnym biologii. Habilitowali się:

dr Jerzy BRUNNER z bakteriologii,
dr Stanisław KLEJN z medycyny wewnętrznej,
dr Leonard LORENTOWICZ z położnictwa i ginekologii,
dr Feliks MALINOWSKI z dermatologii i wenerologii,
dr Ludwik PASZKIEWICZ z anatomii patologicznej,
dr Mściwój SEMERAU-SIEMIANOWSKI z medycyny wewnętrznej,
dr Stanisław SIERAKOWSKI z bakteriologii,
dr Ludwik SKUBISZEWSKI z anatomii patologicznej,
dr Zygmunt SZYMANOWSKI z bakteriologii.

Nadto rozpoczęli wykłady habilitowani w poprzednim okresie:

dr Wacław ŁAPIŃSKI z ortopedii chirurgicznej,
dr Zygmunt MONSIORSKI z ginekologii,
dr Władysław SZENAJCH z pediatrii.

Największą bolączką Wydziału jest brak miejsca na zakłady i kliniki.

Kliniki, umieszczone przeważnie w szpitalach miejskich, rozrzucone są po całym mieście. Najgorzej umieszczona jest klinika psychiatryczna w szpitalu św. Jana Bożego, oraz niektóre kliniki znajdujące się w szpitalu św. Ducha.

Przy Wydziale Lekarskim czynne są dwa Studia: Farmaceutyczne i Weterynaryjne.

(4a) ODDZIAŁ FARMACEUTYCZNY liczył z końcem ubiegłego roku akademickiego 14 wykładających (1 profesora honorowego, 2 zwyczajnych, 1 nadzwyczajnego, 10 prowadzących wykłady zlecone), nadto 10 osób z innych wydziałów wykładało przedmioty, przepisane dla farmaceutów. Oddział ma 4 własne zakłady naukowe.

Oddział zabiega o utworzenie czwartego roku studiów, przeznaczonego nie dla aptekarzy, lecz dla naukowo wykształconych farmaceutów, którzy by w przyszłości oddali się bądź pracy naukowej w dziedzinie farmacji, bądź objęli stanowiska kierownicze w przemyśle farmaceutycznym lub byli czynni jako eksperci środków żywności. Należy podkreślić, że w roku ubiegłym na pierwszy rok studiów przyjęto samych tylko maturzystów. Oddział Farmaceutyczny Uniwersytetu Warszawskiego jest pierwszym tego rodzaju, naprawdę akademickim studium w Polsce, nie ustępującym pod względem programu swego i poziomu wydziałom farmacji, istniejącym przy uniwersytetach francuskich.

(4b) STUDIUM WETERYNARYJNE na Grochowie liczyło z końcem ubiegłego roku akademickiego 9 wykładających (1 profesora zwyczajnego, 1 nadzwyczajnego, 1 zastępcę profesora, 6 prowadzących wykłady zlecone) nadto 9 osób z innych wydziałów prowadziło wykłady lub ćwiczenia przepisane dla studentów wetery-

narii. Kierownikiem studium został, po ustąpieniu prof. KONOPACKIEGO, prof. Jan GORDZIAŁKOWSKI. P. Zygmunt SZYMANOWSKI mianowany został profesorem nadzwyczajnym bakteriologii i higieny. Studium posiada 4 własne zakłady, 3 kliniki, aptekę i kuźnię. Organizacja studium w roku sprawozdawczym posunęła się znacznie naprzód i ma się już ku końcowi.

(5) WYDZIAŁ FILOZOFICZNY liczył z końcem roku na obu oddziałach, humanistycznym i matematyczno-przyrodniczym, ogółem 81 wykładających (4 profesorów honorowych, 28 zwyczajnych, 14 nadzwyczajnych, 12 docentów, 1 zastępcę profesora, 12 prowadzących wykłady zelcone, 10 lektorów). Wydział posiada 15 seminariów, 17 zakładów naukowych, zbiór odlewów gipsowych, gabinet matematyczny, obserwatorium astronomiczne i ogród botaniczny.

W ciągu ubiegłego roku profesor nadzwyczajny dr Józef UJEJSKI mianowany został profesorem zwyczajnym.

Przybyli pp.:

Michał KAMIEŃSKI, mianowany profesorem nadzwyczajnym astronomii

i

dr Andrzej TRETIAK, mianowany profesorem nadzwyczajnym filologii angielskiej.

Rozpoczął wykłady z mechaniki teoretycznej prof. Antoni PRZEBORSKI.

Ustąpił prof. Bronisław DEMBIŃSKI, przenosząc się do rodzinnego Poznania.

Habilitowali się lub uzyskali zatwierdzenie *veniae legendi*:

p. Cezaria EHRENKREUTZOWA z etnologii,

dr Eugeniusz FRANKOWSKI z etnologii,

dr Alfred LITYŃSKI z zoologii,

dr Edmund MALINOWSKI z botaniki.

Spośród ważniejszych zdarzeń z życia Wydziału należy wymienić obchód pięciolecia założenia Seminarium Filologii Klasycznej. Seminarium to, zorganizowane przez prof. Gustawa PRZYCHOCKIEGO, rozwija się znakomicie. Podkreślam ten szczegół, ażeby zaznaczyć, że Uniwersytet ze swej strony robi wszystko, by podtrzymać i podnieść studium filologii klasycznej w Polsce. Niestety, na całym obszarze b. Królestwa nie ma dotąd ani jednego państwowego gimnazjum klasycznego, a brak znajomości języków klasycznych wśród młodzieży akademickiej utrudnia profesorom wielu przedmiotów ich działalność nauczycielską.

XII. BIBLIOTEKA UNIWERSYTECKA

Jeśli spośród zdarzeń ubiegłego roku akademickiego zapisze się któreś chlubnymi głoskami w dziejach Uniwersytetu Warszawskiego, to będzie nim niewątpliwie fakt pozyskania dla Biblioteki Uniwersyteckiej bezcennych rękopisów z dawnej Biblioteki ZAŁUSKICH. Gdy dzięki wytężonemu działaniu Delegacji Polskiej w Moskwie, do której należał także urzędnik Biblioteki dr Stefan RYGIEL, udało się odzyskać od Rosji część zagrabionego nam mienia kulturalnego, powstała wówczas kwestia, gdzie umieścić te skarby naukowe. Na konferencji,

którą w listopadzie r[oku] 1922 zwołał w tej sprawie ówczesny Minister WRiOP, prof. KUMANIECKI, oświadczył rektor Uniwersytetu, że Biblioteka Uniwersytetu Warszawskiego gotowa jest przyjąć rękopisy z Biblioteki Załuskich pod warunkiem uzyskania kredytów na przeóbkę gmachu bibliotecznego i wydatnego powiększenia personelu naukowego Biblioteki. Oświadczenie to przyjął p. Minister do wiadomości. Rozpoczęto więc prace przygotowawcze celem umieszczenia rękopisów i opróżniono na ten cel część najniższej kondygnacji magazynu, przewożąc złożone tam nakłady wydawnictw rosyjskich do Biblioteki Publicznej przy ul. Koszykowej jako depozyt. Uczyniono to w kwietniu 1923, a w maju w opróżnionym w ten sposób miejscu złożono przywiezione z Rosji rękopisy w 46 skrzyniach, zawierających około 5000 tomów. Przeróbka hali wejściowej, przeznaczonej na stałe umieszczenie tych rękopisów, oraz na czytelnię, przeciągnęła się z powodu późnego wyasygnowania kredytów, lecz w chwili obecnej jest już dokonana, i mamy nadzieję, że odzyskane rękopisy będę niebawem udostępnione pracownikom naukowym. Za celowo i fachowo obmyślany plan działania, za umiejętne i skuteczne jego wykonanie, za niezmordowane zabiegi i trudy, należy się p. kierownikowi Biblioteki, prof. Zygmuntowi BATOWSKIEMU, jak największe uznanie i podziękowanie. Podziękowanie należy się również całemu personelowi bibliotecznemu za chętną współpracę około tak wielkiego dzieła.

Przy końcu okresu sprawozdawczego Biblioteka Uniwersytecka liczyła oprócz kierownika, 2 starszych bilbiotekarzy, 7 pomocników bibliotecznych i 7 kancelistów. Liczba bibliotekarzy naukowych jest stanowczo za niska, zwłaszcza w porównaniu z innymi bibliotekami uniwersyteckimi w Polsce. Wydatne pomnożenie etatów wyższych jest niezbędne. Mimo swe szczupłe siły Biblioteka dokonała w ciągu roku pracy ogromnej. Skatalogowano 3 335 dzieł, 1 371 czasopism, wpisano 4 069 pozycji do inwentarza, czytelników na miejscu było w ciągu roku 39 092, przeciętnie po 175 dziennie (liczba ta jest ograniczona ilością rozporządzalnych miejsc w czytelni, o wiele za szczupłą na potrzeby biblioteki stołecznej); wypożyczono do domu 21 951 dzieł, zwrócono dzieł 21 887. Jak wielka praca tkwi w tych cyfrach, ocenić może tylko ten, kto sam był bibliotekarzem.

Z innych dzieł, dokonanych w Biblitece, na szczególne podkreślenie zasługuje opracowanie w formie podręcznika, który ukaże się w druku, wyczerpującej instrukcji katalogowania. Autorem tej cennej pracy, dokonanej z wielkim poświęceniem czasu pozabiurowego, jest starszy bibliotekarz, p. dr Wacław BOROWY.

Kredyty, przeznaczone na zakup książek i prenumeratę czasopism, są ciągle za małe. Bibliteka żyje raczej darami niż zakupami. Zakupiła bowiem w ubiegłym roku dzieł 630, z darów zaś otrzymała 820; czasopism prenumerowała 155, otrzymywała zaś w darze 312. Gdy dary te kiedyś ustaną, a z tym się zawsze liczyć trzeba, prowadzenie badań naukowych stanie się chyba w Warszawie niemożliwe.

XIII. ŻYCIE MŁODZIEŻY AKADEMICKIEJ

Obok działalności urzędowej władz akademickich i instytucji uniwersyteckich płynie wartkim strumieniem życie młodzieży. Młodzież nasza grupuje się w licznych stowarzyszeniach studenckich, samopomocowych, ideowych, naukowych, artystycznych, sportowych, wreszcie w korporacjach. Stowarzyszenia te mają charakter przeważnie ogólnoakademicki, należy więc do nich młodzież z różnych uczelni. Nadto wszystkie niemal typy stowarzyszeń studenckich, istniejące w różnych środowiskach akademickich, łączą się w związki, obejmujące młodzież akademicką całego państwa. Tak istnieje Związek Bratnich Pomocy, obejmujący wszystkie polskie samopomocowe instytucje studenckie w państwie, Związek Studenckich Kół Naukowych, Związek Korporacyj itp. Jakkolwiek fakt ten świadczy dodatnio o zdolnościach organizacyjnych naszej młodzieży, to jednak niepodobna pominąć milczeniem pewnej ujemnej strony, która stąd wynika, tej mianowicie, że łączność stowarzyszeń studenckich z poszczególnymi uczelniami i ich władzami akademickimi staje się coraz bardziej luźna.

Do stowarzyszeń studenckich, istniejących wyłącznie przy Uniwersytecie, należy z samopomocowych Bratnia Pomoc S[tudentów] UW, z korporacyj „Patria", następnie liczne koła naukowe, jak Koło Medyków, Farmaceutów, Filozoficzne, Polonistów, Klasyków, Romanistów, Historyków, Historyków Sztuki, Matematyczno-Fizyczne, Przyrodników. Najpoważniesze z tych stowarzyszeń, Bratnia Pomoc, liczyło z początkiem ubiegłego roku akademickiego 2 255 członków, zaś z końcem roku 3 555. Dzięki inicjatywie i energii prezesa Towarzystwa, p. Janusza RABSKIEGO, powstał w łonie Towarzystwa Komitet Uczczenia Pamięci Poległych Studentów Uniwersytetu Warszawskiego, który zajął się ufundowaniem tablicy pamiątkowej w murach Uniwersytetu i którego prace dobiegają końca.

Muszę podnieść z uczuciem radości, że stosunki władz akademickich z młodzieżą były w roku ubiegłym jak najlepsze, pełne obustronnego, serdecznego zaufania. Jest to jeden z największych skarbów, jaki mogę przekazać swemu następcy.

XIV. STYPENDIA STUDENCKIE

Fundusze stypendialne, którymi rozporządzał dawny uniwersytet rosyjski w Warszawie, przepadły, jak się zdaje, bezpowrotnie. Została tylko fundacja im. MŁOCKICH, zarządzana przez osobny Komitet, w którego skład wchodzą przedstawiciele Towarzystwa Kredytowego Ziemskiego oraz przedstawiciele Uniwersytetu z rektorem jako przewodniczącym Komitetu. Fundację stanowi majątek ziemski Kujawy-Kossuty, wydzierżawiony jeszcze przed wojną. Majątek, który wskutek działań wojennych ogromnie ucierpiał, nie przynosi obecnie prawie żadnych dochodów. Czynsz, otrzymany od dzierżawcy, nie pokrył w roku ubiegłym kosztów sporządzenia nowego planu gospodarstwa leśnego, którego przedłożenia zażądały odnośne władze administracyjne.

Studenci korzystali przede wszystkim ze zwrotnych stypendiów rządowych, udzielanych przez Ministerstwo WRiOP, oraz z kilku stypendiów, ufundowanych przez sejmiki powiatowe województwa białostockiego. Te ostatnie stypendia przeznaczone są jednakowoż nie tylko dla studentów Uniwersytetu, lecz innych także warszawskich szkół akademickich. Rozdawnictwem ich zajmuje się Komitet, złożny z rektorów Uniwersytetu, Politechniki i Szkoły Głównej Gospodarstwa Wiejskiego, a kwestura Uniwersytetu pośredniczy jedynie w wypłacie rat stypendialnych.

W ciągu roku wpłynęło na imię rekotra kilka niewielkich darów na doraźną pomoc dla młodzieży akademickiej, głównie z Ameryki. Na szczególną wdzięczność naszą zasługują ofiary pieniężne, złożone przez profesjonalistów z Buffalo za inicjatywą p. dra FRONCZAKA.

XV. ORGANIZACJE SPOŁECZNE MAJĄCE ZWIĄZEK Z UNIWERSYTETEM

Ciężkie powojenne warunki życia dotknęły i szeroki rzesze młodzieży akademickiej. Młodzież nasza przeważnie nie ma gdzie mieszkać, nie ma co zjeść, nie ma się w co ubrać. Z początku młodzież rzuciła dumne hasło «samopomocy» i «samowystarczalności», niebawem jednak przekonała się, że nie będąc i nie mogąc być nawet klasą produkującą, hasła tego urzeczywistnić nie może. Zwróciła się więc do społeczeństwa z wezwaniem o pomoc.

Pomoc ta, dzięki energicznej akcji samej młodzieży, a zwłaszcza dzięki niestrudzonej pracy studenta p. Feliksa DĄBROWSKIEGO, „dobrze zasłużonego Rzeczyposolitej Akademickiej", staje się istotnie z roku na rok większa. W lutym r[oku] 1923 zawiązał się w Warszawie Komitet Stołeczno-Wojewódzki Pomocy Polskiej Młodzieży Akadmickiej. Na czele Komitetu stanął Wojewoda Warszawski, p. Władysław SOŁTAN, który z cały poświęceniem, nie szczędząc trudu i pracy, działa w stolicy i województwie nad przysporzeniem młodzieży środków materialnych. Komitet Stołeczno-Wojewódzki jest jednym z ogniw wielkiej organizacji, rozciągającej się na całe państwo, a złożonej z powiatowych i lokalnych kół przyciół akademika, z komitetów wojewódzkich i z Rady Naczelnej do Spraw Pomocy Młodzieży Akademickiej jako organu centralnego, na którego czele stoi dziekan Wydziału Prawa Uniwersytetu Warszawskiego, p. prof. E. STRASBURGER. Organizacja ta, utworzona na mocy osobnych statutów w ubiegłym roku akademickim, skupi w sobie niewątpliwie wszelkie poczynania społeczne, mające na celu niesienie pomocy polskiej młodzieży akademickiej.

A pomoc ta jest bardzo pilna, zwłaszcza w zakresie budowy domów akademickich. W roku ubiegłym rozpoczęto budowę trzech domów akademickich: budowę domu *Auxilium Academicum* przy ul. Tamce, budowę Domu Akademiczek przy ul. Górnej, i budowę pierwszego domu Centrali Branich Pomocy przy ul. Grójeckiej. Na wykończenie tych domów potrzeba jeszcze dużo pieniędzy, a wykończenie ich w najbliższym czasie jest niezbędne. W komitetach budowlanych obu ostatnich domów czynny jest sekretarz Uniwersytetu, p. Antoni

JABŁOŃSKI, którego pomoc przy ułatwianiu finansowania tych przedsiębiorstw jest nieoceniona.

Sekretarz Uniwersytetu jest również duszą istniejącego już od r[oku] 1919 Stowarzyszenia Mieszkaniowo-Spółdzielczego Profesorów Uniw[ersytetu] Warsz[awskiego], na którego czele stoi obecnie prof. Szymon DZIERZGOWSKI. Szczęśliwą myśl miał w swoim czasie szef sekcji nauki i szkół wyższych, prof. Adam WRZOSEK, gdy w *Ustawie o Szkołach Akademickich* z 13.VII.1920 r[oku] zaprojektował art. 92, według którego sumy z opłat studenckich przeznaczone są na domy profesorskie i studenckie. Temu postanowieniu *Ustawy* Uniwersytet Warszawski zawdzięcza, że kwestia mieszkaniowa dla profesorów będzie niebawem rozwiązana.

Obok istniejącego już domu profesorskiego przy ul. Brzozowej 12, wzniesiono w ciągu roku ubiegłego drugi dom (Brzozowa 10) oraz zakupiono fundamenty i parter pod budowę trzeciego domu przy ul. Nowy Zjazd 5. W ciągu roku oba te domy będą oddane do użytku.

Należy w końcu zaznaczyć, że w ubiegłym roku akademickim powstał na mocy osobnego statutu Związek Zawodowy Profesorów i Docentów Akademickich w Warszawie, którego przewodniczącym jest prof. Uniw[ersytetu], p. Gustaw PRZYCHOCKI.

* * *

Rektor ŁUKASIEWICZ, po złożeniu powyższego sprawozdania, dokonał aktu przekazania władzy w ręce nowego rektora, wygłaszając tradycyjną formułę:

Accipe Sceptrum Refiminis, Catenam Dignitatis, Annulum Sponsialem. Quod felix faustum fortunatumque sit!

4. WRAŻENIA Z VI MIĘDZYNARODOWEGO ZJAZDU FILOZOFICZNEGO

Ruch Filozoficzny
t. XI (1928/1929) nr 1–10 s. 1–5

Leży przede mną gruba księga, pamiętnik Zjazdu Filozoficznego w Cambridge, Massachusetts.[1] Zdawałoby się, że książka ta zawiera wszystko, co można

[1] *Proceedings of the Sixth International Congress of Philosophy. Harvard University, Cambridge, Mass., USA, September 13–17, 1926.* Editor E. S. BRIGHTMAN. Longmans, Green and Co., New York 1927, s: LXXXVII, 716.

wiedzieć o Zjeździe, bo znajduje się w niej i historia Zjazdu, i przemówienia powitalne i pożegnalne, i wreszcie referaty, wygłoszone i niewygłoszone na Zjeździe. A jednak pamiętnik ten jest martwy, jak zresztą każde takie wydawnictwo urzędowe: nie odtwarza ŻYCIA Zjazdu. Nie informuje nawet, czy i jakie dyskusje odbywały się na posiedzeniach. A już całkiem, rzecz prosta, przemilcza zakulisową stronę Zjazdu: kto z kim się zetknął, o czym kto z kim rozmawiał, komu może jaka myśl nowa przyszła do głowy, jaki był ton ogólny Zjazdu; słowem, pamiętnik pomija to wszystko, co ze zdarzeń zjazdowych ma zawsze wartość największą.

Nie zdołam oczywiście wypełnić tej luki, już choćby dlatego, że byłem obecny jedynie przy końcu Zjazdu. Opowiem tylko o sobie, o tym, co sam widziałem i słyszałem, jakich poznałem ludzi i jakie odniosłem wrażenia z tej części Zjazdu, w której brałem udział.

Obecność na Zjeździe zawdzięczam inicjatywie Polskiego Towarzystwa Filozoficznego we Lwowie, które na wiele miesięcy przed Zjazdem zwróciło się do Wydziału Nauki w Ministerstwie WRiOP z wnioskiem, by Ministerstwo wysłało swoim kosztem i jako swego delegata któregoś z polskich profesorów filozofii na międzynarodowy Zjazd Filozoficzny. Niestety, różne przeszkody i nieporozumienia sprawiły, że dopiero dnia 31 sierpnia 1926 r[oku], a więc na dwa tygodnie przed Zjazdem, otrzymałem z Ministerstwa zapytanie, czy chcę jechać do Ameryki.

Na odpowiedź musiałem zdecydować się w ciągu godziny, a sprawy, związane z wyjazdem, musiałem załatwić w ciągu jednego dnia. Udało to się tylko dzięki energicznej pomocy Wydziału Nauki, który nie szczędził wysiłków, by ułatwić mi otrzymanie paszportu, wiz i karty okrętowej, przyznanej mi przez Urząd Emigracyjny. Rano dnia 2 września opuściłem Warszawę samolotem, lecącym do Pucka, w Pucku przesiadłem się na hydroplan Junkersa, zaś w trzy godziny później, po wspaniałym locie ponad Bałtyk i południową Szwecję, znalazłem się w Kopenhadze. Następnego dnia rano wsiadłem na okręt „United States" linii skandynawsko-amerykańskiej, który odpływał właśnie do Ameryki.

Na pokładzie dowiedziałem się, że przybędziemy do portu nowojorskiego za dni dwanaście. Istotnie, dopiero 15 września przed południem wylądowaliśmy w Hoboken, New Jersey. Natychmiast udałem się przez rzekę Huston do Nowego Jorku i najbliższym ekspresem wyjechałem do Bostonu. Z Bostonu kolej podziemna zawiozła mnie do Uniwersytetu Harvarda w Cambridge, gdzie odbywał się Zjazd. Był to już wieczór dnia 15 września. Zjazd rozpoczął się 13. O trzy dni przybyłem za późno.

Cambridge jest dziś właściwie przedmieściem Bostonu. Boston ma swój własny uniwersytet. Uniwersytet Harvarda w Cambridge należy do najstarszych i najbogatszych w Ameryce. Powstał, o ile pamiętam, w r[oku] 1636. Czytałem tablicę pamiątkową takiej mniej więcej treści: „Skoro tylko przepłynęliśmy wielką wodę oraz pobudowaliśmy sobie domy i ustanowiliśmy sobie prawa, to

pierwszą naszą troską była uprawa nauki, ażeby dzieci nasze nie były pozbawione opieki religijnej". A więc teologia dała początek temu Uniwersytetowi, jak wielu innym w Europie.

Dziś Uniwersytet Harvarda obejmuje wszystkie działy wiedzy. Składa się z szeregu budynków, stojących w ogrodach. W budynkach tych mieszczą się zakłady uniwersyteckie i kolegia studenckie. Filozofia zajmuje osobny budynek, zwany „Emerson Hall". Tuż obok wznosi się wspaniała biblioteka uniwersytecka, fundacja rodziny WIDENERA, bogatego Amerykanina, który zginął na *Titanicu*. W książnicy znajdują się osobne gabinety dla profesorów i numerowane stoliki dla starszych studentów. Kto ma taki stolik, może pracować w samej książnicy i brać sobie sam z półek książki, których potrzebuje. Dzięki uprzejmości dyrektora biblioteki korzystałem przez kilka dni po Zjeździe z takiego stolika i miałem sposobność przejrzeć niektóre nieznane u nas czasopisma i wydawnictwa amerykańskie. Biblioteka zawiera wszystkie ważniejsze dzieła filozoficzne, nawet i polskie. Nie znalazłem w niej jednak ani *Przeglądu Filozoficznego*, ani *Ruchu Filozoficznego*.

W Uniwersytecie Harvarda działał w swoim czasie jako docent jeden z najwybitniejszych logików amerykańskich, C. S. PEIRCE. Również William JAMES i Josiah ROYCE byli profesorami tegoż Uniwersytetu. Dziś wykładają w nim jako profesorowie między innymi A. N. WHITEHEAD, który wraz z B. RUSSELLEM wydał słynne *Principia mathematica*, oraz C. I. LEWIS, autor teorii *ścisłej implikacji*. Jako docent wykłada H. M. SHEFFER, odkrywca tych dwu funkcji teorii dedukcji, z których każda wystarcza do zdefiniowania wszystkich innych funkcji tej teorii. Wymieniam oczywiście tych uczonych, którzy mnie interesują jako logika matematycznego.

Do WHITEHEADA, siwego starca, nie miałem sposobności się zbliżyć. Mówiono mi, że zajmuje się obecnie metafizyką i filozofią religi. Z LEWISEM, typowym Anglosasem, widziałem się tylko kilka chwil. Spieszył się z powrotem na letnisko, bo to były jeszcze ferie wakacyjne. SHEFFER nie brał udziału w Zjeździe z powodu choroby w rodzinie. Widziałem się z nim później, dzięki uprzejmemu pośrednictwu dra A. A. ROBACKA, psychologa, który życzliwie odnosił się do Polaków, bo rodzice [jego] pochodzili z Polski. ROBACK i SHEFFER są to Żydzi. ROBACK skarżył się, że wobec prądów antysemickich, panujących w Uniwersytecie Harvarda, Żydzi nie mają szans otrzymywania katedr. SHEFFER już od dawna nic nie publikował, a zajmuje się od wielu lat ogólną teorią systemów dedukcyjnych. Żałuję, że nie mogłem się nic pewnego dowiedzieć o losach POSTA, którego uważam za jednego z najzdolniejszych logików amerykańskich.

Większość uczestników Zjazdu stanowili Amerykanie. Z Europy było tylko kilkadziesiąt osób, m.in. F. C. S. SCHILLER z Oxfordu, L. LÉVY-BRUHL z Paryża, F. ENRIQUES z Rzymu, H. DRIESCH z Lipska. Był również nasz przyjaciel, prof. K. VOROVKA z Pragi, z którym po Zjeździe spędziłem w Cambridge kilka miłych dni. Z Polaków uczestniczyli w Zjeździe oprócz mnie prof. W. M. KOZŁOWSKI

z Poznania, K. F. WIZE z Jeżewa oraz Polak-Amerykanin z dziada i pradziada, ks. J. ROLBIECKI, profesor Uniwersytetu Katolickiego w Waszyngtonie. W Polsce nigdy nie był, ale po polsku mówi doskonale.

Spośród gości europejskich najbardziej interesującą postacią był dla mnie prof. H. WEYL z Zurychu. Przyznał w rozmowie ze mną, że usiłowania HILBERTA i jego szkoły, zmierzające do udowodnienia niesprzeczności matematyki, nie dały dotąd decydującego wyniku, wspomniał jednak o mającej się pojawić pracy J. NEUMANNA z Budapesztu, która zdaniem jego sprawę posuwa naprzód. (Praca ta pojawiła się w *Mathematische Zeitschrift*, t. 26, 1927.)

Przechodzę do samego Zjazdu. Brałem w nim udział tylko przez dwa dni: 16 i 17 września. Przysłuchiwałem się obradom Sekcji Logicznej i chodziłem na posiedzenia ogólne. Zdaję sobie sprawę, jak subiektywne są sądy i oceny, które wygłaszam poniżej, mimo to wypowiadam się z całą szczerością w nadziei, że nie pozostanie to może bez pożytku.

Niemal wszystko, co słyszałem, zrobiło na mnie wrażenie jak najgorsze. Być może, że trafiłem szczególnie źle. Nie byłem obecny na najciekawszych odczytach DRIESCHA, WEYLA, WHITEHEADA, które odbyły się przed moim przyjazdem, jakkolwiek wnoszę dziś po ujrzeniu tych odczytów w druku, że może niewiele byłbym zyskał, gdybym je był usłyszał. Z tego, co usłyszałem, przytoczę kilka szczegółów.

Na posiedzeniu ogólnym mówił między innymi BOUGLÉ z Sorbony o filozofii i dążeniach pokojowych i E. BECHER z Monachium o darwinizmie i stosunkach międzynarodowych. Oba odczyty miały poziom felietonów dziennikarskich; bo też to były tematy raczej propagandowe niż naukowe. BECHER powiedział, że teorii DARWINA o walce o byt i zachowaniu się przy życiu jednostek najdzielniejszych nie można stosować do społeczeństw ludzkich, bo na wojnie giną właśnie najdzielniejsi, a słabi kryją się na tyłach. Pomyślałem sobie, że gdyby byli Niemcy zwyciężyli, to znalazłby się zapewne filozof niemiecki, który by powiedział, że zgodnie z teorią DARWINA prawo do życia mają najdzielniejsi, a słabi muszą ginąć. W Sekcji Logicznej SCHILLER z Oxfordu usiłował zatrzeć różnicę między «faktami» a «wartościami», mówiąc, że fakty stają się wartościami, a wartości faktami. Nic z tego nie rozumiałem i dotąd myślę, że były to chyba igraszki słowne. J. E. HEYDE z Gryfii pouczał w duchu filozofii REHMKEGO, jak rozwiązać «ostateczne zagadnienie poznania». Kładł nacisk na to, że co jest nierozciągłe, nie może zajmować miejsca w przestrzeni. Przypomniałem mu, że matematycy uważają punkty za nierozciągłe, a jednak wyznaczają im miejsca w przestrzeni. Zdawał się być zdziwiony, oponował miękko, wreszcie powiedział, że rad by się w tej sprawie porozumieć ze mną listownie. Dałem mu swój adres. Dotąd nie otrzymałem od niego żadnej wiadomości. Inne odczyty nie były o wiele lepsze, z wyjątkiem jednego może referatu o pewnym znaczeniu pojęcia prawdopodobieństwa, wypowiedzianego przez C. J. DUCASSE'A z Providence, Rhode Island.

Ostatniego dnia, w Sekcji Logicznej, po pięciu nużących odczytach rozegrała się krótka dyskusja. Zabrałem głos i wypowiedziawszy kilka uwag krytycznych o wygłoszonych referatach, wyraziłem przy końcu zdanie, że zjazdy filozoficzne mają poziom naukowy o wiele niższy od jakichkolwiek innych zjazdów naukowych. Niektórzy potakiwali głowami, na ogół jednak miałem wrażenie, że rzucam groch o ścianę.

Jedyna korzyść, jaką wyniosłem z tych obrad, to było utrwalenie się we mnie przekonania, że taka filozofia, jaką się dziś uprawia i jaką się zresztą uprawiało zawsze, może mieć najrozmaitsze wartości, może podnosić ducha, zaspokajać potrzeby serca, dawać zadowolenie estetyczne, ale nie posiada tej najwyższej wartości, którą według mnie mieć powinna, wartości NAUKOWEJ. I nie mam nadziei, by filozofowie zdobyli się tak prędko na naukowe opracowanie swych zagadnień. Filozofia bowiem od samego początku obciążona była i jest pierwiastkami pozanaukowymi, zwłaszcza natury teologicznej, a pierwiastki te nie wpływają dodatnio na ścisłość myślenia. Stwierdzić można na każdym niemal kroku, że najwięksi nawet myśliciele, od PLATONA do KANTA i aż po dzień dzisiejszy, rozważając zagadnienia filozoficzne, myślą mętnie, nieściśle, nienaukowo, a nieraz fantastycznie. Dopóki ich dzieła będą dla nas wzorami i dopóki młode umysły kształcić będziemy na «klasykach» filozofii, dopóty zdaniem moim ani filozofia nie zyska na naukowości, ani jej adepci nie nauczą się myśleć poprawnie. Sądzę, że jedyną drogą dla przyszłej filozofii naukowej jest ZAPOMNIEĆ na razie o dotychczasowej filozofii i zacząć całkiem na nowo. Tak jak logika matematyczna powstała i rozwinęła się poza obrębem filozofii i nie zawdzięcza swych pomysłów logice filozoficznej, tak samo w przyszłości może i powinna powstać nowa filozofia naukowa POZA OBRĘBEM tego wszystkiego, co dzisiaj nosi miano „filozofii".

Bardziej niż kiedykolwiek potrzeba nam dzisiaj, w tych czasach przełomowych, w których żyjemy, myśli filozoficznej tak jasnej i ścisłej, i z taką siłą logiki ugruntowanej, by narzuciła się umysłom ludzkim jak prawda matematyczna. Zjazd Filozoficzny w Cambridge wykazał, jak mi się wydaje, że filozofia współczesna myśli takiej nie potrafi wytworzyć.

5. O ZNACZENIU I POTRZEBACH LOGIKI MATEMATYCZNEJ

Nauka Polska
t. X(1929) s. 604–620

TREŚĆ. 1. Rozwój logiki matematycznej w Polsce. 2. Charakterystyka polskiej logiki matematycznej. 3. Znaczenie tej nauki dla matematyki i filozofii. 4. Potrzeba czasopisma, poświęconego logice matematycznej.

1. Logika matematyczna rozwinęła się w Polsce w ostatnich kilku latach bardziej, niż w jakimkolwiek innym kraju. Dwa głównie środowiska uniwersyteckie przyczyniły się do tego rozwoju: krakowskie i warszawskie. W Krakowie działał od szeregu lat z katedry uniwersyteckiej matematyk prof. SLESZYŃSKI, wykładając teorię dowodu, opartą na logice matematycznej.[2] Interesują się logiką matematyczną krakowscy profesorowie matematyki: ZAREMBA i WILKOSZ; prof. ZAREMBA wydaje nawet prace z tej dziedziny.[3] W Krakowie wreszcie od lat wielu uprawia tę naukę dr CHWISTEK, matematyk i filozof, obecnie docent logiki matematycznej w Uniwersyteice Jagiellońskim.[4] Jest rzeczą godną uwagi, że wytworzenie krakowskiego ośrodka logiki matematycznej uważać należy za zasługę przede wszystkim matematyków; krakowscy profesorowie filozofii nie brali w tej pracy udziału.

Inaczej jest w Warszawie. Warszawski ośrodek logiki matematycznej zawdzięcza swe powstanie przede wszstykim filozofom. Od filozofii bowiem rozpoczął swe studia i prace jeden z twórców tego ośrodka, profesor filozofii matematyki, LEŚNIEWSKI.[5] Profesorem filozofii jest również autor niniejszego

---

[2] *Teoria dowodu*. Podług wykładów uniwersyteckich prof. dra Jana SLESZYŃSKIEGO opracował S. K. ZAREMBA. Tom I, Kraków 1925. (Tom II w druku.) W niniejszych uwagach bibliograficznych wymieniam ważniejsze prace z zakresu logiki matematycznej, które autorowie krakowscy i warszawscy wydali w okresie powojennym.

[3] St. ZAREMBA, „Le logique des mathématiques", *Mémorial des Science Mathématiques*, fasc. XV(1926).

[4] L. CHWISTEK: „Antynomie logiki formalnej", *Przegląd Filozoficzny*, r. 24(1921); „Zasady czystej teorii typów", *Przegląd Filozoficzny*, r. 25(1922); „The theory of construcive types (Principles of logic and mathematics). Part I. General principles of logic. Theory of classes and relations", *Annales de la Société Meathématique de Pologne*, tom II, Kraków 1923; część II tej pracy, wydana w *Annales de la Société Mathématique de Pologne*, tom III, Kraków 1925, zawiera podstawy matematyki („Cardinal arithmetic").

[5] Główne swe dzieło, streszczające wyniki wieloletnich badań, pt. „O podstawach matematyki", prof. LEŚNIEWSKI zaczął drukować w *Przeglądzie Filozoficznym*, r. 30(1927). Dzieło to obejmuje dwie teorie, należące do logiki matematycznej, stworzone przez autora, a nazwane przez niego „prototetyką" i „ontologią" (zob. *l.c.*, s. 165 i 166).

artykułu.[6] Logikę matematyczną uwzględnia też w swych wykładach profesor filozofii KOTARBIŃSKI.[7] Do niedawna działał w Uniwersytecie Warszawskim profesor filozofii, AJDUKIEWICZ (obecnie we Lwowie), autor prac z zakresu logiki matematycznej.[8] Jedynym matematykiem z wykształcenia, wykładającym logikę matematyczną w Uniwersytecie Warszawskim, jest docent filozofii matematyki, dr TARSKI.[9]

W środowisku warszawskim, w którym działa obecnie z katedry kilku logików matematycznych, wytworzyła się żywa atmosfera naukowa. W seminariach i konwersatoriach rodzą się nowe zagadnienia. Grupują się one chwilowo bądź około tak zwanej «teorii dedukcji» i logik wielowartościowcyh (seminarium logiki matematycznej, prowadzone przeze mnie), bądź dotyczą zupełności systemów dedukcyjnych (konwersatorium doc. TARSKIEGO). Sporo młodych ludzi ma już cenne wyniki naukowe, które zasługują na ogłoszenie drukiem.[10] Logika matematyczna w Polsce, a zwłaszcza w Warszawie, jest dziś życiem tętniącą komórką polskiej twórczości naukowej.

2. Szczęśliwym zbiegiem przypadków w tworzeniu polskiej logiki matematycznej współdziałali zarówno matematycy, jak filozofowie. Fakt ten wróży pomyślnie o przyszłym rozwoju tej nauki w Polsce. Matematycy bowiem nie dopuszczą, by logika matematyczna zmieniła się w jakąś spekulację filozoficzną, filozofowie zaś obronią tę naukę przed niewolniczym stosowaniem w niej metod matematycznych i zacieśnieniem jej do roli pomocniczej nauki matematycznej.

Istotnie, w Polsce, a zwłaszcza w Warszawie, traktuje się dziś logikę matematyczną jako naukę samodzielną, mającą swe własne cele i zadania. Systemy dedukcyjne, należące do logiki, są zdaniem naszym równie ważne, a może nawet ważniejsze, bo bardziej podstawowe, niż różne systemy dedukcyjne, zaliczane do matematyki. Rozumiemy swoistość zagadnień logicznych i nie traktujemy ich jedynie pod tym kątem widzenia, czy rozwiązanie ich przyda się na coś matematykom, czy też nie. Okres algebry logiki (BOOLE, SCHRÖDER), która metody

---

[6] Do logiki matematycznej należy praca moja pt.: „Logika dwuwartościowa", wydana w *Księdze pamiątkowej ku uczczeniu prof. K. Twardowskiego* (*Przegląd Filozoficzny* r. 23(1921)).

[7] Zob. *Elementy logiki formalnej, teorii poznania i metodologii.* Skrypt autoryzowany z wykładów prof. KOTARBIŃSKIEGO, wygłoszonych w trymestrze jesiennym roku akad[emickiego] 1926/[192]7. Opracowała D. STEINBERZANKA. Warszawa 1926.

[8] K. AJDUKIEWICZ: *Z metodologii nauk dedukcyjnych.* Wydawnictwo Polskiego Towarzystwa Filozoficznego we Lwowie, tom X, Lwów 1921; „Założenia logiki tradycyjnej", *Przegląd Filozoficzny*, r. 29(1927) (zob. nadto r. 30(1927), s. 251).

[9] A. TAJTELBAUM-TARSKI: „O wyrazie pierwotnym logistyki (Teza doktorska)". Odbitka z *Przeglądu Filozoficznego*, Warszawa 1923; „Sur le terme primitif de la logistique", *Fundamenta Mathematicae*, t. IV(1923); „Sur les truth-funcions au sens de MM. Russell et Whitehead", *Fundamenta Mathematicae*, t. V(1924).

[10] Dwaj uczestnicy seminarium logiki matematycznej: JAŚKOWSKI i LINDENBAUM, przedstawili niektóre rezultaty swych badań w komunikatach, wygłoszonych w Sekcji Logiki Matematycznej I Polskiego Zjazdu Matematycznego we Lwowie w r[oku] 1927.

i zagadnienia matematyczne, a nawet nałogi myślenia matematycznego, przenosiła żywcem do logiki, już się chyba u nas nie powtórzy. Zbyt dużo zresztą mamy krytycyzmu wobec metod myślenia matematycznego.[11] W Niemczech dzieje się inaczej. Mam wrażenie, że matematycy ze szkoły HILBERTA, uprawiający logikę matematyczną, traktują ją raczej jako naukę pomocniczą matematyki, niż jako naukę samodzielną. Wpływy algebry logiki są w tej szkole wyraźne; FREGEGO, jednego z najgłębszych logików naszych czasów, który lepiej od algebraistów rozumiał zagadnienia logiczne, szkoła HILBERTA zdaje się nie doceniać i nawet nie zna go dobrze.[12]

Z drugiej strony, jak sądzę, nie ma żadnej obawy, by polska logika matematyczna zeszła kiedykolwiek na manowce spekulacji filozoficznej. Matematycy polscy, którzy z nami współdziałają, myślą zbyt trzeźwo, by ulegać nienaukowym fantazjom. Niebezpieczeństwo to grozi raczej matematykom niemieckim. W Niemczech wpływ filozofii, nawet wśród matematyków, jest dotychczas tak wielki, że i FREGE nie zdołał się od niego uwolnić. W Polsce filozofia nie wywiera dotychczas żadnego wpływu na matematykę.[13]

Złożyło się przy tym tak szczęśliwie, że zarówno matematycy nasi, jak filozofowie, którzy pierwsi zabrali się do logiki matematycznej, przynieśli ze sobą wyrobione poczucie ścisłości naukowej. Niemal wszyscy filozofiwe, uprawiający w Polsce logikę matematyczną, to uczniowie prof. TWARDOWSKIEGO; należą więc do tak zwanej «lwowskiej szkoły filozoficznej», w której nauczyli się myśleć jasno, sumiennie i metodycznie. Dzięki temu polska logika matematyczna osiągnęła stopień ścisłości naukowej o wiele wyższy niż logika matematyczna za granicą. Dążenie do ścisłości naukowej stało się u niektórych najwybitniejszych przedstawicieli naszej logiki matematycznej tak silne, że zrodziło nawet pewną wadliwą cnotę, którą bym nazwał „perfekcjonizmem". Dążenie do ścisłości przerodziło się w dążenie do doskonałości, które hamuje produkcję naukową. Niejeden ważny rezultat naukowy przepadł już dla nauki polskiej bezpowrotnie, głównie dlatego, że autorowie tych rezultatów, dążąc do doskonałości, zwlekali z ich ogłoszeniem.

Na zakończenie tej charakterystyki polskiej logiki matematycznej niech mi będzie wolno wymienić jeszcze jeden szczegół, który wiąże się specjalnie z moją działalnością. Przeciwstawia się zazwyczaj logikę «matematyczną» logice «filo-

---

[11] Krytycyzm ten podzielają nawet niektórzy matematycy. Zob. artykuł prof. SLESZYŃSKIEGO pt.: „O znaczeniu logiki dla matematyki", *Poradnik dla samouków*, t. III. Matematyka. Uzupełnienia do tomu pierwszego, Warszawa 1923.

[12] D. HILBERT und W. ACKERMANN, *Grundzüge der theoretischen Logik*, Berlin 1928. Z przedmowy do tego dzieła, napisanej przez HILBERTA, wyczuwa się wyraźnie, że autorowie interesują się logiką jedynie ze względu na potrzeby matematyki. Wpływy algebry logiki ujawniają się na s. 9–22 tego dzieła.

[13] W związku z tym muszę się przyznać do pewnej winy: w swej „Logice dwuwartościowej" przejąłem od FREGEGO «filozoficzne» pojęcia „prawdy" i „fałszu", które skłonny dziś jestem zaliczyć do mitologii.

zoficznej». Przeciwstawienie to jest słuszne, gdy chodzi o logikę filozoficzną współczesną i w ogóle nowożytną, gdyż, zdaniem moim, logika ta znajduje się w głębokim upadku i niemal nie zasługuje na miano nauki. Ale źródłowe badania historyczne, które prowadzę od lat wielu, przekonały mnie, że starożytne systemy logiki formalnej, zarówno sylogistyka ARYSTOTELESA, jak dialektyka stoików, mają poważną wartość naukową i są, podobnie jak dzieło EUKLIDESA w geometrii, niższym stadium rozwojowym współczesnej logiki matematycznej. Nawiązała się tedy zerwana przez Odrodzenie nić tradycji logicznej. Wiemy dziś w Warszawie, że nie ma dwóch logiki matematycznej i filozoficznej; istnieje jedna tylko logika, zapoczątkowana przez ARYSTOTELESA, uzupełniona przez stoików, uprawiana z niemałą nieraz subtelnością przez logików średniowiecznych, nierozumiana i zaniedbana przez filozofię nowożytną, a rozkwitająca dziś na nowo w doskonalszej postaci dzięki wysiłkom logików matematycznych.[14]

3. Niejeden z czytelników, uprzedzonych do logiki matematycznej, a takich jest legion, zapyta się niezawodnie, dlaczego tylu zdolnych ludzi wkłada tyle czasu i trudu w dziedzinę zagadnień czysto formalnych, które zdają się być raczej zabawką umysłową, niż poważnym działem wiedzy naukowej. Czytelnikom tym chciałbym wyjaśnić, jakie znaczenie przypisuję logice matematycznej.

Znaczenie jej dla matematyki uznali już niektórzy i to bardzo wybitni matematycy. Na Międzynarodowym Zjeździe Matematycznym, który odbył się w Bolonii we wrześniu r[oku] 1928, pierwszy punkt pierwszego posiedzenia plenarnego poświęcony był wykładowi prof. HILBERTA z Getyngi pt. „Probleme der mathematischen Logik". Znaczenie logiki matematycznej dla matematyki HILBERT widzi głównie w tym, że dzięki tej logice będzie można oprzeć matematykę na niewzruszonych podstawach, wykazując jej niesprzeczność. Obok zagadnienia niesprzeczności systemów dedukcyjnych wysuwa się drugie zagadnienie logiczne, zagadnienie ich zupełności. W logice matematycznej znamy już niektóre efektywne dowody zupełności; w matematyce szukamy ich dopiero, wzorując się na logice. Gdyby udało się znaleźć efektywny dowód zupełności nawet tak wąskiego systemu matematycznego, jakim jest arytmetyka liczb naturalnych, to byłoby to jedno z najciekawszych odkryć naukowych. Dowód taki bowiem

[14] Prace moje z zakresu historii logiki nie są dotychczas ogłoszone drukiem. Jedynie o logice stoików wygłosiłem wykład na I Polskim Zjeździe Filozoficznym we Lwowie w r[oku] 1923; autoreferat z tego wykładu pojawił się w *Księdze pamiątkowej Zjazdu* (*Przegląd Filozoficzny*, r. 30(1927), s. 278). Stwierdziłem w tym wykładzie, że logika stoików jest systemem logicznym różnym od sylogistyki arystotelesowej i odpowiada dzisiejszej «teorii dedukcji» czyli teorii zmiennej zdaniowej. Sylogistyka arystotelesowa jest fragmentem teorii zmiennej nazwowej, którą opracował szczegółowo prof. LEŚNIEWSKI pod nazwą „ontologii"; do «ontologii» zaś zbliża się najbardziej w dotychczasowej logice matematycznej «rachunek klas». Przykonałem się z okazji tych badań historycznych, że historię logiki trzeba napisać na nowo. Ci bowiem filozofowie, którzy zajmowali się historią logiki, jak np. PRANTL, autor czterotomowego dzieła pt.: *Geschichte der Logik im Abendlande*, Lipsk 1855–[18]70, z braku wykształcenia logicznego zupełnie nie zrozumieli ani sylogistyki arystotelesowej, ani dialektyki stoickiej.

pozwalałby nam orzec o każdym twierdzeniu, mającym sens w systemie arytmetyki liczb naturalnych, a więc np. i o tak zwanym «wielkim twierdzeniu» FERMATA, czy da się ono udowodnić w systemie, czy też da się obalić, i wskazałby zarazem drogę udowodnienia go, czy też obalenia. Arytmetyka liczb naturalnych stałaby się wtedy nauką zakończoną, w której by nie można już robić nowych odkryć, z wyjątkiem co najwyżej upraszczania dowodów.

Jakkolwiek ważne i ciekawe byłyby powyższe zagadnienia, które dzięki logice matematycznej znajdą może kiedyś swe rozwiązanie, to jednak ja osobiście upatruję znaczenie tej nauki w innym momencie, nierównie ogólniejszym. Momentem tym jest ścisłość naukowa logiki matematycznej. Do logiki tej należą systemy dedukcyjne (najprostszym z nich jest system «teorii dedukcji»), w których umysł ludzki osiągnął, według mego zdania, najwyższy, możliwy w chwili obecnej, stopień ścisłości naukowej.

Teoria dedukcji w najprostszej swej postaci, oparta na implikacji i negacji jako terminach pierwotnych i nie posługująca się definicjami, jest systemem dedukcyjnym zupełnym i niesprzecznym, w którym z trzech prostych aksjomatów dzięki dwóm oczywistym regułom wnioskowania wyprowadzić można nieograniczenie wiele twierdzeń podstawowych dla rozumowania. Wszystkie dowody w tej teorii są zupełne i sformalizowane, tak że skontrolować je może na mocy oczywistości wzrokowej nawet ten, kto nie rozumie znaczenia symbolów, użytych w tej teorii, a rozumie tylko reguły wnioskowania. Teoria ta jest tedy najprostszym i najdoskonalszym wzorem ścisłego systemu dedukcyjnego.[15]

---

[15] Ponieważ wywody te będą dla czytelnika, nie znającego logiki matematycznej, na pewno niezrozumiałe, przeto postaram się tutaj w sposób najkrótszy naszkicować teorię, o której mówię w tekście.

Zestawienia liter, oznaczone niżej numerami porządkowymi, proszę traktować na razie jako figury jakiejś gry, nie mające żadnego znaczenia. Następujące trzy figury uznane są z góry jako należące do gry:

(1) *CCpqCCqrCpr*
(2) *CCNppp*
(3) *CpCNpq*

Gra polega na tworzeniu figur nowych na podstawie figur już należących do gry, przy pomocy następujących dwóch reguł.

I. REGUŁA PODSTAWIANIA. Z figury gry *F* wolno utworzyć figurę nową przez podstawienie w ten sposób, że usuwa się z figury *F* którąkolwiek małą literę, a za nią wszystkie z nią równokształtne, i wypełnia się wszystkie powstałe luki równokształtnie albo (a) jedną małą literą, różną od usuniętej, albo (b) dwiema literami, z których pierwsza jest „*N*", a druga jakąkolwiek małą literą, albo (c) trzema literami, z których pierwsza jest „*C*", a dwie następne są jakimikolwiek małymi literami.

II. REGUŁA ODRYWANIA. Z figury *F* wolno utworzyć figurę nową przez oderwanie wtedy i tylko wtedy, gdy figura F zaczyna się od litery „*C*" i pewna jej część, następująca bezpośrednio po tym „*C*", jest figurą gry; figurą nową jest końcowa część figury *F*, pozostała po oderwaniu od *F* początkowego „*C*" i następującej po tym „*C*" figury gry.

Reguły te staną się jasne w związku z następującymi przykładami nowych figur, utworzonych według tych reguł:

(4) *CCpCsqCCCsqrCpr* (1) *q/Csq*
(5) *CCpCNpqCCCNpqrCpr* (4) *s/Np*
(6) *CCCNpqrCpr* (5), (3)

Dotychczas jeszcze panuje przekonanie, że najściślejszą z nauk jest matematyka. Przekonanie to nie odpowiada dziś rzeczywistości. Logika matematyczna przewyższa swą ścisłością matematykę. Matematycy w budowaniu swych systemów i w dowodzeniu swych twierdzeń powinni wzorować się na logice matematycznej. I na tym właśnie polega główne znaczenie logiki matematycznej, zarówno dla matematyki, jak dla wszystkich innych nauk.

Powstała w naszych czasach nowa miara ścisłości naukowej. Jest to fakt, którego znaczenia dla nauki niepodobna nie doceniać. Im większa bowiem jest miara

---

(7) *CCCNpprCpr* (6) *q/p*
(8) *CCCNpppCpp* (7) *r/p*
(9) *Cpp* (8), (2)

Figura (4) powstała z (1) przez podstawienie w niej zamiast litery „*q*" trzech liter „*Csq*", zgodnie z punktem (c) reguły I. Figura (5) powstała z (4) przez podstawienie w niej zamiast litery „*s*" dwóch liter „*Np*", zgodnie z punktem (b) reguły I. Figura (7) powstała z (6) przez podstawienie w niej zamiast litery „*q*" litery „*p*", zgodnie z punktem (a) reguły I. Podobnie powstała figura (8) z figury (7). Figura (6) powstała z figury (5) przez oderwanie od niej początkowego „*C*" oraz następującej po tym „*C*" figury (3) „*CpCNpq*", zgodnie z regułą II. Podobnie figura (9) powstała z figury (8) przez oderwanie od niej początkowego „*C*" i następującej po tym „*C*" figury (2) „*CCNppp*", zgodnie z regułą II.

Przypuszczam, że czytelnik po przestudiowaniu tych przykładów zrozumie już grę, chociaż nie zna jeszcze znaczenia figur. Znaczenie ich jest następujące.

Małe litery są to zmienne zdaniowe, to jest zmienne, których wartościami mogą być tylko zdania. Wyrażenie „*Np*", które czytam: „Nieprawda, że *p*", jest zaprzeczeniem (negacją) zdania „*p*". Jeśli więc „*p*" znaczy: „Dziś jest piątek", to „*Np*" znaczy: „Nieprawda, że dziś jest piątek". Wyrażenie „*Cpq*", które czytam: „Jeżli *p*, to *q*", jest okresem warunkowym (implikacją) o poprzedniku „*p*" i następniku „*q*". Jeśli więc „*p*" znaczy: „Dziś jest piątek", a „*q*" znaczy: „Jutro jest sobota", to „*Cpq*" znaczy": „Jeśli dziś jest piątek, to jutro jest sobota".

Formy (1)–(3) są to aksjomaty teorii dedukcji. Przeczytać je można w następujący sposób:

(1) Jeśli (jeśli *p*, to *q*), to [jeśli (jeśli *q* to *r*), to (jeśli *p*, to *r*)].
(2) Jeśli (jeśli nieprawda, że *p*, to *p*), to *p*.
(3) Jeśli *p*, to (jeśli nieprawda, że *p*, to *q*).

Aksjomat (1) jest prawem sylogizmu warunkowego i znany był już ARYSTOTELESOWI. Aksjomat (2) jest pewną formą rozumowania, zwanego „redukcją do absurdu", i formy tej używał już w swych dowodach EUKLIDES. Aksjomat (3) wyraża myśl, którą znał już DUNS SCOTUS, gdy twierdził, że z dwóch zdań sprzecznych, np. „SOKRATES jest" i „SOKRATES nie jest", wynika jakiekolwiek zdanie, np. „Kij stoi w kącie". Kto się wmyśli w te aksjomaty, ten niezawodnie uzna ich prawdziwość.

Reguła podstawiania odpowiada zasadzie wnioskowania dedukcyjnego, znanej już w sylogistyce arystotelesowej, a nazywanej przez logikę tradycyjną „*dictum de omni*". Zasada ta głosi, że co ważne jest dla wszystkich przedmiotów pewnego rodzaju, to ważne jest i dla pewnych przedmiotów tego rodzaju. Aksjomaty (1)–(3) i wszystkie wyprowadzone z nich twierdzenia ważne są dla jakichkolwiek zdań „*p*", „*q*", „*r*", „*s*", a więc ważne są także dla zaprzeczeń i okresów warunkowych, które podstawiamy zamiast tych zasad.

Reguła odrywania odpowiada zasadzie wnioskowania dedukcyjnego, znanej już w dialektyce stoickiej, a nazwanej przez logikę tradycyjną „*modus ponens*". Zasada ta głosi, że jeśli uznany jest okres warunkowy, np. taki „*CCCNpppCpp*", i uznany jest jego poprzednik, w naszym przykładzie „*CCNppp*", to mamy prawo uznać jego następnik, a więc „*Cpp*". Obie reguły są oczywiste.

Dzięki tym regułom można udowodnić nieograniczenie wiele twierdzeń, a wśród nich najważniejsze prawa rozumowania. I tak, twierdzenie (9), udowodnione powyżej, jest prawem tożsamości dla zdań i orzeka, że „jeśli *p*, to *p*".

Dowody wszystkich twierdzeń są zupełne, to znaczy nie zawierają żadnych luk, i są sformalizowane, to znaczy, że można je skontrolować, opierając się wyłącznie na wyglądzie tych twierdzeń, a nie bacząc na ich znaczenie.

ścisłości naukowej, tym wyżej piąć się muszą uczeni w swych wysiłkach, by zbliżyć się do tej miary. Dzięki zaś tym wysiłkom rośnie, rozwija się i udoskonala nauka.

Jeśli uszeregujemy nauki ze względu na stopień ich ścisłości, to w szeregu tym na ostatnim chyba miejscu znajdzie się filozofia. Co myślę o filozofii dotychczasowej, o tym wypowiedziałem się w wykładzie, wygłoszonym na pierwszym posiedzeniu plenarnym II Polskiego Zjazdu Filozoficznego w Warszawie w r[oku] 1927.[16] W wykładzie tym wypowiedziałem kilka twierdzeń, które mogą się wydawać zbyt jaskrawe. Oceniając systemy filozoficzne, zauważyłem, że „posiadają (one) zapewne niemałe znaczenie w dziejach myśli ludzkiej, mają nieraz wielką wartość estetyczną lub etyczną, zawierają nawet niektóre trafne, na intuicji oparte spostrzeżenia; wartości NAUKOWEJ nie posiadają żadnej". Jedną z przyczyn nienaukowości filozofii widzę w zaniedbaniu logiki przez filozofów nowożytnych. „Z tego zaniedbania logiki, powiedziałem, płyną dla filozofii dwie szkody: naprzód filozofowie wskutek nieznajomości logiki nie przestrzegają w swych wywodach wymagań ścisłości naukowej ..., następnie zaś ... opierają często swe poglądy filozoficzne na błędnych teoriach logicznych." Mówiłem dalej, że „logika, stworzona przez matematyków, ustalając nową miarę ścisłości naukowej, daleko wyższą od wszelkich dotychczasowych miar ścisłości, otworzyła nam oczy na nicość spekulacji filozoficznej". Nasuwa się tedy, jak za czasów KANTA, potrzeba reformy filozofii, a reforma ta winna być przeprowadzona „w imię nauki i w duchu logiki matematycznej". Naszkicowałem w wykładzie, jak wyobrażam sobie wykonanie tej reformy. Należy naprzód zrobić przegląd zagadnień filozoficznych. Spośród nich wybrać te zagadnienia, które mają jakiś sens rozumny, odrzucić zaś wszelkie inne. Do rozwiązania tych zagadnień należy zastosować metodę logiki matematycznej, to jest metodę aksjomatyczną. Za aksjomaty należy przyjąć tezy intuicyjnie pewne. Wyrazy pierwotne, występujące w aksjomatach, winny być wyjaśnione na przykładach. Liczba aksjomatów i wyrazów pierwotnych powinna być jak najmniejsza. Wszystkie inne tezy systemu filozoficznego muszą być udowodnione, wszystkie inne wyrazy zdefiniowane. Należy przy tym dbać nieustannie o kontakt z doświadczeniem, a nie tworzyć bytów mitologicznych w rodzaju idei platońskich lub rzeczy samych w sobie. Synteza filozoficzna powinna przecie dać

Dodaję przy końcu kilka uwag historycznych. Symbolika, użyta w tym szkicu, oraz układ aksjomatów pochodzą ode mnie. Moim jest także sposób zapisywania dowodów. Myśl sformułowania reguły podstawiania w jej najprostszej postaci, w jakiej podana jest wyżej, zawdzięczam drowi TARSKIEMU. Twórcą nowożytnej teorii dedukcji jest FREGE (*Begriffsschrift*, 1879), który też pierwszy zrozumiał różnicę między tezą systemu, to jest aksjomatem lub twierdzeniem, a regułą wnioskowania, jaką jest np. reguła odrywania. FREGE też pierwszy dbał o zupełność dowodów; na zupełność dowodów kładą również szczególniejszy nacisk w swych pracach logicznych profesorowie SLESZYŃSKI i ZAREMBA.

[16] Autoreferat z tego wykładu pt.: „O metodę w filozofii", pojawił się w *Księdze Pamiątkowej Zjazdu* (*Przegląd Filozoficzny*, r. 31(1928), s. 3). Cytuję w tekście niektóre zdania, zamieszczone w tym autoreferacie.

nam wskazówki, jak mamy udoskonalać siebie i ten świat realny, w którym żyjemy. Mówiłem dalej, że w pracy tej nie należy, przynajmniej na razie, opierać się na dotychczasowych systemach filozoficznych, by przez studiowanie tych systemów nie nabierać złych nałogów myślowych. Należy wszystko zacząć od początku. Zdaję sobie sprawę, jak olbrzymia będzie to praca. Dlatego też powiedziałem w zakończeniu wykładu, że pracy tej „podołają umysły o wiele potężniejsze, niż kiedykolwiek dotąd zjawiły się na ziemi".

Dziś rok już minął od wygłoszenia tych twierdzeń i nie widzę powodu, by którekolwiek z nich zmienić lub cofnąć. Przeciwnie, umacniam się w swych poglądach na znaczenie logiki matematycznej dla filozofii, gdy widzę, że do podobnych poglądów dochodzą, niezależnie ode mnie, i niektórzy filozofowie niemieccy.[17] Coraz silniej także utrwalam się w przekonaniu o „nicości spekulacji filozoficznej" i o upadku filozofii nowożytnej, a zwłaszcza współczesnej. Czytając najnowsze publikacje filozoficzne z zakresu logiki, stwierdzam na każdym kroku, że stoją one niżej poziomu naukowego. Prace niemieckie z tej dziedziny zawierają elementarne błędy logiczne i przepełnione są jakąś mglistą, niezrozumiałą frazeologią filozoficzną.[18] Znane mi prace francuskie i angielskie pisane są jaśniej, ale zawierają może jeszcze więcej błędów. Jak wyglądają wobec tego prace z innych dziedzin filozofii, z natury rzeczy mniej ścisłych od logiki, o tym nie warto się rozwodzić.

Kto wykształcił się w ścisłym myśleniu logiki matematycznej, temu spada jakby łuska z oczu. Spostrzega różnice tam, gdzie inni ich nie dostrzegają, i widzi nonsensy tam, gdzi inni dopatrują się jakiejś tajemniczej głębi. I w pewnej chwili człowiek taki stwierdza z przerażeniem, że choć minęło od powstania logiki dwadzieścia kilka wieków, nie umiemy MYŚLEĆ logicznie, nie umiemy myśleć ściśle, konsekwentnie, sumiennie, ani w filozofii, ani w innych naukach, ani w życiu publicznym, ani w życiu prywatnym. Wierzę, że myślenia ścisłego nauczy nas

---

[17] Profesor filozofii H. SCHOLZ, działający do niedawna w Uniwersytecie Kilońskim, obecnie profesor Uniwersytetu w Monasterze w Westfalii, pisze mi w liście z dnia 13 sierpnia 1928 r[oku]: „(Ich) möchte Ihnen sagen dürfen ..., dass ich hier (to znaczy w Kilonii) seit fünf Jahren die Axiomatik und Logistik („logistyka" znaczy tyle, co „logika matematyczna") als philosophisches Studienfach eingeführt habe und Sie daher bitten möchte, mich über alles zu unterrichten, was Sie in diesem Bereich publizieren. Denn im Gegensatz zu fast allen deutschen Hochschulprofessoren der Philosophie bin ich tief und fest davon überzeugt, dass die Zukunft der wissenschaftlichen Philosophie in diesen beiden Gebieten, und bis auf weiteres auch NUR in ihnen, zu suchen sein wird." Podobne poglądy zdaje się wyznawać grono młodych filozofów, grupujących się w Uniwersytecie Wiedeńskim około profesora filozofii, SCHLICKA. Widząc się we wrześniu 1928 r[oku] z prof. SCHLICKIEM w Wiedniu, dowiedziałem się od niego, że w wydawnictwie firmy J. Springera w Berlinie pt.: *Schriften zur wissenschaftlichen Weltanschauung*, wyjdzie niebawem książka docenta Uniwersytetu Wiedeńskiego, R. CARNAPA, zawierająca krytykę filozofii z punktu widzenia logiki matematycznej.

[18] Niektóre z tych prac poddałem krytyce na CCCXXVI posiedzeniu Warszawskiego Towarzystwa Filozoficznego dnia 7 listopada 1927 r[oku]. Zob. autoreferat z tego posiedzenia, *Ruch Filozoficzny*, t. X(1926–1927), s. 197b [w tym tomie: s. 401–402; dopisek mój, JJJ].

dopiero logika matematyczna. W tym widzę jej największe znaczenie i zadanie, i — rzekłbym nawet — jej misję społeczną.[19]

4. Rozważania na temat znaczenia logiki matematycznej miały na celu przekonać czytelników, że nauka ta nie jest jedynie wąską specjalnością, interesującą nielicznych badaczy, ale że stawia sobie cele znacznie szersze i dalsze. W świetle tych rozważań nie będą może nieuzasadnione potrzeby tej nauki, które wymieniam poniżej.

Za jedną z pierwszych potrzeb logiki matematycznej w Polsce uważam utworzenie katedr tej nauki w tych wszystkich uniwersytetach, które dotychczas katedr takich nie mają. Można już dzisiaj na nie powołać siły naukowe o wypróbowanych, a nawet wybitnych kwalifikacjach. Katedry te nie muszą zresztą nazywać się katedrami „logiki matematycznej", choć tak by było najlepiej: niech to będą katedry „podstaw matematyki" lub „filozofii matematyki" lub nawet „filozofii" w ogóle, byleby profesorowie, zajmujący te katedry, mieli obowiązek wykładania logiki matematycznej. Katedry takiej nie posiada dotychczas Uniwersytet Jagielloński, który jest przecież jednym z ośrodków logiki matematycznej w Polsce; nie posiada także Wydział Matematyczno-Przyrodniczy Uniwersytetu Lwowskiego, w którym tak pięknie rozwija się matematyka, a w którym nie istnieje dotychczas ani katedra logiki matematycznej, ani katedra podstaw matematyki, ani katedra filozofii matematyki, ani nawet katedra filozofii.

Uważam dalej za rzecz bardzo ważną, by z każdą taką katedrą związane było seminarium, posiadające choćby skromną dotację i własny lokal. Istniejące w Warszawie seminarium logiki matematycznej, związane z katedrą filozofii na Wydziale Matematyczno-Przyrodniczym, nie ma dotychczas własnego lokalu. Są to wszystko sprawy, które zależą przede wszystkim od decyzji autonomicznych władz uniwersyteckich.

---

[19] Niech mi będzie wolno przytoczyć z mej specjalności choć jeden przykład ślepoty umysłowej, wynikającej z zaniedbania logiki. Od wieków znane są i komentowane logiczne pisma ARYSTOTELESA. A jednak ośmielam się stwierdzić rzecz niepodobną do wiary, że teoria sylogizmu arystotelesowego jest nieznana. Żaden z historyków logiki nie zrozumiał tej teorii, bo żaden z nich nie dostrzegł różnicy, jaka zachodzi między wyrażeniem „jeśli—to", a wyrażeniem „a więc". Skutkiem tego wszyscy znani mi autorowie filozoficzni utożsamiają sylogizmy arystotelesowe z sylogizmami tradycyjnymi. Te dwa rodzaje sylogizmów są jednak zupełnie różne. Sylogizmy tradycyjne są jakimiś SCHEMATAMI WNIOSKOWANIA, np.:

Każde *M* jest *P*.
Każde *S* jest *M*.
A więc każde *S* jest *P*.

Natomiast sylogizm ARYSTOTELESA, odpowiadający owemu schematowi wnioskowania, jest TWIERDZENIEM LOGICZNYM, które z pominięciem pewnych różnic nieistotnych można by w języku polskim zapisać w tej oto postaci:

Jeśli każde *M* jest *P*
i każde *S* jest *M*,
to każde *S* jest *P*.

Byłoby dalej rzeczą pożądaną, by znalazł się w Polsce choć jeden młody a zdolny człowiek, który by się poświęcił studium historii logiki, zwłaszcza średniowiecznej. Takiemu człowiekowi należałoby przyjść z wydatną pomocą materialną. Musiałby zdobyć gruntowne wykształcenie filologiczne i historyczne, oraz znać doskonale logikę matematyczną. Właśnie u nas mógłby się wykształcić w obu kierunkach, ucząc się mediewisytki u ks. prof. MICHALSKIEGO w Krakowie i słuchając logiki matematycznej bądź w Krakowie, bądź w Warszawie. Wykwalifikowanych specjalistów do historii logiki nie ma dziś ani u nas, ani nigdzie za granicą.

Za najważniejszą atoli potrzebę polskiej logiki matematycznej, niezmiernie żywo przez nas wszystkich odczuwaną, uważam stworzenie osobnego pisma, poświęconego logice matematycznej. Prace z zakresu tej nauki mogą być wprawdzie drukowane w czasopismach bądź filozoficznych, bądź matematycznych. Istotnie, dość dużo prac z logiki matematycznej pojawiło się w *Przeglądzie Filozoficznym*, kilka zaś prac z tej dziedziny zamieściły *Fundamenta Mathematicae*. Czasopisma te jednak nie wystarczają nam już dzisiaj z następujących powodów.

Po pierwsze, chcemy oddziaływać przede wszystkim na dwa koła czytelników: na matematyków i filozofów. Otóż prace z logiki matematycznej, zamieszczone w czasopismach filozoficznych, nie trafią zapewne do rąk matematyków, prace zaś, umieszczone w czasopismach matematycznych, nie dojdą z pewnością do rąk filozofów.

Po wtóre, chcemy oddziaływać na matematyków i filozofów nie tylko w kraju, ale i za granicą. Prace z logiki matematycznej, zamieszczone w polskich czasopismach filozoficznych, nie pójdą za granicę. Prace, które umieszczą np. *Fundamenta Mathematicae*, pójdą wprawdzie za granicę, ale jako pisane w obcych językach nie będą dostępne dla wszystkich czytelników w kraju.

Po trzecie, zarówno pisma filozoficzne, jak matematyczne, np. takie jak *Przegląd Filozoficzny* lub *Fundamenta Mathematicae*, uważają słusznie za główny swój cel pielęgnowanie filozofii czy matematyki, nie zaś zajmowanie się specjalnie logiką matematyczną. Jakkolwiek redakcje obu wspomnianych czasopism odnoszą się dotychczas jak najżyczliwiej do naszych poczynań, to jednak nic dziwnego, że trzeba starać się i zabiegać o umieszczenie w tych pismach jakiegoś dłuższego zwłaszcza artykułu z logiki matematycznej i czekać czas jakiś na jego wydrukowanie. Wspomniałem już powyżej, że niejeden ważny rezultat naukowy z zakresu logiki matematycznej przepadł dla nauki polskiej bezpowrotnie, głównie dlatego, że autorowie tych rezultatów, dążąc do doskonałości, zwlekali z ich ogłoszeniem. Główną przyczyną zwlekania był «perfekcjonizm». Ale do tej głównej przyczyny dołącza się druga, uboczna, której nie można pomijać. Ktoś zdobył pewien rezultat z logiki matematycznej, które wydaje mu się ważnym; i od razu przychodzą mu do głowy takie oto pytania: „Gdzie ja to umieszczę?", „Kto mi to wydrukuje?", „Jak długo będę musiał czekać na wydanie tej

pracy?". Odpowiedź na te pytania nie zawsze jest prosta. Więc udoskonala się tymczasem uzyskane wyniki, odkładając ich ogłoszenie do sposobniejszej pory.

Nie należy przy tym zapominać o jednej jeszcze rzeczy: logika matematyczna, jak to zapewne już sam czytelnik zauważył, zawiera, przynajmniej w osobach niektórych swych przedstawicieli, pewien moment bojowy, skierowany nie tylko przeciw filozofom, ale i przeciw matematykom. Nie wątpimy wprawdzie o kurtuazji naszych «przeciwników», ale jasną jest rzeczą, że ten moment «bojowości» nie ułatwia nam stosunków z nimi. Czy wypada zresztą narzucać się komuś, wobec kogo jest się usposobionycm bojowo?

Po czwarte, najważniejszym powodem, dla którego nie wystarczają nam czasopisma matematyczne i filozoficzne, jest ten, że przez rozproszenie prac naszych w pismach z różnych działów wiedzy ginie jednolitość naszych usiłowań i zaciera się kierunek, w którym idziemy. Traktujemy logikę matematyczną jako naukę samodzielną, mającą swe własne cele i zadania. Staramy się ją pogłębić historycznie, wykazując pokrewieństwo naszych systemów z systemami logiki starożytnych. Usiłujemy chronić logikę od złych wpływów matematyki i filozofii, zapatrując się krytycznie na metody i sposoby myślenia zarówno tych nauk, jak i wszystkich innych. Dążymy do poprawy myślenia i do największej ścisłości. Wszystkie te nasze dążenia i zamierzenia ujawnią się w całej pełni dopiero wtedy, gdy zdobędziemy swą własną placówkę w postaci czasopisma, poświęconego logice matematycznej.

Jak wyobrażam sobie takie czasopismo? Nosiłoby ono jakiś tytuł łaciński, np. *Logica Mathematica*, i zawierałoby rozprawy, artykuły, notatki i sprawozdania krytyczne w języku polskim i w obcych językach: angielskim, francuskim, niemieckim i włoskim. Z języków obcych należałoby przede wszystkim uwzględnić języki angielski i niemiecki, ze względu na coraz bardziej wzrastające zainteresowanie się logiką matematyczną w Anglii, Ameryce i w Niemczech; na dalszym zaś planie byłby język francuski, z uwagi na to, że we Francji ruch naukowy na tym polu dziś prawie nie istnieje.

W przeciwstawieniu do czasopisma *Fundamenta Mathematicae*, które prac w języku polskim nie drukuje wcale, w naszym czasopiśmie przynajmniej niektóre prace powinny być umieszczane w języku polskim. Naprzód dlatego, by udostępnić je czytelnikom polskim; następnie dlatego, by podkreślić polskość wydawnictwa; wreszcie, i to jest może powód najważniejszy, niektóre prace z logiki matematycznej dotyczą zagadnień tak subtelnych, iż można je napisać należycie tylko w tym języku, który się zna najlepiej, a więc w języku ojczystym. Wiadomo zaś, że żaden przekład nie może zastąpić oryginału, tym bardziej zaś takiego oryginału, w którym chodzi o każde użyte w nim słowo. Niektóre więc prace, napisane po polsku, musiałyby się ukazywać w projektowanym czasopiśmie w charakterze oryginałów, których niczym nie można zastąpić. Mimo to do każdej takiej pracy powinien być dołączony możliwie wierny jej przekład na jakiś język obcy, albo też, gdy chodzi o prace pisane przeważnie symbolami,

takie jej wyjaśnienie w języku obcym, by i czytelnik zagraniczny, nie umiejący po polsku, mógł skorzystać z oryginału polskiego.

Dział sprawozdań i krytyk, który zazwyczaj nie istnieje w czasopismach matematycznych (nie ma go i w *Fundamentach*), powinien być najstaranniej prowadzony. W tym właśnie dziale ujawni się najwyraźniej charakter bojowy naszej nauki, tu wytykać się będzie wszelkie błędy i nieścisłości tak filozofów, jak matematyków, zajmujących się logiką. Z działu tego może być ogromny pożytek, bo ostra lecz uzasadniona krytyka wpłynie niewątpliwie prędzej czy później na podniesienie się poziomu naukowego prac z zakresu logiki. Ten zresztą dział przyczyni się może najbardziej do poczytności pisma za granicą. Dział krytyczny powinien być tak prowadzony, by wszystkie prace były o ile możności oceniane w tym języku, w jakim zostały napisane.

Przyszła redakcja czasopisma powinna kwalifikować do druku tylko takie artykuły i sprawozdania, które by nie zawierały żadnych nieścisłości ani niejasności, lecz były przemyślane skrupulatnie aż do najdrobniejszych szczegółów. Dążymy przecież do poprawy myślenia, musimy więc sami okazać jak największą poprawność w myśleniu. „Jesteście solą myśli", można by zawołać do logików; „jeśli sól wasza nie będzie słona, czymże solić będziemy"?

Ścisłości i doskonałości wewnętrznej powinna odpowiadać zewnętrzna szata wydawnictwa. Przyznać się muszę, że niejeden z nas także i z tego względu nie ma ochoty umieszczać swych prac w czasopismach dotychczasowych, bo po prostu znieść by tego nie mógł, gdyby dzieło, w którym obmyślił każde zdanie i słowo, każdy znak lub symbol, każdą literę i kropkę, ujrzeć miał wytłoczone na lichym papierze, brzydkimi czcionkami i z mnóstwem błędów drukarskich. Papier powinien być dobry i trwały, układ kolumn przejrzysty, kształt czcionek miły dla oka, przy czym wiele czcionek, wyobrażających nie używane dotychczas znaki, należałoby umyślnie sporządzić. Wreszcie poprawność typograficzna tekstu powinna być wzorowa; nie powinien się w nim zawierać żaden błąd drukarski, choćby trzeba było przeprowadzić nie trzy, lecz trzydzieści korekt. W miejscach, pisanych językiem symbolicznym, błąd drukarski jest niedopuszczalny, bo czytelnik od razu przestaje rozumieć, o co chodzi. Ale i w słownym tekście, który pod względem językowym musi być całkowicie poprawny, nie powinien się znajdować żaden błąd druku. Dotyczy to zwłaszcza cytatów greckich, które będą bardzo liczne w pracach historycznych. Czasopismo ma iść przecież za granicę. Byłoby to z ujmą dla kultury polskiej, gdyby się okazało, że nie ma u nas drukarni, która by umiała złożyć tekst grecki bez błędu.

Czasopismo więc będzie bardzo kosztowne. Nie będzie się mogło obejść bez zasiłków państwowych lub prywatnych. Ale za to pojawiać się będzie nieczęsto, bo przygotowanie każdego numeru pochłonie dużo mozolnej pracy i troskliwej uwagi. Sądzę jednakowoż, iż lepiej jest dać niewiele, ale starać się stworzyć całość możliwie doskonałą.

Czasopisma takiego nie ma dotychczas na świecie. Dużo oznak zdaje się zapowiadać, że logika matematyczna ma wielką przyszłość przed sobą. Wierzę głęboko, że nauka ta, jeśli stanie się bardziej znana, przyczyni się skutecznie do poprawy myślenia. Dążyć zaś do poprawy myślenia — to rzecz wielka i ważna. Tak się złożyło, że właśnie Polska ma dziś wszelkie dane, by dać początek temu dziełu i objąć w nim już teraz jedno z miejsc kierowniczych.

6. [LOGIKA A PRAWO]
[Głos w dyskusji nad odczytem Tadeusza MAKOWIECKIEGO „Państwo a nauki humanitarne" wygłoszonym 19 stycznia 1938 roku na XXXIV posiedzeniu Koła Naukoznawczego w Warszawie]

Nauka Polska
t. XXIV(1939) s. 214

Prof. J[an] ŁUKASIEWICZ, mając na uwadze podtytuł referatu, „Potrzeby państwa w zakresie humanistyki", pragnie wypowiedzieć parę słów w sprawie jednej z takich potrzeb. Asumpt do wygłoszenia tych uwag dał mu zamieszczony w Gazecie Administracyjnej* *(XIX, 1937, s. 1074[–1089]) artykuł Konstantego DĄBOROWSKIEGO pt. „Logika w wykładni i stosowaniu prawa". Autor tego artykułu występuje w obronie logiki przeciw prądom, które by chciały wyzwolić sędziów «z pęt logiki». Zgodnie z autorem mówca stwierdza, że nieliczenie się sędziów i urzędników administracyjnych z prawidłami myślenia logicznego mogłoby doprowadzić do dowolnego a nawet samowolnego interpretowania i stosowania przepisów prawa pozytywnego, co godziłoby w praworządność państwa, podrywając zarazem jego autorytet. Istnienie, zwłaszcza wśród prawników, ludzi umiejących prawidłowo myśleć i rozumować, jest dla państwa potrzebne, toteż, zdaniem mówcy, logika powinna być włączona do programu studiów prawniczych jako przedmiot obowiązkowy.*

* Właściwy tytuł: *Gazeta Admininstracji* [JJJ].

X. KORESPONDENCJA

1. Z KORESPONDENCJI Z KAZIMIERZEM TWARDOWSKIM

1.

Bilcze Złote 10.10.1901.

Jaśnie Wielm[ożny] Panie Profesorze!

Wstydzę się rzeczywiście, że tak długo milczałem i dopiero teraz piszę, kiedy mam prośbę. Chodzi o moje podanie o promocję. Jakkolwiek z góry jestem przekonany o życzliwości Pana Profesora ku mnie, to proszę jednak raz jeszcze o poparcie prośby mojej na Kolegium i w Senacie, i o ewent[ualne] przyjęcie referatu. Równocześnie piszę list do Pana Dziekana FINKLA z prośbą o przyspieszenie sprawy, i tę samą prośbę i do Pana Profesora zanoszę.

Co się tyczy mojego tłumaczenia, to rozłożyłem sobie materiał w ten sposób, że będę mógł całość zupełnie gotową przywieźć ze sobą na Święta Bożego Nar[odzenia]. Jeżeliby to było za późno, to proszę, żeby Pan Profesor był łaskaw donieść mi, jaki ma być termin ostateczny oddania przekładu.

Zaczynam się w Bilczu przyzwyczajać do systematycznej pracy, rozłożonej na godziny. Ze wstydem bowiem przyznać się muszę, że przez cały czas moich studiów uniwersyteckich pracowałem mniej lub więcej dorywczo, i nie zrobiłem tyle, ile bym mógł i powinien zrobić. Przez cały czas ten — jeśli mi wolno być szczerym wobec Pana Profesora — nie potrafiłem dojść do tego, co nazywa się równowagą umysłową i w ciągłej byłem niezgodzie ze sobą. Dopiero tutaj, pozostawiony sam sobie, zaczynam się powoli uspokajać.

Stosunki jednak mam w Bilczu bardzo przyjemne i śmiało rzec mogę, po przeszło dwutygodniowym pobycie, że jestem zadowolony. Lekcje z chłopcem i Księżniczkami zajmują mi 5 godzin dziennie. Raz na tydzień wykładam starszej Księżniczce logikę. Wykładom tym i pogadankom przysłuchuje się Księżna.

Bilcze ma położenie dosyć dziwne; wśród pustych i równych pól otwiera się nagle głęboka i dosyć szeroka kotlina, opodal Seretu. W jarze tym leży pałac wśród obszernego parku. Na stoku winnica o bardzo dobrych i słodkich gronach. O dwa kilom[etry] od pałacu, na pustym, cokolwiek zapadniętym miejscu, wznosi się niepozorny budynek drewniany. Wewnątrz schody prowadzą w dół do wąs-

kich korytarzy podziemnych, wypłukanych w gipsie przez wodę, rozszerzających się niekiedy we wspaniałe sale. Całość groty,* dotychczas niezupełnie zbadanej, wynosi co najmniej 1 km^2. Wewnątrz znaleziono mnóstwo przedmiotów z czasów przedhistorycznych. Pracami zajmował się p. DMYTRYKIEWICZ z Krakowa.

Filozofią zajmuję się na razie o tyle, o ile tłumaczę HUME'A i wykładam logikę, *nb.* z pamięci, ponieważ nie mam ze sobą ani notatek, ani żadnych podręczników logiki. Myślę przy tym od czasu do czasu o niektórych kwestiach z teorii poznania, które mnie już we Lwowie zajmowały i utwierdzam się coraz bardziej w swoich poglądach. Chciałbym je kiedyś obszerniej opracować i wydać, ale nie jako pracę habilitacyjną. Do pracy habilitacyjnej chciałbym sobie wybrać albo jakąś kwestię z logiki, albo z historii filozofii — nie wiem jeszcze co. Zająłbym się jakąś kwestią z teorii prawdopodobieństwa, bo mógłbym przy tym spożytkować i równocześnie rozszerzyć wiadomości swoje z matematyki.

Przepraszam najmocniej Pana Profesora, że rozpisałem się tak bardzo i zająłem wiele drogiego czasu. Kończę zatem, kreśląc się z wyrazami wysokiego poważania.

Jan Łukasiewicz

2.

Bilcze Złote 14.10.1901.

Jaśnie Wielm[ożny] Panie Profesorze!

Otrzymałem przed chwilą list Pana Profesora, który wiele dodał mi otuchy, i za który serdecznie jestem wdzięczny. Dzisiaj odpisuję tylko w kilku słowach, ponieważ bardzo mało mam czasu przed odejściem poczty.

Udaję się z prośbą, ażeby Pan Prof[esor] był łaskaw polecić Kancel[arii] Uniw[ersyteckiej] wydanie dysertacji mojej, do przekładu której chcę się zaraz zabrać. Równocześnie piszę w tej sprawie do p. ZABIELSKIEGO z prośbą, by zgłosił się w tych dniach do Kancel[arii] Uniw[ersyteckiej], rozprawę odebrał i przesłał mi ją.

Co się tyczy streszczeń z *Mindu* i *Viert*[*el*]*j*[*ahr*]*schr*[*i*]*ft*, będę musiał znaleźć czas i dla nich, jeżeli okaże się potrzeba. Zdaje mi się, że najbliższy zeszyt *Przegl*[*ądu Filoz*[*oficznego*] wyjdzie w styczniu; do tego czasu mógłbym kilka streszczeń zrobić.

Druki otrzymałem, za które również bardzo dziękuję. Kończę i kreślę się z wyrazami głębokiego poważania i szczerej wdzięczności.

Jan Łukasiewicz

---

* Chodzi o jaskinię krasową Werteby [JJJ].

3.

Bilcze Złote 27.10.1901.

Jaśnie Wielm[ożny] Panie Profesorze!

Spełniając przyrzeczenie, dane w liście moim z dnia 14 bm., piszę dziś obszerniej do Pana Profesora i chcę poprosić tym razem nie o popracie, ale o radę i informacje.

Bardzo zależy mi na tym, ażeby przyjęte na siebie obowiązki sumiennie wypełnić. Zauważyłem, że uczeń mój nie umie całkiem skupić uwagi i pamięć ma również bardzo słabą. Chciałbym zatem spróbować, czy błędy te nie dałyby się usunąć za pomocą prostych, na psychologii opartych, metod psychologicznych i przez systematyczne ćwiczenie. Byłaby to dla niego korzyść wielka, a i ja skorzystałbym przy tym o tyle, że wprawiłbym się w praktycznym stosowaniu takich metod i zyskałbym trochę materiału doświadczalnego z psychologii. Już teraz ze zdziwieniem zdołałem zauważyć, jak prędko tworzą się u niego silne a błędne skojarzenia, które długą pracą zaledwie dają się wykorzenić. I tak np. nie wiem w jaki sposób skojarzyło się u niego słowo „συνιημι" z błędnym znaczeniem „dziwuję się". Słowa tego nie mógł przedtem słyszeć, bo dopiero teraz uczy się koniugacji czasowników na „μι". Jakkolwiek błąd natychmiast poprawiłem, to jednak przez kilka dni powtarzał się ciągle i z wielką trudnością udało mi się wreszcie rozbić to skojarzenie.

Chciałbym zatem poprosić Pana Profesora, jeżeli myśl moja da się urzeczywistnić, o kilka wskazówek bibliograficznych, tyczących się metod ćwiczenia uwagi i pamięci; bardzo chętnie zaznajomiłbym się przy tym z jakimś ogólniejszym dziełem z pedagogii, o której niewielkie mam wyobrażenie. Potrzebne książki sprowadziłbym sobie z Bibl[ioteki] Uniw[ersyteckiej], w której mam osobiste konto, udzielone mi łaskawie przez p. dyr. Semkowicza.

Z przyjemnością i zainteresowaniem przeczytałem rozprawę p. Szycówny. Myśl bardzo piękna i pożyteczna, ale nie wiem, czy tutaj, w Bilczu, mógłbym przyczynić się w czymkolwiek do jej zrealizowania. Przyznam się przy tym, że — zajęty własnymi sprawami — nie mam nie tylko czasu, ale nawet i energii potrzebnej do podjęcia jakiejś inicjatywy w tym względzie.

Otrzymałem przed dwoma dniami wiadomość od p. Dziekana Finkla, że na ostatniej sesji fakultetu sprawa moja przychylnie została załatwiona. Chciałbym się wobec tego zabrać do przekładu rozprawy dokt[orskiej], ale jak mi p. Zabielski donosi, Kancel[aria] Uniw[ersytecka] nie chce jej wydać. Ponawiam przeto prośbę moją, ażeby Pan Profesor, jeżeli to możliwe, wydał odpowiednie zarządzenie.

Praca nad Humem nie idzie mi tak bardzo prędko, jak bym sobie tego życzył. Pracuję nad nim codziennie w godzinach rannych, gdyż wstaję obecnie od dłuższego czasu o $\frac{1}{2}$ 5, a najpóźniej o 5 rano.

Biografię FRANKLINA czytałem już we Lwowie; AURELIUSZA i DARWINA przeczytam sobie przy sposobności. Nie brak mi ideałów życiowych i wiem, czego mi nie dostaje. Chodzi mi tylko o wyrobienie sobie tak silnej woli i żelaznej wytrwałości, jaką zawsze u Pana Profesora podziwiałem.

Dydaktykę Pana Profesora zamówiłem sobie w księgarni Altenberga jeszcze zeszłego tygodnia, dotychczas jednak książki nie otrzymałem. Prosiłbym o wskazówki, kiedy należałoby zabrać się do sprawozdań dla *Przeglądu Filozoficznego*.

Kończąc, kreślę się z wyrazami głębokiego poważania i szczerej wdzięczności.

Jan Łukasiewicz

4.

Bilcze Złote 17.01.1902.

Jaśnie Wielm[ożny] Panie Profesorze!

Otrzymałem w tej chwili kartkę od p. WERYHY, donoszącą mi, że Redakcja od roku czeka na moje sprawozdania z *Minda* i *Vierteljahrschrift*, i że żąda rękopisów w jak najkrótszym czasie. Wobec tego zwracam się do Pana Profesora z prośbą o informację, od którego zeszytu sprawozdania mam rozpocząć, i w jaki sposób mógłbym otrzymać książki. Ponieważ mam w Bibliotece Uniw[ersyteckiej] osobiste konto, mógłbym je zatem wziąć na swój rewers; jeżeli zaś Pan Profesor woli, by zostały na rewersie Jego, w takim razie proszę oddać książki p. ZABIELSKIEMU, który się zajmie ich wysyłką; nie chcę bowiem i nie mogę obarczać kłopotami swoimi Pana Profesora.

Jakkolwiek — o ile mi się zdaje — wiem, w jaki sposób należy robić tego rodzaju sprawozdania, to jednak wdzięczny byłbym Panu Prof[esorowi] za niektóre techniczne wskazówki w tym względzie.

Otrzymałem przed dwoma dniami SULLY'EGO i JAMESA, i czytam JAMESA (*Psych[ologie] u[nd] Erzie[hung]*) z wielkiem zajęciem. Poza tym mam bardzo mało czasu, gdyż na drugi tydzień robi mój uczeń egzamin, skutkiem czego więcej mam pracy niż zwykle. Po egzaminie zabiorę się do sprawozdań i równocześnie do systematycznej pracy nad HUMEM w myśl wskazówek, które mi Pan Prof[esor] udzielił.

Kreślę się z wyrazami głębokiego poważania.

Jan Łukasiewicz

5.

Bilcze Złote 21.01.1902

Jaśnie Wielm[ożny] Panie Profesorze!

Otrzymałem dzisiaj dwa zeszyty *Przegl[ądu] Fil[ozoficznego]*, jeden tom *Minda* i *Vierteljahrschrift*. Chciałbym ukończyć je do połowy lutego. Za przesyłkę jak najserdeczniej dziękuję.

Z wyrazami poważania.

Jan Łukasiewicz

6.

Lwów 4.08.1902.
ul. Pańska 18

Jaśnie Wielm[ożny] Panie Profesorze!

W sprawie druku rozprawy mojej pośpieszam donieść Panu Prof[esorowi] co następuje.

Na kwestii finansowej wcale mi nie zależy, ponieważ chodzi o kwotę stosunkowo niewielką. Przy rozstrzygnięciu pytania, jak drukować rozprawę, zależy mi tylko na tym, czy korzystniej byłoby dla samej pracy, tzn. dla jej rozpowszechnienia się, gdyby wyszła jako osobna publikacja. W tej mierze brak mi doświadczenia, by wydać sąd stanowczy — dlatego też POZOSTAWIAM CAŁĄ SPRAWĘ NAJZUPEŁNIEJ DECYZJI PANA PROFESORA.

Sądzę atoli, że może lepiej byłoby pozostać przy honorarium i przy nadbitkach, ponieważ poza prenumeratorami *Przeglądu Filoz[oficznego]* praca moja niewielu znajdzie ciekawych i kompetentnych czytelników, a zatem i nabywców. Następnie, zdaje mi się, że zarówno rozmiary, jak też i wartość pracy nie są znowu tak wielkie, ażeby z tego względu pożądaną było rzeczą wydać ją osobno. Zdaję się jednak na opinię Pana Prof[esora], a o decyzji dowiem się przy sposobności.

Ostatnią część rozprawy mam nadzieję ukończyć w ciągu bieżącego miesiąca.

Żałuję bardzo, że nie mogłem pożegnać się z Panem Prof[esorem] przed odjazdem, ale od ubiegłego piątku napadła mnie newralgia w połączeniu z migreną i dopiero dzisiaj opuściła mnie o tyle, że mogę wychodzić i pracować.

Pozostaję z wyrazami głębokiego poważania.

Jan Łukasiewicz

7.

Lwów 16.08.1902.

Jaśnie Wielm[ożny] Panie Profesorze!

Przepraszam bardzo, że nie byłem w czwartek 14.08. u Dra WITWICKIEGO, nie ponoszę w tym jednak żadnej winy. Był wprawdzie tego dnia, w czasie nieobecności w domu, p. MIANOWSKI u mnie, i polecił powiedzieć mi, że mam udać się do Dra WITWICKIEGO, nie dając żadnych bliższych wskazówek, zapewne w przypuszczeniu, że wiem, gdzie Dr WITWICKI mieszka. Ponieważ jednak nie wiedziałem i nie wiem do tej chwili, jaki jest adres Dra WITWICKIEGO, i nie przypuszczałem w ogóle — nie widząc się z nim — że jest we Lwowie, zatem nie mogłem wykonać polecenia, o którym zresztą nie wiedziałem, że pochodzi ze strony Pana Profesora.

Zanim ukończę pracę swoją, chciałem przeglądnąć jeszcze wpierw odnośne ustępy z ARYSTOTELESA *Anal[itica] pr[iora]* i BACONA *Novum org[anum]*. Nie mając tych książek pod ręką, posłałem do Focka, chcąc je sobie sprowadzić. Gdyby rzecz ta nie dała się w krótkim czasie lub z powodów finansowych uskutecznić, wtedy rezygnuję z oryginałów i zadowolę się przedstawieniem poglądów tych autorów na indukcję u SIGWARTA. Pragnę rychło pracę zakończyć, bo z początkiem września odjeżdżam do Bilcza.

Od 1 września zmieniamy mieszkanie we Lwowie i przeprowadzamy się na ul. św. Mikołaja, l. 11A, I piętro.

Łączę wyrazy wysokiego poważania.

Jan Łukasiewicz

8.

Lwów 31.08.1902.

Jaśnie Wielm[ożny] Panie Profesorze!

W dzień po otrzymaniu listu Pana Profesora z dnia 20 bm. zawiadomiłem p. Dra WERYHĘ, że wolę oddać rozprawę o indukcji do I zesz[ytu] roku następnego; wobec tego bowiem, że i tak przed promocją nie będzie druk jej ukończony, sądzę, że lepiej nie rozbijać jej na dwa roczniki.

Pracuję nad wykończeniem części III i natrafiłem na rozliczne trudności. W dysertacji starałem się okazać, że nie ma stosunku racji do następstwa między sądami szczegółowymi, zaczerpniętymi z doświadczenia, a sądem o prawdopodobieństwie wyprowadzonego stąd prawa. Twierdziłem, że z fałszywością następstwa nie łączy się tutaj fałszywość racji; skoro bowiem prawo staje się mylne, nie jest także prawdopodobne, a więc racja musi być również mylna, co jest

rzeczą niemożliwą. Przekonałem się obecnie, że rozumowanie to jest błędne; mogę bowiem sądy mylne uważać za prawdopodobne, dopóki nie dowiem się o ich mylności. Stąd zatem, że prawo jakieś stało się, a więc i było mylne, nie wynika, że NIE MIAŁEM racji uważać je za prawdopodobne. Następstwo nie staje się wtedy mylne, a więc nie ma konieczności uważać rację za mylną.

Piszę krótko i nie wiem, czy dosyć jasno. Jednym słowem kwestii, czy naiwny pogląd na indukcję (doświadczenie jest racją prawdopodobieństwa praw) jest słuszny, nie można tak krótko rozwiązać, jak sądziłem. Chcąc pogląd ten obalić (a chcę to zrobić), trzeba wykazać, że jakakolwiek ilość i rodzaj sądów szczegółowych nie może nigdy być racją prawdopodobieństwa generalizacji. Tu jednak sęk z prawdopodobieństwem. Kiedy jakiś sąd mogę uważać za prawdopodobny w znaczeniu, że jest raczej prawdziwy niż mylny? Jakie jest KRYTERIUM prawdopodobieństwa? Czy tylko matematyczne ($> \frac{1}{2}$)? Czy też jest obok tego inne? Niektórzy (np. HÖFLER) tworzą sobie kryterium takie, że z dwóch sądów ten jest bardziej prawdopodobny, który w ogóle tłumaczy fakty, albo tłumaczy je lepiej i prościej. Skąd, dlaczego? To wcale nie jest sąd oczywisty, gdyż suponuje widocznie rozmaite nieoczywiste założenia metafizyczne, np. o względnej prostocie praw przyrody — a w gruncie [rzeczy] wynika z praktycznych wymagań nauki. Co TE jednak mają do czynienia z prawdą i prawdopodobieństwem? Chyba weźmiemy znowu do pomocy metafizyczne założenie o zgodności pewnych praw umysłu ze światem rzeczywistym? Jednym słowem krętactwo gdzie spojrzeć i nie wiem, czy filozofowie uświadomili sobie należycie te wszystkie trudności, bo każdy z lekkim sercem nazywa sobie prawdopodobnymi, a nawet i bardzo, wyniki indukcji, i często nie pomyśli nawet o argumentach (np. SIGWART).

Zawikłałem się otóż w te sprawy i siedzę. Mam wielką ochotę wydobyć się w ten sposób, że uznam tylko prawdopodobieństwo w znaczeniu matemat[ycznym]. Wtedy bowiem sądzę, że zdołam obalić dawny pogląd na indukcję w sposób wcale prosty, chociaż także i inwersja nie okaże wtedy wyników logicznie uprawnionych. Ale to już mi nie szkodzi, byleby to wszystko prawdą było!

Przeglądałem niedawno ustępy o indukcji u ARYSTOTELESA (*Anal[itica] pr[iora]* II 23) i BACONA (*Nov[um] org[anum]*) w oryginale. Przekonałem się przy tym, że ARYSTOTELES nie uważa wcale indukcji za rodzaj sylogizmu III figury, jak dotychczas błędnie myślałem, ponieważ w ogóle według ARYSTOTELESA indukcja nie jest sylogizmem. Brak jej bowiem pojęcia pośredniczącego.

Przepraszam bardzo, że rozpisałem się tak długo. Żałuję, że nie mogę widzieć się z Panem Prof[esorem] przed odjazdem. Odjeżdżam zaś do Bilcza nie prędzej jak 6 września rano, a może nawet i 9. Dn[ia] 3 września przeprowadzam się na ul. św. Mikołaja, l. 11 A, I piętro.

Kreślę się z wyrazami wysokiego poważania.

Jan Łukasiewicz

9.

Bilcze Złote 2.11.1902.

J[aśnie] Wielm[ożny] Panie Profesorze!

Serdecznie przepraszam, że tak długo nie dawałem znaku życia o sobie, ale sądzę, że gdy przyjadę za kilka dni do Lwowa, zdołam się dostatecznie wytłumaczyć z milczenia swego.

Odebrałem od p. Dziekana wiadomość, że promocja moja odbędzie się w sobotę, 15 list[opada] o godz. 11 przed południem. Będę jednak musiał wyjechać z Bilcza kilka dni wcześniej, ponieważ muszę jeszcze przedtem załatwić wiele spraw, tyczących się promocji. I tak zdaje mi się, że wypada przedstawić się przed promocją na audiencji p. Namiestnikowi oraz p. Rektorowi. O ile pamiętam, udziela p. Namiestnik posłuchań w środy i w niedziele; musiałbym przeto być we wtorek wieczór, tzn. 11 listopada we Lwowie. Otóż nie wiem, czy wystarczy przyjechać we wtorek o 6 wieczór, czy też należy być we Lwowie wcześniej, a może później? Wdzięczny byłbym Panu Profesorowi, gdyby mnie pod tym względem poinformował.

Przeczytałem dosyć dokładnie rozprawę STUMPFA o prawdopodobieństwie. Nie mogę jednak powiedzieć, żeby mnie pod każdym względem zadowoliła. Zdaje mi się bowiem, że główny cel rozprawy tej jest chybiony. STUMPF stara się w niej sformułować pojęcie prawdopodobieństwa matem[atycznego], a raczej definicję wypadków zarówno możliwych nie na podstawie «przedmiotowej równości» tych wypadków, ale na podstawie czynników subiektywnych naszej wiedzy wzgl[ędnie] niewiedzy o nich. Definicji tej nie stawia jednak wyraźnie i ściśle, nie umie jej należycie obronić wobec zarzutów, a nawet, o ile mi się zdaje, wikła się w sprzecznościach. W szczegółach trafiają się niekiedy uwagi trafne i słuszne (podoba mi się np. jego określenie wypadków korzystnych czyli sprzyjających), są jednak także, zdaniem moim, liczne błędy. Dla pracy mojej najcenniejsza byłaby uwaga, że nie ma osobnego prawdopodobieństwa filozoficznego, jako różnego od matematycznego; niestety uwaga ta nie jest przez STUMPFA uzasadniona. Co się zaś tyczy prawdopodobieństwa matematycznego, to nabrałem przekonania, że tylko wtedy można o nim mówić, gdy zna się ilość wypadków zarówno możliwych i sprzyjających, albo gdy można z wszelką pewnością uzasadnić, w jakich granicach ułamek, wyrażający stopień prawdopodobieństwa, się zawiera.

Myślę, że o tym będę mógł pomówić z Panem Profesorem we Lwowie — dlatego kończę i pozostaję ze szczerym i głębokim poważaniem.

Jan Łukasiewicz

10.

Bilcze Złote 29.11.1902.

J[aśnie] Wielmożny Panie Profesorze!

Zabierałem się właśnie do napisania listu w sprawie przekładu HUME'A, gdy otrzymałem w tej samej sprawie wiadomość od Pana Profesora. Fakt, że prof. CHMIELOWSKI pragnie rozprawę tę przełożyć, skłania mnie tym bardziej do wykonania mego przekładu, bo chociaż nie wątpię, że prof. CHMIELOWSKI dokonałby tej pracy daleko piękniej ode mnie, to sądzę jednak, że przecież lepiej będzie, jeżeli zajmie się tym ktoś zajmujący się fachowo filozofią. Chciałbym zresztą pracę swoją wykończyć choćby dlatego, że ją zacząłem, i że niekończenie jej ciąży mi ciągle na sumieniu. Przyrzekam zatem, że tę pracę wykonam w oznaczonym czasie, chyba że jakaś nadzwyczajna przeszkoda, np. ciężka choroba, wstrzyma mnie od tego.

Sądzę przy tym, że będę obecnie trochę wolniejszy, gdyż przez jakiś czas mniej będę miał zajęcia. We wtorek bowiem wyjeżdża Księżna z Księżniczką Marią na tydzień do Wiednia, a przypuszczam, że również i w karnawale wyjadą. Skutkiem tego będę miał trzy popołudnia zupełnie wolne, których będę mógł użyć dla siebie, a które obecnie są zajęte lekcjami.

Sprawy, o której mówiłem przy odjeździe z Panem Profesorem, nie miałem dotychczas sposobności poruszyć, ponieważ zachodzą przy tym i rozmaite komplikacje z mojej strony. Nie jestem jeszcze w ogóle w tym stanie zupełnej równowagi umysłowej, ażeby móc stanowczo, tak jak tego pragnę, dążyć do rozwiązania jej. Chciałbym zatem odłożyć wszystko do Świąt Bożego Narodzenia; przypuszczam bowiem, że będę wówczas we Lwowie, i będę mógł ustnie porozmawiać z Panem Profesorem.

Tymczasem nie omieszkam niebawem przesłać Panu Profesorowi sprawozdania z postępu pracy.

Zasyłam wyrazy wysokiego poważania i szczerej wdzięczności.

Jan Łukasiewicz

11.

Bilcze Złote 20.12.1902.

Jaśnie Wielmożny Panie Profesorze!

Zgodnie z przyrzeczeniem donoszę Panu Profesorowi kilka słów o sobie i o pracach moich, które na razie nie postąpiły bardzo znacznie; spodziewam się jednak, że gdy przyjadę do Lwowa za kilka dni na Święta, będę miał przynajmniej czwartą część pozostałej mi pracy ukończoną. Jestem w rozdziale VIII

„O wolności i konieczności" na s. 72, tak że pozostają mi jeszcze 63 strony do zrobienia.

Ostatni tydzień był ogromnie rozerwany polowaniami, które dzisiaj się kończą. Miałem jednak sposobność przyjrzeć się z bliska arystokracji naszej. Przyjechali ks. Paweł SAPIEHA, ks. Witold CZARTORYSKI z żoną, hr. Jan ZAMOYSKI z żoną, hr. Stan[isław] WODZICKI, dwóch młodych KRASICKICH itd. Przyznam się, że doznałem pewnego rozczarowania. Czytałem bowiem często, że arystokracja nasza, łącząc się ciągle między sobą, nie odświeża krwi i degeneruje się. Tymczasem — pod względem fizycznym — są to, po większej części, ludzie silni, krzepcy i zdrowi. Spodziewałem się natomiast, że ta warstwa narodu, na którą przez długie wieki działać mogły najłatwiej wpływy kultury, pod względem rozwoju umysłowego i poczucia piękna wcale korzystnie odznaczać się będzie. Tymczasem, szczególnie na młodej generacji, wcale tego nie spostrzegłem.

Przyjeżdżam w Wilię do Lwowa na kilka dni. Chciałbym zobaczyć się i porozmawiać z Panem Profesorem. Nie chciałbym jednak przeszkadzać w Święta. Najlepiej zatem byłoby, gdyby Pan Profesor zechciał mnie kartką uwiadomić o najdogodniejszej porze widzenia się, adresując ją do mego mieszkania we Lwowie, ul. św. Mikołaja, l. 11 A.

Pozostaję z wyrazami wysokiego poważania i szczerej wdzięczności.

Jan Łukasiewicz

12.

Bilcze Złote 1.02.1903.

Jaśnie Wielmożny Panie Profesorze!

Chciałbym donieść słów kilka o postępach pracy mojej nad HUMEM. Mam do tej chwili 10 rozdziałów prawie ukończonych, pozostaje mi jeszcze około 30 stron. Muszę jednak jeszcze rzecz całą przepisać i w niektórych miejscach przekład wygładzić. Będę musiał zapewne siedzieć całymi nocami, ażeby ostatecznie wykończyć pracę w terminie.

Dopiero od kilku dni mam trochę więcej czasu wolnego — albowiem 21 i 22 stycznia byłem na egzaminie z uczniem moim w Tarnopolu, a przedtem miałem naturalnie znacznie więcej pracy niż zwykle. Mimo to egzamin wypadł ogromnie słabo; chłopak otrzymał prawie same stopnie dostateczne — nie wiem już naprawdę czy z mojej winy, czy też z braku zdolności. Zaczyna mi się jakoś w tym roku w Bilczu nie wieść.

W sprawie HUME'A chciałbym poprosić o następujące dwie rzeczy. Naprzód o II tom *Essays*, w którym jest autobiografia H[UME'A] i list Adama SMITHA; po wtóre chciałbym się zapytać, czy pierwsze sześć rozdziałów, które są wykaligrafowane, należy także odpisać do druku, czy też dałoby się uniknąć tej pracy. Ja

mam tylko jeden kompletny egzemplarz litografowany, ale ogromnie pokreślony, bo zrobiłem dużo poprawek. Przypominam sobie jednak, że Pan Profesor ma dwa egzemplarze; mógłbym je poprawić i odesłać z powrotem. Jeżeli zaś nie byłoby to praktycznie, to odpisałbym i te pierwsze rozdziały.

Jak się ma sprawa z drukiem? Jeżeli Bibl[ioteka] Filoz[oficzna] na czas nie może wydrukować, i jeżeli nie będzie można znaleźć nakładcy, to ja mogę, jeżeli Pan Profesor nic nie ma przeciwko temu, w każdej chwili ofiarować kwotę na ten cel potrzebną. Nie chodzi mi bowiem o jakiś zysk pieniężny w tej sprawie.

Zresztą oprócz pracy nad HUMEM i oprócz lekcji nie mogę się obecnie niczym innym zajmować, i wzdycham do tej chwili, kiedy będę mógł zupełnie swobodnie otworzyć jakąś książkę filozoficzną.

9 lutego wyjeżdża Księżna z Księżn[iczką] Marią na karnawał do Krakowa. Ubędzie mi kilka lekcji tygodniowo, będzie zatem jeszcze więcej czasu i spokoju do pracy.

Kreślę się z wyrazami wysokiego poważania.

Jan Łukasiewicz

13.

Bilcze Złote 11.02.1903.

Jaśnie Wielmożny Panie Profesorze!

Serdecznie dziękuję za długi list, który przedwczoraj otrzymałem. Cieszy mnie przede wszystkim, że dosyć będą miał czasu, ażeby wykończyć HUME'A tak dobrze, jak tylko potrafię — a nie waham się przyznać, że była to dla mnie praca zawsze bardzo uciążliwa.

Poszczególne rozdziały będę mógł Panu Profesorowi nadsyłać osobno — już w tym miesiącu. Teraz jednak, gdy większą część pracy mam za sobą, widzę, że całość pod wielu względami wpływa na szczegółowe poprawki — zwłaszcza w tłumaczeniu poszczególnych terminów. A chodzi mi o to, ażeby ważniejsze terminy w całej książce były w jednakowy sposób przełożone i złożony z nich przy końcu słowniczek, podobnie jak w przekładzie NATHANSONÓWNY. Z komentarzem, tyczącym się przekładu p. SCHMIDKUNZA, nie zawsze jednak zgodzić się mogę; i mam w ogóle wrażenie — także poniekąd i u LIPPSA — że Niemcy są przecież, jak wszędzie, tak i tutaj, za bardzo niekiedy pedantyczni.

Co się tyczy pracy habilitacyjnej, to pomyślę o niej po ukończeniu HUME'A. Boję się jednak cokolwiek tematu historycznego i sądzę, że uda mi się coś wykrzesać z poglądów logicznych i teoriopoznawczych — które mnie od dawna zajmują.

Sprawa moja, o której wspomniałem Panu Profesorowi, posunęła się już o ważny krok naprzód, mimo to jednak nie jest jeszcze dotychczas wyjaśniona. Spodziewam się, że na Święta Wielkanocne będę już o tym coś konkretnego wiedział.

Księżna wyjechała na razie nie do Krakowa, ale do Lwowa, i zabawi tam kilka dni, ponieważ w sobotę 14 będą na balu marszałkowskim.

Kreślę się z wyrazami wysokiego poważania i prawdziwej wdzięczności.

Jan Łukasiewicz

14.

Bilcze Złote 18.02.1903.

Jaśnie Wielm[ożny] Panie Profesorze!

Otrzymałem wczoraj list Pana Profesora z 15.02. i pośpieszam donieść, że pragnąłbym zatrzymać oryginał angielski aż do ukończenia przekładu, ponieważ przekładów niemieckich prawie zupełnie nie uwzględniam, jedynie w miejscach trudniejszych zaglądam do nich w celu porównania własnego przekładu z nimi. Skutkiem tego nie jestem pewny, czy wszędzie przekład niemiecki odpowiada angielskiemu do tego stopnia, ażeby mógł służyć za podstawę choćby przy poprawianiu tłumaczenia.

Pierwszy tom odeślę w tych dniach razem z przekładem autobiografii i listu.

Jestem niezmiernie wdzięczny Panu Profesorowi za dobroć i starania Jego w tej mojej tak ważnej i tak blisko mnie obchodzącej sprawie; i mam nadzieję, że i na przyszłość nie odmówi mi Pan Profesor porady i pomocy. Za to czuję się jednak obowiązany do szczerości, i chociaż tak drażliwa sprawa nie nadaje się może do omówienia w liście, to jednak sądzę, że może będzie rzeczą potrzebną i korzystną, gdy w kilku słowach przedstawię stan jej obecny.

Na krok stanowczy zdobyłem się dopiero na dwa dni przed odjazdem do Lwowa; propozycja moja była mimo wszystko niespodzianką; nie niemiłą jednak, ponieważ wywołała głębokie wzruszenie. Życie w skromnych materialnych warunkach i tak odmienne od dotychczasowego nie stanowi żadnej przeszkody. Odpowiedź stanowczą, której zresztą nie żądałem, otrzymam jednak dopiero po powrocie, ale jeszcze przed Świętami. Od jej wyniku — przyznam się szczerze — zależeć będzie, czy przyjmę propozycję przyjazu Pana Profesora, którą się bardzo ucieszyłem i za którą szczerze jestem wdzięczny. Na razie mam jednak nadzieję, że jeżeli tylko Pan Prof[esor] tak łaskaw będzie, przyjazd zamierzony przyjdzie do skutku.

W pracy nad HUMEM mam obecnie jaki taki spokój. Księżna z córką są obecnie w Krakowie i przyjadą niezawodnie w pierwszych dniach marca. Maria pisała do swej siostry, że poznała Pana Profesora na balu i wyraziła się, że Pan Prof[esor] bardzo jej zaimponował i bardzo się jej podobał.

Kreślę się z wyrazami wysokiego poważania i prawdziwej wdzięczności.

Jan Łukasiewicz

15.

Bilcze Złote 23.02.1903.

Jaśnie Wielm[ożny] Panie Profesorze!

Przesyłam dzisiaj przekład autobiografii HUME'A i list A. SMITHA. Przepraszam, że rękopis jest w wielu miejscach przekreślony, ale tak bardzo czuję nieudolność przekładu swojego, że za każdym razem, kiedy go przeglądam, widzę jakieś braki i muszę robić poprawki. Mimo to wysyłam go już, ażeby raz uniknąć już chęci dalszego poprawiania; i mam nadzieję, że Panu Profesorowi przy czytaniu łatwiej niż mnie wpadną zarówno błędy przekładu, jak też błędy stylistyczne.

Dołączam przy tym kilka uwag, w których starałem się usprawiedliwić niektóre miejsca tłumaczenia. Jest ich tutaj niewiele, ponieważ [te] ustępy są oczywiście o wiele łatwiejsze od samego *Inquiry*. Pierwsze rozdziały tegoż prześlę znowu za kilka dni.

Łączę wyrazy głębokiego poważania.

Jan Łukasiewicz

16.

Bilcze Złote 2.03.1903.

Jaśnie Wielmożny Panie Profesorze!

Przesyłam dzisiaj na razie I rozdział, poprawiony i uzupełniony, gdzie było potrzeba. Przepraszam, że jest niemożliwie pokreślony — ale widziałem w nim mnóstwo błędów, z których wiele zapewne jeszcze zostało. Przy poprawianiu korzystałem częściowo z poprawek, robionych jeszcze na seminarium, niektóre z nich jednak nie trafiły mi do przekonania. Porównałem swój przekład dokładnie z przekładem NATHANSONÓWNY, i 2 głównie miejsca znalazłem, z którymi zgodzić się nie mogę. Przedstawiam krótko sprawę w osobnym arkusiku, dołączonym do przekładu. Ułożyłem także słowniczek do I rozdziału, obejmujący koło 120 słówek, który może stać się zawiązkiem całego słowniczka, a który będę uzupełniał. Być może, że wiele wyrazów jest tam niepotrzebnych, niektóre będzie jeszcze można dodać. Liczba przy każdym słowie stojąca oznacza stronę wydania GROSSE'A (oryginału).

Za 2 dni mniej więcej prześlę następne 2 rozdziały.

Dziękuję serdecznie za list z 26.02. Księżna przyjeżdża dopiero koło 12 — zatem do tego czasu sprawa w zawieszeniu.

Przy końcu niech mi będzie wolno wyrazić z powodu imienin Pana Profesora najserdeczniejsze życzenia moje wszelkiej pomyślności, i raz jeszcze zapewnić

o głębokiej wdzięczności i prawdziwym poważaniu, jakie dla Pana Profesora żywię.

Jan Łukasiewicz

17.

Bilcze Złote 15.03.1903.

Jaśnie Wielmożny Panie Profesorze!

Donoszę o postępach pracy nad HUMEM. Żałuję mocno i szczerze jestem zmartwiony, że nie mogę teraz jeszcze przesłać całości. Gotowe do wysyłki mam rozdz[iały] V, VI, i VII; rozdz[iały] VIII, IX, X muszę przepisać i wykończyć; XII, XIII jeszcze w całości przerobić. Obliczyłem, że pracując z możliwym wysiłkiem mogę być gotów na koniec marca. Czuję bardzo dobrze, że nie wolno mi pracy nie dokończyć, i ile energii w sobie znajdę, starać się będę, ażeby nie zawieść zaufania Pana Profesora i nie złamać danego przyrzeczenia.

Wiem dobrze, że nie mogą mnie usprawidliwiać tak ciężkie warunki, wśród których obecnie pracuję. Sprawa moja pozostaje w fatalnym zawieszeniu, i jeżeli jutro nie nastąpi jej rozwiązanie, to wywołam je sam.

Otrzymałem zeszyt *Przeglądu Filoz[oficznego]* z moją rozprawą. Wydrukowana jest bardzo sumiennie; znajdują się tylko niektóre [o]myłki w cytatach.

Księżna powróciła we czwartek w nocy. Przywiozła ze sobą *Filozofię grecką* ks. PAWLICKIEGO (T. I i 1 cz. T. II, która się nareszcie ukazała). Wspomniała o przyjeździe Pana Profesora do Bilcza, i osobno prosiła mnie jeszcze, żeby napisać do Pana Profesora i poprosić Go o wykonanie zamiaru.

Zasyłam wyrazy prawdziwego poważania.

Jan Łukasiewicz

18.

Bilcze Złote 19.03.1903.

Szanowny Panie Profesorze!

Dzisiaj nareszcie mogę Panu Profesorowi opisać spokojnie i rozważnie ostatnie wypadki, tyczące się mojej sprawy, i prosić zarazem o radę i pomoc.

W poniedziałek 16 bm. miałem sposobność rozmówić się poufnie z Księżniczką i otrzymałem odpowiedź odmowną, umotywowaną w sposób, który mnie najzupełniej musiał zadowolić, a jej charakterowi tylko zaszczyt przynosi. Uważałem jednak za stosowne o całej sprawie powiadomić Księżną. Uczyniłem to we wtorek. Księżna przyjęła zrazu wiadomość tę z ogromnym wzburzeniem,

po rozwadze jednak przyznała, że nie może postępowaniu mojemu nic zarzucić, czuje tylko może żal, że jej przedtem o tym nie uwiadomiłem, i że tak ważna sprawa bez jej wiedzy toczyła się i rozwiązała.

Co do przyszłych stosunków moich w Bilczu i całego sposobu postępowania zostawia mi Księżna zupełną wolność. Nie chce mnie zatrzymywać, jeżelibym chciał wyjechać, nie ma jednak nic przeciwko temu, bym został; Księżniczka projektowała wyjazd do Nervi, jeżeliby jej obecność sprawiała mi przykrość. Ja zaś podałem Księżnej projekt następujący.

Zostałbym do Świąt w Bilczu; po Świętach nie wróciłbym już jednak do Bilcza, tylko wyjechałbym na kurs letni do Berlina. Wyjazdem do Berlina dałoby się upozorować opuszczenie Bilcza. W takim razie musiałby mnie ktoś na półtrzecia miesiąca zastąpić, to znaczy od połowy kwietnia do końca czerwca, i prosiłbym wtedy bardzo usilnie Pana Profesora o wyszukanie odpowiedniego i ukwalifikowanego zastępcy. Mówiłem Księżnej, że w tej sprawie napiszę do Pana Profesora, i na plan mój Księżna się zgodziła, jeżeli da się znaleźć odpowiedni nauczyciel. O wynagrodzeniu jego z Księżną nie mówiłem — Księżna płaci mi 150 k miesięcznie.

Powody, które mnie skłaniają do opuszczenia Bilcza są następujące.

Nie chodzi tu o przykrość widywania się z osobą, która propozycję moją odrzuciła, ponieważ żywi ona dla mnie serdeczną przyjaźń i szacunek, i chciałaby tylko doznaną boleść moją jak najmniej ciężką uczynić. Chodzi o stosunek mój do Księżnej. Pan Profesor pojmuje, że nie mogę pozostawać pod dachem osoby, która by choć najmniejszy zarzut dla mnie w swym sercu żywiła — a co do tego nie mam zupełnie niewątpliwej pewności, chociaż Księżna podała mi rękę i okazała mi widoczne współczucie. Czuję przy tym, że wyrządziłem jej ogromne zmartwienie i jestem tym wszystkim na każdym kroku krępowany. Z drugiej strony zmiana warunków, wyjazd z kraju, oddanie się pracy naukowej, może korzystnie wpłynąć na mój stan fizyczny i moralny, który w każdym razie w tych ostatnich dniach doznał wielkiego wstrząśnienia.

Za pozostaniem jednak w Bilczu — mimo tych wszystkich przykrości — przemawiają głównie dwa względy. Po pierwsze, oszczędzę zmartwienia Matce mojej, która wprawdzie wie o moich zamiarach, której jednak nie potrzebuję o tych przejściach opowiadać, jeżeli zostanę tu dalej. Po wtóre, nie wiem doprawdy, czy rzeczywiście nie wyrządziłem postępowaniem moim krzywdy domowi, który tak serdecznie mnie przyjął. W takim razie jest obowiązkiem moim krzywdę tę wynagrodzić. A uczynić tego inaczej na razie nie mogę, jak poświęcić się z całym oddaniem się nauczaniu syna Księżnej — bo chociaż nie jestem może bardzo dobrym nauczycielem, to jednak nie wiem, czy ktoś inny zechce wypełniać równie sumiennie obowiązki swoje. Tak więc z tych powodów nie jestem jeszcze zdecydowany ani w jednym, ani w drugim kierunku. I proszę wobec tego Pana Profesora o radę, jak mam postąpić, nie, ażeby było dla mnie najkorzystniej, ale ażeby postąpić jak nalepiej ze względu na etykę.

HUME niestety przez tych kilka dni spoczywał; nie będę zapewniał Pana Profesora, że zrobię wszystko, co tylko w mojej mocy leży. Czuję się już dzisiaj może spokojniejszy niż przed roztrzygnięciem sprawy. A ta burza, którą przebyłem, była dla mnie rodzajem kąpieli czyśćcowej, z której mimo wszystko chciałbym jak najwięcej dobrego i korzystego dla siebie wyciągnąć.

Na tym kończę ten przydługi może trochę list, załączając wyrazy głębokiego poważania i prawdziwej wdzięczności.

Jan Łukasiewicz

19.

Bilcze Złote 24.03.1903.

Szanowny Panie Profesorze!

Szczerze dziękuję za list, który odebrałem wczoraj, za dobrą radę i życzliwe słowa otuchy; nie piszę jednak dzisiaj o tamtych sprawach, ponieważ nie dobiegły jeszcze końca, tylko o HUMIE.

Otrzymałem w tej chwili telegraficzną odpowiedź w sprawie książki — dziękuję i przepraszam za kłopot, który sprawiłem. Sądziłem, że najlepiej porozumieć się telegraficznie, ponieważ urgens, który wczoraj otrzymałem, datowany był 20 bm., a książkę należało oddać do trzech dni.

Wysyłam równocześnie V i VI rozdział HUME'A. Zdaję sobie sprawę, że przekład w wielu miejscach jest bardzo lichy. Szczególnie druga część rozdz[iału] V jest stanowczo najtrudniejsza z całej rozprawy; przeglądałem ją kilkakrotnie i poprawiałem, i wiem, że wiele zawiera braków. Tyczy się to szczególnie słowa „*conception*", które ja w kilku miejscach przełożyłem jako „sposób wyobrażania sobie", ponieważ sam HUME niekiedy w ten sposób się wyraża, i ponieważ z drugiej strony sam wyraźnie zaznacza, że „*belief*" nie może być jakąś „*idea*". „*Conception*" jest podobnie jak niemieckie „*Vorstellung*" wyrazem dwuznacznym, i tyczyć się może zarówno przedmiotu wyobrażenia, jak też aktu.

Proszę mi łaskawie donieść, jak wielkie będą koszta wydania HUME'A — a natychmiast postaram się o pieniądze, których wprawdzie na razie w Bilczu nie mam, ale które każdej chwili mieć mogę we Lwowie, ponieważ mam w Banku Krajowym złożonych koło 2000 k.

Zasyłam wyrazy głębokiego poważania i szczerej wdzięczności.

Jan Łukasiewicz

20.

Bilcze Złote 30.03.1903.

Szanowny Panie Profesorze!

Sprawa moja dobiegła ostatecznie końca. Zwlekałem umyślnie z jej rozstrzygnięciem, ażeby przekonać się i odczuć, jak się ukształtują stosunki w domu i jaka będzie atmosfera, w której mam nadal pracować i przebywać! Próba wypadła pod tym względem bardzo pomyślnie; przeprowadziłem dlatego wczoraj wieczór rozmowę z Księżną, i przedstawiłem jej sprawę odjazdu względnie pozostania w ten sposób, w jaki mi Pan Profesor sprawę tę przedstawić poradził. Zaznaczyłem przy tym, że od początku prosiłem Pana Prof[esora] o radę w tej tak ważnej chwili życia mojego, i o tę rozmowę proszę także z polecenia Jego, bo i mnie zresztą wydaje się ten sposób rozwiązania sprawy jak najlepszy.

Księżna odpowiedziała, że ze swej strony nie ma żadnego powodu życzyć sobie mojego wyjazdu, ponieważ przekonała się nawet z wielkim zdziwieniem, że nie można odczuć żadnego skrępowania w pożyciu codziennym, i że ze względu na Pawła byłaby bardzo rada, gdybym pozostał. Nie ma jednak prawa wymagać ode mnie, ażebym pracował wśród warunków, tak bardzo może dla mnie przykrych, i wobec tego pozostawia mi wolność decyzji. Dziękuje wreszcie Bogu, że sprawa ta rozwiązała się bez jej wiedzy i współdziałania, ponieważ nie mogę mieć do niej żadnego żalu, ani nawet przypuszczać, że wpływała na decyzję córki.

Wobec tej odpowiedzi, w której szczerość wątpić nie mogę, pozostaję w Bilczu do końca roku szkolnego. Księżniczka pozostaje również; łączy mnie z nią stosunek najserdeczniejszej przyjaźni. I nie chcę, żeby Pan Prof[esor] sądził, że motywem jej odmowy, choćby nawet ukrytym, były jakieś przesądy, wynikające z jej pozycji społecznej. Oświadczyła mi wprost, że gdyby miała gorące uczucie do mnie i mogła dać mi to, co ja jej ofiaruję, to nic w świecie, nawet zakaz matki, nie wstrzymałby jej od połączenia się ze mną. Poznałem dobrze jej charakter i przekonania, i wiem, że szczerze mówiła.

Ja starałem się, jak pisałem Panu Profesorowi, wyciągnąć z tych wszystkich ciężkich przejść jak najwięcej pożytku i dobra dla siebie. I w bardzo wielkiej części już mi się to udało; i jeżeli zdołam wytrwać, to będę mógł uważać za szczęście dla siebie, że poznałem Bilcze.

Zasyłam wyrazy głębokiego poważania i prawdziwej wdzięczności.

Jan Łukasiewicz

21.

Bilcze Złote 20.04.1903.

Szanowny Panie Profesorze!

Przyjeżdżam w środę, 22 bm. o 11 w nocy do Lwowa i pozostanę do poniedziałku w południe.

Jan Łukasiewicz

22.

Bilcze Złote 28.04.1903.

Szanowny Panie Profesorze!

Przepraszam serdecznie, że tak długo milczałem, nie miałem jednak o czym pisać. Dnie płyną jednakowo jedne za drugimi, i od czasu, kiedy miałem sposobność widzieć się po raz ostatni z Panem Profesorem, nic ważniejszego w życiu moim nie zaszło.

Ponieważ zbliża się termin, na który Pan Profesor oznaczył Swój przyjazd do Bilcza, wobec tego ośmielam się ponowić prośbę moją, a zarazem poprosić o dokładne oznaczenie dnia i godziny. Proszę wierzyć, że przyjazdem Swoim do Bilcza wyrządzi mi Pan Profesor i bardzo wielką przysługę, i sprawi mi bardzo wielką przyjemność.

Najwygodniejszy jest pociąg pośpieszny, który z Podzamcza odchodzi do Tarnopola o godz. 2.09 (cz[as] kolej[owy] — wedł[ug] starego rozkładu jazdy, od którego nowy rozkład różni się, zdaje mi się, o kilka minut). W Tarnopolu 40 min[ut] przerwy, i należy przesiąść się na pociąg do Kopyczyniec. Drugi raz trzeba przesiadać się w Wygnance za Kopyczyńcami. Do końcowej stacji Jezierzany-PIŁATKOWICE (są inne Jezierzany koło Buczacza) przyjeżdża się o godz. 10.22 wieczór. Stąd do Bilcza godzina końmi, które będą czekały na stacji.

Inny pociąg wychodzi z Podzamcza o godz. 11.22 wieczór, a jest w Jezierz[anach]-Pił[atkowicach] o 10.00 rano. Przesiadać się trzeba w Wygnance albo w Kopyczyńcach i w Tarnopolu. Oświetlenie niżej wszelkiej krytyki; trzeba mieć własne świece.

Proszę żądać na stacji w Podzamczu biletów pisanych, albowiem drukowane zawierają pomyłkę w cenie. Napisałem w tej sprawie artykuł do *Słowa Pols[kiego]* — nie wydrukowało — na urgens zaś otrzymałem odpowiedź, że nie mam racji. Pisałem potem jeszcze do p. Dra WRÓBLEWSKIEGO, ale nie otrzymałem dotychczas żadnej odpowiedzi. Nie wiem, czy dziwić się nad głupotą panów ze *Słowa P[olskiego]*, czy też podejrzewać brak dobrej woli.

Zamierzam sprawę oddać adwokatowi, skoro nie mogę jej poruszyć w dziennikach.

Łączę wyrazy głębokiego poważania i prawdziwej wdzięczności.

Jan Łukasiewicz

23.

Bilcze Złote 11.06.1903.

Szanowny Panie Profesorze!

Otrzymałem listy z dnia 29 maja i 2 czerwca, i z góry proszę o przebaczenie, że nie odpisałem na nie od razu; przyznam się szczerze, że nie mogłem zabrać się do pisania, zwłaszcza, że chciałem równocześnie ułożyć ową notatkę w sprawie kolejowej. Dziękuję serdecznie, że Pan Profesor i taką nawet sprawą zająć się zechciał, która mnie zajęła i ubodła, jako przykład jaskrawej niesumienności naszych urzędów administracyjnych.

Żal mi bardzo, że przyjazd Pana Profesora nie mógł przyjść do skutku. Wiem bardzo dobrze, że stać się to tylko mogło z uszczerbkiem wykładów, i nie tylko nie mogę czuć za to do Pana Profesora żadnego żalu, ale przeciwnie, nie przestanę być wdzięczny, że Pan Profesor w chwili, w której przyjazd Jego do Bilcza mógł być dla mnie wielką przysługą, sam ofiarował się oddać mi tę przysługę, i teraz jeszcze nie cofnąłby się przed tym, gdyby zachodziła potrzeba. Potrzeba ta już jednak obecnie nie zachodzi.

Pyta m[n]i[e] się Pan Profesor, jakie prace moje i zamiary. Muszę przyznać się, że jestem obecnie w usposobieniu, które nie pozwala mi na razie zająć się porządnie i szczerze jakąkolwiek robotą. I wiem bardzo dobrze, że jak długo jeszcze w Bilczu pozostanę, nic nie będę mógł zrobić, zwłaszcza że zbliża się koniec kursu i wymaga skutkiem tego większego zajęcia się uczniem, który pod koniec, w strachu przed zbliżającymi się egzaminami, jest w lepszym usposobieniu do nauki niż kiedy indziej. Mam nadzieję, że potrwa to najdłużej 3 tygodnie, i że już w pierwszych dniach lipca przyjadę na kilka dni do Lwowa, ażeby wyjechać zaraz potem z Matką, która ciągle nie jest zdrowa, na kilka tygodni do Truskawca.

Sprawozdania, o których Pan Profesor pisał, mógłbym zrobić dopiero wraz z innymi pracami podczas wakacji. Jeżeli zatem do tego czasu rzecz można odwlec, to mógłbym zarówno w tej sprawie, jak też i w innych porozumieć się z Panem Profesorem ustnie w pierwszych dniach lipca.

Łączę wyrazy wysokiego poważania i prawdziwej wdzięczności.

Jan Łukasiewicz

24.

Kosów 31.07.1903.

Szanowny Panie Profesorze!

Od 28 bm. bawię w Lecznicy Fizykalno-Dietetycznej Dra Tarnawskiego w Kosowie. Chciałem głównie usunąć stan podrażnienia nerwowego, w którym znajduję się od dłuższego czasu, a po wtóre poznać i wdrożyć się do trybu życia, który ma odpowiadać wszystkim przepisom higieny. Uprawiam nago gimnastykę, biorę kąpiele słoneczne, powietrzne i wodne, i przestrzegam zwykłej diety. Dr TARNAWSKI, który stwierdził u mnie nieprawidłowe funkcjonowanie serca, zakazał mi palić i zbytnio męczyć się fizycznie. Pozwolił natomiast przed południem na pracę umysłową, tak że będę mógł tutaj zająć się mimo kuracji przekładem HUME'A. Mam pozostać w Lecznicy przynajmniej do połowy września. Bawi tu także p. Dr Kazimierz JARECKI.

Zdaje się jednak, że nie będę mógł przy tym wykończyć do druku ostatniej części mojej pracy o indukcji — i bardzo żałuję, że nie będzie mogła pojawić się w 4 zesz[ycie] *Przeglądu*. Wolę pozostawić sobie HUME'A, a resztę czasu użyć na spoczynek.

Dziękuję za kartkę, którą otrzymałem w Truskawcu.

Łączę wyrazy wysokiego poważania i zasyłam serdeczne życzenia swobodnego wypoczynku w Poroninie.

Jan Łukasiewicz

25.

Lwów 15.04.1904.

Szanowny Panie Profesorze!

Dziękuję serdecznie za kartkę z Wrocławia, którą przed chwilą otrzymałem; pragnę donieść o kilku szczegółach środowego posiedzenia.

Do tezy IV, a nawet III, dyskusja w ogóle nie doszła — spierano się natomiast przez cały czas o to, czy powiedzenia: „Wszystkie *S* są *P*" i „Jeżeli coś jest *S*, jest *P*" wyrażają jeden i ten sam sąd, czy też dwa sądy równoważne. Referent bronił poglądu pierwszego, większość uczestników dyskusji była zdania drugiego. Dyskusji nie udało się doprowadzić do rezultatu, na który by się wszyscy zgodzili.

Pod względem formalnym miała środowa dyskusja przebieg wcale poprawny. Dyskutujący trzymali się tematu, nie odbiegali za daleko od kwestii, nie mówili długo, choć często mówili. Nie potrzeba było ani razu wkraczać *ex praesidio*. Było to niewątpliwie wynikiem kwestii, bardzo specjalnej i dość ściśle sformu-

łowanej. W dyskusji zabierali głos Dr Witwicki, Dr Lilienfeld, Dr Mańkowski, Elmer.

Na posiedzeniu byli między innymi p. Przysiecki, Dr Rubczyński, p. Jawicówna. Po posiedzeniu Naftuła i kawiarnia. Za dwa tygodnie ma być odczyt p. Lilienfelda, choć rad bym bardzo, ażeby dokończono dyskusji nad tezami Bandrowskiego, choćby z tego względu, by rozpoczętą robotę ukończyć.

Otrzymałem dzisiaj pierwszy arkusz przekładu Vaihingera do korekty; pomyłek drukarskich było stosunkowo niewiele — poza tym, korzystając z upoważnienia Pana Profesora, zmieniłem w pierwszym zdaniu wyrażenie „niniejszy przekład" na „jej przekład" (tzn. tej pracy), ponieważ w tym samym zdaniu znajduje się już raz słowo „niniejszy"; w innym zaś miejscu przestawiłem dwa wyrazy.

Wśród naszej kolonii nie zaszły od czasu wyjazdu Pana Profesora żadne ważniejsze czysto filozoficzne czy niefilozoficzne wypadki. Mnie udało się w sposób bardzo prosty przedstawić wszystkie stosunki logiczne między 3 sądami na krawędziach bryły, skombinowaej z sześcianu i ośmiościanu, znanej w krystalografii.

W nadziei, że Pan Profesor na obczyźnie nie zechce i nadal o nas zapominać, zasyłam serdeczne pozdrowienia i łączę wyrazy poważania.

Jan Łukasiewicz

26.

Lwów 27.04.1904.

Szanowny Panie Profesorze!

Za list z dn[ia] 18 z Giessen serdecznie dziękuję. Piszę naprzód o sprawach Towarzystwa.

Dzisiaj odbędzie się VI posiedzenie naukowe, na którym p. Lilienfeld odczyta swój referat o filozofii Kanta. Posyłam równocześnie «oficjalne» zawiadomienie.

W tych dniach zbierze się również Wydział pod przewodnictwem p. Wartenberga, ażeby ułożyć program na następne posiedzenie.

Korespondencji nie było dotychczas żadnej, z wyjątkiem kartki od p. Lewkowicza, który donosi, że przeniósł się do Warszawy.

Z powodu śmierci prof. Chmielowskiego napisałem imieniem Wydziału list kondolencyjny do p. Chmielowskiej, który podpisał p. Wartenberg. Dzisiaj, na posiedzeniu, ma również prof. Wartenberg poświęcić kilka słów Zmarłemu.

P. Weryho prosił mnie telegraficznie, ażebym imieniem *Przeglądu Filozof[icznego]* złożył wieniec na trumnie Chmielowskiego. Uczyniłem to, a kwotę 30 k zapisał Borowski za pokwitowaniem firmy ogrodniczej na rachunek Redakcji *Przeglądu*.

Zrobiłem korektę z 2 i 3 arkusza VAIHINGERA — nie dostrzegłem jednak żadnego prawie miejsca, które by należało zmienić. P. PAWLIKOWSKI natomiast, z którym widziałem się w księgarni Altenberga przy odnoszeniu korekty, mówił mi, że w niektórych miejscach wydały mu się zmiany potrzebne.

P. Wojciech DZIEDUSZYCKI ogłosił wykłady na półrocze letnie. Będzie zatem zapewne bywał i na naszych posiedzeniach, gdy skończy się sesja parlamentu.

W naszym kółku nie ma zmian żadnych. WITWICKI uczy się bardzo sumiennie historii filozofii greckiej — natomiast nic nie maluje obecnie; BOROWSKI uczy się rachunku różniczkowego z NERNSTA i SCHÖNFLIESSA; FRYCZ pracuje powoli lecz wytrwale i skutecznie nad rozprawą dysertacyjną; BANDROWSKI czyta BACONA i HERSCHLA. Z ostatniego środowego zebrania w Bouleward wysłaliśmy Panu Profesorowi zbiorową kartkę do Giessen.

Ja w dalszym ciągu pracuję nad stosunkami logicznymi — i dochodzę do przekonania, że we wnioskowaniu pośrednim każda przesłanka jest sama dla siebie racją konkluzji; nie ma zatem wypadku, ażeby 2 lub 3 przesłanki razem wzięte, stanowiły rację jakiegoś sądu. Zdaje mi się również, że stosunek sprzeczności zachodzi nie tylko między sądami twierdzącymi i przeczącycmi o tym samym przedmiocie, ale i między sądami o różnych przedmiotach. Otwiera się tu w ogóle obszerne pole badań.

Ciekaw jestem, jak Pan Prof[esor] na to wszystko zapatrywać się będzie — zdaje mi się, że nagromadzi się tu u nas wiele kwestii filozoficznych, zanim Pan Prof[esor] wróci.

Zasyłam wyrazy wysokiego poważania i serdeczne łączę pozdrowienia.

Jan Łukasiewicz

27.

Lwów 8.05.1904.

Szanowny Panie Profesorze!

Otrzymałem kartkę z Paryża dn[ia] 1 maja, ponieważ jednak wysłałem był 27 kwietnia list do Paryża, który, jak przypuszczam, musiał Pan Profesor odebrać w dzień po wysłaniu Swojej kartki, a we Lwowie tymczasem nic ważnego się nie zdarzyło, więc piszę dopiero teraz.

P. Dr LILIENFELD miał zatem odczyt o krytycyzmie KANTA, w którym zarzucał KANTOWI subiektywizm. W pogawędce informacyjnej, która się następnie rozwinęła, miał p. PRZYSIECKI prawie drugi odczyt, i mówił wiele o kolejach sławy KANTA, wspominając m.in. jednodniówkę, którą wydano z powodu setnej rocznicy jego śmierci. Odczyt p. LILIENFELDA nie był długi, wcale jasny, nie zawierał wszakże nowych i bardziej interesujących punktów.

Prof. WARTENBERGA nie było, więc przewodniczyłem ja, a zagajając zgromadzenie poświęciłem kilka słów CHMIELOWSKIEMU.

Ponieważ na następny raz przypada dyskusja, a żaden z członków Towarzystwa nie zgłosił odpowiedniego tematu, więc ja podjąłem się podać referat pod dyskusję o stosunku logiki do psychologii. Kwestia ta zajmuje bardzo żywo wielu członków Towarzystwa i pojawiała się także po dyskusji nad tezami BANDROWSKIEGO w pogadankach prywatnych.

Posyłam równocześnie zaproszenie.

Na członka wspierającego zgłosił się p. Dr Henryk BACZEWSKI, urzędnik — zdaje mi się — bankowy. P. RUBCZYŃSKI zgłosił na członka czynnego p. Dra Kornelego PAYGERTA z Tarnopola. Nie głosowaliśmy jednak jeszcze nad nim. Ks. NUCKOWSKI przysłał Towarzystwu broszurkę *O nowym podręczniku logiki*, w której omawia ... swój własny podręcznik.

Korekt VAIHINGERA od dłuższego czasu nie otrzymałem, nie wiem z jakiego powodu. Skończyłem korektę na arkuszu trzecim.

Był u mnie dwa razy p. SZUM, i prosił mnie, ażeby mógł w prywatnym zebraniu wygłosić swój pogląd na świat. Przypuszczam, że byłoby to dosyć ciekawe.

Marian KONCEWSKI, który znikł był w styczniu ze Lwowa w sposób tajemniczy, otruł się we Włoszech. Snać niewiele miał energii życiowej.

Z kolegami moimi niewiele się w ostatnich czasach widuję. Wszyscy zajęci jakąś robotą do egzaminów, a zresztą życie towarzyskie wśród filozofów nie bardzo jakoś idzie — środowe zebrania są bardzo liche.

Pracuję w dalszym ciągu nad rozprawą z logiki, z której jestem coraz więcej zadowolony. Przypuszczam, że będzie w niej wiele rzeczy nowych i dobrych.

Łączę wyrazy wysokiego poważania i zasyłam serdeczne pozdrowienia.

Jan Łukasiewicz

28.

Lwów 17.05.1904.

Szanowny Panie Profesorze!

Dziękuję serczenie za zalepkę, otrzymaną z Berlina.

Dyskusja w sprawie tezy HUSSERLA, której ja broniłem, była bardzo ożywiona. Przede wszystkim przeczyli PRĘGOWSKI, LILIENFELD, ELMER i inni, jakoby wszystkie prawa psychologiczne były tylko prawdopodobne. Powoływali się mianowicie na bezpośrednią oczywistość doświadczenia wewnętrznego, i na tym chcieli oprzeć pewność praw psychologicznych. Wykazywałem błędy w ich argumentacji, nie udało mi się jednak oczywiście przekonać «psychologistów». P. TYSZKA twierdził nawet, że wszystkie prawa w ogóle, nawet chemiczne i fizykalne, są

właściwie tylko prawami psychologicznymi. Kwestię odłożono do dalszych posiedzeń. Rozpocząłem zatem walkę z psychologią, która, jak mi się wydaje, niezupełnie słusznie zajmuje dzisiaj tak dominujące stanowisko w filozofii.

Pojawił się 2 zeszyt *Przeglądu Filozoficznego*, a w nim sprawozdanie z posiedzeń Towarz[ystwa], którym p. PRĘGOWSKI czuł się widzocznie dotknięty, albowiem napisał do mnie kartkę, że wobec niezupełnie trafnego oddania jego myśli w sprawozdaniu prosi o jeszcze jeden wieczór dyskusyjny w sprawie tez swoich. Pragnie mianowicie wygłosić odczyt o „Psychologii jednostkowej", bezdyskusyjny, a potem mogłaby się na tym samym posiedzeniu odbyć dyskusja o tezach z etyki. Ja stanowczo na to się nie zgodzę; odczyt być może, ale dyskusja nad tymi tezami — jeżeli w ogóle do niej jeszcze powrócimy — mogłaby się odbyć tylko na osobnym wieczorze dyskusyjnym, i to na podstawie nowego sformułowania tez. Jutro jest posiedzenie Wydziału, na którym ułożymy porządek dzienny dla posiedzenia na 25 maja, następnie zaś będziemy mogli omówić tę sprawę wspólnie z Panem Profesorem.

Przekład VAIHINGERA już wydrukowany; otrzymałem jeden egzemplarz od Dra VORZIMMERA. Książka przedstawia się bardzo ładnie — oryginału nie znam, ale przekład pod względm treści i formy bardzo jest pouczający i bardzo mi się podoba. Korektę dalszych arkuszy robił sam p. PAWLIKOWSKI, ponieważ było mu tak wygodniej.

P. BIEGAŃSKI przysłał Towarzystwu swą rozprawkę o „Nowowitalizmie we współczesnej biologii".

Z wykładem SZUMA poczekamy do przyjazdu Pana Profesora.

BANDROWSKI skończył już swoją rozprawę o metodach badania indukcyjego. Czytał mi niektóre rozdziały, i przyznam się, że to, co słyszałem, bardzo jest dobre, lepsze bez porównania od wszystkich innych rozpraw, które dotychczas napisał.

Poza tym nic nowego; ja pracuję w dalszym ciągu nad stosunkami logicznymi i uzupełniłem niedawno swoją bryłę logicznę, która przedstawia dla mnie ogromną wartość przede wszystkim od strony metodologicznej. Spisałem już przeszło 50 kartek. Pracę habilitacyjną miałbym już zatem w zarysie gotową — trzeba mi będzie uwzględnić jeszcze cokolwiek literaturę, a sądzę, że całość przyniesie wiele nowego i stanowić będzie dowód, że w logice formalnej można jeszcze wiele pożytecznej pracy dokonać. Ciekaw jestem bardzo na zdanie Pana Profesora.

Łączę wyrazy wysokiego poważania i serdeczne zasyłam ukłony.

Jan Łukasiewicz

29.

Lwów 29.08.1904.

Szanowny Panie Profesorze!

Serdecznie dziękuję za list z dn. 23 bm. Żałuję mocno i przepraszam raz jeszcze Pana Profesora, że nie byłem w Poroninie, ale wstrzymywała nas z jednej strony obawa, że przeszkodzimy może Panu Profesorowi w wycieczkach, na które się Pan Profesor wybierał, a po wtóre sami byliśmy w ostatnim tygodniu naszego pobytu w Zakopanem zajęci robieniem wycieczek. Zrobiłem dwie całodniowe wycieczki w góry: jedną z Pawłem Sapiehą przez Giewont i Czerwone Wierchy do Doliny Małej Łąki, drugą z Fryczem przez Zawrat na Morskie. Poza tym byłem w jaskiniach bielskich i Dolinie Kościeliskiej, wreszcie w bardzo wielkiej i pięknej grocie Magóry, nie licząc kilku mniejszych wypraw «geologicznych» do doliny Białego i na Sarnią Skałkę. Zebrałem około 30 okazów geologicznych, a między nimi wiele skamielin, jak np. wapień z resztkami liliowców z epoki triasu, ślady liliowców z oceanu Tetydy, rafy koralowe z piętra retyckiego, wreszcie wiele numulitów.

Zmiana ciśnienia atmosferycznego i temperatury nabawiła mnie po powrocie do Lwowa uporczywego bólu zębów, połączonego z newralgią prawej strony twarzy i szyi. Dopiero dzisiaj jest mi cokolwiek lepiej. Skutkiem tego niewiele mogłem pracować przez tych kilka dni.

Książki kasowe i kasa Towarzystwa znajdują się u mnie bez przerwy od czerwca. Nie trzeba ich zatem odbierać od Borowskiego, który jedzie już w piątek na swe nowe miejsce służbowe, do Limanowej.

W tych dniach wybiera się również Bandrowski do Rzeszowa. Prośbę jego o urlop załatwił przychylnie p. Majchrowicz, ma więc nadzieję, że od połowy października będzie wolny, i będzie mógł wyjechać, jakkolwiek nie dostanie stypendium. I ja, zdaje się, wyjadę na zimę do Berlina, nawet w tym wypadku, gdybym nie dostał stypendium.

Frycz przeprowadził się na ulicę Mochnackiego, l. 31 (róg ul. Supińskiego).

Co robi Witwicki, nie wiem, bo nie byłem dotychczas u niego.

Jarecki przysłał mi z Jersey dwie kartki; w tych dniach wraca do Lwowa.

Piszę o tym wszystkim, bo sądzę, że te drobne wiadomości o kolegach moich i naszej kolonii filozoficznej zajmą Pana Profesora.

Łączę wyrazy szczerego poważania i zasyłam serdeczne pozdrowienia. Pani Profesorowej proszę oświadczyć ode mnie ukłony.

Jan Łukasiewicz

30.

Lwów 13.09.1904.

Szanowny Panie Profesorze!

Cieszy mnie, że mogę donieść Panu Profesorowi, że moja sprawa stypendium znajduje się na dobrej drodze. Dowiedziałem się bowiem od jednego ze znajomych moich, który jest urzędnikiem Wydziału Krajowego w oddziale dla spraw stypendialnych, że zostałem przez referenta proponowany na pierwsze z dwóch stypendiów *primo loco*, i że ten wniosek referenta uchwalić miał Wydział na sesji, która się odbyła ubiegłego piątku. Powiedziano mi także, że decydującym momentem pomyślnego załatwienia sprawy było niezwykle gorące poparcie Kolegium Profesorów, jakiego dotąd żaden z kandydatów nie posiadał. Ponieważ w Wiedniu zatwierdzają podobno w tych sprawach stale propozycję Wydziału, przeto mam wszelką nadzieję uzyskać stypendium. Za tak gorące poparcie sprawy mojej na Kolegium, które zawdzięczam wyłącznie życzliwości Pana Profesora, proszę przyjąć najserdeczniejsze podziękowanie.

Do Berlina wyjechałbym oczywiście dopiero po otrzymaniu rezolucji z Wiednia, zapewne w połowie października. FRYCZ poinformował mnie, że wykłady w Berlinie rozpoczynają się 24 października, a wpisy trwają do 15. Cieszę się bardzo, że wrócą jeszcze dla mnie czasy spokojnych studiów uniwersyteckich, i że odsuną się ode mnie te wszystkie drobniejsze i ważniejsze, najczęściej przykre sprawy życiowe, które dla poważnej pracy naukowej stanowią zawsze niemałą przeszkodę.

Pracuję w dalszym ciągu nad rozprawą habilitacyjną; chciałbym z niej zrobić całość starannie ułożoną i zaokrągloną, i pominąć, o ile można, balast historyczno-krytyczny, ponieważ praca moja jest głównie twórcza, a materiału mi nie brak. Pojmuję ją teraz szerzej, jako teorię stosunków koniecznych w ogóle.

Kolonia filozoficzna opustoszała. BANDROWSKIEGO i BOROWSKIEGO nie ma, z WITWICKIM nie widziałem się dotychczas, a FRYCZ uczy się matematyki. Czekamy powrotu Pana Profesora; może zbierzemy się znowu w dawnym naszym lokalu i spędzimy wieczór filozoficzny.

Łączę wyrazy wysokiego poważania i zasyłam uprzejme ukłony.

Jan Łukasiewicz

31.

Charlottenburg 30.10.1904.
Wielandstrasse 58, b. Hirsch

Szanowny Panie Profesorze!

Zdołałem się już nieco w Berlinie rozejrzeć, a przede wszystkim wyszukałem mieszkanie wcale przyzwoite za 26 marek miesięcznie wraz ze śniadaniem, zaledwie trzy lub cztery minuty oddalone od dworca kolei miejskiej na Savigny-Platz. We wtorek mam się zgłosić do immatrykulacji, albowiem jako cudzoziemiec muszę być zwyczajnym słuchaczem. Tymczasem chodzę już na wykłady, lecz przyznam się, że dotychczas nic szczególnego nie usłyszałem. Byłem przede wszystkim na dwóch wykładach STUMPFA o psychologii. Na jednym z nich mówił ST[UMPF] o bezpośredniej oczywistości doświadczenia wewnętrznego, a dalej o tym, że logika, etyka itd. są tylko pewnymi gałęziami psychologii; na drugim przedstawiał trudności obserwacji zjawisk duchowych. Wszystkie te kwestie są mi dawno znane, nie mogę jednak powiedzieć, ażeby były przedstawione w jakiś sposób nowy i zajmujący oraz ścisły i jasny. Między innymi kilkakrotnie zwracał STUMPF uwagę na to, że muszą przecież istnieć jakieś zjawiska duchowe, w przeciwnym bowiem razie pojęcia i słowa „sąd", „wyobrażenie", „przedstawienie" nie miałyby żadnego sensu.

Wykłady SCHUMANNA są gorszej cokolwiek sorty. Ogłosił on trzygodzinne kolegium pt. *„Erkenntnistheorie u[nd] Logik"*, w którym zamierza przedstawić następujące problematy: (1) stosunek duszy do ciała; (2) o wolności woli; (3) o poznaniu *a priori*; (4) co to jest prawda; (5) czy światem kieruje jakaś istota rozumna. O ile to wszystko ma związek z teorią poznania — nie wspominam o logice — pozostawiam ocenie Pana Profesora. Drugi swój wykład: *„Die philosophischen Grundlagen der Naturwissenschaften"* rozpoczął SCHUMANN od streszczenia rozprawek DU BOIS-REYMONDA „Siedm zagadek wszechświata" i „O granicach poznania przyrody". Pamiętam, że takie rzeczy robiono u nas na Kółku Filozoficznym.

Porządnej teorii poznania i logiki nikt zdaje się w Berlinie nie wykłada. (Nie byłem jeszcze na wykładach DESSOIRA.) Asystent STUMPFA, Dr SCHÄFER, ogłosił dwugodzinne kolegium pt.: *„Anatomische u[nd] physiologische Grundlagen der Psychologie"*. Byłem na pierwszym wykładzie; ma to być *„eine propëdeutische Einleitung aus den Naturwissenschaften für die Psychologen"*. Rzecz pomyślana dobrze; zobaczymy, jakie będzie jej wykonanie. Prace w laboratorium rozpoczną się dopiero następnego tygodnia.

Dzięki poleceniom Pana Profesora zostałem przez pp. STUMPFA i SCHUMANNA uprzejmie przyjęty i mogę uczęszczać na ich *privatissima*. Bardzo miłego przyjęcia doznałem ze strony p. SCHMIDKUNZA. Oddał mi do dyspozycji swą bibliotekę i zaprosił mnie na uczestnika związku *„für Hochschulpädagogik"*. Zebrania od-

bywają się każdego piątku wieczorem w Café Victoria. Nie byłem jeszcze na żadnym z nich; p. SCHMIDKUNZ uprzedził mnie jednak, że nic[zego] szczególnego nie mam się spodziewać.

Takie są zatem rezultaty tych pierwszych kilku dni, przebytych w Berlinie. Miasto samo nie robi miłego wrażenia. Cały Charlottenburg wygląda, jak gdyby dopiero wczoraj powstał. Wszystko nowe, czyste, porządku każdy dokładnie przestrzega; zdaje się jednak, że są to jedyne zalety tego kraju i narodu. Byłem dotychczas w zoologicznym ogrodzie, poza tym widziałem tylko ulice i budynki — z zewnątrz.

Członkom zebrań środowych zasyłam najserdeczniejsze pozdrowienia. Proszę przyjąć, Panie Profesorze, serdeczne ukłony i wyrazy szczerego poważania.

Jan Łukasiewicz

32.

Charlottenburg 28.11.1904.
Wielandstrasse 58

Szanowny Panie Profesorze!

Dziękuję serdecznie za wiadomości o mojej sprawie i za łaskawe zajęcie się nią. Domyślam się, jak bardzo musi być Pan Profesor zajęty i wdzięczny będę za kilka słów, skreślonych na kartce. Od FRYCZA dostaję co tygodnia obszerne sprawozdania o ruchu filozoficznym we Lwowie, jestem zatem zawsze o wszystkich ważniejszych sprawach poinformowany. Proszę mi nie brać za złe, że pisałem dotychczas tak mało i tak rzadko, ale cały ten ubiegły miesiąc poświęciłem intensywnej pracy nad rozprawą habilitacyjną, i starałem się zużyć każdą wolną chwilę.

W Instytucie Psychologicznym przebywam codziennie rano od 11 do pół do drugiej. Pracować można bardzo wygodnie, ponieważ oprócz mnie, tylko cztery inne osoby są jeszcze w laboratorium zajęte, z tych dwie pracują wspólnie ze mną. Przerobiłem dotychczas wszystkie elementarne eksperymenta z dziedziny psychologii wrażeń wzrokowych i słuchowych. Zaznajomiłem się ze zjawiskami kontrastu współczesnego i następczego, współczesnej i następczej indukcji światła, przeczytałem przy tym dokładnie książkę HERINGA *Zur Lehre vom Lichtsinn*. Poznałem eksprymenta, które dowodzą słuszności fizjologicznej teorii kontrastu HERINGA, a przemawiają przeciw psychologicznej teorii HELMHOLTZA. Zestawiałem tak zwane równania barw w ciemnym pokoju, poznałem zjawisko PURKINJEGO, obserwowałem zachowanie się barw przy widzeniu ukośnym. Poznałem metody oznaczania stopnia czarności wzgl[ędnie] białości zwykłych papierów czarnych i białych.

W dźwiękach złożonych zdołałem wyróżnić i oznaczyć tony górne; skonstatowałem, jak daleko sięga moja czułość na różnice wysokości tonów (odróżniam jeszcze tony, różniące się o dwa drgania); słyszałem dokładnie niskie bardzo tony różnicowe. Kiedyś całą godzinę badałem wspólnie z prof. STUMPFEM zjawiska dudnienia. Chodziło o to, czy wysokość tonu dudniącego leży w pośrodku wysokości tych dwu tonów, które dudnienie wywołują, i to bliżej tonu niższego; sprawdziłem na wszystkich wypadkach przy aparacie STERNA, że tak rzeczywiście jest, i taki też jest pogląd prof. STUMPFA. O sprawę tę zapytywał EBBINGHAUS, który przygotowuje drugie wydanie swej psychologii.

Mam nadzieję, że zaznajomię się w ten sposób w ciągu kursu z najważniejszymi faktami i teoriami psychologii eksperymentalnej oraz psychofizyki.

W wykładach skończył dziś właśnie prof. STUMPF omawiać psychologię wrażeń. Przedstawił wszystkie te kwestie bardzo zwięźle, a nawet nieco pobieżnie, jakby nie przywiązywał do nich wielkiej wagi. Jednym z najlepszych wykładów było przedstawienie różnych teorii współbrzmienia (*Konsonanz*), w którym poddał STUMPF między innymi krytyce poglądy HELMHOLTZA, według którego zjawisko współbrzmienia da się wyjaśnić tym, że ton zasadniczy i np. oktawa posiadają wielką ilość tonów górnych, i że między tymi tonami górnymi nie zachodzą dudnienia. Teoria ta jest mylna, bo zjawisko współbrzmienia zachodzi także między tonami czystymi, wywołanymi przez widełki stroikowe. Przy tej sposobności rozwinął STUMPF swą teorię zlewania się dźwięków (*Verschmelzungstheorie*).

W seminarium prof. STUMPFA czyta jeden z uczestników rezultaty swej pracy eksperymentalnej, tyczącej się oceniania różnicy w długości linii przez dzieci sześcio- i czternastoletnie. Temat i rezultaty mało zajmujące. Wynik zasadniczy: zdolność oceniania tych różnic w roku szóstym życia nie jest mniejsza niż w roku czternastym. W seminarium prof. SCHUMANNA zastanawiamy się ciągle nad tym, w jaki sposób powstaje sąd orzekający, że dwa «wrażenia» (np. dwa koła, dwie linie itp.) są równe. Schodzi ciągle na to, że czynna tu jest jakaś «*Gestaltqualität*». Cała kwestia i wyniki dyskusji są, dla mnie przynajmniej, dosyć mętne.

Bardzo wiele korzystam z wykładów SCHAEFERA, asystenta Instyt[utu] Psychol[ogicznego], i docenta Uniwer[sytetu], który czyta o anatomii i fizjologii systemu nerwowego. Wykłady jego są najbardziej instruktywne ze wszystkich, jakie tu słyszałem. Ma przy tym doskonałe preparaty komórek nerwowych.

Na wykłady innych profesorów nie chodzę; nie mam na to czasu, a po wtóre niewiele można z nich skorzystać. PAULSEN wykłada pedagogikę i filozofię prawa dla prawników; DILTHEY, siedemdziesięcioletni staruszek, w półroczu zimowym wcale nie wykłada. W seminarium PAULSENA czytają *Etykę* SPINOZY, ale sposób prowadzenia tego seminarium wcale mi się nie podobna. Siedzi przeszło 100 słuchaczy, jeden z nich streszcza jakiś rozdział z *Etyki*, a PAULSEN od czasu do czasu dodaje kilka uwag. Byłem także na wykładzie DIELSA; ale wykład jest ogromnie szczegółowy, jak książka, a treść jego nie przedstawia dla mnie szczególniejszej wartości.

Codziennie po południu i wieczór siedzę nad rozprawą habilitacyjną. Jestem w połowie III rozdziału (całość wynosić będzie około IX rozdz[iałów]) i spisanych mam do druku przeszło 70 kartek ćwierćarkuszowych. Zanosi się więc na grubą książkę o 10 może arkuszach druku. Tekst jest tak obszerny, tak wiele nowych konsekwencji logicznych, a nawet metafizycznych łączy się bezpośrednio z moją pracą, że mimo zwięzłego przedstawienia objętość jej coraz bardziej wzrasta. Nie chodzi mi tylko o to, ażeby napisać rozprawę habilitacyjną; to, co mam dotychczas — z odpowiednim wstępem i zakończeniem wystarczyłoby już od biedy. Chciałbym stworzyć dzieło, które by odsłoniło nowe, obszerne pole badania, przyniosło wiele nowych, uzasadnionych praw i twierdzeń, i wskazało na najrozmaitsze błędy w najbardziej nawet uznawanych prawach logicznych i poglądach metafizycznych. Oto ważniejsze punkty, które dotychczas poruszyłem: różnica nauk empirycznych i apriorycznych; nauki aprioryczne opierają się na definicjach; znaczenie nauk apriorycznych dla poznania świata rzeczywistego; nauka o przedmiotach oddzielną gałęzią nauk filozoficznych; przedmioty sprzeczne granicą poznania; określenie konieczności; proste i złożone stosunki konieczne między dwoma przedmiotami; stosunki przechodnie i nieprzechodnie, odwracalne i nieodwracalne; reguła bikwadratu; rodzaj związków koniecznych między dwoma przedmiotami; różnica między *ratio fiendi* a *cogniscendi* nieuzasadniona, a przynajmniej fałszywie dotąd pojęta; złożoność stosunku sprzeczności, w związku z tym zasada sprzeczności i wyłączonego środka; wszystkie związki konieczne, z wyjątkiem dwóch, zawierają stosunki niezależności (niekonieczne); pojęcie szeregu; zasadnicze prawa szeregów; odwracalne stosunki przechodnie nie są szeregującymi; szereg przyczyn i skutków lub racji i następstw nie może być zamknięty; może natomiast być skończony lub nieskończony itd. Być może, że za wielką wagę przypisuję tej pracy mojej, która jest zupełnie twórcza, [i jest] wynikiem własnego tylko myślenia; ale gdybym tak nie czynił, pisałbym ją zapewne z mniejszą ochotą. Z tego też powodu pragnę, by pojawiła się naprzód po polsku, a potem dopiero została przełożona na język niemiecki; tak uboga jest dotąd nasza literatura filozoficzna, że uważam to za swój obowiązek, ważniejszą, jak mi się zdaje, pracę ogłosić naprzód w ojczystym języku, i przekonać zagranicę, że i u nas mogą powstawać samodzielne prace naukowe na polu filozofii.

Skutkiem tych zajęć nie widziałem dotychczas w Berlinie nic; nie byłem w żadnym teatrze, w żadnym muzeum, na żadnym koncercie, w żadnej galerii obrazów. Nie chcę się rozrywać, jak długo czuję się dobrze usposobiony do pracy. Gdy nastąpi przemęczenie, rzucę na jakiś czas robotę i będę się bawił. Dotychczas jednak, przez cały prawie miesiąc, nie uczułem w tym kierunku żadnej potrzeby. Pewnym wytchnieniem są dla mnie rozmowy z p. WACHOWSKIM, który jest bardzo zdolnym historykiem — zajmuje się głównie historią prawno-polityczną — umysł, który obok wielkiej wiedzy i metodyczności posiada zdolność ostrożnego uogólniania zjawisk historycznych i prawno-politycznych.

Mam nadzieję, że będę mógł niezadługo przysłać Panu Profesorowi nową wiązankę wiadomości o sobie i o pracach moich.

Tymczasem kreślę się z wyrazami szczerego poważania i niezmiennej wdzięczności za życzliwość.

Jan Łukasiewicz

33.

Charlottenburg 4
Wielandstrasse 58

12.12.1904.

Szanowny Panie Profesorze!

Otrzymałem dzisiaj ze Lwowa urgens, który mi przysłała Biblioteka Univers[ytecka] 7 bm. z wezwaniem oddania HUME'A. Egzemplarz ten tak rozmaite przechodził koleje, że dzisiaj nie przypominam już sobie, czy go oddałem wprost do Biblioteki, czy też Panu Profesorowi. Wiem tylko na pewno, że go nie posiadam, i zdaje mi się, że ma go Pan Profesor. Bardzo więc byłbym wdzięczny, gdyby Pan Profesor zechciał stwierdzić, co się z tą książką dzieje. Urgens załączam, gdyby był potrzebny.

Co się tyczy prac moich, zajmuję się obecnie w Instytucie eksperymentami nad porównywaniem ciężarów. Chodzi o wyszukanie progu czułości (*Unterschiedsemfindlichkeit*). Mam dwie osoby do dyspozycji, z którymi eksperymentuję, i 4 ciężarki (1150, 1200, 1300 i 1350 g — ciężar normalny 1250 g). Eksperymenta robię według metody wypadków prawdziwych i fałszywych; zdaniem prof. STUMPFA i SCHUMANNA jest ta metoda najlepszą, jeżeli nie jedyną, gdyż np. rezultaty metody różnic właśnie jeszcze dostrzegalnych zawierają z reguły mnóstwo błędów (mają wiele «*Fehlerquellen*»), o czym się zresztą sam przekonałem. Chodzi naturalnie tylko o ćwiczenia, a nie o jakieś systematyczne badania naukowe.

Na wykładach przedstawił prof. STUMPF możliwe insterpretacje prawa FECHNERA, i spory oraz zarzuty, tyczące się tego prawa. STUMPF sądzi, że jest to prawo fizjologiczne, które określa stosunek między podnietą a procesem nerwowym — albowiem zdaniem jego nie można by sobie w razie przeciwnym wytłumaczyć, dlaczego przy bardzo słabych i bardzo silnych podnietach prawo to okazuje się mylne. Szkoda, że STUMPF za mało czasu poświęcił na omówienie tych spornych i zawiłych dosyć kwestii. Obecnie mówi o wyobrażeniach odtwórczych, a w szczególności o kojarzeniu się wyobrażeń, sprowadzając wszystkie wypadki kojarzenia do jednej formułki: gdy w danych «okolicznościach» psychicznych U wystąpiło wyobrażenie V, występuje w podobnych okolicznościach U_1 wyobrażenie V_1. STUMPF utrzymuje, że do formułki tej dadzą się sprowadzić zarówno

wypadki kojarzenia na podstawie podobieństwa, jak i na podstawie styczności (*contiguity*).

Dzięki uprzejmości p. SCHMIDKUNZA, z którym się już dobrze zaznajomiłem, byłem wczoraj z nim razem na popularnym koncercie z filharmonii w sali Beethovena (Trio Es-dur op. 70 nr 2 BEETHOVENA, odegrane przez holenderskich artystów, pieśni SCHUBERTA *etc.*). Po koncercie kawiarnia Josty'ego i pogadanka o rozmaitych kwestiach filozoficznych, szczególnie o stosunkach koniecznych, które mnie teraz zajmują.

Z wielkim zainteresowaniem dowiaduję się od Dra SCHMIDKUNZA o rozmaitych drobnych szczegółach, tyczących się BRENTANA, który, jak p. SCHMIDKUNZ trafnie się wyraził, staje się coraz to bardziej jakąś postacią legendarną. Powiedziałem przy tym p. SCHMIDKUNZOWI, w jaki sposób ja pojmuję i oceniam szkołę BRENTANA, do której i sam przecież pośrednio należę. Zdaje mi się mianowicie, że charakterystyczną cechą tej szkoły jest nie tyle psychologizm (mimo psychologii „*vom empirischen Standpunkte*"), ile raczej formalizm i aprioryzm, i łącząca się z tym znakomita dialektyka oraz metodyczność, godna wielkich mistrzów filozofii wieku XIII, która cechuje uczniów i zwolenników tej szkoły. Formalizm ten i ową metodyczność spostrzegam u SCHMIDKUNZA, to samo przebija się u STUMPFA, niezmiernie wyraźnie u HÖFLERA, natomiast nie spostrzegam tego u nie-brentańczyków, jak np. u SCHUMANNA. Ani też u wielkich przedstawicieli filozofii nowożytnej. P. SCHMIDKUNZ ma rację mówiąc, że wykształcenie filozoficzne w Niemczech cofnęło się, i znowu zdaje mi się, że przyczyną tego są nauki empiryczne i psychologizm. Punkt ciężkości, centrum i największe znaczenie nauk filozoficznych tkwi przecież nie w psychologii i nie w empirycznych działach filozofii w ogóle, ale w jej partiach formalnych i apriorycznych, dla których największa część dzisiejszych empirystów nie ma żadnego poczucia ani zrozumienia, właśnie z powodu braku wykształcenia prawdziwie filozoficznego. Ceniąc empirię, nie należy — zdaje mi się — nie doceniać aprioryzmu.

O tym jednak wiele by można jeszcze napisać, na co mi czas i miejsce nie pozwalają. Kończąc, łączę wyrazy prawdziwego poważania i uprzejme zasyłam ukłony.

Jan Łukasiewicz

34.

Charlottenburg 6.02.1905.

Szanowny Panie Profesorze!

Dziękuję serdecznie za egzemplarz przekładu HUME'A i za list z dn[ia] 2 bm. Przepraszam zarazem, że długo nie pisałem, ale tak bardzo zajęty jestem roz-

maitymi pracami, iż nawet do domu od czasu do czasu tylko kartkę napisać mogę.

Wdzięczny jestem bardzo Panu Profesorowi za łaskawe starania w mojej sprawie stypendyjnej. Nie pojmuję wprost, dlaczego tak prosta sprawa tak długo ciągnąć się musi. Byleby tylko uwieńczona została dobrym skutkiem! Jeżeli wynik jej będzie dla mnie pomyślny, będę mógł to zawdzięczać przede wszystkim poparciu i staraniom Pana Profesora.

Przekład HUME'A jest właściwie wyłączną zasługą Pana Profesora. Przyznaję się szczerze, że robota ta była dla mnie tak trudna, a przy tym wypadła w tak niepomyślne dla mnie czasy, że to, co ja zrobiłem, nie da się porównać z pracą Pana Profesora. Jeżeli Pan Profesor uważał mimo to za stosowne podpisać i mnie pod tłumaczeniem, to muszę naturalnie uznać ów *fait accompli*, i chętnie przyjmuję na siebie połowę odpowiedzialności. W każdym razie nie będę się nigdy wahał wyznać otwarcie, że jeżeli przekład ten jest tak dobry, jak mi się wydaje, to cała zasługa należy wyłącznie Panu Profesorowi.

Z czterech egzemplarzy, które Pan Profesor dla mnie jeszcze zarezerwował, proszę dwa przysłać do Charlottenburga; dwa inne odbiorę we Lwowie. Koszta przesyłki zwrócę z podziękowaniem po powrocie do domu.

Jakkolwiek bowiem ułoży się sprawa stypendyjna, przyjadę po ukończeniu półrocza zimowego, tzn. w połowie marca, do Lwowa, do którego jestem już bardzo stęskniony. Na kurs letni pojadę za granicę tylko w tym wypadku, gdy otrzymam stypendium. Nie wiem wszakże, czy obiorę Getyngę. W ciągu całego tego trzymiesięcznego pobytu w Berlinie, wypełnionego wytężoną pracą naukową, ugruntowałem się tak dalece w pewnych zasadniczych poglądach filozoficznych, do których skłaniałem się już i dawniej, że w Getyndze nic dla siebie nie znajdę. Jakkolwiek zgadzam się z HUSSERLEM co do stanowiska jego w kwestii stosunku logiki do psychologii, to sądząc jednak na podstawie drugiego tomu jego *Badań logicznych*, widzę wyraźnie, że HUSSERL za głęboko tkwi w psychologizmie, by mógł zdobyć się na jakąś śmiałą reformę czystej logiki formalnej. Miałem sposobność poznać tutaj niezliczone razy panujący kierunek filozoficzny w Niemczech, i przekonałem się, co i p. SCHMIDKUNZ przyznaje, że Niemcy nie mają dziś pojęcia, co to jest logika i metafizyka, i filozofia w ogóle. Coraz bardziej przychylam się do zdania, że właściwy kierunek filozoficzny tkwi w czymś, z czego już wyszedł BRENTANO, tylko nie umiał oddzielić tego jedynie prawdziwego czynnika od współczesnych prądów filozoficznych. Zdaje mi się, że prawdziwa filozofia leży w kierunku ARYSTOTELESA i scholastyków, a ten punkt widzenia zaprowadzi mnie nie do Getyngi, tylko np. do Lowanium. Nie stojąc bynajmniej na stanowisku klerykalnym lub kościelnym, chcę w przeciwstawieniu do całej prawie filozofii nowożytnej i do całego nowożytnego empiryzmu, wbrew krytyki KANTA, którą uważam za zupełnie chybioną i nieudolną, wskrzesić nie tylko niektóre zapomniane już dzisiaj poglądy metafizyczne scholastyków, ale przede wszystkim ich ścisłą metodę aprioryczną. A więc neoscholastycyzm, pom-

ny błędów, które go zabiły (jakkolwiek nominalizm i konceptualizm nazwać można „*felix culpa*"), uznający niezmierną doniosłość i wartość wszelkich badań empirycznych, ale stanowczo przeciwny psychologicznemu traktowaniu logiki, metafizyki i filozofii całej w ogóle.

Chcę zatem poznać bliżej tę filozofię, do której w działalności naukowej pragnę nawiązać. Chcę poznać przede wszystkim filozofię św. TOMASZA i innych wybitnych scholastyków; z historycznych problematów pragnę stworzyć aktualne. Wobec tak powszechnie panującego subiektywizmu a nawet sceptycyzmu, który jest konsekwentnym wynikiem psychologicznego stanowiska w filozofii (żadna «oczywistość» nie może uratować obiektywnej prawdy), chcę okazać nie tylko u nas, ale może i za granicą, że istnieje zarówno w logice, jak w metafizyce, a może nawet i w etyce, jakaś silna ostoja, której żadna «krytyka» czystego rozumu dosięgnąć nie potrafi.

Wiem bardzo dobrze, że Pan Profesor nie będzie zapewne podzielał mojego stanowiska. Działając jednak w kierunku innym niż Pan Profesor, czuję mimo to bardzo dobrze, że jestem właśnie i pod tym względem tylko uczniem Pana Profesora. To zainteresowanie się scholastyką i ARYSTOTELESEM, które umiał Pan Profesor wzbudzić we mnie wykładami Swoimi z historii filozofii starożytnej i średniowiecznej, uznanie i sympatia pewna, z jaką wyrażał się Pan Profesor zawsze o scholastykach, rozamite ustępy w pracach Pana Profesora (np. w *Zur Lehre vom Inhalt u[nd] Gegenstand der Vorstellungen*), a przede wszystkim ów niewątpliwie scholastyczny moment w rozumowaniu i dyskutowaniu, dzięki któremu wyszkoliłem się logicznie, wszystko to mogło sprawić, że dzisiaj zarówno pod wpływem otoczenia, które całą mądrość widzi w tym, co namacać można, jak i z powodu długotrwałej pracy nad kwestiami moimi, w których — zdaje mi się — zdobyłem wiele nowych i ważnych rezultatów, nastąpił u mnie zwrot w moich poglądach filozoficznych, którego powstanie przecież jednak genetycznie wytłumaczyć można. Niedarmo był BRENTANO dominikaninem i pisał monografie o ARYSTOTELESIE.

Mimo to nie pragnę w niczym obniżać wartości psychologii, i zastrzegam się przeciwko temu bardzo wyraźnie. Właśnie teraz miałem sposobność przekonać się, że w psychologii eksperymentalnej daleko więcej będzie można zrobić, niż sądzą może sami psychologowie eksperymentalni. Od trzech miesięcy jestem stale codziennie przez dwie godziny w Instytucie Psychologicznym, i poznałem już mnóstwo przyrządów i przerobiłem mnóstwo eksperymentów. W ostatnich dniach mierzyłem rozmaite czasy reakcji przy pomocy chronoskopu HIPPA, a obecnie przechodzę do badań eksperymentalnych nad pamięcią. Skutkiem tego zdaje mi się, że będę miał może potrzebne wiadomości i pewną wprawę techniczną, ażeby w przyszłym Laboratorium Psychologicznym we Lwowie zająć miejsce asystenta. Wdzięczny jestem, że mnie Pan Profesor pragnie wybrać na swego współpracownika. Z wielu względów byłoby to dla mnie bardzo pożyteczne. Przede wszystkim choćby dlatego, że w tych pracach eksperymentalnych

będę miał jakąś przeciwwagę do moich badań apriorycznych, i zmniejszy się może niebezpieczeństwo, że zapędzę się za daleko w jednostronnym kierunku. Naturalnie gotów jestem pracować w Instytucie bez względu na to, czy rząd zechce, czy nie, kreować płatną posadę asystenta.

Za myśl tę wdzięczny jestem Panu Profesorowi i z innego względu. Długo już uczę się, a nic prawie dotychczas nie napisałem i nie zdziałałem. Czuję ogromną potrzebę zacząć raz działać i jako uczony, i jako nauczyciel. Pan Profesor wie dobrze, że w ostatnich latach miałem w swoim życiu osobistym wiele ciężkich przejść, które mnie były daleko silniej zgniotły niż okazywałem. Dziś uzyskałem wreszcie spokój i równowagę umysłową, i godzę się z myślą rezygnacji z tego, co nazywa się osobistym czy rodzinnym szczęściem. Ale tym bardziej pragnę działać i coś pożytecznego zrobić; mieć uczniów, których bym nauczał, i którymi bym się tak zajmował, jak Pan Profesor mną, i działać naukowo w myśl poglądów, o których słuszności jestem przekonany. O tyle tylko przedstawia życie moje dla mnie, a może i dla społeczeństwa, jakąś wartość. A czy przy tym uzyskam uznanie, czy prędzej czy też później zdobędę katedrę, to rzecz drugorzędna. Chodzi mi o sposobność do działania, a tę mieć BĘDĘ, BĘDĄC DOCENTEM Uniwersytetu i asystentem Instytutu Psychologicznego.

Dziękuję za wskazanie na publikację MEINONGA; wiem o niej, i mam zamiar uwzględnić ją w razie potrzeby w swoich pracach. Wiem jednak zarazem, że zawiera co innego, niż ja robię. To, co ja nazwałbym nauką o przedmiotach, a co nie jest niczym innym jak pierwszą filozofią ARYSTOTELESA (*Met.* Γ.1.) albo wprost ontologią, bardziej zbliża się może do metafizyki opisowej Pana Profesora, niż do teorii przedmiotów MEINONGA. MEINONG robi analizy psychologiczne; stosunek jego teorii do mojej jest taki, jaki zachodzi np. między psychologią sądów a logiką.

Od kolegów moich mam bardzo mało wiadomości, bo i sam z powodu braku czasu bardzo mało piszę. Na ręce FRYCZA wysłałem wczoraj wkładkę do Towarzystwa w kwocie 12 k za r[ok] 1905, oraz 4 k na *Przegląd Filozoficzny*. Cieszę się, że wybrany jestem zastępcą członka Wydziału, a więc że nie obcy jestem znowu w Towarzystwie, z którym od początku jak najbliżej się zrosłem.

Największą wszakże radość sprawia mi myśl, że już za pięć tygodni wyrwę się z tego obcego miejsca, którego mam już dosyć, do domu, i zobaczę wszystkich i wszystko.

Zasyłam Panu Profesorowi serdeczne pozdrowienia i ukłony, i łączę wyrazy wysokiego szacunku.

Jan Łukasiewicz

35.

Graz 19.11.1908.
Hotel Goldene Birn, Leonhardstr.

Kochany Panie Profesorze!

Moja podróż naukowa odbywa się dotychczas bardzo pomyślnie.

W Krakowie złożyłem wizytę ks. PAWLICKIEMU. Przyjął mnie herbatą i ciastkami, a w ciągu rozmowy spytał mnie się, czy zamierzam korzystać ze stypendium przez dwa lata, czy też tylko przez rok jeden. Nie byłoby może rzeczą wskazaną — powiada — przedłużać stypendium na rok przyszły, albowiem niebawem będą w Krakowie dwie katedry wolne, a ja jestem jednym z kandydatów. Trzeba tylko, ażebym coś jeszcze w ciągu tego roku napisał, i dał się poznać w ten sposób członkom kolegium filozoficznego w Krakowie.

Wiadomość ta była dla mnie oczywiście bardzo miła, a ponieważ wiem, że przede wszystkim Panu Profesorowi zawdzięczam utorowanie drogi w Krakowie, dlatego też starałem się powtórzyć powyższą rozmowę dosłownie, o ile ją pamiętam, w nadziei, że Pana Profesora zajmie.

W Grazu doznałem ze strony prof. MEINONGA jak najserdeczniejszego przyjęcia. Oświadczył gotowość prowadzenia ze mną dyskusji po każdym wykładzie, wystawił mi kartę seminarialną i oddał klucz od biblioteki seminarialnej, ażebym w każdej porze mógł korzystać ze wszystkich urządzeń seminarialnych. Panu Profesorowi zasyła uprzejme ukłony.

MEINONG wykłada obecnie 4 g[odziny] tyg[odniowo] o „przypuszczaniu i prawdopodobieństwie" (*Über Vermuten u[nd] Wahrscheinlichkeit*). Jest to dalszy ciąg kolegium o teorii poznania, którego w poprzednim półroczu nie mógł dokończyć. Wykłady zaczyna dopiero 25 a nawet 30 minut po godzinie, na każdym zaś wykładzie ma najwyżej 30 słuchaczy. Seminaria odbywają się każdej środy, a tematem ćwiczeń jest lektura książki MESSERA: *Empfindung u[nd] Denken*. Ma to być streszczenie poglądów, zawartych w II tomie znanego dzieła HUSSERLA, *Log[ische] Untersuchungen*. W seminarium bierze udział około 10 słuchaczy (w tym trzy kobiety), a ponadto uczęszczają jako goście, prof. DAUBLEBSKY v. STERNECK, matematyk, prof. BENNDORF, fizyk, dr WITASEK i MALLY. Miłe to robi wrażenie, że prof[esorowie] innych przedmiotów interesują się filozofią, i jak słuchacze uczęszczają na seminarium swego kolegi, biorąc w dyskusjach czynny udział. Oczywiście poznałem wszystkich tych panów, którzy są bardzo mili, a zwłaszcza znajomy zresztą Panu Profesorowi p. STERNECK.

W dotychczasowych dyskusjach z MEINONGIEM poruszaliśmy kwestię aktu, treści i przedmiotu przedstawień oraz kwestię oczywistości.

TREŚCIĄ przedstawienia zowie MEINONG to, czym się różnią akty przedstawień tyczące się RÓŻNYCH przedmiotów. Jeśli zaś dwa przedstawienia są różne, chociaż

mają ten sam przedmiot, jak np. ton spostrzegany i odtworzony, tam zachodzi różnica w AKTACH.

MEINONG wyznaje zasadę, że różnym przedmiotom odpowiadają ZAWSZE różne treści i na odwrót, a pozorne wyjątki [od] tej zasady tłumaczy w ten sposób, że odróżnia przedmiot dalszy od bliższego, Tak np. przedstawienie „trójkąta równobocznego" i „równokątnego" mają różne treści, ale też i różne przedmioty BLIŻSZE (tzn. właśnie trójkąt RÓWNOBOCZNY i RÓWNOKĄTNY); te przedmioty bliższe odnoszą się jednak do jednego i tego samego przedmiotu DALSZEGO, którym jest trójkąt, będący zarazem równobocznym i równokątnym.

Nie mogliśmy się również porozumieć w sprawie oczywistości. MEINONG wszystkie pojęcia psychologiczne, których używa, określa *a priori*, i z definicji dedukuje najrozmaitsze konsekwencje. A więc oczywistość jest pewną cechą aktu sądzenia, którą można w doświadczeniu wewnętrznym spostrzec. Jest to zarazem cecha takich aktów sądzenia, które ujmują RZECZYWISTE obiektywy; a zatem oczywiste akty sądzenia są zawsze prawdziwe. Gdy spytałem się, czy nie istnieją może oczywiste akty sądzenia, które są MYLNE (np. KARTEZJUSZ uważał swój dowód istnienia Boga za oczywisty), odpowiedział mi MEINONG, że takich wypadków tak samo nie ma, jak nie ma okrągłych kwadratów. Sądy oczywiste są prawdziwe *ex definitione*. Jeśli kto uważa sąd fałszywy za oczywisty, to myli się co do oczywistości tego sądu i widzi tam oczywistość, gdzie jej nie ma.

Przyznał wszakże MEINONG, że oczywistość jako kryterium prawdy może nas zawodzić; ale lepszego kryterium nie mamy.

Oto najważniejsze szczegóły dotychczasowych naszych dyskusji.

W Grazu bardzo mi dobrze, mieszkam w hotelu i mam pensję za 5 k dziennie. W Wiedniu byłem w dwu kabaretach, w Hölle i Fladermans, piłem także dobre wino u Maxima. Zwiedzałem muzeum *etc.*

Co się dzieje z *Przeglądem Filozoficznym*? Jak donoszą mi z domu, dotąd (do 15 bm.) 4 zeszytu nie otrzymałem.

Zasyłam serdeczne ukłony i pozdrowienia i kreślę się z wyrazami prawdziwego poważania.

Jan Łukasiewicz

36.

Paryż
50 rue Jacob

19.11.1908.

Kochany Panie Profesorze!

Zajechałem zrazu do hotelu Melherbe przy rue Vaugirard i mieszkałem tam przez dni kilka. Przekonałem się wszakże, że w zimie w hotelu tym mieszkać wprawdzie można, ale nie można pracować, ponieważ nie jest opalany. Wobec

tego przeniosłem się do hotelu innego przy rue Jacob, który ma „*chauffage central*" i „*éclairage à élécticité*". Pensja wynosi 7 fr 50 c dziennie. W tym samym hotelu mieszka dr TOKARZ, bardzo miły towarzysz.

Nazwiska COUTURATA, na którym mi głównie zależało, w spisie wykładających nie znalazłem. Z trudnością tylko udało mi się wydostać jego adres. Udałem się do niego z poleceniem MEINONGA. Przyjął mnie bardzo uprzejmie, lecz z góry zaznaczył, że nie może mi służyć żadnymi informacjami, ponieważ od dwu lat przestał zajmować się filozofią, porzucił wykłady i nawet nie jest „*au courant*" bieżącej literatury logicznej. Cały swój czas i wszelkie siły swoje poświęca propagandzie języka międzynarodowego, którym jest zreformowane Esperanto. COUTURAT jest sekretarzem delegacji międzynarodowej, utworzonej w celu propagowania języka wszechświatowego, a na czele tej instytucji stoją między innymi OSTWALD i lingwista z Kopenhagi JESPERSEN. Dostałem od COUTURATA mnóstwo broszur, tyczących się tej sprawy. Esperanto zreformowane („*Linguo internaciona di la delegitaro, sistemo Ido*") różni się od właściwego niektórymi regułami gramatycznymi, głównie zaś słownictwem. Zasadą języka tego jest zdanie, że „*la max bona linguo internaciona esas ta, qua prizentas la max granda facileso por la max multa homi*".

Właściwy cel pobytu mojego w Paryżu nie da się zatem uskutecznić. Mimo to pozostanę tutaj, skoro już raz jestem, przez 2 miesiące, a na Święta Wielkanocne wrócę do Lwowa. Będę kończył rozprawę o zasadzie sprzeczności, uczęszczać będę na wykłady filozofii średniowiecznej p. PICAVETA, a poza tym oglądać będę Paryż. Filozof nie musi się uczyć z książek i wykładów.

Byłem już kilka razy w Luwrze; Wenus Milońska przecudna!

Przypomina sobie Pan Profesor, że na wieczorze u p. WEINBERGOWEJ prosił mnie BAD o «interwencję» w sprawie nauczania religii żydowskiej w gimnazjum żeńskim. Nie mogę oczywiście mieszać się do spraw nieswoich, których zresztą nawet i znam; ale bardzo bym się cieszył, gdyby można tę sprawę załawić ku zadowoleniu wszystkich stron. BAD powiada, że jest to dla niego poważna kwestia życiowa, ponieważ musiałby ustąpić z gimn[azjum] żeńskiego, i utraciłby znaczny zarobek, a poza tym dotyka go ta kwestia i ze względów moralnych. Cenię bardzo p. BADA jako człowieka idei i jako niezwykłą indywidualność; syjonizm sam jest mi nawet sympatyczny, bo uważam go za dowód godności własnej Żydów i niemałej kultury. Pozyskanie syjonistów dla sprawy polskiej uważałbym za rzecz bez porównania lepszą i korzystniejszą, niż wszelkie dążenia asymilacyjne. Więc prosiłbym bardzo Pana Profesora, o ile to możliwe, o względność dla BADA, nawet w razie odmowy jego życzenia.

W tych dniach prześlę BANDROWSKIEMU streszczenie mojego odczytu. Nie miałem po prostu spokojnej chwili, by zrobić to streszczenie przed odjazdem. Pojawi się ono i tak dopiero w 2 zesz[ycie] *Przeglądu Filozoficznego*.

Łączę wyrazy prawdziwego poważania i zasyłam serdeczne pozdrowienia.

Jan Łukasiewicz

Proszę pozdrowić wszystkich członków Towarzystwa Filozoficznego.

37.

Lwów 7.03.1909.

Kochany Panie Profesorze!

Matce mojej nie jest lepiej; utworzył się eksudat, który sprawia dotkliwe bóle. Wobec tego nie wiem, czy będę mógł się widzieć w tym tygodniu z Panem Profesorem.

Co się tyczy drugiej raty stypendialnej, to sprawa wydaje mi się jasna i nie wymaga wielkiego namysłu. DRUGA RATA STYPENDIALNA MUSI MI BYĆ W KAŻDYM RAZIE WYPŁACONA. O ile pamiętam postanowienia statutu (zawierają się one w *Roczniku Akademii* z r. 1905, zdaje mi się), stypendium JEST PŁATNE W CAŁOŚCI Z GÓRY. Komitet stypendyjny ma wprawdzie prawo i obowiązek czuwać nad sprawowaniem się stypendystów, ale nie ma o tym nigdzie mowy, że w razie «złego» sprawowania się stypendysty stypendium może być odebrane.

Zdaje mi się zatem, że rozdzielanie stypendium na dwie raty i żądanie sprawozdania jest zupełnie dowolnym zarządzeniem p. ULANOWSKIEGO. W ogóle pan ten za bardzo rządzi się na własną rękę i byłby najwyższy czas, ażeby jego samowolę ukrócić.

Gdy będę miał więczej czasu wolnego, przejrzę raz JESZCZE dokładnie postanowienia statutu, a następnie napiszę grzeczny ale bardzo stanowczy list do p. ULANOWSKIEGO z żądaniem natychmiastowej wypłaty 2500 k, i z zagrożeniem, że w razie odmowy odwołam się do pełnego komitetu stypendialnego względnie do tych czynników, które powołane są Z URZĘDU do czuwania nad PRAWIDŁOWYM WYKORZYSTYWANIEM postanowień statutu fundacyjnego.

Łączę uprzejme ukłony i wyrazy prawdziwego poważania.

Jan Łukasiewicz

38.

Lovrana 14.05.1911.
Villa Fernandea

Kochany Panie Profesorze!

Wczoraj wieczór otrzymałem *via* Lwów list od p. ĆWIKLIŃSKIEGO z wiadomością, że Cesarz nada mi tytuł prof[esora] nadzw[yczajnego], a Ministerstwo daje mi Lehrauftrag począwszy od r[oku] szk[olnego] 1911/[19]12 z remuneracją 1200 k rocznie. Rad jestem, że w ten sposób sprawa znalazła swe rozwiązanie

i szczerze wdzięczny jestem Panu Profesorowi za tak skuteczne poparcie zarówno we Lwowie, jak w Wiedniu.

P. ĆWIKLIŃSKIEMU napisałem natychmiast list z wyrazami podziękowania.

Z listu p. ĆWIKL[IŃSKIEGO] wnoszę, że życzenia moje jedynie w części zostały spełnione, ponieważ prawdopodobnie za bieżący rok szkolny nic nie dostanę. Ale wniosek ten pozostaje znowu w niezgodności z wiadomością, którą otrzymałem od Pana Profesora, że udało się *pro praeterito* uzyskać czegom pragnął. Przypuszczam, że niezgodność ta niebawem się wyjaśni.

Pan Profesor otrzymał zapewne moją kartkę w sprawie Zjazdu Krakowskiego. Nie wiem, czy drugi komitet, tak jak pierwszy, prosił Pana Profesora o referat w sprawie stosunku filozofii do nauk szczegółowych wzgl[ędnie] do matematyki; gdyby tak było, to bym znowu chętnie, tak jak poprzednio, zamieniał się z Panem Profesorem. Czekam zresztą decyzji Pana Profesora.

Kaszel mój tymczasem powoli znika, a i Mama moja ma się nieco lepiej. Mamy zamiar pozostać tutaj jeszcze ze dwa tygodnie. Lovrana wyludnia się powoli w okresie przejściowym między zimowym sezonem klimatycznym, a letnim kąpielowym.

Łączę uprzejme ukłony od siebie i od Mamy, i zasyłam Kochanemu Panu Profesorowi serdeczne pozdrowienia.

Szczerze oddany *Jan Łukasiewicz*

39.

Lwów 10.12.1912.

Kochany Panie Profesorze!

Na ostatnim posiedzeniu Grona Profesorów, które odbyło się 29 listopada, raczył Pan Profesor postawić wniosek, ażeby remuneracje moją za wykłady, która wynosi obecnie 1200 k rocznie, podniesiono do kwoty 2400 k. O tym, że taki wniosek ma się pojawić, dowiedziałem się z ust Pana Profesora na kilka godzin przed posiedzeniem. Proszę mi więc wybaczyć, że nie mogłem zdać sobie od razu sprawy z sytuacji i powziąć w przeciągu kilku godzin jeszcze przed posiedzeniem tę ważną decyzję, jaką pragnę Panu Profesorowi zakomunikować.

Widzę dziś bardzo jasno, że trudno mi marzyć o rychłym osiągnięciu w Uniwersytecie takiego stanowiska, które by mi zapewniło trwałe podstawy bytu materialnego. Nic zaś dziwnego, że filozof i o takich rzeczach niekiedy pomyśleć musi. Proponowane podwyższenie remuneracji mogłoby przypaść dopiero na rok 1914; płacę, i tak nie nazbyt wielką, jaka jest przywiązana do rzeczywistej katedry nadzwyczajnej, mógłbym zatem uzyskać najprędzej w r[oku] 1915, i to, jak zwykle bywa, dopiero od października. A więc w najlepszym razie niemal

za lat trzy. Nie mam przy tym żadnej pewności, czy nie stanie się to dopiero za lat 4 lub 5 albo jeszcze później.

Pan Profesor zrozumie, że przykro jest człowiekowi, stojącemu już w 35 roku życia, nie mieć zapewnionych podstaw samoistnego bytu i być skazanym na pomoc obcą, choćby najżyczliwszą. Już ten jeden wzgląd moralny wystarcza, ażeby usprawiedliwić decyzję, z którą, jak Panu Profesorowi dobrze wiadomo, nosiłem się już długo, a na którą zdobywam się ostatecznie z wielkim bólem serca. Będę musiał w najbliższej przyszłości przerwać swą działalność uniwersytecką, tak naukową jak administracyjną, ażeby móc wytężyć całą energię na zdobycie w nowym zawodzie czy zajęciu tych warunków bytu, jakie nie były mi dane w dotychczasowym.

Pragnę oczywiście i nadal zachować tytuł profesora i możność wykładania, bo są to drogie dla mnie węzły, łączące mnie z Uniwersytetem. Dołożę wszelkich starań, ażeby przyszłe moje zajęcia tak się ułożyły, bym mógł jak najwięcej chwil wolnych poświęcać pracy naukowej i miewać także w pewnych odstępach czasu wykłady, zwłaszcza wtedy, gdy będę miał coś nowego do powiedzenia.

Nie mogę jednakże myśleć nadal o systematycznie prowadzonych wykładach. Wobec tego nie tylko wniosek o podwyższenie mojej remuneracji staje się bezprzedmiotowy, ale będę musiał także zrzec się, czy to już od półrocza letniego, czy może dopiero od przyszłego roku akademickiego tej remuneracji, którą obecnie pobieram. Zwracam się dlatego do Pana Profesora z prośbą, ażeby na jednym z najbliższych posiedzeń Grona Profesorów zechciał spowodować cofnięcie uchwały, tyczącej się podniesienia mojej remuneracji, i usprawiedliwić wobec Kolegium ten mój krok przez podanie jego motywów.

O wysłaniu tego listu i o jego treści zawiadamiam równocześnie Pana Dziekana Bruchnalskiego, prosząc o postawienie poruszonej sprawy na porządku dziennym jednego z najbliższych posiedzeń.

Łączę uprzejme ukłony i wyrazy prawdziwego poważania.

Jan Łukasiewicz

40.

Lwów 3.10.1913.

Wielce Szanowny Panie Profesorze!

Bardzo przepraszam, że nie będę mógł przybyć na dzisiejsze posiedzenie.
Łączę wyrazy prawdziwego szacunku.

Jan Łukasiewicz

41.

Lwów 18.05.1914.

Wielce Szanowny Panie Profesorze!

Mam zaszczyt donieść, że zgodnie z życzeniem Pana Profesora cofnąłem wykłady z logiki, zapowiedziane przeze mnie na najbliższe półrocze zimowe.

Łączę wyrazy prawdziwego poważania.

42.

Lwów 13.04.1915.
ul. Jakuba Strzemię 2

Wielce Szanowny Panie Profesorze!

Mamy od władz pozwolenie na wydawanie *Ruchu Filozoficznego*. Komitet Redakcyjny chce wydać zeszyt, zamykający rok 1914 i w miarę możności finansowej prowadzić wydawnictwo dalej. WERYHO prosi o to. Postaramy się o pokrycie kosztów. Prosimy Pana Profesora jako Wydawcę o upoważnienie nas do wydawania *Ruchu* i o zezwolenie zużytkowania zebranych już materiałów.

Łączę uprzejme ukłony i pozdrowienia.

Jan Łukasiewicz

43.

Kraków 7.11.1915.
Hotel Pollera

Kochany Panie Profesorze!

Inauguracja przełożona na 15–tego. Do Rektoratu krakowskiego nadszedł wczoraj, 6.11, telegram z Warszawy z zapytaniem o nasze, tzn. moje i mego towarzysza, daty urodzenia, celem przesłania nam niezbędnych „*Passierschein*". Świadczy to o jakimś nieporozumieniu. Rektor na moje życzenie prosił o przesłanie tych przepustek do Krakowa. Ponieważ potrwa to z kilka dni, przeto ja jadę tymczasem dziś wieczór do Wiednia, zaś prof. KALL[ENBACH] próbuje przejechać granicę z dokumentami, które otrzymaliśmy we Lwowie. Jutro będę w Wiedniu u Eks. ĆWIKLIŃSKIEGO, ażeby podziękować mu za życzliwość Rządu w naszej sprawie.

Widziałem się tutaj z p. RUBCZYŃSKIM, byłem u p. ULANOWSKIEGO i u Rektora.

Zasyłam uprzejme ukłony i serdeczne pozdrowienia.

Jan Łukasiewicz

44.

Kraków 12.11.1915.
Hotel Pollera

Kochany Panie Profesorze!

Dowiedziałem się od p. A. KOSTANECKIEGO, że zarówno Politechnika Lwowska, jak Uniwersytet Jagielloński przesyłają adresy i do Uniwersytetu Warszawskiego i do POLITECHNIKI Warszawskiej; o ile mi zaś wiadomo, p. KALLENBACH powiózł od nas tylko jeden adres do Uniwersytetu Warszawskiego, do Politechniki zaś nie. Donoszę o tym, bo może Pan Rektor zechce coś w tej sprawie zarządzić.

Byłem w Wiedniu i widziałem się z Ekscelencją p. ĆWIKLIŃSKIM. Czekamy z p. KOSTANECKIM na przepustki. Jestem jednak zdecydowany jechać jutro, 13, choćby przepustki nie nadeszły. P. KALLENBACH pojechał i nie wrócił, więc może dojechał.

Zasyłam uprzejme ukłony i łączę wyrazy głębokiego poważania.

Jan Łukasiewicz

45.

Warszawa 23.11.1915.
Hotel-Pensjonat „Jaskółka" Tekli Nałęcz-Swaryczowskiej
Jasna 8, tel. 82–66

Kochany Panie Profesorze!

Dostaliśmy się z p. A. KOSTANECKIM bez żadnych trudności i bez przepustek do Warszawy w przeddzień inauguracji. Inauguracja, zarówno w katedrze św. Jana, jak w auli, odbyła się bardzo ładnie, bez żadnych dysonansów. Rektor, bardzo sympatyczny i jak się zdaje energiczny człowiek, wygłosił piękne przemówienie, w które wplótł kilka zdań niemieckich, skierowanych osobiście do przedstawiciela rządu, gen. v. BESELERA. BESELER odpowiedział krótko i b[ardzo] taktownie. Wykłady rozpoczęły się nazajutrz po inauguracji. Ja jednakże z p. KOSTANECKIM zaczęliśmy dopiero wczoraj, 22.11. Dziekanem naszym jest p. A. A. KRYSIŃSKI, nasz lwowski kolega, ponieważ p. KOCHANOWSKI zrezygnował i do Uniwersytetu nie należy. Kuratorem Uniw[ersytetu] jest hr. HUTTEN-CZAPSKI, któremu złożyłem wizytę. Byłem także u ks. arcybiskupa warsz[awskiego] i u br. ANDRIANA, delegata minist[erstwa] spraw zewn[ętrznych] z Wiednia.

Umowę zawarłem naprzód ustnie z prof. PASZKOWSKIM z Berlina (Niemcem, który wykłada w Uniwersytecie literaturę niem[iecką] i jest referentem do spraw uniwersyteckich przy Zarządzie Administracyjnym Niem[ieckim]). Ofiarował mi z początku po 500 marek za godz. tygodn[iowo], gdy jednak powiedziałem, że wedł[ug] intormacji p. ĆWIKLIŃSKIEGO z Wiednia mam być traktowany jak inni

profesorowie lwowscy, otrzymałem pensję za rok cały (do końca września 1916) w kwocie 5830 mk, co odpowiada 3500 rb. Pensja ta będzie nam wypłacana miesięcznie z góry. Dekret nominacyjny już mam i złożyłem przyrzeczenie służbowe wraz z innymi na ręce Rektora w obecności Kuratora. Wykładam w półroczu zimowym: logikę 3 godz. tyg[odniowo], 2 godz. ćwiczeń logicznych w związku z wykładami, 2 godz. historii filozofii nowożytnej. W półroczu letnim wykładać będę metodologię ogólną, historię filozofii nowożytnej (ciąg dalszy) i prowadzić będę seminarium filoz[oficzne]. TATARKIEWICZ ogłosił na półrocze zimowe 2 godz. wstęp do filozofii, i co drugi tydzień prowadzi 2 godz. ćwiczenia, na których czytać będzie DESCARTESA *Discours de la methode*. ABRAMOWSKI chory, nie będzie wykładał w tym półroczu i zastępuje go CHOJECKI, który będzie prowadził ćwiczenia psychologiczne w Instytucie Psychologicznym.

Bibl[ioteka] Uniw[ersytecka] bardzo bogata, ale w zupełnym nieporządku. Sprawdziłem, że są w niej wszystkie niemal wybitniejsze czasopisma filoz[oficzne], jak *Revue Philos[ophique]*, *Revue de Mét[aphysique] et de Mor[ale]*, *Mind*, *Z[ei]tschr[i]ft f[ür] Philos[ophie]*, *Archiv f[ür] syst[ematische] Phil[osophie] u[nd] f[ür] Gesch[ichte] d[er] Philos[ophie]* itd. Poza tym jest biblioteka seminaryjna filoz[oficzna], którą trzeba będzie oddzielić od innych bibliotek seminaryjnych, bo wszystkie były dotąd razem. Jest także biblioteka uniwersyteckiego kółka filoz[oficznego], które przejdzie w spadku na nasze Kółko Filoz[oficzne], jakie pragnę założyć. Od Rektora mamy przyobiecany osobny lokal na Semin[arium] Filoz[oficzne] w budynkach uniwersyteckich.

Pracy więc na początek będzie dosyć. Słuchaczy dotąd niewielu — razem zgłoszonych niespełna 1000, z czego połowa na medycynie. Dużo Żydów. Audytorium moje było jednak na pierwszym wykładzie pełne, był także WERYHO, TATARKIEWICZ, CHOJECKI.

Wykład mój wstępny będzie prawdopodobnie drukowany w *Przeglądzie Filoz[oficznym]*. Słownikiem filozoficznym zajmie się nowo utworzony Instytut Filozoficzny, którego kierownkiem właściwym i sekretarzem będzie KOTARBIŃSKI. Dotąd, z powodu braku czasu, z KOTARB[IŃSKIM] nie widziałem się. Instytut Filoz[oficzny] mieści się u WERYHY, Piękna 44.

Tow[arzystwo] Psycholog[iczne] inauguruje dzisiaj szereg odczytów z dziedziny metodologii poszczególnych nauk. Na pierwszy ogień idzie MAZURKIEWICZ, który mówić będzie dzisiaj o metodologii nauk matematycznych.

Nie mam czasu pisać więcej, bo list idzie okazją — a cały dzień dzisiejszy od 4–ej do późnego wieczora mam zajęty wykładem i posiedzeniami.

Zasyłam najserdeczniejsze pozdrowienia wszystkim filozofom lwowskim, a dla Pana Profesora łączę serdeczne ukłony i pozdrowienia oraz pozostaję z wyrazami prawdziwego szacunku.

Jan Łukasiewicz

Nb. Czy Uniwersytet Lwowski przyśle adres do Politechniki Warszawskiej? Kraków to zrobił.

46.

Warszawa 31.08.1916.
Hotel-Pensjonat „Jaskółka" Tekli Nałęcz-Swaryczowskiej
Jasna 8, tel. 82–66

Euren Magnifizenz, Hochverehrter Herr Professor!

Montag den 28 d. M. ist nach kurzem Leiten unverholft für uns Wł. Weryho gestorben. Ein überans schmerzlicher Verlust! Die Redaktion des *Przegląd Filozoficzny* wird wahrscheinlich das Philosophische Institut übernehmen. Alles Weitere mündlich, da ich die Absicht habe, in diesen Tagen nach Lemberg zu kommen; der Todesfall Weryho's hält mich noch in Warschau zurück.

Ich verbleibe mit besten Grüßen, hochachtungsvoll.

Jan Łukasiewicz

* * *

Wasza Magnificencjo, Wielce Szanowny Panie Profesorze!

W poniedziałek 28 bm. zupełnie nieoczekiwanie po krótkich cierpieniach zmarł Wł[adysław] Weryho. Niezwykle bolesna to strata! Redakcja *Przeglądu Filozoficznego* przejmie prawdopodobnie Instytut Filozoficzny. O wszystkim innym opowiem ustnie, ponieważ w tych dniach mam zamiar przyjechać do Lwowa; zgon Weryhy zatrzymuje mnie w Warszawie.

Pozostaję z najlepszymi pozdrowieniami i najwyższym poważaniem.

Jan Łukasiewicz

Przełożył Jerzy Pluta

47.

Warszawa 8.12.1916.
Jasna 8

Magnificencjo!

Korzystam z możności pisania po polsku, by złożyć Magnificencji najuprzejmiej serdeczne podziękowania za życzenia, złożone mi z okazji wyboru mojego na dziekana Wydz[iału] Filoz[oficznego]. Pracy mam teraz dość, bo poza Uniwersytetem przewodniczę nadto w Instytucie Filoz[oficznym] i prowadzę nomi-

nalnie redakcję *Przeglądu Filozoficznego*. Nieocenioną pomoc mam w KOTARBIŃSKIM. Na Święta mam zamiar wpaść na kilka dni do Lwowa.

Łączę wyrazy głębokiego szacunku i zasyłam serdeczne ukłony.

Jan Łukasiewicz

48.

Warszawa 20.02.1919.
Minister Wyznań Religijnych i Oświecenia Publicznego

Kochany Panie Profesorze!

Dziękuję najuprzejmiej za serdeczne życzenia, złożone z okazji mojej nominacji. Podjąłem się tego trudnego i odpowiedzialnego zadania głównie w tym przeświadczeniu, że może lepiej będzie dla ciągłości naszych prac organizacyjnych, jeżeli na ten krótki czas przejściowy, przez który miał działać obecny gabinet, stanie na czele Ministerstwa urzędnik tego Ministerstwa, aniżeli i najzdolnieszy człowiek powołany z zewnątrz. A była to taka chwila, że trzeba było od razu wejść *in media res* i wobec zbliżającego się Sejmu przeprowadzić na Radzie Ministrów w formie dekretów szereg od dawna przygotowywanych ustaw. W ciągu dwu tygodni zdołałem wyjednać uchwały Rady Ministrów dla jedenastu dekretów.

Pamiętam zawsze, co winien jestem Uniwersytetowi Lwowskiemu i Panu Profesorowi jako dawny uczeń Jego. Chciałbym przyjść z doraźną pomocą Uniwersytetowi w tych ciężkich chwilach, które on teraz wraz z całym Lwowem przechodzi, i wniosek w tej sprawie jest już wygotowany. Oby tylko nalepsze zamiary moje nie rozbiły się o opór Ministerstwa Skarbu, które ciągle walczy z trudnościami finansowymi.

Nie zapominam też o filozofii. Stęskniony jestem do pracy naukowej i gdy ustąpię z zajmowanego stanowiska, co przecież prędzej czy później nastąpić musi, wrócę do filozofii, o ile praca moja gdzie indziej nie będzie potrzebna.

Raz jeszcze dziękując za łaskawe życzenia, łączę serdeczny uścisk dłoni i pozostaję z wyrazami prawdziwego szacunku.

Jan Łukasiewicz

49.

Warszawa 13.01.1921.
Al. Szucha 8

Kochany Panie Profesorze!

W sprawie p. CHWISTKA pozwalam sobie przesłać następujące informacje.

P. CHW[ISTEK] był w Warszawie na wiosnę 1920 r[oku] i wtedy ustnie zwrócił się do p. LEŚNIEWSKIEGO i do mnie z zapytaniem, czy mógłby się habilitować w Uniwersytecie Warszawskim. Nie zajmując stanowiska odmownego, poprosiliśmy p. CHW[ISTKA] o wskazanie, na podstawie jakiej pracy chciałby się habilitować. Na to wręczył nam p. CHW[ISTEK] rękopis, pisany po angielsku, pod tytułem: „Theory of constructive types. Part I: Principles of cardinal arithmetic". P. CHW[ISTEK] pragnął, by praca ta została wydrukowana drukiem w *Fundameta Mathematicae*. Zajęliśmy się więc tą pracą, ja i p. LEŚNIEWSKI, w charakterze członków Komitetu Redakcyjnego *Fundamentów*, i doszliśmy do przekonania, na podstawie korespondencji, którą przeprowadziłem z p. CHW[ISTKIEM], że praca ta w tej formie, w jakiej nam została przedstawiona, nie nadaje się do druku. Prosiłem mianowicie p. CHW[ISTKA] o wyjaśnienie trzech punktów pracy, które wydawały mi się ważne, a żądanie tych wyjaśnień zawierało w sobie *implicite* zarzuty. Okazało się z odpowiedzi p. CHW[ISTKA], że zarzuty były uzasadnione, wobec czego praca p. CHW[ISTKA] nie mogła być przeznaczona do *Fundamentów*, a tym samym nie mogła być ewentualną rozprawą habilitacyjną.

Oficjalnie p. CHW[ISTEK] nie wnosił nigdy podania habilitacyjnego do Uniw[ersytetu] Warsz[awskiego].

P. LEŚNIEWSKI, wracając z Zakopanego, był z końcem grudnia w Krakowie, widział się z p. CHW[ISTKIEM] i zbierał o nim informacje. Informacja prof. SLESZYŃSKIEGO była dla p. CHW[ISTKA] korzystna; z rozmowy z kandydatem p. LEŚNIEWSKI wyniósł przekonanie, że można by habilitować p. CHWISTKA, gdyby przedłożył rozprawę, nie podlegającą zarzutom, gdyż jest to człowiek niewątpliwie bardzo zdolny, ale piszący niezbyt jasno i ściśle. W dyskusji ustnej robi — zdaniem p. LEŚN[IEWSKIEGO] — znacznie lepsze wrażenie. Na prośbę p. LEŚN[IEWSKIEGO] mam w tych dniach napisać do p. CHW[ISTKA] list, który by go zachęcał do dalszej i dokładniejszej pracy.

Streszczenie odczytu mojego o „przedmiocie logiki", umieszczone w *Tygodniu Polskim*, nie pochodzi ode mnie. Przesyłałam streszczenie na osobnej kartce.

Wykłady w Uniwersytecie rozpocząłem 4 stycznia. Nie wiem, jak ta praca pójdzie, bo czuję się ciągle niedobrze. Przechodziłem zapalenie krtani i liczne zaziębienia. Stan nerwów moich także nie najlepszy. To było też przyczyną, że nie od razu odpowiedziałem na list Kochanego Pana Profesora, za co najgoręcej przepraszam.

Proszę przyjąć z okazji zmiany roku najserdeczniejsze życzenia. Filozofowie w Warszawie czekają z niecierpliwością na pracę p. AJDUKIEWICZA.

Łączę wyrazy głębokiego szacunku i zasyłam serdeczne ukłony i pozdrowienia.

Jan Łukasiewicz

50.

Warszawa 12.11.1921.
Uniwersytet

Kochany Panie Profesorze!

Niezmiernie żałuję, że nie mogę teraz przyjechać do Lwowa i wygłosić przyrzeczonych odczytów w Towarzystwie Filozof[icznym]. Przyczyną tego są sprawy mieszkaniowe. Pozbawiony zostałem w listopadzie mieszkania przy Al. Szucha wskutek eksmisji mojego gospodarza, przyznano mi natomiast mieszkanie w Domu Profesorskim. Musiałem się zdecydować: albo wrócić do Lwowa, pozbawiając się wszelkiego mieszkania w Warszawie, albo przyjąć mieszkanie w Domu Profesorskim i zwinąć wreszcie mieszkanie lwowskie. Wybrałem to drugie; pozostaję w Warszawie i oczekuję w tych dniach mych rzeczy ze Lwowa.

Mam ciągle nadzieję wraz z moimi Kolegami, że i Pan Profesor, nie odmawiając usilnym prośbom naszym, zdecyduje się zamienić Lwów na Warszawę, i zechce objąć u nas kierownictwo ruchu filozoficznego w Uniwersytecie i poza nim. Ustawicznie o tym myślimy i czekamy przychylnej odpowiedzi Pana Profesora.

Łączę serdeczne ukłony i wyrazy głębokiego szacunku.

Jan Łukasiewicz

51.

Warszawa 11.05.1922.
Brzozowa 12

Kochany Panie Profesorze!

Proszę mi wybaczyć, że na dwa listy Kochanego Pana Profesora nie odpisałem do tej pory — na usprawiedliwienie swoje to chyba przytoczę, że stan zdrowia mego, a zwłaszcza nerwów, ciągle nie jest najlepszy. Większą część kwietnia przeleżałem w łóżku, gorączkując, obecnie z porady lekarzy podałem się o urlop do końca semestru letniego i jak tylko się ociepli, wyjadę — dotąd nie wiem jeszcze gdzie.

Nie potrzebuję dodawać, jak bardzo nam żal, że Kochany Pan Profesor nie zdecydował się przenieść się do Warszawy, jakkolwiek nie możemy nie uznać argumentów Pana Profesora. Mam jednak tę nadzieję, że to nie jest ostateczna decyzja; warunki we Lwowie mogą się zmienić w ten sposób, że bez szkody dla Uniwersytetu Lwowskiego Pan Profesor będzie mógł Lwów opuścić, a nie wątpię, że Warszawa zrobi wtedy wszystko, by móc Kochanego Pana Profesora pozyskać.

Niektórzy z moich najbliższych Kolegów, stojąc na gruncie «patriotyzmu Uniwersytetu Warszawskiego», niechętnie patrzyli na chęć moją przeniesienia się do Lwowa, z czym się przed nimi zdradziłem. Mimo to, gdyby Pan Profesor był wówczas, z końcem października lub w listopadzie, zdecydował się przyjąć powołanie do Warszawy, a ja mógłbym przypuszczać, że Lwów zechce mnie przyjąć, to byłbym wrócił do swego miasta rodzinnego. Byłem wówczas w Warszawie bez mieszkania i mebli. Na wszelki wypadek porobiłem kroki, by zapewnić sobie mieszkanie w Domu Profesorskim — jedyne wyjście, jeżeli miałem zostać w Warszawie. Odpowiedzi od Pan Profesora nie było, meble moje w grudniu przybyły do Warszawy, w styczniu sprowadziłem się do nowego mieszkania — i zostałem.

Mam nadzieję, że z końcem maja, przed wyjazdem gdzieś może na wieś, przybędę na kilka dni do Lwowa, i będę mógł osobiście Kochanemu Panu Profesorowi sprawę tę wyjaśnić.

W wolnych chwilach pracuję ciągle nad logiką trójwartościową i mam dużo nowych wyników, z którymi przy sposobności chciałbym się podzielić z filozofami lwowskimi. Zajmowałem się też żywo w ostatnich czasach historią logiki, zwłaszcza stoickiej.

Przy sposobności przesyłam sprawozdanie dawnej uczennicy mojej, Drki NIEDŹWIECKIEJ, z posiedzenia „einsteinowskiego" we Franc[uskim] Tow[arzystwie] Filozof[icznym]. P. NIEDŹWIECKA prosiła mnie, by sprawozdanie to zużytkować dla *Przeglądu Fil[ozoficznego]* lub dla *Ruchu Fil[ozoficznego]*. Może się Redakcji *Ruchu* na coś przyda.

Łączę serdeczne ukłony oraz wyrazy głębokiego szacunku.

Jan Łukasiewicz

52.

Warszawa 27.02.1923.

Kochany Panie Profesorze!

Otrzymałem oba listy z dnia 10 i 12 bm. Mam obawę, którą podziela p. CZEŻOWSKI, że ulg kolejowych dla uczestników Zjazdu nie będzie można uzyskać. Ministerstwo Kolei jest pod tym względem bardzo twarde i żadne instancjonowanie nie pomaga. Natomiast nie wątpię, że Ministerstwo WRiOP, to jest p. Dr St. MICHALSKI, udzieli subwencji; Wydział Nauki obiecał zawiadomić mnie natychmiast, gdy tylko Minister odnośny akt podpisze.

Oczywiście, że i ja przybędę na Zjazd i zgłaszam referat stanowczo. Albo referat na temat PROGRAMU BADAŃ LOGICZNYCH na posiedzeniu ogólnym, albo szczegółowy referat O LOGICE STOIKÓW. Będę rad, że po pracy w rektoracie odpocznę sobie nieco, zajmując się wyłącznie filozofią.

Równocześnie z tym listem przesyłam Kochanemu Panu Profesorowi odpis listu Posła austriackiego, p. POSTA, w sprawie międzynarodowych kursów uniwersyteckich w Wiedniu. Czynię to w porozumieniu z p. POSTEM; kursy te odbędą się w Wiedniu we wrześniu 1923 i sądzę, że byłoby rzeczą pożyteczną, by i Polska była tam reprezentowana. Bardzo proszę o zajęcie się tą sprawą, ewet[ualnie] o zgłoszenie kandydatów.

List ten, rozpoczęty 27 lutego, kończę dopiero 3 marca; miałem bowiem w tych dniach tyle różnorodnych zajęć, że dokończenie listu musiałem ciągle odkładać!

Z okazji zbliżających się imienin Pana Profesora proszę przyjąć najserdeczniejsze życzenia moje.

Łączę najlepsze ukłony i pozdrowienia oraz wyrazy głębokiego szacunku.

Jan Łukasiewicz

53.

Warszawa 11.12.1924.

Kochany Panie Profesorze!

Serdecznie dziękuję za list z dn[ia] 1.11 br. i za tytuły książek. Z książek tych rad bym pożyczyć dla siebie LEWISA *A survey of symbolic logic* oraz SMITHA *Non-Aristotelian logic*. Wspomniałem jednakże asystentce naszej, p. Drce OSSOWSKIEJ, którą Kochany Pan Profesor poznał na Zjeździe Lwowskim jako pannę NIEDŹWIECKĄ, że można by pożyczyć ze Lwowa książkę OGDENA i RICHARDSA *The meaning of meaning*. P. OSSOWSKA bowiem interesuje się specjalnie zagadnieniami «znaczenia» i zapoznała się podczas pobytu swego w Anglii z OGDENEM. Jeśli tedy można, to chciałbym i tę trzecią książkę pożyczyć na własne imię, ale dla pani OSSOWSKIEJ; p. OSSOWSKA zaś zobowiązała się wobec mnie, że napisze z tej książki krótkie sprawozdanie do *Ruchu*. Na drugiej kartce tego listu wypisałem coś w rodzju rewersu; jeśli to nie wystarczy, to proszę łaskawie przesłać formularze, które wypełnię.

Udało się nam nareszcie w tych dniach utorować drogę do nominacji p. AJDUKIEWICZA na profesora nadzw[ycznajnego] Uniw[ersytetu] Warsz[awskiego]. W budżecie skreślono wprawdzie pozycję na 3 katedrę filozofii; ale wakuje katedra fonetyki, która nie będzie obsadzona. Rada Wydziałowa zgodziła się, by p. AJDUKIEWICZ został mianowany pobierając uposażenie z tej właśnie katedry, która jako katedra fonetyki przestała istnieć, a Ministerstwo obiecało nie robić trudności. Mam nadzieję, że i dzisiejsze ustąpienie ministra MIKLASZEWSKIEGO sprawy już nie popsuje.

Proszę pozdrowić ode mnie serdecznie p. AJDUKIEWICZA i powiedzieć mu, że jest on nam w Warszawie BARDZO potrzebny i że chcemy go jak najprędzej znów wśród nas zobaczyć. Ja na katedrę obecnie ZUPEŁNIE NIE REFLEKTUJĘ.

Łączę serdeczne ukłony i wyrazy głębokiego szacunku.

Jan Łukasiewicz

54.

Warszawa 30.03.1925.
Brzozowa 12

Kochany Panie Profesorze!

Od dawna chciałem już napisać do Kochanego Pana Profesora, ale pogrążony w pracy nie mogłem się na to zdobyć. Proszę mi jednak wierzyć, że pamiętałem o dniu 4-ym marca i proszę przyjąć spóźnione wprawdzie, lecz niemniej serdeczne życzenia imieninowe.

W sprawie Słowiańskiego Zjazdu Filozoficznego przyłączam się najzupełniej do zdania p. KOTARBIŃSKIEGO, który mi swój list odczytał. I ja się zgadzam zatem, by nazwisko moje figurowało pośród zwolenników Zjazdu.

Dziękuję najuprzejmiej za przesłane książki. Napiszę sprawozdanie z LEWISA. Mam tam pewien trudny problemat do zgryzienia; nie rozwiązałem go dotąd; proszę o pozwolenie zatrzymania książki jeszcze przez jakiś czas. P. OSSOWSKA pisze sprawozdanie z OGDENA. Zdaje mi się, że nie warto pisać o trzeciej broszurce.

Bardzo chętnie przysłałbym swój odczyt o „logice filozoficznej" do wydawnictw PTF, gdyby był napisany. Pisanie sprawia mi jednak zawsze wielkie trudności, a tymczasem sprzedałem książkę «na pniu» i muszę do jesieni wykończyć dla Ossolineum *Teorię dedukcji*. Ze streszczenia odczytu wywnioskuje Kochany Pan Profesor, jak dużo było w nim «wymyślania».

Coraz bardziej oddalam się od filozofii. Uświadamiam sobie teraz, że to się zaczęło już we Lwowie, nie bez wpływu Kochanego Pana Profesora, który uczył nas myśleć naukowo. Zwalczałem zrazu psychologizm w logice, bo wydawał mi się za mało naukowy, dziś cała logika filozoficzna nie wydaje mi się naukowa, cóż dopiero filozofia!

Łączę wyrazy głębokiego szacunku i serdeczne przesyłam ukłony Kochanemu Panu Profesorowi oraz Panu AJDUKIEWICZOWI.

Jan Łukasiewicz

55.

Warszawa 12.03.1926.

Kochany Panie Profesorze!

Już od szeregu dni zbieram się, by napisać do Kochanego Pana Profesora i podziękować Mu za list z dnia 25 grudnia ub. r. oraz za zawarte w tym liście serdeczne życzenia, a także, by ze swej strony złożyć równie serdeczne życzenia Kochanemu Panu Profesorowi z okazji imienin, które minęły dnia 4 marca.

Odebrałem również list z dnia 9 marca i pośpieszam z odpowiedzią, że zgadzam się oczywiście na kooptowanie do Komitetu Zjazdu Filozoficznego wszystkich Panów, wymienionych w tym liście. Cieszę się, że z okazji posiedzenia Komitetu oraz konferencji ministerialnej w sprawie egzaminów magisterskich zobaczę się z Kochanym Panem Profesorem i będę mógł może osobiście pomówić o zagadnieniach filozoficznych, poruszonych w liście z grudnia. Zagadnienia te były u nas niedawno przedmiotem zaciętych sporów podczas przedwstępnych obrad naszych w sprawie magisterium filozofii. Warszawę reprezentować będzie na konferencji ministerialnej prof. KOTARBIŃSKI.

O sprawozdaniu z LEWISA pamiętam. Ale tak całkowicie jestem teraz zajęty pisaniem *Teorii dedukcji*, że trudno mi myśleć o czym innym, przynajmniej w chwilach, w których czuję się dobrze usposobiony do pracy. Znajdę jednak jeszcze sposobny czas i na to sprawozdanie.

Łączę wyrazy głębokiego szacunku i zasyłam serdeczne ukłony.

Jan Łukasiewicz

56.

Warszawa 4.03.1927.

Kochany Panie Profesorze!

Proszę przyjąć w dniu imienin najserdeczniejsze życzenia od Swego zawsze jednakowo przywiązanego ucznia.

Jan Łukasiewicz

57.

Warszawa
Brzozowa 12

24.08.1927.

Kochany Panie Profesorze!

List z 20 bm. otrzymałem dziś na kilka godzin przed odjazdem z Warszawy i pośpieszam natychmiast z odpowiedzią.

Zgadzam się oczywiście jak najchętniej na proponowaną poprawkę w moim artykuliku; nie znałem czy też już nie pamiętam przebiegu całej sprawy; zależało mi jednak na podkreśleniu, że to właśnie staraniom Kochanego Pana Profesora zawdzięczam obecność na Zjeździe. Czy nie można by tak napisać: „Obecność na Zjeździe zawdzięczam inicjatywie Polskiego Tow[arzystwa] Filoz[oficznego] we Lwowie oraz staraniom jego Przewodniczącego, który itd.". Zresztą niech Kochany Pan Profesor zmieni to miejsce, jak uważa za stosowne.

Co się tyczy streszczenia przemówienia mego na I Zjeździe, to godzę się na nie, tylko chciałbym nieco osłabić wyrażenie „uzasadnić"; powiedziałbym raczej „uzasadniać".

Co się wreszcie tyczy referatu Sheffera (referat ten nie był wygłoszony na Zjeździe), to istotnie przekład polski „symbolowa stosunkowość" jest niezrozumiały. Shefferowi, o ile rozumiem, chodzi o takie rozważania z dziedziny teorii systemów dedukcyjnych, które by można przyrównać do teorii względności w fizyce. Ma to być jakaś „teoria względności znaków" i chodzi w niej o konsekwencje niektórych uogolnień strukturalnych (*Proceedings* s. 349, w. 1 od góry, i s. 351). Wyrażenie „*notational relativity*" przekładałbym zatem „względność znakowa".

Jadę teraz do Żurawiczek pod Przeworskiem (poczta Zarzecze koło Jarosławia), a około 5 września będę we Lwowie na Zjeździe Matematycznym.

Łączę serdeczne ukłony i wyrazy głębokiego szacunku.

Jan Łukasiewicz

58.

Warszawa

9.12.1927[?].

Kochany Panie Profesorze!

Dziękuję bardzo za przypomnienie o składce na rzecz Polskiego Towarzystwa Filozoficznego. Posyłam obecnie 8 zł, a w styczniu przyślę drugie 8.

Korzystam z okazji, by poprosić Pana Profesora o łaskawe sprostowanie w streszczeniu moim „O logice stoików" tytułu dzieła Arnima: ma być, jak

stwierdziłem już po wysłaniu streszczenia, *Stoicorum veterum fragmenta*, nie zaś *Fragmenta veterum stoicorum*.

Łączę serdeczne ukłony i wyrazy głębokiego szacunku.

Jan Łukasiewicz

59.

Warszawa 3.07.1928.

Kochany Panie Profesorze!

P. prof. AJDUKIEWICZ, będąc u mnie w czerwcu, prosił mnie, by należące się mu taksy egzaminacyjne przesłać pod adresem Kochanego Pana Profesora. Uczyniłem to wczoraj, dzisiaj zaś pozwalam sobie jeszcze prosić o przesłanie przy sposobności p. AJDUKIEWICZOWI załączone wyjaśnienia, nie wiem bowiem, jaki jest adres jego w czasie jego ćwiczeń wojskowych.

Łączę serdeczne ukłony i wyrazy prawdziwego szacunku.

Jan Łukasiewicz

60.

Wenecja 11.09.1928.

Po Zjeździe Matematycznym w Bolonii zatrzymałem się w Wenecji, skąd zasyłam Kochanemu Panu Profesorowi serdeczne ukłony i pozdrowienia.

Jan Łukasiewicz

61.

Warszawa 2.03.1929.

Kochany Panie Profesorze!

Z okazji zbliżających się imienin proszę przyjąć najlepsze życzenia moje wszelkiej pomyślności, a zwłaszcza trwałego zdrowia. Dziękuję zarazem najuprzejmiej za życzenia, które Kochany Pan Profesor przysłał mi w grudniu. Skończyłem istotnie 21 grudnia 50 lat, i stwierdzam bez przykrości, że życie moje ma się już ku jesieni.

Żałuję, że nie mogłem uczestniczyć osobiście w uroczystości Polskiego Towarzystwa Filozoficznego. Myślałem o tej chwili, kiedy dnia 12 lutego 1904 sprowadzałem dorożką do sali chemii śp. prof. CHMIELOWSKIEGO na wykład inauguracyjny. Były to miłe, niezapomniane czasy.

Pozwolę sobie niebawem przesłać Kochanemu Panu Profesorowi skrypt z tegorocznych wykładów moich pt. *Elementy logiki matematycznej* oraz artykuł „O znaczeniu i potrzebach logiki matematycznej", który napisałem niedawno do X tomu *Nauki Polskiej*. Mam nadzieję, że artykuł ten przyczyni się do uzyskania subwencji na wydawanie czasopisma, poświęconego logice matematycznej.

Załączam dla *Ruchu Filozoficznego* wykaz referatów z zakresu logiki matematycznej, wygłoszonych na Zjeździe Matematycznym w Bolonii.

Proszę przyjąć, Kochany Panie Profesorze, najserdeczniejsze ukłony moje i wyrazy głębokiej czci.

Jan Łukasiewicz

62.

Warszawa 11.04.1929.

Kochany Panie Profesorze!

Dziękuję serdecznie za listy z dn[ia] 20 marca i 8 kwietnia br. Pamiętałem o wezwaniu Wydziału PTF w sprawie księgi jubileuszowej, ale wstrzymałem się z odpowiedzią, bo istotnie nie wiem, czy zdołam wywiązać się z obietnicy. Myślałem nawet o temacie — nasunęły mi się dwa. O jednym chciałem już dawno napisać i mówiłem już o nim niejednokrotnie: „Krytyka tradycyjnej logiki formalnej". Drugi nasunął mi się w ostatnich czasach: „Leibniza interpretacja arytmetyczna logiki arystotelesowej". Jeśli przy innych zajęciach potrafię w ciągu wakacji coś zrobić, to chyba napiszę coś na temat pierwszy, bo wydaje mi się ważniejszy. Proszę jednak nie mieć do mnie żalu, jeśli nie uda mi się spełnić obietnicy.

Dziękuję bardzo za życzliwą oceną projektu mojego wydawania czasopisma, poświęconego logice matematycznej. Proszę jednak nie wspominać jeszcze o tym w *Ruchu*, bo nie wiadomo mi jeszcze, kiedy plan ten będzie mógł być zrealizowany.

Łączę najserdeczniejsze ukłony i wyrazy głębokiego szacunku.

Jan Łukasiewicz

63.

Warszawa
ul. Brzozowa 12

Regina z Barwińskich i Jan Łukasiewiczowie mają zaszczyt zawiadomić, że ślub ich odbył się 30 kwietnia 1929 roku w kościele św. Aleksandra w Warszawie.

64.

Warszawa 16.09.1929.

Kochany Panie Profesorze!

Dziękuję przede wszystkim najserdecznie za łaskawe życzenia, złożone z okazji mojego ślubu. Żałuję, że Kochany Pan Profesor nie zastał nas w domu, będąc w Warszawie. Ferie wakacyjne spędziliśmy po części w Warszawie, po części na letnisku pod Warszawą.

Dziękuję też za odbitkę przemówienia, wygłoszonego na uroczystości jubileuszowej Polskiego Towarzystwa Filozoficznego. Starałem się spełnić życzenie Kochanego Pana Profesora i przesyłam w załączeniu artykuł, przeznaczony do *Księgi jubileuszowej*. Artykuł nie obejmie więcej niż arkusz druku i chociaż temat jego należy do logiki matematycznej, nie sprawi wydawnictwu żadnych chyba trudności z punktu widzenia typograficznego. Temat nasunął mi się w ostatniej chwili pod wpływem uwagi, zamieszczonej w pracy p. LEŚNIEWSKIEGO. Przypuszczam, że będę mógł otrzymać pewną liczbę odbitek.

Łączę wyrazy głębokiego szacunku i zasyłam najserdeczniejsze ukłony i pozdrowienia.

Jan Łukasiewicz

65.

Warszawa 11.05.1930.

Kochany Panie Profesorze!

Przepraszam najmocniej, że dotychczas nie odpowiedziałem na list z dnia 2 bm. Miałem w tych czasach dużo pracy, bo wykańczałem właśnie artykuł niemiecki do *Sprawozdań Tow[arzystwa] Nauk[owego] Warsz[awskiego]* o znaczeniu filozoficznym logiki trójwartościowej. Jeszcze może przed wakacjami będę mógł ów artykuł Kochanemu Panu Profesorowi przesłać wraz z drugim artykułem, napisanym wspólnie z p. Drem TARSKIM, a zawierającym wyniki badań warszawskich z zakresu teorii dedukcji.

Przesłane streszczenie odczytu swojego, którego autorką jest, jak się domyślam, p. drka HOSIASSONÓWNA, przeczytałem, i w słowach: „Zdawałoby się jednakże" nie widzę nic złego. Może by mój własny referat z odczytu tego wypadł jaśniej, nie mógłbym go jednak obecnie z braku czasu napisać.

Z okazji opuszczenia przez Kochanego Pana Profesora katedry zwyczajnej i przejścia niebawem na profesurę honorową niech mi będzie wolno złożyć jak najserdeczniejsze życzenia, by Kochany Pan Profesor, zwolniony obecnie od uciążliwych obowiązków profesorskich, mógł przez długie jeszcze lata cały swój

czas poświęcić zamierzonym pracom naukowym i organizacyjnym na polu filozofii polskiej, dla której tak nieocenione zasługi Kochany Pan Profesor już położył.

Łączę serdeczne ukłony i wyrazy głębokiego szacunku.

Jan Łukasiewicz

66.

Warszawa 22.12.1930.

Kochany Panie Profesorze!

Dziękuję serdecznie za listy z dn[ia] 31.10. oraz 25.11. br., a zwłaszcza za życzenia, by najnowsze prace nasze znalazły oddźwięk za granicą. Dotychczas oddźwięk ten jest niewielki; jedynie prof. SCHOLZ z Monasteru napisał samorzutnie recenzję z mojej pracy „Uwagi filozoficzne ...", która ma się niebawem pojawić w *Deutsche Literaturzeitung*, a poza tym obszerny list w sprawie tej mojej rozprawy nadesłał pod adresem p. TARSKIEGO p. C. I. LEWIS z Harvard.

Rozprawę prof. O. BECKERA „Zur Logik der Modalitäten" otrzymałem od autora. Gotów byłbym napisać krótkie sprawozdanie z tej rozprawy dla *Ruchu*, tylko istotnie nie wiem, o czym pisać. Albowiem w rozprawie tej żadne zagadnienie nie jest rozwiązane, a nagromadzone są tylko różne trudności, związane z interpretacją zdań modalnych w systemach LEWISA i HEYTINGA. O ile zdołam wycisnąć jakąś treść z tej pracy, to napiszę sprawozdanie.

Przypuszczam, że rozprawka moja, nadesłana do *Księgi jubileuszowej* już niebawem zacznie się drukować, bo otrzymałem już od p. KOTARBIŃSKIEGO odbitkę jego pracy, zamieszczonej w tej *Księdze*.

Przy zbliżających się Świętach i Nowym Roku zasyłam Kochanemu Panu Profesorowi oraz Pani Profesorowej jak najlepsze życzenia.

Łączę serdeczne ukłony i wyrazy głębokiego szacunku.

Jan Łukasiewicz

67.

Warszawa 15.06.1931.

Kochany Panie Profesorze!

Dziękuję najuprzejmiej za życzenia, złożone mi z okazji wyboru mojego na rektora. Będzie to i ze względów finansowych i politycznych bardzo trudny rok rektoratu, i to było może po części przyczyną, że zgromadzenie ogólne profeso-

rów przełamało dotychczasową tradycję i nałożyło obowiązki rektorskie na kogoś, kto przed laty już był raz rektorem.

Cieszę się bardzo, że praca moja z r[oku] 1929 nareszcie pojawi się w druku. Pragnąłbym przy jej końcu dodać krótką uwagę, którą zawdzięczam prof. LEŚNIEWSKIEMU, a której słuszność mogłem stwierdzić obecnie w dziele JÜRGENSENA. Okazuje się mianowicie, że NICOD w wyprowadzaniu ze swojego aksjomatu prawa tożsamości (*DtDtt*) popełnił błąd, i błąd ten powtarza (dwukrotnie) JÜRGENSEN. Uważam to za rzecz przypadku, że aksjomat NICODA wobec tego błędu wystarcza w ogóle do wyprowadzenia całej teorii dedukcji.

O każdej zmianie swego adresu będę Kochanemu Panu Profesorowi donosił. Obecnie do pierwszych dni lipca pozostaję w Warszawie.

Łączę wyrazy najgłębszego szacunku i zasyłam serdeczne pozdrowienia.

Jan Łukasiewicz

68.

Zakopane 15.07.1931.
Zwijaczówka, dom nr 697
Jana Króla Łęgowskiego
(do 26.8.br.)

Kochany Panie Profesorze!

Po raz pierwszy byłem rektorem w r[oku] akad[emickim] 1922/[19]23. Kochany Pan Profesor pamięta zapewne, że jako rektor brałem udział w I Polskim Zjeździe Filozoficznym w maju roku 1923.

To jest nie tylko mój drugi rektorat, ale i druga moja «kariera» uniwersytecka. Zacząłem ją jako kontraktowy profesor nadzwyczajny w r[oku] 1926, w r[oku] 1928 zostałem kontraktowym profesorem zwyczajnym, w r[oku] 1929 rzeczywistym zwyczajnym, a obecnie rektorem. Z dawnej kariery profesorskiej pozostał mi do dzisiaj tytuł profesora honorowego.

I pod względm przedmiotu, którym się zajmuję, jest ten drugi okres działalności mojej nieco różny od pierwszego. Czuję się dziś raczej pewnego rodzaju matematykiem, niż filozofem i związany dziś jestem bardziej z matematyką, niż z filozofią. Często przypominam sobie słowa, które Kochany Pan Profesor wyrzekł do mnie przed 30-stu laty po moim rygorozum z matematyki: „Proszę matematyki nie zaniedbywać".

Może Kochany Pan Profesor będzie mógł przy sposobności zawiadomić p. AJDUKIEWICZA, o ile on o tym jeszcze nie wie, że w recenzji z książki WEIDAUERA, którą prof. SCHOLZ z Monasteru umieścił w *Deutsche Literaturzeitung*, H. 25 z dn[ia] 21.6. br., cytowana jest z bardzo pochlebną oceną praca jego o sylogistyce ARYSTOTELESA, zamieszczona w r[oku] 1927 w *Przeglądzie Filozoficznym*.

Uwagę o błędzie w dowodzie NICODA chciałbym dodać dopiero w korekcie. Będzie to kilka wierszy, które należałoby umieścić przy końcu pierwszej części rozprawki.

Od kilku dni jesteśmy z żoną w Zakopanem. Wynajęliśmy dom u górala na Zwijaczówce powyżej Sanatorium Nauczycielskiego. Piszę te słowa mając przed sobą wspaniały widok na całe Tatry.

Zasyłając Kochanemu Panu Profesorowi jak najlepsze życzenia wypoczynku letniego, łączę serdeczne ukłony i wyrazy głębokiego szacunku.

Jan Łukasiewicz

69.

Warszawa 25.10.1931.

Kochany Panie Profesorze!

Serdecznie dziękuję za list z sierpnia i za drugi z października i wreszcie za *Przemówienia* z dedykacją, która mnie szczerze wzruszyła. Cieszę się, że rozprawa moja nareszcie pojawi się w druku, i bardzo byłbym rad, żeby przy jej końcu można umieścić dołączone tu na 2 kartkach „Uzupełnienie". Będzie to najpraktyczniej i uniknie się radykalnie przełamywania stronic.

Przejrzałem raz jeszcze swój odpis rękopisu i dla ułatwienia korekty bardzo bym prosił, by Kochany Pan Profesor polecił zmienić w rękopisie następujące trzy miejsca.

(a) W przypisku (11) przy samym końcu części I chciałbym zamiast zdania:

„Wynik ten, będący częścią pracy magisterskiej p. WAJSBERGA, będzie ogłoszony drukiem."

umieścić zdanie:

„Wynik ten jest częścią pracy magisterskiej p. WAJSBERGA, nie ogłoszonej drukiem."

(b) W przypisku (19) przy końcu części II chciałbym w zdaniu:

„Podany tu wynik p. WAJSBERGA jest częścią jego pracy magisterskiej, dotychczas nie ogłoszonej drukiem."

skreślić słowa: „dotychczas nie ogłoszonej drukiem".

Wątpię bowiem, czy w dzisiejszych warunkach praca magisterska p. WAJSBERGA pojawi się w ogóle w druku.

(c) W przedostatnim ustępie pracy zdanie:

„albo są tezami «uogólnionymi», jak teza (W_2), to znaczy takimi, że przez utożsamienie pewnych zmiennych można z nich otrzymać tezy im równoważne"

powinno brzmieć:

„albo są tezami «uogólnionymi», jak teza (W_2), to znaczy są równoważne pewnym swym przypadkom szczegółowym".

Decyduję się na 250 odbitek z osobną kartą tytułową, w przekonaniu, że rozprawa nie obejmie więcej niż arkusz druku, i że wobec tego koszt odbitek nie będzie znaczny. W ten sposób praca ta stanie się łatwiej dostępna uczniom moim. Chciałbym oczywiście, by odbitka była w handlu księgarskim.

Obowiązki rektorskie pozostawiają mi trochę czasu do pracy, ale są niestety z rozmaitych powodów w tym roku tak nerwowo wyczerpujące, że faktycznie trudno mi pracować dla nauki. Miewam tylko wykłady i seminaria. Ucieszyło mnie uznanie nasze pracy w Warszawie, wypowiedziane przez H. SCHOLZA w jego najnowszej książeczce *Geschichte der Logik* na s. 73. Na s. 72 cytowany jest AJDUKIEWICZ.

W związku z uwagą o JÜRGENSENIE, zawartą w „Uzupełnieniu", dodaję, że pozostaję z nim od pewnego czasu w korespondencji. Przyznał, że w wywodzie jest błąd, ale poza tym ma różne wątpliwości, z których okazuje się, że nie rozumie reguły odrywania NICODA.

Żal mi ogromnie, że Kochany Pan Profesor tak niedobrze spędził lato. My tu wszyscy w Warszawie troszczymy się serdecznie o stan zdrowia naszego Kochanego Mistrza i każda wiadomość o poprawie cieszy nas niezmiernie.

Zasyłając Kochanemu Panu Profesorowi najpiękniejsze ukłony i pozdrowienia oraz życzenia dalszej stałej poprawy zdrowia, łączę wyrazy głębokiej czci.

Jan Łukasiewicz

70.

Warszawa 9.11.1931.

Kochany Panie Profesorze!

Przepraszam najmocniej, że nie odpowiedziałem od razu na list z dnia 28.10; istotnie sprawy uniwersyteckie wyczerpują cały mój czas i wszystkie moje siły. Dziękuję również serdecznie za wyrazy współczucia z powodu przykrości, której doznała moja żona. Napastnikiem według wszelkiego prawdopodobnieństwa był cywilny agent policyjny, który wziął żonę moją za komunistkę, a dowiedziawszy się, kim ona jest, zemknął z obawy przed odpowiedzialnością. Na moje żądanie toczy się w tej sprawie śledztwo.

Sprawę «żywej paginy» pozostawiam do załatwienia Kochanemu Panu Profesorowi wedle Jego uznania. Godzę się zarówno na pierwszy, jak na drugi tytuł. Przepraszam raz jeszcze, że sprawiłem Kochanemu Panu Profesorowi tą sprawą swoją kłopot.

Łączę wyrazy głębokiego szacunku i zasyłam jak najserdeczniejsze pozdrowienia.

Jan Łukasiewicz

71.

Warszawa 6.12.1931.

Kochany Panie Profesorze!

Najserdeczniej dziękuję za list i korektę. Artykuł złożony jest bardzo starannie, korekta doskonała, tak że nie znalazłem żadnego błędu. Greckie litery mogą oczywiście pozostać. Nasunęły mi się tylko takie uwagi.

(1) Wolałbym część drugą przedmowy oddzielić gwiazdkami od części pierwszej, nie zaś kreską; może to będzie ładniej.

(2) Na s. 372 (tam, gdzie są te małe „π" — najważniejszy może błąd w całym artykule) chciałbym, by zamiast (N_1) i $(Ł_1)$ było (N_0) i $(Ł_0)$, ponieważ w „Uzupełnieniach" oznaczyłem przez $(Ł_1)$ inną tezę.

(3) Praca zaczyna się w *Księdze* od stronicy parzystej, czyli lewej. W odbitce stronica ta stanie się zapewne nieparzystą, czyli prawą; skutkiem tego wypadnie w odbitce przesunąć «żywą paginę» w ten sposób, że na obecnej s. 367 znajdzie się moje nazwisko, a na s. 368 skrócony tytuł pracy, itd.

Jeśli błędy, zwłaszcza na s. 372, będą przez zecera należycie poprawione, co przecież łatwo będzie można stwierdzić we Lwowie, to nie wiem doprawdy, czy opłaci się przesyłać do Warszawy drugą korektę. Wszystkie wzory są w porządku; sprawdziłem także raz jeszcze wszystkie przypiski.

Dziękuję serdecznie Kochanemu Panu Profesorowi za zapytanie o zdrowie. Miałem grypę i bronchit z dość wysoką gorączką. Obecnie wykładam już i urzęduję normalnie.

Raz jeszcze dziękując najuprzejmiej Kochanemu Panu Profesorowi za trudy, poniesione w związku z pracą moją, zasyłam najszczersze pozdrowienia i ukłony oraz łączę wyrazy najgłębszego szacunku.

Jan Łukasiewicz

72.

Warszawa 13.12.1931.

Kochany Panie Profesorze!

Za kartkę z 10 bm. ślicznie dziękuję. Wystarczy mi na wszelkie potrzeby 75 odbitek; reszta niech zostanie w Księgarni. Raz jeszcze przepraszam za wszystkie kłopoty i najserdeczniej dziękuję za tyle trudów, które Kochany Pan Profesor zechciał poświęcić mojej pracy. W sobotę wyjeżdżam z żoną na dwutygodniowy odpoczynek, prawdopodobnie do Zakopanego.

Zasyłam najpiękniejsze ukłony i wyrazy głębokiej czci.

Jan Łukasiewicz

73.

Warszawa 8.01.1932.

Kochany Panie Profesorze!

Otrzymałem wczoraj z Drukarni Pospiesznej w Przemyślu wszystkie 250 odbitek mojego artykułu z *Księgi pamiątkowej*. Co mam z nimi zrobić? Odbitki bardzo ładnie wyglądają i zdają się nie zawierać żadnego błędu drukarskiego.

Musiałem przerwać swój odpoczynek w Zakopanem i już 2 bm. wróciłem do Warszawy. Powołały mnie tu pogłoski, na szczęście nieuzasadnione, o zamachu na autonomię.

Oczekując informacyj od Kochanego Pana Profesora co do odbitek, zasyłam najpiękniejsze ukłony i łączę wyrazy czci.

Jan Łukasiewicz

74.

Warszawa 3.03.1932.

Kochany Panie Profesorze!

Proszę przyjąć w dniu imienin najlepsze życzenia moje wszelkiej pomyślności, a przede wszystkim zdrowia. Widziałem się na obchodzie 50-lecia Kasy Mianowskiego z p. Drem INGARDENEM i ucieszyłem się bardzo, dowiedziawszy się od niego, że Kochany Pan Profesor już wychodzi z domu, i że czuje się całkiem dobrze.

Przypuszczam, że Kochany Pan Profesor otrzymał moją przesyłkę pieniężną za odbitki, a Polskie Towarzystwo Filozoficzne 100 odbitek mej pracy. Raz jeszcze za wszystko najserdeczniej dziękuję. Odbitek swej pracy nie zacząłem jeszcze rozsyłać, bo pragnę ją przesłać razem z drugą swą pracą, która lada dzień wyjdzie spod prasy.

Rektorat ciągle przysparza mi kłopotów, tak że o żadnej pracy naukowej myśleć nie mogę. Jedynym, zdaje się, pożytkiem, jaki wyniknie z tych trudów, będzie chyba to, że łatwiej może będę mógł urządzić sobie nowy lokal seminaryjny, który otrzymałem w Pałacu Staszica już za poprzedniego rektora.

Zasyłam Kochanemu Panu Profesorowi najpiękniejsze ukłony oraz łączę wyrazy głębokiej czci.

Jan Łukasiewicz

75.

Warszawa 20.10.1932.

Kochany Panie Profesorze!

Listy z dnia 2 i 15 bm. otrzymałem i ślicznie za nie dziękuję. Nadeszły również pod moim adresem dwa listy do prof. SCHOLZA, które mu wręczyłem, pierwszy natychmiast po jego przyjeździe w poniedziałek, drugi dzisiaj.

Prof. SCHOLZ prosił mnie, by zawiadomić Kochanego Pana Profesora, że przyjedzie do Lwowa we WTOREK 26 bm., rano pociągiem pośpiesznym o godz. 7 min. 8. Ze względu na wczesną porę prosi, by nikt nie trudził się na dworzec. Zajedzie sam do Hotelu George'a i już od godz 9 rano będzie do dyspozycji, czekając w hotelu, aż się ktoś zjawi. Zmienił jednakże swój plan pierwotny na prośbę prof. KOTARBIŃSKIEGO, który zaprojektował na poniedziałek wieczór posiedzenie Warsz[awskiego] Tow[arzystwa] Filoz[oficznego] z odczytem moim z dziejów logiki starożytnej. Odczyt ten mam wygłosić ze względu na gościa po niemiecku. Prof. SCHOLZ jest niezmiernie miły i sympatyczny, szczery i łatwy w obejściu, choruje jednak od dłuższego czasu na owrzodzenie żołądka, skutkiem czego musi bardzo uważać na jedzenie i po obiedzie musi odpoczywać leżąco. Interesuje się też bardzo historią sztuki.

Przepraszam najmocniej, że dotychczas nie odpisałem na pierwszy list Kochanego Pana Profesora, ale mnóstwo zajęć zbiegło mi się na te dni: sprawozdanie rektorskie, początek wykładów, prof. SCHOLZ. Gdy tylko uporam się z nawałem zajęć w ciągu tego tygodnia, natychmiast odpiszę.

Łączę wyrazy głębokiego szacunku i zasyłam serdeczne ukłony.

Jan Łukasiewicz

76.

Warszawa 7.11.1932.
Brzozowa 12

Kochany Panie Profesorze!

Przepraszam najmocniej, że dopiero dziś odpisuję na list Kochanego Pana Profesora z 2.10. br., ale mimo że przestałem być rektorem, to jakoś liczba zajęć moich dotychczas się nie zmniejszyła.

Co się tyczy sprawozdań z posiedzeń Towarzystwa Naukowego Warszawskiego, to prosiłem redaktora wydawnictw Tow[arzystwa], p. prof. B. HRYNIEWIECKIEGO (adres redakcji: Śniadeckich 8), by kazał przysyłać do redakcji *Ruchu Filozoficznego* sprawozdania z posiedzeń Tow[arzystwa], co mi też p. HRYNIEWIECKI obiecał *pro futuro*. Sprawozdania z posiedzeń Tow[arzystwa] Nauk[owego]

Warsz[awskiego] pojawiają się dla każdego Wydziału osobno, i ja jako członek Wydziału III otrzymuję tylko sprawozdania swego Wydziału. Jeśli jednak chodzi o sam wykaz posiedzeń, to wystarczyłby *Rocznik TNW*, który zawiera wykazy wszystkich posiedzeń. Rocznik taki ukazał się za rok 1929/[19]30 i wypisałem z niego na załączonej kartce tytuły wszystkich referatów treści filozoficznej, wygłoszonych w pierwszej połowie roku 1930. Rocznik następny dotychczas się nie pojawił, mam jednak nadzieję, że ukaże się najpóźniej za dwa tygodnie przed Walnym Zebraniem Tow[arzystwa] w końcu listopada. Wtedy będę mógł przysłać pełny wykaz referatów filozoficznych za rok 1930/[19]31. Obecnie mogę tylko, na podstawie materiałów, które mam pod ręką, podać za ten czas wykaz referatów, wygłoszonych na Wydziale III, p. KOTARBIŃSKIEGO zaś, który jest członkiem Wydziału II, prosiłem o podobny wykaz referatów, wygłoszonych na Wydziale II. Równocześnie przesyłam także wykaz prac treści filozoficznej, drukowanych w *Sprawozdaniach Wydziału III*.

Co się tyczy pisma poświęconego logice, to projekt wydawania takiego pisma jest ciągle aktualny, nie wiadomo tylko, czy z powodu trudności finansowych będzie mógł być w tym roku akademickim urzeczywistniony. Mam nadzieję, że zdobędę może jakiś fundusz wydawniczy dla swojego Seminarium. Oczywiście, dopóki nie ma osobnego pisma, poświęconego logice, to bylibyśmy bardzo szczęśliwi, gdybyśmy mogli korzystać z gościnności projektowanego wydawnictwa lwowskiego.

Cieszę się bardzo, że stan zdrowia Kochanego Pana Profesora jest pomyślny. Serdecznie dziękuję za wiadomość bibiograficzną o logice stoickiej, którą zawsze się żywo zajmuję. Seminarium moje jest już poza drobnymi szczegółami całkowicie urządzone: mam przedpokój, korytarz i cztery pokoje, z tych jeden duży pokój przeznaczony jest na salę wykładową i posiedzeniową, drugi na czytelnię. Prof. SCHOLZ, który pozostawił tu u wszystkich bardzo miłe wspomnienie, miał jeden wykład w moim Seminarium.

Zasyłam Kochanemu Panu Profesorowi serdeczne ukłony i pozdrowienia oraz łączę wyrazy głębokiego uszanowania.

Jan Łukasiewicz

77.

Warszawa 3.01.1934.

Kochany Panie Profesorze!

Dziękuję przede wszystkim najuprzejmiej za serdeczne życzenia, które Kochany Pan Profesor był łaskaw przesłać mi z okazji mych imienin. Przepraszam dalej, że dopiero dzisiaj znalazłem nieco więcej czasu, by zestawić żądane in-

formacje. Załączoną kartkę przesyłam oczywiście tylko jako materiał i z góry zgadzam się na wszelkie zmiany redakcyjne.

Zgadzam się także na podanie informacji, że rozprawa *O nauce* ukazała się już w r[oku] 1911 pod tytułem „O twórczości w nauce", tylko nie w *Księdze pamiątkowej ku czci* ORZECHOWICZA, lecz w *Księdze pamiątkowej ku uczczeniu 250-tej rocznicy założenia Uniwersytetu Lwowskiego*, i że w postaci nieco zmienionej pojawiła się później w *Poradniku dla samouków*.

Co do kwestii, czy jestem profesorem zwyczajnym, czy też honorowym, czy wreszcie jednym i drugim, to sam tej kwestii rozstrzygnąć nie umiem. Mam obie nominacje i w *Składzie* Uniwersytetu figuruję od lat pięciu jako profesor honorowy i zwyczajny. Ministerstwo przeciw temu nie protestuje, więc sądzę, że milcząco zgadza się na to.

Jak najchętniej wreszcie gotów jestem należeć do współpracowników czasopisma *Studia Philosophica* i Komitetowi Redakcyjnemu dziękuję najuprzejmiej za zaproszenie. Nie umiem jednak powiedzieć, czy i kiedy będę mógł napisać dla czasopisma tego jakiś artykuł po niemiecku, np. z historii logiki.

Raz jeszcze przepraszając Kochanego Pana Profesora za opóźnienie odpowiedzi, łączę wyrazy głębokiego uszanowania i zasyłam serdeczne pozdrowienia.

Jan Łukasiewicz

78.

Warszawa
Brzozowa 12

24.09.1934.

Kochany Panie Profesorze!

Adres prywatny prof. H. SCHOLZA jest następujący: Münster i. W., Melchersstr. 24 I. SCHOLZOWIE przebywają obecnie w Holandii i wrócą dopiero w październiku do domu. Odpoczywam obecnie po czterotygodnioej podróży zagranicznej, która była bardzo miła.

Zasyłam serdeczne pozdrowienia i łączę wyrazy głębokiego szacunku.

Jan Łukasiewicz

79.

Warszawa

9.10.1934.

Kochany Panie Profesorze!

Jestem w kłopotliwej sytuacji. Pierwszą pracę ks. SALAMUCHY znam dobrze, bo napisałem o niej obszerny referat na prośbę Wydziału Teologicznego w Kra-

kowie. W referacie tym wytknąłem szereg błędów, znajdujących się w pracy, ale zakończyłem referat wnioskiem przychylnym. Wiadomo, że potem Ks. Wiceminister, powołując się m.in. na mój referat, nie chciał zatwierdzić habilitacji ks. SALAMUCHY. W tym samym czasie prosił mnie prof. TATARKIEWICZ o recenzję tej pracy do *Przeglądu Filozoficznego*; zgodziliśmy się obaj, że lepiej recenzji nie umieszczać, bo nie można by w niej pominąć stron ujemnych pracy, a to by jeszcze bardziej utrudniło ks. SALAMUSZE uzyskanie docentury. Uważam bowiem mimo wszystko, że jako kandydat na katedrę filozofii na Wydziale Teologicznym jest ks. SALAMUCHA o wiele lepszy, niż inni znani mi kandydaci. Chyba że chciano by powołać ks. BOCHEŃSKIEGO z Rzymu, ale o jego istnieniu dowiedziałem się dopiero niedawno.

Posiadam już i drugą pracę ks. SALAMUCHY i będę musiał ją przestudiować. Ale to zajmie mi sporo czasu. Dopiero potem będę mógł zorientować się, czy należy coś o tym napisać. Proszę mi zatem darować, że w chwili obecnej nie mogę zobowiązać się do napisania sprawozdania z tych prac dla *Ruchu Filozoficznego*.

Łączę wyrazy głębokiego szacunku i zasyłam serdeczne pozdrowienia.

Jan Łukasiewicz

80.

Warszawa 25.11.1934.

Kochany Panie Profesorze!

Byłem niezdrów, nic zresztą wielkiego, rodzaj grypy z gorączką, i to była przyczyna, że nie od razu podziękowałem za przesłane dwa tomy, za *Elementy* i *Przegląd*. Dziękuję najserdeczniej; fakt ten umożliwia mi przesłanie do Brazylii wszystkich prac żądanych, o ile chodzi o moją osobę. Niestety nic więcej posłać nie mogę, bo nie mam dubletów prac nieswoich.

Stosunki międzynarodowe naszego logistycznego środowiska w Warszawie rozszerzają się coraz bardziej. Oczywiście cieszy mnie to bardzo, ale zajmuje też dużo czasu. Do dotychczasowego konktaktu naszego z Niemcami i Ameryką dołączyły się świeżo nawiązane stosunki z Włochami, Jugosławią, Rumunią, a nawet Japonią.

Mam nadzieję, że w czasie ferii świątecznych będę we Lwowie. Pozwolę sobie wtedy odwiedzić Kochanego Pana Profesora. Tymczasem łączę serdeczne pozdrowienia i wyrazy głębokiego szacunku.

Jan Łukasiewicz

81.

Warszawa 2.03.1935.

Kochany Panie Profesorze!

Wobec zbliżających się imienin proszę przyjąć najserdeczniejsze życzenia moje wszelkiej pomyślności, a zwłaszcza zdrowia i dużo sił, potrzebnych do wykonania tylu ważnych i pożytecznych prac, którymi się Kochany Pan Profesor niestrudzenie zajmuje. Przy tej okazji pozwalam sobie przesłać osobno odbitki dwóch ostatnich rozprawek swoich, związanych ze Zjazdem w Pradze. Myślę już przy tym o nowych pracach, chciałbym mianowicie napisać coś o sylogistyce ARYSTOTELESA oraz o logikach wielowartościowych, które wzbudzają w świecie coraz więcej zainteresowania. Dowiaduję się bowiem, że ostatnio Accademia d'Italia poleciła uczonym włoskim zająć się tym tematem.

W Warszawie mamy gości zagranicznych. Przez dwa tygodnie bawił u nas docent matematyki z Tokio, Dr TOMUHARU HIRANO, a równocześnie przybyła także uczennica prof. SCHOLZA Drka Elli HEESCH z Kilonii, która pozostanie do końca marca. Oboje pragnęli się zapoznać z warszawskim środowiskiem logiki matematycznej. Skutkiem tego miałem czas całkiwicie zajęty, tak że nie mogłem dotychczas odpowiedzieć na list Polskiego Towarzystwa Filozoficznego. Pozwoli Kochany Pan Profesor, że uczynię to teraz. Zgadzam się oczywiście na nowy przedruk rozprawki *O nauce* bez żadnych zresztą zmian. Pozwolę sobie tylko zakomunikować uwagę astronoma naszego prof. KAMIEŃSKIEGO, który sądzi, że dokładny przekład tytułu dzieła KOPERNIKA powinien by brzmieć *O obrotach kręgów* (nie *ciał*) *niebieskich*, gdyż w oryginale jest „*orbium*", nie zaś „*corporum*". Z honorarium autorskiego proszę pokryć przede wszystkim zaległe składki moje w Polskiem Towarzystwie Filozoficznym, jednakże bez prenumeraty za *Przegląd Filoz*[*oficzny*], który otrzymuję jako członek Warszawskiego Towarzystwa Filozoficznego.

Jeżeli złoży się tak, że w czasie ferii Wielkanocnych będę we Lwowie, to pozwolę sobie Kochanego Pana Profesora odwiedzić. Tymczasem łączę wyrazy najgłębszego szacunku i zasyłam jak najserdeczniejsze pozdrowienia.

Jan Łukasiewicz

82.

Warszawa
Brzozowa 12 21.12.1935.

Prof. dr Jan ŁUKASIEWICZ składa serdeczne podziękowanie za gratulacje, złożone mu z okazji otrzymania nagrody.

83.

Warszawa 2.01.1936.

Kochany Panie Profesorze!

Przesyłam w załączeniu *Dziennik Zarządu M. St. Warszawy*, w którym zawarte są żądane przez Kochanego Pana Profesora szczegóły, dotyczące nagrody naukowej. Dodaję, że nagroda wynosi 5000 zł, a orzeczenie Sądu Konkursowego zredagował dziekan, prof. dr Stefan MAZURKIEWICZ. Nagroda przyznana mi została na propozycję Uniwersytetu Warszawskiego oraz Towarzystwa Naukowego Warszawskiego.

Prosiłbym bardzo, aby Redakcja *Ruchu Filozoficznego* po zużytkowaniu wspomnianego *Dziennika* zechciała mi ten *Dziennik* zwrócić, gdyż stanowi on dla mnie miłą pamiątkę.

Łączę serdeczne pozdrowienia oraz wyrazy głębokiego uszanowania.

Jan Łukasiewicz

84.

Warszawa 4.03.1936

Kochany Panie Profesorze!

W dniu imienin proszę przyjąć ode mnie jak najserdeczniejsze życzenia wszelkiej pomyślności, a zwłaszcza zdrowia. Życzę także z całego serca, by tak ważne i pożyteczne prace, związane z nowym wydawnictwem, przyniosły Kochanemu Panu Profesorowi jak najwięcej zadowolenia.

Przy tej okazji chciałbym donieść Kochanemu Panu Profesorowi jako Redaktorowi *Ruchu Filozoficznego*, że byłem niedawno w Münster i. W., gdzie z inicjatywy prof. dra H. SCHOLZA, a na zaproszenie tamtejszego Wydziału Filozoficzego i Przyrodniczego wygłosiłem dnia 4 lutego 1936 [roku] wykład publiczny pt. „Die alte und die neue Logik". Wykład odbył się w przepełnionej auli Uniwersytetu. Na wykład przybyli m.in. spoza Münster matematycy prof. dr. REIDEMEISTER oraz Dr Arnold SCHMID z Marburga, Dr A. HEYTING z Enschede w Holandii, a także panna Dr Elli HEESCH z Meldorf w Holstein, która tamtego roku bawiła kilka tygodni w Warszawie. Ponadto wygłosiłem w Münster w kole zamkniętym dla specjalistów jeszcze trzy dalsze wykłady, każdy trwał półtorej godziny, na tematy: „Zur Grundlegung des Prädikatenkalküls", Über die Axiomatisierbarkeitsbeweise in die Aussagenlogik", „Der volle dreiwertige Aussagenkalkül". Przyjmowano nas obojga, tzn. żonę moją i mnie, nadzwyczaj serdecznie, tak że przywieźliśmy do domu jak najlepsze wspomnienia z tej dwnastodniowej podróży.

Łączę serdeczne ukłony i wyrazy głębokiego szacunku.

Jan Łukasiewicz

85.

Warszawa 27.04.1936.

Kochany Panie Profesorze!

Proszę przyjąć jak najserdeczniejsze gratulacje moje z okazji otrzymania nagrody m. Łodzi. Gdy w roku ubiegłym przyznano mi nagrodę m. Warszawy, miałem to uczucie, że w zakresie filozofii największa i najpierwsza nagroda należy się przede wszystkim Kochanemu Panu Profesorowi, i rozumiałem, że jeśli stało się inaczej, to jedynie dlatego, iż nagroda warszawska przewidziana jest statutowo dla osób związanych z Warszawą. Tym bardziej cieszę się, że teraz Łódź zrobiła to, czego nie mogła uczynić Warszawa.

Dziękuję dalej serdecznie za życzenia, nadesłane z powodu powstania Polskiego Towarzystwa Logicznego. Aż do zatwierdzenia statutu przez władze działamy prowizorycznie. Do Zarządu tymczasowego weszli prócz mnie pp. Lindenbaum, Mostowski, Sobociński i Tarski.

Pierwszy tom *Studia Philosophica* przedstawia się imponująco. Rad bym zamieścić w tym pięknym wydawnictwie obiecany artykuł, nie potrafię jednak obecnie określić terminu, kiedy zdołam to zrobić. W połowie maja wyjeżdżam na dwa tygodnie do Paryża, gdzie na zaproszenie Sorbony mam wygłosić dwa wykłady z logiki. W czerwcu mam egzaminy, w lipcu zaś czeka na mnie Truskawiec, dokąd będę musiał wyjechać wobec wzmagających się objawów artretyzmu. Proszę mi tedy darować, że nic konkretnego nie mogę na razie w tej sprawie obiecać.

Zasyłam Kochanemu Panu Profesorowi najpiękniejsze ukłony oraz pozdrowienia i łączę wyrazy głębokiego uszanowania.

Jan Łukasiewicz

86.

Warszawa
Sewerynów 6 3.03.1937.

Kochany Panie Profesorze!

Proszę przyjąć ode mnie najserdeczniejsze życzenia w dniu Swych imienin, a zwłaszcza życzenia zdrowia. Dziękuję zarazem najpiękniej za życzenia, które Kochany Pan Profesor raczył mi przysłać w grudniu.

Przepraszam dalej, że nie mogłem wykończyć na czas przyobiecanego artykułu do *Studia Philosophica*. Po prostu nie starczyło mi sił na to. Nie mogłem przecież posłać jakiegoś artykułu przygodnego, tylko chciałbym wystąpić w tym pięknym czasopiśmie z jakąś pracą poważną. Zajęcia bieżące wyczerpują mnie

do tego stopnia, że pracę poważną pisze się bardzo długo. Myślę, że zdołam to jeszcze zrobić, bo tematów mi nie brak, za mało tylko sił i czasu.

W *Przeglądzie Teologicznym* nie umieściłem żadnego artykułu. Była to pomyłka ks. BOCHEŃSKIEGO, który w ferworze teologicznym dwa razy zamiast wyrazu „filozofia" użył wyrazu „teologia". Chodziło o mój artykuł „Logistyka a filozofia" z *Przeglądu Filozoficznego*. Nie przewodniczyłem także na żadnej konferencji teologicznej podczas Zjazdu Krakowskiego. Odbyła się wprawdzie konferencja w Naukowym Instytucie Katolickim w Krakowie, poświęcona stosunkowi logistyki do filozofii chrześcijańskiej, ale konferencji tej przewodniczył ks. rektor MICHALSKI, a ja byłem tylko gościem. Referaty wygłosili ks. BOCHEŃSKI, ks. SALAMUCHA i dr DREWNOWSKI; ja tylko przemawiałem w dyskusji. Referaty te oraz dyskusja mają się pojawić w druku w *Studia Gnesniensia*, przy czym na prośbę redakcji tego wydawnictwa dwa swoje przemówienia dyskusyjne ująłem w formę artykułu „W obronie logistyki".

Może być, że i w ciągu tego roku wybiorę się prędzej czy później do Lwowa. Wtedy pozwolę sobie skomunikować się z Kochanym Panem Profesorem osobiście.

Teraz zaś łączę piśmienne wyrazy głębokiej czci i zasyłam uprzejme i serdeczne ukłony.

Jan Łukasiewicz

2. Z KORESPONDENCJI Z ALEXIUSEM MEINONGIEM

P. Simons, *Philosophy and logic in Central Europe from Bolzano to Tarski*, Dordrecht 1992, Kluwer Academic Publishers, s. 219–221.

1.

Lwów 23.12.1908.
Łyczakowska 19a

Wielce Szanowny Panie Profesorze!

Przed kilkoma dniami wróciłem w końcu do Lwowa, ale często wspominam dni, które jeszcze tak niedawno spędzałem w Grazu. Odczuwam wielką wdzięczność za uprzejmą gotowość, z jaką Pan, Panie Profesorze, pozwalał rozporządzać swoim cennym czasem. W Grazu wyjaśniłem sobie liczne zagadnienia, wiele się nauczyłem, a także znalazłem inspiracje do własnych daszych badań.

W Paryżu, dokąd udam się, mam nadzieję, w połowie stycznia, spróbuję zapisać — jeśli to możliwe — w postaci gotowej do druku pewne wywody i tezy, którymi zajmowaliśmy się w czasie naszych spotkań w Grazu. Jeżeliby później miało się okazać, że wywody te mają jakąś wartość dla teorii przedmiotów, to bardzo bym się cieszył, że zrobiłem coś dla tej tak ważnej dyscypliny, którą Pan, Panie Profesorze, stworzył.

Proszę przyjąć, Panie Profesorze, moje najlepsze życzenia z okazji Bożego Narodzenia.

Pozostaję z najgłębszym szacunkiem wielce oddany.

Jan Łukasiewicz

2.

Lwów
Łyczakowska 19a

12.04.1910.

Wielce Szanowny Panie Profesorze!

Od miesięcy zabierałem się do napisania do Pana Profesora, aby jeszcze raz podziękować Panu za całe dobro i piękno, które zawdzięczam dniom spędzonym w Grazu. Stale z tym zwlekałem, aby móc jednocześnie zadedykować Panu niemieckie streszczenie swojej rozprawy o ARYSTOTELESIE, które niedawno zostało wydrukowane, lecz wciąż się jeszcze nie ukazało. Cieszę się, że mogę służyć Panu rozprawką FREGEGO. Książka ta nie jest mi już potrzebna; proszę więc ją zatrzymać tak długo, jak tylko okaże się Panu potrzebna. Wywody FREGEGO dotyczące supozycji i sądów zostały uznane również przez B[ertranda] RUSSELLA. Zapewne zainteresuje Pana załączony cytat; wspomniane tam prace FREGEGO również posiadam i są one do ewentualnej dyspozycji Pana Profesora.

Moja matka już prawie całkiem przyszła do sił; siedzę więc w domu zadowolony, zupełnie spokojny i pracuję — nad teorią wnioskowania indukcyjnego. Już wcześniej o tym pisałem i broniłem teorii inwersjii JEVONSA i SIGWARTA przed atakami ERDMANNA. Teraz chciałbym tę swoją dawną pracę rozwinąć i udoskonalić.

W semestrze letnim mam wykłady o zasadniczych problemach teorii poznania. Zajmuję w nich stanowisko m.in. wobec *Friesianów* z jednej strony, i wobec pragmatyzmu z drugiej. Prof[esor] HÖFFLER opublikował niedawno wiele interesujących rzeczy o pracy NELSONA w *Zetschrift f*[ür] *Phil*[*osophie*].

Prof[esor] TWARDOWSKI właśnie dziś udaje się do Innsbrucka na spotkanie psychologów niemieckich; potem jedzie na kilka dni do Paryża. Jaka to byłaby dla mnie radość, gdybym to *ja* miał możność udać się w taką podróż — z krótkim wypadem do Grazu!

Ponieważ jednak nie jest mi dane pojawić się osobiście tak szybko w Grazu, proszę Pana, Panie Profesorze, o przyjęcie przynajmniej w tej postaci zapewnień o moim wielkim szacunku i wdzięczności [względem Pana].

Zawsze Panu oddany *Jan Łukasiewicz*

DODATEK:

B. RUSSELL, „Mathematical logic as based on the theory of types", *American Journal of Mathematics* vol. XXX(1908).

RUSSELL wylicza «pojęcia pierwotne» logiki symbolicznej i na końcu s. 245 wymienia: „(7) Assertion, *i.e.* the assertion that some proposition is true, or that any value of some propositional function is true. This is required to distinguish a proposition actually asserted from one merely considered, or from one adduced as hypothesis to some other. It will be indicated by the sign „⊢" prefixed to what asserted, with enough dots to bracket off what is asserted."*

* Do tego jest następujący przypis: „This sign, as well as the introduction of the idea which it expresses, are due to FREGE. See his *Begriffsschrift* (Halle, 1879), p. 1, and *Grundgesetze der Arithmetik* vol. I (Jena, 1893) p. 9."

Oba listy z niemieckiego przełożył Jerzy Pluta

3. Z KORESPONDENCJI OFICJALNEJ

1.

Lwów 19.04.1905

Szanowny Panie!

Na życzenie Pana przesyłamy krótki opis doświadczeń, wywołanych przez medium p. CZUBATEGO, które odbyły się w naszej obecności w Baginsbergu pod Kołomyją na zebraniu dnia 26 marca 1905 r[oku]; dołączamy zarazem opinię naszą, dotyczącą tych doświadczeń.

Byliśmy świadkami następujących faktów:

(1) medium ściągnęło ze sznura, którego końce trzymane były przez dwóch uczestników zebrania, pierścień metalowy, nie uszkadzając sznura;

(2) medium wyszło z celki ze związanymi z tyłu rękoma i przywiązanymi do krzesła;

(3) medium pokazało z celki parafinowy odlew ręki (negatyw, wewnątrz pusty);

(4) medium trzymało ręce przed celką, gdy równocześnie w celce brzmiała gitara i odzywał się bębenek;

(5) mając ręce związane sznurem, którego końce były opieczętowane, wciągnęło medium na siebie cienki, jedwabny kaftanik o opieczętowanych szwach, nie naruszając sznura ni pieczęci;

(6) medium rozwiązało węzeł w sznurze, którego końce związane trzymano w ręce.

Wszystkie doświadczenia, z wyjątkiem (4) i (6), odbyły się w zupełnej ciemności i wśród hałasu, wywołanego dzwonieniem; doświadczenia (4) i (6) odbyły się przy bardzo słabym oświetleniu czerwonej latarki, tak że widoczne były ręce medium w doświadczeniu (4) oraz część sznura w dośw[iadczeniu] (6). To, co medium robiło w celce, usuwało się spod wszelkiej kontroli.

Po dokładnym rozważeniu wszystkich tych doświadczeń, doszliśmy zgodnie do następujące opinii.

I. Żadne z tych doświadczeń nie wzbudziło w nas przekonania, że były one wynikiem jakiejś nadzwyczajnej siły, i że nie dadzą się wytłumaczyć za pomocą znanych sztuczek kuglarskich.

Ad (1). Nie mogliśmy stwierdzić przed doświadczeniem z powodu słabego oświetlenia, czy pierścień, który znajdował się na szurze, był TYM SAMYM, który medium pokazywało nam przed doświadczeniem i po doświadczeniu; mógł to być pierścień inny, otwierający się. Zwracamy uwagę, że redakcja *Psychische Studien* zapatruje się również na podobne doświadczenie sceptycznie (proszę por. uwagę w zesz. 4, r. 1905, s. 196).

Ad (2). Związać sobie ręce i przywiązać się do krzesła mogło medium samo.

Ad (3). Odlew parafinowy ręki może być wykonany za pomocą rękawiczki gumowej, zwłaszcza że medium nie miało w celce związanych rąk i nóg (a nawet przy związanych rękach i nogach można by taki odlew wykonać za pomocą ust, gdy medium trzyma i chowa w ustach rękawiczkę gumową).

Ad (4). Z powodu słabego oświetlenia nie można było stwierdzić, czy ręce wystawione przed celką były ZAWSZE rękami medium; medium mogło wystawiać raz swoje ręce, a raz gumowe, i poruszać w tym drugim wypadku swoimi rękami gitarę i bębenek. Można zresztą grać na tych instrumentach za pomocą ust, trzymając w nich np. długi patyk.

Ad (5). Można ubrać kaftanik przez związane ręce, posługując się bardzo zwykłym i znanym «trickiem» (przeciąga się w pewien sposób kaftanik pomiędzy rękami z sznurem).

Ad (6). Sznur nie był opieczętowany, więc nie można twierdzić, że był *tym* SAMYM, w którym zrobiliśmy węzeł; zdaje się zresztą, że nie jest rzeczą niemożliwą rozwiązać węzeł w zamkniętym sznurze lub paśmie sposobem «naturalnym», skoro można w zamkniętym pasmie węzeł ZROBIĆ (proszę por. rozprawę

SIMONY'EGO *Lösung d[er] Aufgabe*, „In e. rinförmig geschloss. Band einen Knoten zu machen" *etc.*, 9 wyd., Wiedeń 1881).

II. Nie kwestionując dobrej woli medium, skłonni jesteśmy na podstawie wielu spostrzeżeń do przekonania, że wszystkie doświadczenia, w których braliśmy udział, były istotnie tylko mniej lub więcej zręcznymi sztuczkami kuglarskimi.

(a) Medium nie robiło zupełnie wrażenia osoby, będącej w transie: poruszało się i działało jak człowiek na jawie, rozplątywało sznury, pokazywało po wykonaniu odlewu, że ma ręce suche, czuło ból, wywołany rozpalonym lakiem itd. (proszę por. (b)(β)).

(b) Medium zachowywało się widocznie w ten sposób, ażeby nie dopuścić do ścisłej kontroli, która by umożliwiła wykrycie istotnych faktów. (α) W doświadczeniu (2) kazało sobie natychmiast rozwiązać ręce, mówiąc że „dostanie zakażenia krwi" (dziwna obawa osoby będącej w transie); stąd nie można było dokładnie zbadać sposobu skrępowania rąk i przywiązania ich do krzesła. (β) Zapowiedziało zrazu, że odlewów nie będzie; kazało jednak wstawić kubły z wodą do celki, i następnie zupełnie niespodziewanie dokonało odlewu. Wygląda to tak, jak gdyby medium chciało się było uchylić przed poprzednią dokładną kontrolą. (γ) Nie pozwoliło skrępować sobie rąk na krzyż w doświadczeniu (5); przy takim skrępowaniu nie można by było dokonać owego dośw[iadczenia] znanym nam sposobem. (δ) Nie pozwoliło zapieczętować końców sznura w dośw[iadczeniu] (6). (ε) Obiecywało wywołać pismo bezpośrednie w takich warunkach, o których wiedziało, że są w danej chwili do spełnienia niemożliwe (żądało skrzynki drewnianej, zabitej gwoździami); nie chciało natomiast pisać na tabliczkach, przez nas opieczętowanych i przywiezionych. (ζ) Zniszczenie dwóch dawniejszych odlewów naprowadza nas na myśl, że medium obawiało się dokładniejszego zbadania tych odlewów.

(c) Niektóre fakty, wywołane przez medium, nie są wolne od wszelkich podejrzeń. (α) Odlew parafinowy nie wykazuje najmniejszych śladów jakiejś organicznej ręki ludzkiej; jest zewnątrz gładki, jakkolwiek parafina oddaje najdokładniej wszystkie nierówności i drobne zagłębienia ręki. Poza tym odznacza się całkiem nienaturalną grubością. (β) Ręce medium w doświad[czeniu] (4) kurczyły się chwilowo i robiły najzupełniej wrażenie rąk gumowych. (γ) Przy doświad[czeniu] (5) miały ręce medium głębokie, sine pręgi, jakkolwiek skrępowanie nie było silne; da się to wytłumaczyć tym, że medium szamotało się, ażeby przeciągnąć kaftanik pomiędzy sznurem a rękami.

Na podstawie tych spostrzeżeń nie możemy wprawdzie twierdzić, jakoby p. CZUBATY nie posiadał jakiejś nadzwyczajnej siły, która mogłaby być przyczyną niezwykłych zjawisk; nie mamy atoli powodu, na podstawie zauważonych przez siebie faktów spodziewać się, że przy dokładniejszej kontroli (REWIZJA OSOBISTA medium, aparaty rejestrujące każdy ruch medium w celce itd.) pojawią się jakieś

zjawiska nadzwyczajne. Stąd też nie widzimy na razie potrzeby sprowadzać medium do Lwowa, celem powtórzenia doświadczeń.

Ponieważ jesteśmy najzupełniej przekonani, że właśnie Panu w interesie nauki zależy jak najbardziej na tym, ażeby dotrzeć do istoty tych zjawisk, więc nie wątplimy, że Pan, spowodowany może naszymi uwagami, zastosuje przy następnym posiedzeniu tak ścisłe środki kontroli, że będzie można przekonać się w sposób niewątpliwy o nadnaturalności tych zjawisk, względnie o nieświadomym choćby oszukiwaniu medium. Ponieważ i nam zależy na ostatecznym wyświetleniu tych faktów, prosimy przeto, ażeby Pan był łaskaw donieść nam o wynikach dalszych badań Swoich.

Prawo publikowania niniejszego listu w *Psychische Studien* zastrzegamy sobie sami.

Łączymy wyrazy poważania.

Dr Jan Łukasiewicz

2. List do Henryka STRUVEGO

Lwów 6.10.1910.

Czcigodny Panie Profesorze!

Najserdeczniej dziękuję imieniem Komitetu za łaskawe przysłanie fotografii i za dołączeniu listu, który zostanie odczytany na uroczystym posiedzeniu. Cieszy nas wszystkich niezmiernie, że Czcigodny Pan Profesor, którego imię wśród wszystkich filozofów polskich, a szczególnie u nas, jest zawsze największą czcią otaczane, raczył Swym duchowym współudziałem uświetnić naszą uroczystość. Wyrazy uznania nie tylko ucieszą prof. TWARDOWSKIEGO, ale i dla nas młodych, którzy grupujemy się około naszego kochanego nauczyciela i z nim współdziałamy, będą zachętą dla dalszej pracy naukowej.

Kwotę 7 r 19 k (= 6 s) otrzymałem 5 bm. i stwierdzam niniejszym jej odbiór.

Kreślę się z wyrazami głębokiego poważania.

Jan Łukasiewicz

3. List do dziekana Wydziału Filozoficznego Uniwersytetu Lwowskiego Wilhelma BRUCHNALSKIEGO

Lwów 18.05.1914.
Chmielowskiego 10

Wielce Szanowny Panie Dziekanie!

Na półrocze zimowe 1914/[19]15 zapowiedziałem kolegium z logiki od 4 do 5 po południu oraz dwugodzinne ćwiczenia logiczne od 6 do 8 wieczorem. Do

wyboru tych tematów zmusiła mnie konieczność opracowania obszernego dzieła o współczesnej logice formalnej, którego brak dotąd w literaturze polskiej, a na którego wydanie otrzymałem zapomogę z Kasy Mianowskiego. Zapowiadając te kolegia, nie wiedziałem wszelako, że w cyklu systematycznych wykładów z filozofii, które w okresie czteroletnim powtarza prof. TWARDOWSKI, przypada właśnie na rok następny logika, i że powstanie w ten sposób kolizja tematów. Ponieważ wobec tej kolizji prof. TWARDOWSKI zwrócił się do mnie z prośbą, ażebym obrał jakiś inny temat wykładów, a niepodobną jest rzeczą przygotować równocześnie poważne dzieło z innej dziedziny tej nauki, przeto, nie chcąc wywoływać kolizji, z wielkim żalem widzę się zmuszonym cofnąć zgłoszone wykłady, i w następnym półroczu zimowym wykładać nie będę.

Proszę przyjąć wyrazy głębokiego szacunku.

Jan Łukasiewicz

4. List do rektora Uniwersytetu Stefana Batorego w Wilnie, Michała SIEDLECKIEGO

Minister Wyznań Religijnych
i Oświecenia Publicznego
Warszawa 10.11.1919.

Czcigodny Panie Rektorze!

W pierwszą «miesięcznicę» uroczystości otwarcia Uniwersytetu Wileńskiego proszę przyjąć raz jeszcze najszczersze podziękowanie moje za serdeczne i gościnne przyjęcie, jakiego doznałem w Wilnie w domu Pana Rektora. Takie samo podziękowanie proszę także złożyć ode mnie Czcigodnej Pani Rektorowej. Nie potrzebuję dodawać, że dni owe, spędzone w Wilnie pozostaną w pamięci mojej do końca życia.

Łączę wyrazy głębokiego szacunku.

Jan Łukasiewicz

5. List do dziekana Wydziału Teologicznego Uniwersytetu Jagiellońskiego Józefa ARCHUTOWSKIEGO

Warszawa 19.05.1933.
Brzozowa 12

Czcigodny Księże Dziekanie!

Proszę mi wybaczyć, że dopiero dzisiaj wysyłam przyobiecany referat o pracy habilitacyjnej Ks. Dr. SALAMUCHY. Sądzę jednak, że Ksiądz Dziekan raczy uspra-

wiedliwić tę zwłokę, bo jak świadczą załączone kartki, obmyślenie i napisanie referatu zajęło mi dość dużo czasu.

Łączę wyrazy głębokiego uszanowania.

Jan Łukasiewicz

4. Z KORESPONDENCJI Z JÓZEFEM M. BOCHEŃSKIM

1.

Bruksela 4.12.1945.
Adres mój: Prof. dr Jan ŁUKASIEWICZ
Centres des Hautes Etudes Polonaises
167 Av. Molière, Bruxelles, Belgique

Czcigodny i Drogi Ojcze!

Dwa listy tej samej treści, opisujące naszą tułaczkę w Niemczech, wysłałem do Kochanego Ojca w listopadzie pod adresem *Angelicum*. Może któryś z nich doszedł do rąk Ojca, więc nie będę się już powtarzał.

Od 1 grudnia jestem wraz z Żoną w Brukseli, w *Centre des Hautes Etudes Polonaises*. Już następnego dnia dowiedziałem się, że Ojciec został powołany na katedrę do Uniwersytetu Katol[ickiego] we Fryburgu. Cieszę się z tego niezmiernie i przesyłam Kochanemu Ojcu wraz z Żoną jak najserdeczniejsze gratulacje.

Pobyt w Brukseli traktuję jako prowizorium. Do kraju w danych warunkach wracać nie myślę. Chciałbym się o coś zaczepić w USA i nawiązałem kontakt z prof. HALECKIM. Trudności są duże, przede wszystkim ze względu na mój wiek (67 lat), albowiem w uniwersytetach amerykańskich granica wieku jest taka sama, jak u nas, tj. 65 lat. Sprawa nie jest dotychczas rozstrzygnięta. Obawiam się, że i gdzie indziej, np. w Szwajcarii, wiek mój byłby także przeszkodą do zaczepienia się o coś. Ja jednak mimo wieku czuję się jeszcze umysłowo całkiem świeżo, mam dużo nowych pomysłów i chciałbym jeszcze niejedną pracę wykończyć.

Proszę bardzo napisać nam coś o Sobie, czekamy na list od Ojca z utęsknieniem. Łączę wraz z Żoną wyrazy głębokiego szacunku oraz najserdeczniejsze pozdrowienia.

Jan Łukasiewicz

2.

Bruksela 10.02.1946.
131 Avenue Brugman

Czcigodny i Kochany Ojcze!

Serdecznie dziękuję za oba listy. Nie odpisywałem, bo dłuższy czas leżałem silnie zaziębiony i ciężko mi zabrać się do czegokolwiek. Dziś odpisuję przede wszystkim na drugi list.

Co się tyczy pierwszej prośby, to nikt mnie nie nazwał „jednym z czterech najwybitniejszych logików europejskich", tylko w pewnej książce była mowa o „czterech kolumnach świata" (?), a ja miałem być tą czwartą kolumną. Książka ta cytowana jest w mojej rozprawie „W obronie logistyki", którą Ojciec posiada: na s. 14 odbitki. Jest to dzieło Erica Temple'a BELLA *The search of truth* (London, Allen and Unwin 1934, s. 245–247). Autor ten zrobił mi wielką reklamę z powodu logik wielowartościowych, ale sprawa tej reklamy komplikuje się przez to, że BELL, polegając na pomyłce LEWISA, wymienia wraz ze mną i TARSKIEGO jako współautora tego odkrycia. TARSKI interweniował w swoim czasie w tej kwestii u LEWISA, który sprostował tę pomyłkę, nie bardzo zresztą chętnie, jak wyczuwam, w amerykańskim *Journal of Philosophy* (vol. XXX, no 13., June 22, 1933), ale BELL przeoczył oczywiście to sprostowanie. Przypuszczam, że zarówno książka BELLA, jak i *Journal of Philos[ophy]* znajdzie się w którejś ze szwajcarskich bibliotek uniwersyteckich.

Posyłam dwie fotografie swoje, jedną amatorską sprzed wojny, drugą paszportową, robioną już w Brukseli. Dziękuję serdecznie za chęć ofiarowania mi swoich własnych prac, ale prace od 4 do 11 posiadam, a inne są mi niepotrzebne.

Waham się z *demarché* do p. G., bo wyczuwam, że nie jest mi szczególnie życzliwy. Otrzymałem list od prof. HALECKIEGO z N[owego] Jorku; pisze o trudnościach znalezienia czegoś w Ameryce i donosi mi poufnie, że wspomniany wyżej p. T., dawny mój asystent, który od początku wojny przebywa w Ameryce, odmówił w tej sprawie wszelkiej swej pomocy ze względów politycznych. Przyznam się, że to mnie zraziło do Ameryki. Powstała natomiast nowa możliwość: Irlandia gotowa jest zaopiekować się pewną liczbą katolickich uczonych polskich i zwróciła się w tej sprawie do naszego Rządu w Londynie. Obiecują 350 funtów rocznie na dłuższy okres czasu, nic w zamian nie żądając; sprawa cieszy się poparciem DE VALERY i arcybiskupa dublińskiego. Rząd wymienił mnie podobno na pierwszym miejscu. Gotów byłbym tę propozycję przyjąć, bo tutaj pobyt jest tymczasowy, a żadnej innej możliwości nie ma. Proszę napisać, co Ojciec sądzi o tej propozycji?

Serdecznie dziękuję za wiadomości o Sobie i proszę o dalsze. Tymczasem łączę wraz z Żoną wyrazy głębokiego szacunku i najserdeczniejsze zasyłam pozdrowienia.

Jan Łukasiewicz

3.

Bruksela 28.02.1946.

Czcigodny i Kochany Ojcze!

Na list drugi Ojca odpisałem natychmiast 10 lutego i posłałem dwie fotografie. Tymczasem niespodzianie zrealizowała się nasza podróż do Irlandii: jutro, tj. 1 marca, jedziemy przez Ostendę do Londynu, a w przyszły wtorek wybieramy się z Londynu do Dublina. Proszę pisać do nas, dopóki nie przyślemy adresu własnego, pod adresem: *Consulat de Pologne* (Dublin). Przedstawicielstwo nasze w Irlandii jest z ramienia Rządu Londyńskiego, bo Irlandia nie uznała dotychczas Rządu Warszawskiego. Nie wiem, czy dobrze robimy, ale nie mieliśmy innych możliwości.

Zasyłam wraz z Żoną Kochanemu Ojcu najserdeczniejsze pozdrowienia i wyrazy głębokiej czci.

Jan Łukasiewicz.

4.

2 Upper Fitzwilliam St. 29.03.1946.
Dublin (Eire)

Czcigodny i Drogi Ojcze!

Wysłałem w lutym dwa listy z Brukseli i dwie fotografie. Czy Ojciec je otrzymał? Od trzech tygodni jesteśmy w Dublinie. Nie wiem jeszcze, jakie będę miał tu zajęcie i jakie środki utrzymania. W tych dniach to się wyjaśni, bo mam się widzieć z decydującym czynnikiem w tym kraju. Gdy zdobędziemy własne mieszkanie — mieszkamy dotąd w pensjonacie — zabiorę się do pisania *Elementów logistyki* na zamówienie paryskiego wydawnictwa Les Presses Universitaires (dawniej: Alcan). Poznałem tu dwóch profesorów Uniwersytetu Irlandzkiego, jezuitę prof. A. Gwynna i logika Monsignore'a Shine'a. Proszę o słówko odpowiedzi.

Łączę wraz z Żoną wyrazy głębokiego szacunku i serdeczne pozdrowienia.

Jan Łukasiewicz

5.

2 Upper Fitzwilliam St.
Dublin (Eire) 19.05.1946.

Czcigodny i Drogi Ojcze!

Serdecznie dziękuję za kartkę z 20.04. Listu ani rękopisu z Brukseli nie otrzymałem; nie wiem dotychczas, co się z nimi stało. Sytuacja moja tutaj dotychczas nie jest ustalona; kto wie, czy nie trzeba będzie rozejrzeć się po świecie za czymś innym. Ten stan rzeczy przygnębia mnie i nie pomaga w pracy. Jesteśmy tu bardzo osamotnieni, przy czym klimat jest paskudny: chłodno, wilgotno, deszcze, i nie można się nigdzie ogrzać.

Zasyłamy oboje serdeczne pozdrowienia i wyrazy głębokiego szacunku.

Jan Łukasiewicz

Czy Ojciec fotografie moje otrzymał?

6.

2 Upper Fitzwilliam St.
Dublin (Eire) 4.06.1946.

Drogi Ojcze!

Zaniepokojeni jesteśmy brakiem wiadomości od Kochanego Ojca. Od 3 miesięcy otrzymałem od Ojca tylko jedną kartkę. Rękopisu i listu, wysłanego do Brukseli, nie dostałem.

Sytuacja moja w Dublinie ciągle jeszcze nie wyjaśniona. Proszę dać nam znak życia. Mam poza tym wielką prośbę. Czy mógłby Ojciec przysłać nam ze 100–200 pastylek *allisatiny* (produkt szwajcarski Gandoza z Bazylei)? Znakomity środek na żołądek, którego nie możemy tu dostać: zawiera węgiel — i czosnek.

Łączymy oboje wyrazy głębokiej czci i serdeczne pozdrowienia.

Jan Łukasiewicz

7.

2 Upper Fitzwilliam St.
Dublin (Eire) 24.06.1946.

Czcigodny i Drogi Ojcze!

Równocześnie z kartką z dnia 18 bm. nadesłano mi z Brukseli list Ojca z 26.02. wraz z rękopisem, który spoczywał zapomniany w Brukseli. Choć to już

pewnie za późno, przejrzałem natychmiast rękopis i pozwalam sobie na poczynienie takich tylko uwag, głównie natury faktycznej, które można by jeszcze uwzględnić w korekcie:

(1) s. 1 — opuściłbym słowa „*il* (tj. TWARDOWSKI) *combat le psychologisme*";

(2) s. 1 — mam wątpliwości, czy metodologia PETRAŻYCKIEGO wpłynęła na logików polskich; skreśliłbym w każdym razie wyraz „*profondement*";

(3) s. 4 — „*propositions non-expliquées*": w Louvain używają słowa „*prop*[*ositions*] *non-analysées*"; opuściłbym wszędzie dodatek „*non-expl*[*iquées*], bo „*logique des propositions*" (*tout court*) jest to już termin ustalony;

(4) s. 4 — do 5 aksjomatów *Principiów* należałoby dodać „teorii dedukcji";

(5) s. 5 — LEŚNIEWSKI umarł w r. 1939 (13 maja), nie w r. 1938;

(6) s. 7 — CHWISTEK zosał prof[esorem] we Lwowie na kilka lat przed wojną, można by więc skreślić „*immediatement*";

(7) s. 9 — ZAREMBA był matematykiem, nie fizykiem.

Na dziewięciu kartkach trudno byłoby dokładniej scharakteryzować „logików polskich" niż to uczynił Ojciec. Sądzę, że praca ta bardzo się przyda dla informacji zagranicy o tym, co w Polsce się działo. Uważam, że zanadto pochlebnie Ojciec wyraża się o mnie. Czy Ojciec zna podobną pracę Zbigniewa JORDANA (Z. JORDAN, *The development of mathematical logic and of logical positivism in Poland between the two wars*, wydawn[ictwo] *Polish Science and Learning*, no 6, 1945, Oxford University Press)? Warto by może umieścić tę pracę w bibliografii.

Nasz los w Irlandii jest dotychczas nieustalony. Mieszkamy w pensjonacie, płacimy drogo, mieszkania własnego nie możemy dostać. Pieniądze nasze już się za kilka dni wyczerpią. Mamy nadzieję, że ktoś przyjdzie nam z pomocą w ostatniej chwili. Czynnik decydujący w tym kraju nie ma planu, co zrobić z profesorami polskimi, którzy zgłaszają się do Irlandii (chodzi tu nie tylko o mnie, ale i o profesorów prawa z Oxfordu). Ojciec Aubrey GWYNN SJ zajmuje się tą sprawą, i w ogóle opiekuje się nami, ale powiada, że sprawa nie będzie załatwiona przed wrześniem. Czekanie to jest bardzo denerwujące.

Tymczasem nie ma gdzie zaczepić się o coś. Uważam, że w Ameryce nie ma dla mnie szans. Nie obrażam się na TARSKIEGO i nie mam mu za złe, że nie chce mi pomóc. Inna rzecz dotknęła mnie bardziej. Oto w zeszycie wrześniowym z r. 1945 pojawiła się w *Journal of Symbolic Logic* praca ROSSERA i TURQUETTE'A pt. „Axiom schemes for *m*-valued propositional calculi", w której te „*calculi*" przypisywane są stale mnie łącznie z TARSKIM, chociaż TARSKI ich wcale nie stworzył. TARSKI nie sprostował tego błędu, a jest przecież prezydentem stowarzyszenia wydającego *Symbolic Logic*. Sprostowanie LEWISA poszło w zapomnienie. Napiszę przy okazji kilka słów o tym.

Serdecznie dziękuję za zajęcie się *allisotyną*. Pastylek dotąd nie otrzymałem, ale proszę już więcej nie wysyłać, bo zdołaliśmy odkryć i tutaj źródło. Proszę uprzejmie napisać nam, ile to kosztowało, jaki jest stosunek franka szwajcarskie-

go do funta angielskiego, i czy można przesłać jakiś banknot w liście. Serdecznie przepraszamy za kłopot i chcielibyśmy się z długu uiścić.

Nic Ojciec nie pisze o Sobie. Ja z wielkim wysiłkiem pracuję nad ostatnim rozdziałem swojego podręcznika, pt. „Teoria liczb naturalnych", bo zacząłem od końca. Mam kilka nowych wyników. Niepewność jutra nie sprzyja pracy.

Łączymy oboje jak najserdeczniejsze ukłony dla Ojca i wyrazy głębokiego szacunku.

Jan Łukasiewicz

8.

57 Fitzwilliam Square
Dublin (Eire)

19.08.[19]46.

Drogi Ojcze!

Dziękuję serdecznie za kartkę z 16 bm., którą dziś otrzymałem. Pastylek nie otrzymałem, pewnie nie wolno ich ze Szwajcarii wywozić. Ale zdołaliśmy tutaj znaleźć źródło, tak że nie są już nam potrzebne. Bardzo przepraszam za kłopot i za szczere zajęcie się tą sprawą.

Nic mi Ojciec nie pisze, czy otrzymał moje uwagi o rozprawce, którą już dawno bardzo wysłałem. Nie mam także wiadomości, czy p. MODZELEWSKI otrzymał recenzję moją artykułu o matematyce polskiej, którą wysłałem natychmiast po odebraniu jego listu, dn. 28 czerwca. Siedziałem kilka godzin nad zredagowaniem tej recenzji; po kilku dniach dostałem telegram o przyśpieszenie wysyłki, i odpowiedziałem, że już ją wysłałem. Od tego czasu nie mam ani słówka, czy recenzja moja nadeszła.

Moja sytuacja w Dublinie zaczyna się wyjaśniać. Byłem przyjęty przez p. DE VALERĘ, który mi powiedział, że zostanę profesorem przy *Royal Irish Academy* (profesura tu jest fikcją) i mieć będę jakąś płacę — nie wiadomo tylko, ile i od kiedy. Równocześnie dostaliśmy własne mieszkanie (stąd zmiana adresu): trzy pokoje z łazienką i kuchnią, o co tutaj bardzo trudno. Jesteśmy w trakcie przeprowadzania się i meblowania. Są wreszcie możliwości otrzymania w Cambridge „*a honorary fellowship*", ale namyślam się, czy przyjmę ewent[ualne] powołanie: może dopiero w następnym roku.

Proszę bardzo napisać coś o Sobie i nieco dłużej. Łączymy oboje serdeczne ukłony i wyrazy prawdziwego szacunku.

Jan Łukasiewicz

PS. Proszę pozdrowić ode mnie prof. BERNAYSA i prof. Karola DÜRRA, oraz prof. GONSETHA, i poprosić go, czy nie mógłbym otrzymać egzemplarza *Entretiens de Zurich*, w którym jest mój artykuł.

9.

57 Fitzwilliam Square
Dublin (Eire)

4.09.1946.

Drogi Ojcze!

Wiadomość o Sobocińskim bardzo mnie zaniepokoiła. Napisałem natychmiast po odebraniu listu Ojca do dra Z. Jordana (20, Brunswick Square, London WC1), żeby zrobił, co tylko można, dla wydobycia Sob[ocińskiego] z kraju. Może prof. Regamey, który jest — jak mi wiadomo — bliskim przyjacielem Sobocińskiego, będzie wiedział, gdzie on się ukrywa i jak nawiązać z nim kontakt. Obawiam się, żeby nie było za późno. Ale należy zrobić wszystko, by go uratować. Proszę serdecznie skomunikować się w Tej sprawie z prof. Regameyem i podać mu adres p. Jordana. Londyn ma zawsze jakieś kontakty z krajem i możliwości wydostania stamtąd ludzi.

Najserdeczniej dziękuję za list i za wiadomości «egoistyczne» w nim zawarte. Dürr jest bardo miły, ale zawsze wydawał mi się słabym. Za to Bernays — to pierwsza klasa. Feysa rozprawę o logice kombinatorycznej otrzymałem. Odwiedziłem Feysa w lutym w Louvain i przypomniałem sobie przy tym dawny swój pobyt w tym mieście, gdy jeszcze w r. 1904 chodziłem na wykłady Merciera.

Co się tyczy mojego podręcznika, to zamierzam w nim podać tylko elementy logiki matematycznej, a więc poza wstępem (I): rachunek zdań (II) — dowód zupełności i niesprzeczności tegoż rachunku (III) — teorię kwantyfikatorów (IV) — teorię predykatów z teorią tożsamości (V) — sylogistykę Arystotelesa (VI) — i zastosowania do teorii liczb naturalnych (VII). Rachunku klas i relatywów nie uwzględniam, bo teoria predykatów zastępuje zdaniem moim oba te rachunki; nie lubię zresztą teorii klas ani algebry logiki, bo nie uznaję klas pustych i sądzę, że ontologia Leśniewskiego jest teorią znacznie doskonalszą. Dążyć będę do jak największej prostoty i jasności w przedstawianiu — Quine (*Math[ematical] logic*) nie zadowala mnie pod tym względem — prędzej już Tarski, który jednak daje za mało teorii. Kiedy zdołam to wszystko napisać — nie wiem. Dotychczas nie miałem warunków do swobodnej i intensywnej pracy. Potrwa to co najmniej jeszcze rok.

Urządzamy się na nowym mieszkaniu. Żona moja, udręczona wojną, nie chciałaby się na razie przenosić do Cambridge, bo tutaj już ma co najpotrzebniejsze w domu, i tu jest więcej spokoju i żywności niż w Anglii. W każdym razie przynajmniej rok jeden zostaniemy w Dublinie. Nauczę się przy tym przez ten czas lepiej po angielsku, by móc potem ewentualnie mieć wykłady w Cambridge.

Proszę pozdrowić ode mnie najserdeczniej i od Żony mojej Państwa Dürrów oraz Bernaysa i Gonsetha. Zasyłamy oboje Ojcu najpiękniejsze ukłony i wyrazy głębokiej czci.

Jan Łukasiewicz

10.

57 Fitzwilliam Square
Dublin (Eire)

2.02.1947.

Czcigodny Ojcze!

Serdecznie dziękuję za list z dn[ia] 29.11.[19]46 i za egzemplarz *Entretiens de Zurich*. Nie odpowiadałem tak długo, bo miałem dość zajęć. Zostałem mianowany profesorem logiki matematycznej przy *Royal Irish Academy* w Dublinie. Jest to instytucja naukowa, jak nasza Akademia Krakowska, ale ma prawo tworzenia katedr i jest terenem neutralnym, na którym spotykają się profesorowie z katolickiego *National University* i protestanckiego *Trinity College*. Mam tygodniowo 1 godzinę wykładu, na który uczęszcza garstka profesorów, docentów, asystentów i starszych studentów. Wykłady prowadzę oczywiście w języku angielskim, co z początku sprawiało mi duże trudności, ale do czego powoli się wprawiam. Pierwszy wykład publiczny zgromadził około 80 osób, wsród nich był szef rządu, p. DE VALERA. Z okazji tej dziennik *The Irish Press* umieścił artykuł o mnie z fotografią moją i Żony mojej, który pozwalam sobie załączyć.

Cytat do str[ony] 65 THEOFRASTA, o który Ojciec pyta, znajduje się w pracy mojej „Philosophische Bemerkungen zu mehrwertigen Systemen des Ausagenkalküls" (*Comptes rendus des séances de la Société des Science et des Lettres de Varsovie*, XXII, 1930, Cl. III, p. 59). Chodzi tam jednakowoż o nieco inną sprawę: z założenia, że istnieją dwa zdania prawdziwe kształtu „*Mp*" i „*MNp*" dowodzę przy pomocy tezy z prototetyki, że każde zdanie jest możliwe („*Mp*"). W miejscu, przytoczonym przez Ojca, są nieco inne założenia, a mianowicie właśnie, że istnieje zdanie prawdziwe kształtu „*Mp*" oraz „*EMpMNp*". W obu przypadkach wynik jest ten sam: „*Mp*". Nie jest to jeszcze sprzeczność, ale wynik niemożliwy do przyjęcia, bo trudno się zgodzić na zdanie: „Może być, że 2 x 2 = = 5". Sprzeczność powstaje, o ile się zgodzimy, że nie wszystkie zdania są możliwe. Wywód sformalizowany zamieszczam przy końcu listu.

Bawił u mnie niedawno w gościnie Dr LEJEWSKI z Londynu. Jest ciągle w wojsku, ale ma dość czasu, by zbierać w *British Museum* fragmenty logiki stoickiej. LEJEWSKI jest doskonałym filologiem klasycznym; poza tym ma gruntowne wykształcenie logiczne. Nagadałem się z nim do syta w sprawach naukowych i o Warszawie przedwojennej.

Otrzymałem niedawno list od jednego z dawnych moich uczniów, p. JAŚKOWSKIEGO. Przed wojną był to bardzo zamożny ziemianin; obecnie jest profesorem matematyki w Uniwersytecie Toruńskim. Pisze mi, że SŁUPECKI jest profesorem logiki matematycznej w Uniwersytecie im. Curie w Lublinie, a dr MOSTOWSKI objął katedrę po śp. LEŚNIEWSKIM, lecz nie otrzymał jeszcze nominacji profesora. Habilitowali się wszyscy w Krakowie u prof. ZAWIRSKIEGO. Pisze mi wreszcie JAŚKOWSKI, że moja katedra teoretycznie istnieje, ale grozi jej likwidacja z po-

wodu faktycznego nieobsadzenia. Są też podobno projekty obsadzenia jej. Prosi mnie, bym te okoliczności wziął pod uwagę. Nie wiem, co to wszystko znaczy. Z Warszawy nie miałem dotąd żadnej wiadomości; sam do nikogo nie piszę, nie chcąc nikogo narażać. Nie pisałem nawet do ks. Rektora MICHALSKIEGO w Krakowie, bo boję się mu zaszkodzić. Jeśli Ojciec jest z Nim w kontakcie, to proszę Mu o mnie napisać i przesłać mój adres.

Oto wszystkie nowiny. «Trutki» nie nadeszły, ale znaleźliśmy ich źródło w Dublinie.

Łączymy oboje wyrazy głębokiego szacunku i serdeczne ukłony.

Jan Łukasiewicz

PS. Za wiadomości z Fryburga i Zurychu dziękuję jak najpiękniej i proszę o dalsze. Do prof. SCHOLZA wysłałem obszerny list 30.11.[19]46 i nie mam dotąd odpowiedzi.

[Załącznik]

(1)	ΣpMp	(założenie, że istnieje zdanie prawdziwe kształtu „*Mp*")
(2)	$EMpMNp$	
(3)	$CK\varphi p\varphi Np\varphi q$	(teza z prototetyki)
(4)	$CEpqCpq$	(tezy pomocnicze z teorii dedukcji)
(5)	$CCpqCpKpq$	
	4 p/Mp $q/MNp \times C2 - 6$	
(6)	$CMpMNp$	
	5 p/Mp $q/MNp \times C6 - 7$	
(7)	$CMpKMpMNp$	
	7 $\Sigma p2 \times 8$	(dołączenie kwant[yfikatora] szczeg[ółowego] do następnika)
(8)	$CMp\Sigma pKMpMNp$	
	8 $\Sigma p1 \times 9$	(dołączenie kwantyfikatora szczeg[ółowego] do poprzednika)
(9)	$C\Sigma pMp\Sigma pKMpMNp$	
	$9 \times C1 - 10$	
(10)	$\Sigma pKMpMNp$	(istnieją dwa zdania prawdziwe kształtu „*Mp*" o „*MNp*")
	3 $\varphi/M \times 11$	
(11)	$CKMpMNpMq$	
	11 $\Sigma p1 \times 12$	
(12)	$C\Sigma pKNpMNpqMq$	
	12 $q/p \times C10 - 13$	
(13)	Mp	(każde zdanie jest możliwe)

11.

57 Fitzwilliam Square
Dublin (Eire)

27.04.1947.

Czcigodny i Drogi Ojcze!

Serdecznie dziękują za list z dnia 6.2, i za zawarte w nim wiadomości. Przebyliśmy tutaj bardzo ciężką zimę, bo na «dzikim Zachodzie» nie ma ani opału, ani urządzeń, chroniących przed zimnem. Ratował nas jedynie piecyk elektryczny. Obecnie już wiosna, w mieszkaniu słońce, i mogę pracować. Piszę podręcznik. Niektóre rozdziały już wykończyłem, np. rozdział o sylogistyce ARYSTOTELESA, oraz dowód zupełności systemu *C-N*. Obecnie przygotowuję rozdział o logikach wielowartościowych. Poza tym prowadzę wykłady z logistyki w *Royal Irish Academy* po angielsku; miałem już 15 pełnych godzin. Mam garstkę wiernych słuchaczy, wśród nich kilku księży. Jeden z nich, Monsignore SHINE, jest prof[esorem] logiki w *University College Dublin* (U. C. D); drugi, ks. O'DOHERTY jest docentem psychologii. Najwięcej postępów robi docent matematyki z protestanckiego Trinity College, MEREDITH. W czerwcu skończą się te wykłady; co będzie potem, nie wiem. Jeśli nie przedłużą kontraktu, trzeba będzie obejrzeć się za czymś innym gdzie indziej. Do kraju wracać nie myślę; nie mam stamtąd żadnych wiadomości, choć Uniwersytet Warsz[awski] zna mój adres. Nikt mnie nie wzywa do powrotu. Czy ks. Konst[anty] MICHALSKI ma mój adres? Sam boję się do Niego pisać, jak do innym moich Kolegów, bo nie chciałbym nikogo w kraju narazić na zarzut, że utrzymuje stosunki z «faszystą».

Dziwne wiadomości przesłał mi Ojciec o SCHOLZU. Zdaniem moim jest to wyjątkowo dobry i uczciwy Niemiec. W czasie wojny ratował nas, jak mógł; wydobył śp. SALAMUCHĘ z Dachau, wstawiał się nawet za Żydami. Nie mogę uwierzyć, by „wywiesił pierwszy pod koniec wojny chorągiew hitlerowską", bo nigdy hitlerowcem nie był; jeszcze w jesieni 44 potępiał hitlerowców, a w listopadzie 44 wyjechał z Münster i pod koniec wojny miał być w Getyndze. Sądzę, że to są jakieś plotki. Dziwię się tylko, że nie odpisał na mój list, i nie wiem, czemu to przypisać. Może boi się nie tyle Anglików, ile swych własnych rodaków? Proszę bardzo przy okazji prosić DÜRRA, by powiadomił SCHOLZA o moim adresie i że cieszyłbym się bardzo, gdybym otrzymał od niego jakiś znak życia. Sam nie chcę do niego pisać, bo znowu obawiam się, by mu w czymś nie zaszkodzić.

Od JORDANA dawno nie miałem listu; siedzi w Londynie, zajmując się publicystyką. LEJEWSKI pracuje solidnie nad logiką stoicką. To zdolny, miły i sumienny człowiek. Proszę nie mieć o nim złego wyobrażenia. Cieszę się, że Ojciec tyle książek wydaje. Sądzę, że najlepiej zasłużymy się naszej sprawie na emigracji, gdy pokażemy światu, iż może się czegoś od nas nauczyć. Dostałem z Belgii prospekt nowego pisma filozoficznego *Dialectica*, które ma wychodzić w Szwaj-

carii; kierują nim GONSETH, BACHELARD i BERNAYS. Czy ukazał się już pierwszy numer?

Proszę znowu przesłać kilka wiadomości. P. Stefan BADENI, syn marszałka Galicji, który przebywa tu na emigracji i odwiedza nas często, prosił mnie o przesłanie Ojcu, jako swemu kuzynowi, ukłonów i pozdrowień.

Łączymy oboje wraz z Żoną wyrazy głębokiero szacunku i serdeczne pozdrowienia.

Jan Łukasiewicz

12.

57 Fitzwilliam Square
Dublin (Eire) 7.10.1947.

Czcigodny i Drogi Ojcze!

Dziękuję serdecznie za odbitkę pracy o filozofii polskiej w latach 1919–1939, którą otrzymałem z końcem lipca, właśnie w tym czasie, gdy byli u nas w Dublinie pp. SOBOCIŃSCY. Wdzięczny jestem Ojcu za obszerne i tak pochlebne dla mnie przedstawienie mojej działalności naukowej. Wyobrażam sobie, jak żmudna była praca, zwłaszcza wobec braku potrzebnych do niej źródeł. Mimo to uważam, że udała się bardzo dobrze i nie wątpię, że służyć będzie w przyszłości hitorykom filozofii jako niezbędna podstawa do obszerniejszego opracowania monograficznego tej ciekawej epoki.

Jest rzeczą jasną, że w takiej mozaikowej pracy zdarzać się mogą tu i tam pomyłki. Wymieniam jedną: AJDUKIEWICZ ma na imię Kazimierz, a nie Karol. Druga rzecz, którą chciałbym poruszyć, dotyczy mnie, ale nie obciąża autora. Miałem zawsze wrażenie, że p. KOTARBIŃSKI, wydając w r. 1929 swą książkę *Elementy teorii poznania, logiki* itd., włączył do niej niektóre moje teorie, nie cytując mnie dość wyraźnie. Okazuje się dzisiaj, że wrażenie to było słuszne. Na s. 244 u samej góry przypisuje Ojciec p. KOTARBIŃSKIEMU „interesujący" podział rodzajów rozumowania na dedukcyjne i redukcyjne, wymieniając wnioskowanie i sprawdzanie jako rozumowania dedukcyjne, a dowodzenie i tłumaczenie jako redukcyjne. Podział rozumowań na dedukcyjne i redukcyjne znany był już dawniej; pisali o tym m.in. JEVONS i SIGWART. Ale dalszy szczegółowy podział na cztery rodzaje jest już całkowicie moją własnością. Ogłosiłem ten podział w rozprawce „O twórczości w nauce", wydanej we Lwowie w r. 1911, a przedrukowanej z małymi zmianami pt. „O nauce" w I tomie nowego wydania *Poradnika dla samouków* w r. 1915. Rozprawa ta pojawiła się potem jeszcze dwa razy w druku w Bibliotece Filoz[oficznej], wydawanej przez Tow[arzystwo] Filozof[iczne] we Lwowie. W owych czasach podział ten był tak powszechnie znany w Warszawie, iż może dlatego p. KOTARBIŃSKI nie wymienił wyraźnie mojego

autorstwa, tak jak w systematycznych dziełach z matematyki nie wymienie się na każdym kroku autorów znanych już twierdzeń matematycznych. Tak samo, nie cytując mnie — o ile pamiętam — dość wyraźnie, p. KOTARB[IŃSKI] przedstawia w swym dziele moją teorię prawdopodobieństwa, ogłoszoną w kompletnie zapomnianej dziś książce mojej, wydanej po niemiecku w Akad[emii] Umiej[ętności] w Krakowie w r. 1913 pt. „Die logischen Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung".

Przy czytaniu ocen swej działalności, czy to u JORDANA, czy u Ojca, mam wrażenie, że czytam już swój własny nekrolog. I nasuwają mi się cztery różne dezyderaty. NIE CHCIAŁBYM, ABY DUŻO PISANO O MOICH PRZEDLOGISTYCZNYCH PRACACH FILOZOFICZNYCH; zarówno rozprawę o przyczynowości, jak książkę o zasadzie sprzeczności u ARYST[OTELESA], uważam za stare i nieudałe. Przywiązuję natomiast pewną uwagę do wspomnianej już pracy „O nauce" i o prawdopodobieństwie, do dwóch artykułów filozoficznych, wspomnianych przez Ojca (polemika z ks. JAKUBISIAKIEM i „W obronie logistyki"), a poza tym jeszcze do dalszych dwóch artykułów filozoficznych, wspomnianych przez Ojca, o filozofii KANTA (*Wiadomości Literackie* 1924) i o filozofii KARTEZJUSZA (*Kwartalnik Filozoficzny* 1939 czy 1939).

Od listopada rozpoczynam drugi rok działalności swojej w *Royal Irish Academy*. Będę prawdopodobnie obok wykładu prowadził i seminarium. W pierwszym roku zdobyłem sobie pierwszorzędnego ucznia w osobie docenta (*lecturer*) matematyki z Trinity College, p. C. A. MEREDITHA. Przedstawił mi już szereg pięknych i nowych wyników z teorii dedukcji i prototetyki, które zasługują na ogłoszenie drukiem. Zaczyna się tworzyć irlandzko-polska szkoła logiki matematycznej. Brak nam tylko książek.

Miałem niedawno miły list od J. SŁUPECKIEGO, który został nadzw[yczajnym] profesorem logiki i metodologii w Uniwersytecie we Wrocławiu. Otrzymałem także kartkę od prof. SCHOLZA — po przeszło całorocznym milczeniu z jego strony — z dopiskiem BERNAYSA, który przez dwa tygodnie bawił w Münster. W Dublinie przebywa obecnie prof. ŻÓŁTOWSKI z Londynu, chcąc wyjednać u rządu irlandzkiego jakąś pomoc dla profesorów polskich znajdujących się w Anglii. Zetknąłem go z naszym przyjacielem, Ojcem A. GWYNNEM SJ. Nie wiem, czy uda mu się coś uzyskać. Przeraziła mnie wiadomość, którą przyniósł: wydaje mu się, że Ks. Rektor MICHALSKI nie żyje. Czyżby to była prawda?

Na ostatni list swój, który wysłałem 27.04, nie mam dotychczas od Ojca żadnej odpowiedzi. Proszę nareszcie dać jakiś znak życia i napisać o Sobie i o Swoich pracach.

Zasyłam wraz z Żoną Kochanemu Ojcu wyrazy głębokiego szacunku i serdeczne pozdrowienia.

Jan Łukasiewicz

13.

57 Fitzwilliam Square
Dublin (Eire)

19.08.1950.

Drogi Ojcze!

Przepraszam najmocniej, że tak długo nie pisałem, ale od czasu ataków sercowych, które miałem we wrześniu 1948, nie wróciłem do dawnych sił. Nie wychodzę z domu, o ile nie muszę, a muszę wychodzić tylko na wykłady. Mimo słabego serca i 72 lat zdołałem jednak jeszcze coś zrobić.

W *Royal Irish Academy* przedstawiłem w listopadzie 1949 rozprawę z zakresu logiki zdań rozszerzonej przez wprowadzenie zmiennych funktorów δ i wykazałem, że całą logikę zdań można oprzeć na zasadzie dwuwartościowości: *CδoCδCooδp*, tzn. jeśli zdanie fałszywe *o* spełnia δ, to każde zdanie *p* spełnia δ. Mój irlandzki uczeń C. A. Meredith znalazł jeszcze krótszy aksjomat, najkrótszy z możliwych, znany już jako teza Leśniewskiemu: *Cδδoδp*. Z tych sześciu liter można wyprowadzić, przy użyciu tylko reguły podstawiania i odrywania, całą teorię dedukcji, wszystkie tezy z δ, i tezy z kwantyfikatorami przy zmiennych zdaniowych. Mam nadzieję, że te nasze rozprawki pojawią się w druku tej jesieni.

Dokonałem nadto innej większej pracy: napisałem po angielsku książkę o logice Arystotelesa z punktu widzenia współczesnej logiki formalnej. Książka zawiera część historyczną, opartą głównie na *Analitykach pierwszych* i na komentarzach Alexandra, oraz część systematyczną. Rozprawiam się bardzo ostro z H. Maierem, który zdaniem moim jest taki sam nieuk na polu logiki formalnej, jak Prantl, i jest tak samo nieprawdopodobnie tępy. Czy to filozofia tak ogłupia ludzi, czy też właśnie głupcy biorą się do filozofii? Książka obejmie około 10 arkuszy druku, i o ile nie nastąpi jakaś zawierucha światowa, pojawi się prawdopodobnie jeszcze w tym roku nakładem The Clarendon Press w Oxfordzie. Została już przyjęta do druku; Sir David Ross ocenił ją bardzo przychylnie.

Obecnie zabrałem się do pisania podręcznika logiki symbolicznej, opartego na moich wykładach. Nie tylko bowiem mam dwa razy w tygodniu wykłady w *Royal Irish Academy* (dwie pełne godziny), ale wygłosiłem nadto cykl ośmiu wykładów w *Queen's University* w Belfaście w lutym i marcu tego roku. Miałem także zaproszenia na wykłady do Oxfordu, Cambridge i Londynu, ale musiałem odmówić. Nie mogę podróżować sam, towarzyszy mi zawsze moja Żona, która opiekuje się mną jak najtroskliwiej i załatwia za mnie wszystkie sprawy codzienne. Honorarium, które mi ofiarowano, nie starczyłoby na wygodną podróż we dwoje. Nauczyło nas doświadczenie w Manchester, gdzie w listopadzie 1949 miałem jeden wykład, że hotele w Anglii są złe i drogie, ludzie niemili, a podróżowanie uciążliwe.

Siedzę więc wraz z Żoną w Dublinie. Ale tu zaczyna być coraz gorzej. Przez cztery lata nie zdołałem nawiązać żadnych stosunków z tutejszymi profesorami, z wyjątkiem jezuity A. GWYNNA, profesora historii średniowiecznej w *University College*, i starego, chorego emerytowanego profesora logiki Monsignore'a SHINE'A. Panuje to powszechnie ksenofobia, bojkotują cudzoziemców i nienawidzą ich; czuję, że chcieliby się nas pozbyć. Jest tu ochrona lokatorów; gospodarz nie może nam wymówić, bo płacimy czynsz regularnie, ale obrzydza nam życie wszelkimi sposobami. Każe zamykać nam wodę na kilka godzin dziennie; zlewy nasze są stale pozatykane; już dwa razy polała się woda z sufitu na nasze głowy, niszcząc nie tylko ściany, ale i meble nasze. W zmowie z gospodarzem jest bowiem stróżka i lokatorowie domu. Leżałem właśnie z gorączką w łóżku, gdy lała się ta woda; wiem przy tym z pewnością, że nie był to przypadek, lecz że było to zrobione umyślnie. Nikt nam pomóc nie może czy nie chce; adwokat radzi nam pójść do sądu, ale na to trzeba mieć przynajmniej 50 funtów, których nie mamy, bo z pensji około 465 funtów rocznie (po odtrąceniu podatku) nic odłożyć nie można. Znosiłem to wszystko cierpliwie, ale gdy tydzień temu spadła z drugiego piętra ciężka doniczka wypełniona ziemią na Żonę moją, wchodzącą właśnie do domu, cierpliwość moja się wyczerpała. Wszystko wskazuje na to, że był to uplanowany zamach morderczy na moją Żonę, dokonany przez tę samą lokatorkę, co ze stróżką lała na nas wodę. Donica mogła zabić moją Żonę, gdyby Ją była trafiła w głowę; na szczęście Opatrzność ocaliła Ją od zguby. Dodać należy, że nikomu tu nigdy nie zrobiliśmy nic złego; nie rozmawiamy w ogóle z tymi ludźmi i nie mieliśmy z nimi żadnej kłótni. Nie uprawiamy też żadnej polityki, i jesteśmy jak najskrupulatniej lojalni wobec Państwa, które udzieliło nam gościny. Stwierdzam z przykrością, że poziom moralności w tym arcykatolickim kraju zdaje się być niesłychanie niski. Na każdym niemal kroku spotyka się obłudę, perfidię, kłamstwo, oszustwo i nienawiść do obcych, na której tle rodzą się i dojrzewają zbrodnicze instynkty. Nie wiem, czy wady te należy przypisać rasie angielskiej, czy irlandzkiej, czy też tej mieszaninie angielsko-irlandzkiej zaludniającej Dublin. Ponieważ mieszkania nie możemy zmienić, bo nie ma mieszkań w Dublinie, i nie mamy gwarancji, czy to samo nie spotka nas gdzie indziej, przeto chcemy się wydostać z Irlandii gdziekolwiek bądź, choćby nawet z powrotem do Polski. Czytam właśnie w gazecie, że jeden z profesorów powołany do *Institute for Advanced Studies* w Dublinie, Węgier Lajos JANOSSY od promieni kosmicznych, wrócił do Budapesztu. Nie znałem go, ale domyślam się, że nie mógł tu już dłużej wytrzymać.

Jesteśmy tu całkiem izolowani i nie wiemy, co dzieje się w kraju. Mnie ciężko pisać listy; resztkę sił swoich skupiam na pracę naukową. Ojciec wie lepiej, co się w świecie dzieje; proszę nam doradzić, co mamy zrobić, by się stąd wydostać.

Łączę wraz z Żoną serdeczne pozdrowienia i wyrazy głębokiego szacunku.

Jan Łukasiewicz

14.

57, Fitzwilliam Square 1.09.1950.
Dublin (Eire)

Drogi Ojcze!

Serdecznie dziękuję za list z dnia 22 sierpnia, który otrzymałem dopiero dzisiaj. Bardzo żałuję, że równocześnie zabraliśmy się do opracowania tych samych tematów; ale skoro to się już raz stało, to i ja byłbym bardzo rad, gdybym mógł rzucić okiem na wyniki, do których doszedł Ojciec, i porównać je ze swoimi. Pozwolę sobie przesłać Ojcu za kilka dni kopię, zawierającą część historyczną mej pracy, wraz z rozprawą STAKELUMA, za którą serdecznie dziękuję. Byłbym Ojcu bardzo wdzięczny za wszelkie uwagi krytyczne; mógłbym je jeszcze uwzględnić w korekcie.

Rada, którą nam daje Ojciec — przenieść się do Niemiec — nie jest dla nas możliwa do przyjęcia. Mamy oboje tak koszmarne wspomnienia z czasów pobytu naszego w Westfalii w latach 1944–[19]45, że nigdy już nie chcielibyśmy tam wrócić. Wyobrażam sobie zresztą, jakie jest obecnie nastawienie Niemców do Polaków, i jaka byłaby nasza sytuacja w razie zajęcia Niemiec przez Sowiety. To już naprawdę lepiej byłoby wrócić wprost do Polski. Szukam więc jeszcze sposobów, by utrzymać się w Irlandii, i miałbym w tym względzie wielką prośbę do Ojca. Czy byłby Ojciec tak łaskaw napisać list w naszej sprawie do Nuncjusza w Dublinie (Most Rev. Archbishop E. FELICI, Apostolic Nuncio, Phoenix Park, Dublin)? Chodzi o to, [że] nasz gospodarz, *nb.* protestant, chce nas usunąć z mieszkania, a nie mogąc tego zrobić legalnie, szykanuje nas w zmowie ze stróżką i niektórymi lokatorami; innego mieszkania w Dublinie nie dostaniemy, zwłaszcza teraz, gdy mnóstwo Anglików z obawy przed wojną zjeżdża się do Dublina; chcemy tylko tego, by przestano nam dokuczać. Proszę poprosić Nuncjusza, by albo sam, albo przez arcybiskupa dublińskiego MCQUAIDA dał do zrozumienia w irlandzkim *Ministry of Justice*, które opiekuje się cudzoziemcami, że interesuje się naszą sprawą. Tutejszy, oficjalnie uznany, wicekonsul polski z ramienia naszego Rządu w Londynie, p. TECLAFF, przedstawił już naszą sprawę w *Ministry of Justice*; wiadomość, że Nuncjusz się nią interesuje, znakomicie by nam pomogła. Pozwalam sobie przypomnieć w tym związku, że zrobiłem coś w życiu dla nauki katolickiej, rehabilitując logikę średniowieczną wobec napaści PRANTLA. Referencji o naszych intencjach i uczuciach wobec Kościoła mógłby w Dublinie udzielić Rev. Prof. Aubrey GWYNN SJ, który w czasie mej choroby i później, a nawet jeszcze tej wiosny, był łaskaw przynieść nam św. Komunię do domu, bo trudno mi z domu wychodzić. Jestem, jak się zdaje, jedynym w Dublinie katolickim profesorem z zagranicy, bo dwaj inni cudzoziemcy, wykładający w Rohal Irish Academi, to niemieccy Żydzi, filolog LEVI i archeolog

BERSU. Żydzi znajdą zawsze poparcie u wpływowych czynników żydowskich, które są dziś górą na świecie. Niechże się katolickie czynniki ujmą za katolickim profesorem, który nie ma zresztą znikąd poparcia. Bardzo będę wdzięczny Ojcu za interwencję w tej sprawie.

Łączę wraz z Żoną serdeczne pozdrowienia i wyrazy głębokiego szacunku.

Jan Łukasiewicz

PS. Czy ma Ojciec jakieś wiadomości od p. SOBOCIŃSKIEGO z Ameryki?

15.

57 Fitzwilliam Square
Dublin (Eire)

21.09.1950.

Drogi Ojcze!

Przesyłam historyczną część mego ARYSTOTELESA. Byłem tak rozbity kłopotami swoimi, że trudno mi było zdobyć się na poprawienie maszynopisu zgodnie z kopią, która poszła do druku. Nie mam jeszcze odpowiedzi Ojca na drugi list swój, wysłany 1 września, w którym prosiłem o interwencję u Nuncjusza. Czy da się coś zrobić w tej sprawie? Biskup GAWLINA objeżdża obecnie Amerykę Południową, więc trudno się z nim skomunikować, a sprawa jest pilna.

Serdecznie dziękuję za przysłane odbitki. Do maszynopisu dołączam GALENA z podziękowaniem. Pewien błąd PRANTLA zaciążył na autorze (p. 47), gdzie mowa o różnicy między ει i επει. W kodeksie jest luka, którą PRANTL wypełnił mylnie słowem επει, a KALBFLEICH przyjął tę lekcję. Ma być oczywiście ειπερ.

Łączę wraz z Żoną wyrazy głębokiego szacunku i serdeczne pozdrowienia.

Jan Łukasiewicz

16.

57 Fitzwilliam Square
Dublin (Eire)

14.11.1950.

Drogi Ojcze!

Serdecznie dziękuję za list z dn[ia] 4 listopada i za polecenie do Ks. Nuncjusza. Polecenie to, po sześciu tygodniach, jest nieco spóźnione i chwiliwo nieaktualne. Może skorzystam z niego później.

Czekam z niecierpliwością na Pańskiego ARYSTOTELESA, którego dotychczas nie otrzymałem. Cieszę się BARDZO wraz z Żoną, że Ojciec przyjedzie do Paryża, by zobaczyć się z nami. Nie widzieliśmy się już tak dawno, a wiele spraw naukowych i innych zebrało się do omówienia. Jedna trudność stoi nam tylko na

drodze. Z racji przepisów dewizowych Paryż nie może przesłać pieniędzy potrzebnych nam na podróż, a bilety samolotowe tam i z powrotem kosztują dla dwóch osób 50 funtów. Nie mamy tyle pieniędzy i nie wiemy, skąd je pożyczyć. Mamy jednak nadzieję, że i tę trudność zdołamy jakoś pokonać.

Z Dublina wybiera się do Paryża wraz ze mną mój uczeń irlandzki, C. A. MEREDITH, docent matematyki w *Trinity College*, pierwszorzędny logik, równy najlepszym mym uczniom w Polsce. Weźmie udział w dyskusjach.

Raz jeszcze serdecznie dziękując za listy, łączę wraz z Żoną uprzejme ukłony i wyrazy głębokiego szacunku.

Jan Łukasiewicz

KALENDARIUM BIOGRAFICZNE

Skróty:

AU — Akademia Umiejętności w Krakowie, DP — Dom Profesorski, KF — Katedra Filozofii, KFCA — Kółko Filozoficzne Czytelni Akademickiej we Lwowie, KN — Koło Naukoznawcze przy Kasie im. J. Mianowskiego, MA — Mind Association, MU — Manchester University, KO — Komitet Organizacyjny, KR — Komitet Redakcyjny, NN — Nagroda Naukowa, PAU — Polska Akademia Umiejętności w Krakowie, *PF — Przegląd Filozoficzny*, PIN — Polski Instytut Naukowy (*Centre des Études Polonaise*) w Brukseli, PTF — Polskie Towarzystwo Filozoficzne we Lwowie, PTL — Polskie Towarzystwo Logiczne, PTP — Polskie Towarzystwo Psychologiczne w Warszawie, QU — Queen's University, PZF — Polski Zjazd Filozoficzny, PZM — Polski Zjazd Matematyczny, RIA — Royal Irish Academy, RP — Rzeczpospolita Polska, SF — Sekcja Filozoficzna, SL — Sekcja Logiki, TNW — Towarzystwo Naukowe Warszawskie, TPNT — Towarzystwo dla Popierania Nauki Polskiej we Lwowie, UC — University College, UL — Uniwersytet Lwowski, UP — Univeristé de Paris, UW — Uniwersytet Warszawski, VUM — Victoria University of Manchester, WF — Wydział Filozoficzny, WIF — Warszawski Instytut Filozoficzny, WM-P — Wydział Matematyczno-Przyrodniczy, WRiP — Wyznania Religijne i Oświecenie Publiczne, WTF — Warszawskie Towarzystwo Filozoficzne, WWU — Westfälische Wilhelms-Universität, WZ — Walne Zgromadzenie

JŁ — Jan ŁUKASIEWICZ, JiRŁ — Jan i Regina ŁUKASIEWICZOWIE, RŁ — Regina ŁUKASIEWICZ

k. — komunikat, o. — odczyt, p. — posiedzenie, p.o.j. — polski obóz jeniecki

1877

29.04 — Paweł ŁUKASIEWICZ (1824–1902), rotmistrz rachunkowy żandarmerii austriackiej, wdowiec wyznania greckokatolickiego, żeni się w kościele parafialnym w Truskawcu k. Lwowa z Leopoldyną z HOLTZERÓW (1844–1911), panną wyznania rzymskokatolickiego; nowożeńcy zamieszkują przy ul. Długosza (d. Kurnicka) we Lwowie.

1878

21.12 — Jan Leopold przychodzi na świat we Lwowie, przy ul. Koralnickiej, jako jedyne dziecko Pawła i Leopoldyny ŁUKASIEWICZÓW; wyrośnie z niego młodzieniec o wzroście średnim, twarzy owalnej, włosach ciemnych i oczach piwnych.

1887

JŁ wraz z rodzicami zamieszkuje przy ul. Pańskiej 18 we Lwowie.

1890

JŁ wstępuje do II (niemieckojęzycznego) Gimnazjum Klasycznego we Lwowie.

1897

8.06 — JŁ zdaje celująco egzamin dojrzałości w tymże Gimnazjum. • W semestrze zimowym JŁ rozpoczyna studia na Wydziale Prawa UL.

1898

W semestrze letnim JŁ przenosi się na WF UL i rozpoczyna studia filozoficzne pod kierunkiem K. TWARDOWSKIEGO oraz studia matematyczne pod kierunkiem J. PUZYNY. • 7.06 — JŁ zostaje immatrykulowany na tymże Wydziale.

1901

JŁ podejmuje pracę nauczyciela prywatnego dzieci książąt SAPIEHÓW w Bilczu Złotym (20 km na pn-wsch. od Zaleszczyk). • Tam rozpoczyna tłumaczenie *Badań dotyczących rozumu ludzkiego* D. HUME'A, które kończy — przy współpracy z K. TWARDOWSKIM — w 1905 r. • 26.03 — na I WZ TPNP JŁ zostaje zaliczony w poczet członków czynnych zwyczajnych (i pozostaje wśród nich do 1916 r.). • 31.07 — JŁ uzyskuje absolutorium w UL.

1902

JŁ skarży się na neuralgię i częste migreny. • Na wiosnę JŁ wygłasza o. o książce Z. BALICKIEGO *Egoizm narodowy wobec etyki* na XVI p. KFCA. • 11.07 — JŁ zdaje egzamin doktorski z fizyki. 18.07 — JŁ zdaje egzamin doktorski z matematyki. • 3.09 — JŁ zamieszkuje przy ul. św. Mikołaja 11A (I piętro) we Lwowie. • 15.11 — JŁ zostaje promowany na doktora na podstawie rozprawy „O indukcji jako inwersji dedukcji (kilka uwag w sprawie logicznej budowy wniosków indukcyjnych)", której promotorem jest K. TWARDOWSKI, a recenzentem J. PUZYNA; promocja jest *sub summis auspiciis Imperatoris* i JŁ otrzymuje od cesarza FRANCISZKA JÓZEFA I diamentowy pierścień doktorski. • 17.12 — wystawiony zostaje dyplom doktorski JŁ.

1903

16.03 — JŁ oświadcza się księżniczce M. SAPIEŻANCE, ale spotyka się z odmową; wkróce potem opuszcza Bilcze Złote. • 28.07 — JŁ przybywa do uzdrowiska w Kosowie k. Kołomyi, gdzie leczy neuralgię w Lecznicy Fizykalno-Dietetycznej dra A. Tarnawskiego; lekarze stwierdzają u JŁ zaburzenia w pracy serca. • W końcu roku JŁ — wraz z K. TWARDOWSKIM i innymi filozofami lwowskimi — podejmuje myśl założenia PTF.

1904

12.02 — odbywa się pierwsze zebranie PTF; JŁ zostaje sekretarzem Wydziału (*scil.* Zarządu) Towarzystwa. • 29.03 — JŁ wygłasza o. „O stosunkach logicznych" na IV p. PTF. • 11 i 25.05 — JŁ wygłasza o. „Teza Husserla o stosunku logiki do psychologii" na VII i VIII p. PTF. • Sierpień JŁ spędza w Zakopanem. • 1.10 — JŁ dzięki stypendium galicyjskiego Wydziału Krajowego przybywa do Königlichen Friedrich Wilhelms Universität zu Berlin, gdzie uczestniczy m.in. w zajęciach C. Stumpfa i F. Schumanna. • 22.11 — JŁ wygłasza o. „O znaczeniu pracy zbiorowej w dążeniu do prawdy" podczas uroczystego obchodu dziesięciolecia pracy K. Twardowskiego w KFCA.

1905

Semestr letni JŁ spędzia w Université Catholique de Louvain (Belgia), skąd wraca w połowie maja do Lwowa. • 30.05 — JŁ zostaje praktykantem w Bibliotece Uniwersyteckiej we Lwowie, gdzie styka się po raz pierwszy z dziełem B. Russella i A. N. Whiteheada *Prinicipa mathematica*, co decydująco wpływa na jego późniejsze zainteresowania badawcze. • 29.03 — JŁ wygłasza o. „Z psychologii porównania" na XX p. PTF. • 9.11 — JŁ wygłasza o. „O dwóch rodzajach wniosków indukcyjnych" na XXVII p. PTF.

1906

24.01 — JŁ wygłasza o. „Tezy Höflera w sprawie przedstawień i sądów geometrycznych" na XXX p. PTF. • 6.10 — zostaje zatwierdzona w Wiedniu habilitacja JŁ na podstawie rozprawy „Analiza i konstrukcja przyczyny" (nagrodzonej na konkursie *PF*) i JŁ zostaje docentem prywatnym w UL. • Słuchaczami JŁ w okresie lwowskim są m.in.: T. Kotarbiński, K. Ajdukiewicz i R. Ingarden. • Pierwsze wykłady JŁ w UL poświęcone są algebrze logiki. • 31.10 — JŁ referuje książkę L. Couturata *La logique et la philosophie contemporaine* na XLII p. PTF. • 14.11 — JŁ wygłasza o. „Co począć z pojęciem nieskończoności?" na XLIII p. PTF.

1907

2.03 — JŁ podpisuje odezwę przeciwko utrakwizacji UL. • 22–25.07 — JŁ pełni funkcję sekretarza SF X Zjazdu Lekarzy i Przyrodników Polskich we Lwowie. • 22.07 — JŁ wygłasza podczas Zjazdu o. „O wnioskowaniu indukcyjnym". • 23.07 — JŁ wygłasza podczas Zjazdu o. „Logika a psychologia". • 13.11 — JŁ referuje książkę W. Jamesa *Pragmatism. A new name for some old ways of thinking* na LVIII p. PTF. • 4.12 — JŁ referuje prace K. Stumpfa *Erscheinungen und psychische Funktionen i Zur Eintelung der Wissenschaften* na LIX p. PTF.

1908

20.01 — JŁ referuje pracę M. BOROWSKIEGO *Krytyka pojęcia związku przyczynowego* na LXI p. PTF. • 8.04 — JŁ wygłasza o. „Zadania i znaczenie ogólnej teorii stosunków" na LXVI p. PTF. • 10.10 — JŁ wygłasza o. „O prawdopodobieństwie wniosków indukcyjnych" na LXIX p. PTF. • W wykładach w UL po raz pierwszy JŁ wspomina o odkryciu logiki trójwartościowej. • W listopadzie JŁ dzięki stypendium fundacji im. W. Osławskiego przy AU wyjeżdża do Uniwersität Graz, gdzie uczestniczy m.in. w seminarium A. MEINONGA.

1909

8.01 — JŁ wygłasza o. „O poglądach filozoficznych Meinonga" na LXXXVI p. PTF. • W styczniu JŁ wyjeżdża do Paryża, gdzie spotyka się m.in. z L. COUTURATEM. • W marcu JŁ wraca na krótko do Lwowa w związku z chorobą matki (zapalenie płuc). • W semestrze letnim JŁ ponownie przyjeżdża do Grazu i na seminarium A. MEINONGA przedstawia główne idee swojej teorii prawdopodobieństwa.

1910

26.02 — JŁ wygłasza o. „O zasadzie wyłączonego środka" na XCIII p. PTF. • W semestrze letnim JŁ prowadzi w UL wykłady o zasadniczych problemach teorii poznania. • W semestrze zimowym JŁ prowadzi w UL wykłady o teorii prawdopodobieństwa. • 4 i 12.11 — JŁ wygłasza o. „O wartościach logicznych" na C i CI p. PTF.

1911

11.02 — JŁ wygłasza o. „O rodzajach rozumowania. Wstęp do teorii stosunków" na CVII p. PTF. • 10.05 — JŁ zostaje mianowany przez cesarza FRANCISZKA JÓZEFA I na stanowisko profesora nadzwyczajnego w UL i wykłada tamże logikę do wybuchu I wojny światowej. • W maju JŁ wraz z matką przebywa w sanatorium w Lovranie k. Rijeki (Chorwacja). • 18.07 — JŁ wygłasza o. „Zagadnienia prawdy" na p. SF XI Zjazdu Lekarzy i Przyrodników Polskich w Krakowie. • JŁ wchodzi w skład zespołu redakcyjnego powstałego właśnie *Ruchu Filozoficznego*. • Po śmierci matki — pochowanej (podobnie jak wcześniej ojciec) na Cmentarzu Łyczakowskim — JŁ zamieszkuje z jej wujem, Janem DYDUSZYŃSKIM, przy ul. Chmielowskiego 10 we Lwowie.

1912

23[9?].03 — JŁ wygłasza w czytelni im. B. [?] Goldmana [w Zakładzie Chemicznym UL przy ul. Długosza 1.6?] we Lwowie — w ramach powszechnych wykładów uniwersyteckich — o. „Filozofia Krasińskiego" z okazji setnej rocz-

nicy urodzin poety. • 11.12 — JŁ wygłasza o. „Nowa teoria prawdopodobieństwa" na p. PTP. • 12, 13 i 14.12 — JŁ wygłasza pod auspicjami PTP trzy odczyty publiczne „Filozofia Henryka Bergsona".

1913

17.02 — na p. AU zostaje przedstawiona praca JŁ „Logiczne podstawy rachunku prawdopodobieństwa". • 10.05 — JŁ wygłasza o. „W sprawie odwracalności stosunku racji i następstwa" na CXLII p. PTF.

1914

17.01 — JŁ wygłasza o. „Rozumowanie i rzeczywistość" na CLI p. PTF. • W marcu umiera J. Dyduszyński, zapisując JŁ ok. 20000 koron austriackich, tj. większość swego majątku. • Za część spadku JŁ kupuje prawdopodobnie mieszkanie przy ul. Wronowskiej 3 we Lwowie. • 8, 10 i 12.06 — JŁ wygłasza kolejno o. „O pojęciu zmiennej", „O paradoksie Epimenidesa" i „O granicach logiki". • 27.07 — w Tatrach ginie tragicznie przyjaciel JŁ, B. Bandrowski; JŁ uczestniczy w Zakopanem w jego pogrzebie. • Wybuch I wojny światowej zastaje JŁ we Lwowie; spadek traci szybko niemal całą swoją wartość • 3.09 — Lwów zostaje zajęty przez Rosjan. • JŁ zostaje członkiem Wydziału (tj. Zarządu) TPNP (i pozostaje nim przez dwa lata).

1915

22.06 — Do Lwowa ponownie wkraczają Austriacy. • JŁ zostaje powołany do wojska, skąd jednak — na skutek interwencji K. Twardowskiego — zostaje wyreklamowany. • JŁ wznawia zajęcia w UL, ale odbywa tylko jeden wykład. • 15.11 — JŁ zostaje powołany na stanowisko tytularnego profesora nadzwyczajnego w reaktywowanym UW, gdzie obejmuje KF na WF (na stanowisku tym pozostaje do 3.03.1918 r.). • Słuchaczami JŁ w okresie warszawskim są m.in. (nie licząc doktorantów): S. Ossowski, A. Tarski, J. Salamucha, B. Suchodolski i A. Lindenbaum. • JŁ przenosi się do Warszawy i zamieszkuje w hotelu *Jaskółka*, przy ul. Jasnej 8 (tel. 82–86). • 23.10 — JŁ wygłasza o. „Bronisław Bandrowski. Wspomnienie pośmiertne" na CLX p. PTF. • 22.11 — JŁ wygłasza w UW wykład wstępny „O nauce i filozofii". • JŁ zostaje delegatem WF do Senatu UW. • 7.12 — JŁ wygłasza o. „Zasadnicze pojęcia logiki" na CXX p. PTP.

1916

22.03 — JŁ wygłasza o. „O stosunkach prawdy i fałszu" na CLXIV p. PTF. • 10.07 — JŁ zostaje wiceprezesem Zarządu PTP; funkcję tę pełni do 1918 r. • JŁ zostaje dziekanem WF UW oraz redaktorem naczelnym *PF* (tę ostatnią funkcję sprawuje do 1918 r.). • W semestrze zimowym JŁ prowadzi w UW

wykłady z teorii poznania i filozofii KANTA oraz seminarium filozoficzne. • 13.11 — JŁ wygłasza o. „O filozofii Leibniza" na CXLV p. PtP.

1917

8.02 — JŁ wygłasza o. „O stosunku zdań jednostkowych do zdań ogólnych i szczegółowych. Cz. I" na p. WIF. • 1.10 — JŁ wygłasza o. „Psychologizm w logice" na CLXII p. PTP. • JŁ buduje pierwszy system logiki trójwartościowej.

1918

12.01 — JŁ obejmuje funkcję prorektora UW po śmierci J. BRUDZIŃSKIEGO (17.12.1917 r.). • 6.02 — Rada Regencyjna zatwierdza wybór JŁ na prorektora UW na r. akad. 1917/1918. • 25.02 — JŁ zostaje powołany przez Radę Regencyjną (dekretem nr 678) na stanowisko dyrektora Departamentu Szkół Wyższych w Ministerstwie WRiOP. • 7.03 — JŁ wygłasza wykład pożegnalny w UW. • 28.08 — JŁ zostaje po śmierci W. WERYHY przewodniczącym WIF (funkcję tę pełni do 27.06.1919 r.); przewodniczy też SL Instytutu. • 9.12 — JŁ uczestniczy w inauguracji r. akad. w nowo otwartym Katolickim Uniwersytecie Lubelskim.

1919

20.01 — zostaje powołany na stanowisko ministra WRiOP RP w gabinecie I. J. PADEREWSKIEGO (funkcję tę pełni do 9.12.1919 r.). • 31.01 — JŁ zgłasza na posiedzeniu Rady Ministrów RP wniosek o wskrzeszeniu Uniwersytetu Wileńskiego. • 7.05 — JŁ uczestniczy w inauguracji r. akad. w powołanym do życia Uniwersytecie im. Adama Mickiewicza w Poznaniu. • 27.06 — JŁ zostaje zastępcą przewodniczącego WIF (funkcję tę pełni do 30.06.1920 r.). • 11.10 — JŁ uczestniczy w inauguracji r. akad. we wskrzeszonym Uniwersytecie Wileńskim. • 20.10 — JŁ uczestniczy też w inauguracji r. akad. w nowo otwartej Akademii Górniczej (późniejszej Akademii Górniczo-Hutniczej) w Krakowie. • JŁ zostaje członkiem honorowym Towarzystwa Przyjaciół Nauk w Poznaniu.

1920

1.01 — JŁ zostaje profesorem zwyczajnym UW i obejmuje KF na WM-P. • JŁ wynajmuje pokój przy Al. Szucha 8 w Warszawie. • 12.01 — JŁ wygłasza o. „O modalności zdań" na CCIII p. PTP. • 26.03 — JŁ wygłasza o. „Z teorii aksjomatyki" na p. SL WIF. • 2.05 — JŁ wygłasza o. „Poglądy Peana na definicję" na p. SL WIF. • 5.06 — JŁ wygłasza o. „O pojęciu możliwości" na CCVI p. PTF. • 19.06 — JŁ wygłasza o. „O logice trójwartościowej" na CCVIII p. PTF. • 1.07 — JŁ zostaje wybrany ponownie na przewodniczącego WIF (funkcję tę pełni do 25.06.1921 r.). • Regina BARWIŃSKA, przyszła żona JŁ, bierze udział w wojnie polsko-rosyjskiej jako sanitariuszka. • JŁ zostaje członkiem KR

Fundamenta Mathematicae (funkcję tę pełni do 1928 r.). • 22.11 — JŁ wygłasza o. „O przedmiocie logiki" na CCXXIII p. PTP. • 22. 12 — JŁ wygłasza o. „O determinizmie" na p. SL WIF.

1921

13.01 — JŁ zagaja dyskusję nad swoim o. „O przedmiocie logiki" na p. SL WIF. • 21.06 — JŁ zostaje ponownie wiceprzewodniczącym WTF (funkcję tę pełni do 25.06.1923 r.). • U JŁ doktoryzuje się M. OSSOWSKA na podstawie rozprawy „Zarys aksjologii stoickiej". • 22.12 — JŁ zostaje członkiem czynnym (nadzwyczajnym) Wydziału III TNW.

1922

9.02 — JŁ wygłasza o. „O znakowaniu w logice zdań" na p. SL WIF. • 24.03 — JŁ wygłasza o. „O pojęciu dowodu (z powodu rozprawy Kazimierza Ajdukiewicza)" na p. SL WIF. • 6.04 — WZ Towarzystwa Naukowego we Lwowie wybiera JŁ na członka czynnego zamiejscowego WH-F (II). • W maju JŁ zamieszkuje w warszawskim DP przy ul. Brzozowej 12 m. 17. • JŁ zostaje rektorem UW na r. akad. 1922/1923; z jego inicjatywy ogłoszone zostają Powszechne Wykłady Uniwersyteckie. • 16.10 — JŁ na inauguracji r. akad. wygłasza mowę rektorską „O logice trójwartościowej" (później wydaną pod tytułem „O determinizmie"). • 14.10 — JŁ wygłasza o. „Interpretacja liczbowa teorii zdań" na CCXXXII p. PTF. • 13.11 — JŁ wygłasza o. „Interpretacja liczbowa teorii zdań" na p. SL WIF. • 16.12 — po śmierci G. NARUTOWICZA JŁ wydaje odezwę do studentów UW, przestrzegającą przed nieposzanowaniem prawa, brakiem tolerancji i zaciekłością poltyczną. • U JŁ ponawiają się ataki neuralgii.

1923

23.04 — JŁ wygłasza o. „Pojęcie implikacji u stoików" na CCLXXI p. PTP. • JŁ zostaje kawalerem Krzyża Komandorskiego z Gwiazdą Orderu Odrodzenia Polski. • 10–13.05 — JŁ — jako członek KO — uczestniczy w I PZF we Lwowie. • 10.05 — JŁ wygłasza o. „O logice stoików" na wspólnym p. SL i Sekcji Historii Filozofii Zjazdu. • JŁ zostaje odznaczony Krzyżem Wielkim węgierskiego Orderu Zasługi. • 1.06 — JŁ zostaje ponownie przewodniczącym WIF (funkcję tę pełni do 20.06.1927 r., tj. do rozwiązania się Instytutu). • JŁ obejmuje po raz drugi funkcję prorektora UW (którą pełni do końca 1923 r.). • 12.11 — JŁ bierze udział w dyskusji „Prawdziwość i fałszywość definicji" na VI p. SL WIF. • 19.11 — JŁ wygłasza o. „Z logiki stoików" na CCLXXVIII p. PTP. • 31.12 — JŁ ustępuje czasowo z KF UW, aby poświęcić się wyłącznie pracy naukowej.

1924

11.04 — JŁ wygłasza o. „Kant a filozofia nowożytna" na p. Wydziału II TNW. • 28.04 — reforma walutowa pozbawia JŁ prawie całego zgromadzonego kapitału, w związku z czym — ze względów finansowych — podejmuje zajęcia z logiki w Instytucie Nauczycielskim w Warszawie. • 5.05 — JŁ wygłasza odczyt „Sylogistyka Arystotelesa w oświetleniu logistyki" na p. SL WIF. • 31.05 — JŁ zostaje mianowany przez prezydenta RP na profesora honorowego UW. • 13.06 — JŁ wygłasza o. „Dowód spójności aksjomatyki teorii dedukcji" na p. Sekcji Warszawskiej Polskiego Towarzystwa Matematycznego. • 12.11 — JŁ wygłasza pod auspicjami WIF wykład publiczny „Determinizm a wolność". • 8.12 — JŁ wygłasza o. „O pewnym sposobie pojmowania teorii dedukcji" na XX p. SL WIF. • 15.12 — JŁ wygłasza o. „Dlaczego nie zadowala nas logika filozoficzna?" na CCXCIV p. PTP.

1925

22.05 — JŁ wygłasza o. „Dowód zupełności teorii dedukcji" na p. SL WIF.

1926

16–17.09 — JŁ uczestniczy w VIth International Congress of Philosophy w Cambridge, Mass. (USA) • 1.04 — JŁ ponownie obejmuje wykłady w UW jako kontraktowy profesor nadzwyczajny. • 29.10 — JŁ wygłasza o. „Wrażenia z Kongresu Filozoficznego w Ameryce" na CCCXV p. PTP.

1927

W lipcu i sierpniu JŁ przebywa w majątku Żurawiczki k. Przeworska. • 19–22.09 — JŁ bierze udział w I Zjeździe Kół Filozoficznych Studentów Uniwersytetów Polskich w Warszawie i wygłasza na nim wykład wstępny „O pojęciu i funkcjach filozofii". • 7–10.06 — JŁ bierze udział w I PZM we Lwowie. • 7.06 — JŁ wygłasza o. „O teorii dedukcji" podczas otwarcia Zjazdu; JŁ wygłasza jeszcze o. „Systemy logik wielowartościowych", „Reforma logiki" i „Z badań nad teorią dedukcji" na p. Sekcji Logiki Matematycznej i Podstaw Logiki PZM. • 23–28.09 — JŁ uczestniczy w II PZF w Warszawie jako członek Komitetu Wykonawczego i przewodniczący SL Zjazdu. • 23.09 — JŁ wygłasza o. „O metodę w filozofii" na p. inauguracyjnym Zjazdu. • 7.11 — JŁ wygłasza o. „Z najnowszej niemieckiej literatury logicznej na CCCXXVI p. WTF.

1928

18.02 — JŁ wygłasza o. „O definicjach w teorii dedukcji" na I p. SL WTF. • 23.03 — JŁ wygłasza pod auspicjami PTF, Koła Artystyczno-Literackiego i Kasyna Lwowskiego o. publiczny „O przeznaczeniu", dotyczący indeterministycz-

nych konsekwencji logiki trójwartościowej. • 24.03 — JŁ wygłasza o. „Rola definicji w systemach dedukcyjnych" na CCLXXXII p. PTF we Lwowie. • Prawdopodobnie latem, w kościele św. Krzyża, JŁ spotyka swoją przyszła żonę. • 3–10.09 — JŁ bierze udział w V Congresso Internazionale dei Matematici w Bolonii, gdzie wygłasza o.: „Über den Aussagenkalkül", „Systeme mehrwertiger Logik" i „Zur Geschichte des Aussagenkalkül"; w drodze powrotnej zatrzymuje się we Florencji i Wenecji. • 2.10 — u JŁ doktoryzuje się M. Wajsberg na podstawie rozprawy „Przyczynki do badań nad logiką matematyczną". • 1.11 — JŁ otrzymuje stanowisko kontraktowego profesora zwyczajnego. 13.12 — JŁ referuje pracę F. Weidauera *Zur Syllogistik* na II p. SL WTF.

1929

30.04 — JŁ żeni się w rzymsko-katolickim kościele św. Aleksandra w Warszawie z Reginą z Barwińskich (ur. 20.12.1903 w Białymstoku, zm. 26.10.1990 w Gdańsku), córką Jana (ur. 1853 we wsi Białystoczek, zm. 1920 w Białymstoku) i jego drugiej żony, Marianny z domu Polman (ur. 1872 w Supraślu, zm. 1945 w Białymstoku); świadkiem na ślubie ze strony JŁ jest S. Leśniewski. • Powstaje KR do tłumaczenia dzieł Arystotelesa, na którego czele staje JŁ. • 7.06 — JŁ zostaje przez prezydenta RP mianowany na stanowisko profesora zwyczajnego filozofii na WM-P UW. • Latem JiRŁ wyjeżdżają do Zakopanego. 23–27.09 — JŁ uczestniczy w I Kongresie Matematyków Krajów Słowiańskich w Warszawie i wygłasza na nim o. „Einige Untersuchungen aus dem Aussagenkalkül". • 9.12 — JŁ otrzymuje stanowisko rzeczywistego profesora zwyczajnego.

1930

• 27.03 — JŁ wygłasza k. „Uwagi filozoficzne o wielowartościowych systemach rachunku zdań" oraz wraz z A. Tarskim „Badania nad rachunkiem zdań" na p. III Wydziału TNW; tego samego dnia u JŁ doktoryzuje się Z. Kobrzyński na podstawie rozprawy „O wyznacznikach terminów logicznych". • Latem JiRŁ wyjeżdżają do Zakopanego, gdzie wynajmują chatę góralską na Zwijaczówce.

1931

JŁ otrzymuje nowy lokal seminaryjny w Pałacu Staszica w Warszawie. • 21.03 — JŁ wygłasza k. „Dowód zupełności dwuwartościowego rachunku zdań" na V p. III Wydziału TNW. • W lipcu i sierpniu JiRŁ przebywają w Zakopanem (Zwijaczówka, dom nr 697). • 29.10 — inauguracja r. akad. 1931/1932, w którym JŁ pełni ponownie funkcję rektora UW.

1932

28.03 — JŁ bierze udział w obchodach 50-lecia Kasy im. J. Mianowskiego w Warszawie. • 30.06 — u JŁ doktoryzuje się S. JAŚKOWSKI na podstawie rozprawy „O regułach założeniowych w logice formalnej". • 23.10 — inauguracja r. akad. 1932/1933, w którym JŁ pełni funkcję prorektora UW. • 24.10 — JŁ wygłasza o. „Z dziejów logiki starożytnej" na CCCLXXI p. WTF. • W VII i VIII rozdziale książki C. I. Lewisa i C. H. Langforda *Symbolic logic* (New York, The Century Co.) oraz w artykule C. I. Lewisa „Alternative systems of logic" (*The Monist* vol XLII nr 4 s. 481–507) autorzy przypisują błędnie odkrycie logiki trójwartościowej i wielowartościowej JŁ i A. TARSKIEMU. • W końcu listopada JŁ zostaje warszawskim mężem zaufania Tajnego Komitetu UJ, kierującego protestem profesorów przeciw zapowiedzianej przez ministra J. JĘDRZEJEWICZA reformie szkolnictwa.

1933

19.05 — JŁ kończy recenzję rozprawy habilitacyjnej ks. J. SALAMUCHY dla Wydziału Teologicznego Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie. • Latem [1934 r.?] JiRŁ przebywają w sanatorium w Truskawcu, ulubionej miejscowości wypoczynkowej JŁ. • W czerwcu C. I. Lewis publikuje sprostowanie, w którym wyjaśnia, że jedynym autorem systemów logiki trójwartościowej i wielowartościowej jest JŁ („Note concerning many-valued logical system", *The Journal of Philosophy* vol. XXX nr 13 s. 364).

1934

1.09 — JŁ wygłasza o. „Zur Geschichte der Aussagenlogik" podczas Vorkonferenz der Internationalen Kongresse für Einheit der Wissenschaft w Pradze. • 2.09 — JŁ wygłasza o. „Bedeutung der logischen Analyse für die Erkenntnis" podczas VIIIème Congrès International de Philosophie w Pradze; w drodze powrotnej z Kongresu odwiedza M. SCHLICKA w Wiedniu. • 29.10 — JŁ wraz z W. TATARKIEWICZEM wygłaszają o. „Wrażenia z VIII Międzynarodowego Kongresu Filozoficznego w Pradze" na p. WTF. • Pod redakcją JŁ ukazuje się pierwszy tom serii *Studia Logica* — wydawnictwa poświęconego logice i jej historii (S. JAŚKOWSKI, *On the rules of suppositions in formal logic*).

1935

13.03 — JŁ bierze udział w dyskusji nad o. M. ROZWADOWSKIEGO „Prawda życia" na p. KN. • 6.11 — sąd konkursowy przyznaje JŁ NN m. st. Warszawy (5000 zł) na wniosek UW i TNW; uzasadnienie pisze S. MAZURKIEWICZ. • 28.11 — wręczenie JŁ NN przez prezydenta m. st. Warszawy, S. STARZYŃSKIEGO.

1936

2–9.02 — JŁ przebywa w Monasterze (Westfalia). • 4.02 — JŁ tamże wygłasza o. publiczny „Über die alte und die neue Logik" na Wydziale Filozoficzno-Przyrodniczym WWU, a następnie — w węższym gronie członków Stowarzyszenia Logicznego — wykłady: „Über die Grundlegung des Prädikatenkalküls", „Über die Axiomatisierbarkeitsbeweise im Aussagenkalkül", „Über die Axiomatisierung des Volständigen dreiwerigen Aussagenkalküls". • 27.04 — JŁ zakłada PTL; do jego Zarządu Tymczasowego poza JŁ wchodzą A. LINDENBAUM, A. MOSTOWSKI, B. SOBOCIŃSKI i A. TARSKI. • W maju JŁ przebywa dwa tygodnie na UP w Paryżu, gdzie wygłasza dwa o.: o logice ARYSTOTELESA i o logikach wielowartościowych. • 24–27.09 — JŁ uczestniczy — jako członek KO — w III PZF w Krakowie oraz przewodniczy SL Zjazdu. • 24.09 — JŁ wygłasza o. „Co dała filozofii współczesna logika matematyczna?" na p. inauguracyjnym Zjazdu. • 26.09 — JŁ wygłasza o. „W obronie logistyki" na sesji specjalnej Zjazdu *Myśl katolicka wobec logiki współczesnej*, odbytej w Instytucie Katolickim w Krakowie. • W lipcu JiRŁ przebywają w sanatorium w Truskawcu, gdzie JŁ leczy artretyzm. • 9.10 — JŁ uczestniczy w przyjęciu w Hotelu Europejskim w Warszawie. • JiRŁ przenoszą się do 7-izbowego mieszkania w nowo wybudowanym warszawskim DP przy ul. Sewerynów 6 m. 7 (tel. 5–00–77); w mieszkaniu wiszą m.in.: portret olejny JŁ z czasów studenckich, malowany przez W. WITWICKIEGO, oraz kredkowe portrety JiRŁ, autorstwa S. I. WITKIEWICZA. • 27.11 — władze rejestrują w Warszawie PTL ze *Statutem* opracowanym przez JŁ, który zostaje też prezesem Towarzystwa.

1937

14.06 — JŁ zostaje członkiem czynnym (zwyczajnym) Wydziału Historyczno-Filozoficznego PAU. • 30.06 — u JŁ doktoryzuje się B. SOBOCIŃSKI na podstawie rozprawy „Aksjomatyzacja pewnych wielowartościowych systemów teorii dedukcji". • 28.10 — JŁ wygłasza o. o KARTEZJUSZU przed mikrofonem Polskiego Radia w Warszawie.

1938

19.01 — JŁ uczestniczy w dyskusji nad o. T. MAKOWIECKIEGO na XXXIV p. KN. • 26.01 — JŁ wygłasza o. „Geneza logiki trójwartościowej" na XXXV p. KN. • W kwietniu JŁ jest poważnie chory. • 23.04 — JŁ uczestniczy w dyskusji nad o. K. DOBROWOLSKIEGO na XXXVI p. KN. • Lato JiRL spędzają w Konstancinie, który od dawna często odwiedzają. • 1.11 — JŁ otrzymuje z okazji sześćdziesięciolecia urodzin doktorat *h.c.* WWU w Monasterze; promotorem jest H. SCHOLZ. • 20.11 — w Ambasadzie Niemieckiej w Warszawie wręczony zostaje uroczyście dyplom doktora *h.c.* WWU. • 6–9.12 — JŁ bierze udział w kolokwium *Les entretiens de Zurich sur les fondements et la méthode des sciences*

mathématiques w Zürichu i wygłasza o. „Die Logik und das Grundlagenproblem" podczas tego kolokwium. • 28.06 — u JŁ dokotryzuje się J. SŁUPECKI na podstawie rozprawy „Dowód aksjomatyzowalności pełnych systemów wielowartościowych rachunku zdań" (recenzent: W. SIERPIŃSKI).

1939

W styczniu (i sierpniu) JiRŁ przebywają w Zakopanem. • 9.06 — JŁ wygłasza o. „O sylogistyce Arystotelesa" na p. PAU. • 14.06 — JŁ uczestniczy w kolokwium habilitacyjnym B. SOBOCIŃSKIEGO. • 25.09 — podczas bombardowania Warszawy przez wojska niemieckie — spłonęło mieszkanie JiRŁ przy ul. Seweryнów; w innym mieszkaniu przepada także skład I tomu założonego przez JŁ czasopisma *Collectanea Logica*. • Po kilkunastodniowej tułaczce JiRŁ zamieszkują w swoim dawnym mieszkaniu przy ul. Brzozowej 12, odstąpionym im teraz przez T. KOTARBIŃSKIEGO. • JR otrzymuje — dzięki protekcji H. Scholza — posadę urzędnika w Archiwum Miejskim w Warszawie.

1940

U JŁ występują pierwsze objawy dusznicy bolesnej. • JŁ rozpoczyna wraz z A. KROKIEWICZEM — w jego mieszkaniu przy ul. Borzozowej 12 — podziemne seminarium (tzw. *U starców*), poświęcone logice starożytnej (*De fato* CYCERONA) oraz logice matematycznej. • JiRŁ zbliżają się do ks. W. ROSŁANA, którego często odwiedzają na jego probostwie w Kobyłce k. Warszawy.

1941

4.01 — JŁ przyczynia się — za pośrednictwem H. SCHOLZA — do uwolnienia z obozu niemieckiego w Dachau ks. J. SALAMUCHY.

1942

1–20.07 — JŁ udziela w mieszkaniu przy ul. Brzozowej 12 dziesięciu lekcji logiki inż. M. BIZONIOWI, który skrypt z nich wydaje po wojnie jako *Genezę logiki*. • Rozpoczyna działalność Sekcja Matematyczna WM-P podziemnego UW, w której wykładowcą jest JŁ; do egzaminów u JŁ przygotowuje studentów B. SOBOCIŃSKI i H. HIŻ.

1943

21.04 — JŁ podejmuje — mimo złego stanu zdrowia — decyzję odtworzenia swoich nie ogłoszonych wyników, zniszczonych we wrześniu 1939 r.

1944

27.06 — ma miejsce ostatni pobyt JiRŁ w Kobyłce. • Przed lipcem JŁ z B. Sobocińskim przyjmują pracę magisterską (z dziedziny logiki matematycznej) H. Rasiowej. • 17.07 — w związku ze zbliżającym się frontem sowieckim JiRŁ za zgodzą władz AK i dzięki pomocy H. Scholza, ks. J. Salamuchy i B. Sobocińskiego — oraz za pośrednictwem H. Wolfruna z Institut für deutsche Ostarbeit — wyjeżdżają z Polski *via* Niemcy z zamiarem osiedlenia się w Zürichu pod opieką F. Gonsetha. • 20.07 — bez widoków przekroczenia granicy niemiecko-szwajcarskiej — w związku z zamachem na Hitlera — JiRŁ zatrzymują się u H. Scholza w Monasterze, który umieszcza ich na kilka tygodni w Meklenbeck k. Monasteru. • We wrześniu JiRŁ przeżywają bombardowania alianckie Monasteru.

1945

1.01 — J. von Kempski daje JiRŁ schronienie w swoim majątku w Hembsen (w okręgu Höxter w Westfalii). • 7.04 — Hembsen zajmują Amerykanie; JiRŁ przenoszą się do p.o.j. w Brakel k. Padebornu. • 8.05 — JiRŁ przenoszą się do p.o.j. w Dössel, a następnie do podlegającego temu obozowi majątku Riepen. • We wrześniu JiRŁ przenoszą się do kolejnego p.o.j. w Hohenwopel k. Dössel, gdzie JŁ daje lekcje logiki w improwizowanej szkole średniej; w *The Journal of Symbolic Logic* (vol. X nr 3 s. 61–68) ukazuje się artykuł „Axiom schemes for *m*-valued propositional calculi" J. B. Rossera i A. R. Turquette'a, w którym zbudowanie *m*-wartościowego rachunku zdań przypisuje się ponownie JŁ oraz A. Tarskiemu (s. 61, 62), co JŁ z goryczą odnotowuje. • 1.12 — JiRŁ przenoszą się do Brukseli i zamieszkują najpierw przy av. Molière 167, potem w siedzibie PIN kolejno przy rue Meyerbeer 126 i av. Brugman 131.

1946

JŁ wykłada logikę w Polskim PIN; pod opieką JŁ pisze pracę magisterską H. Hiż. • 1.03 — JiRŁ wyjeżdżają z Brukseli przez Ostendę i Londyn do Dublina, dokąd JŁ zostaje zaproszony przez Rząd Irlandzki. • 4. 03 — JiRŁ przyjeżdżają do Dublina i zamieszkują w hoteliku *Echo* przy Upper Fitzwilliam st. 2. • W lipcu JiRŁ zostają przyjęci przez premiera Irlandii E. de Valera. • W sierpniu JiRŁ przenoszą się do mieszkania przy Fitzwilliam sq. 57, na drugim piętrze domu (tel. 6–26–49), gdzie pozostają już do śmierci JŁ. • 1.09 — JŁ zostaje mianowany na stanowisko tymczasowego profesora RIA i rozpoczyna tam wykłady z logiki matematycznej, początkowo raz, a później dwa razy w tygodniu.

1947

W styczniu JŁ zostaje mianowany na profesora logiki matematycznej RIA. • 29–31.05 — w Krakowie odbywa się V PZM, na który JŁ przysyła o. „O zasadzie najmniejszej liczby". • W tym roku JŁ doznaje prawdopodobnie pierwszego ataku serca.

1948

23.06 — JŁ wygłasza o. „The shortest axiom of the implicational calculus of propositions" na p. RIA. • 20–23.09 — w Warszawie odbywa się VI PZM, na który JŁ przysyła o. „W sprawie aksjomatyki implikacyjnego rachunku zdań". • We wrześniu JŁ doznaje — według niektórych źródeł — pierwszego zidentyfikowanego przez lekarzy ataku serca.

1949

W styczniu JŁ wygłasza cykl 12 wykładów o sylogistyce Arystotelesa w dublińskim UC. • 26.03 — WZ PAU w Krakowie pod naciskiem władz komunistycznych z „listy członków krajowych" skreśla JŁ wraz z 16 innymi uczonymi, m.in. A. TARSKIM, ze względu na „fakt, że [...] nie biorą [oni] czynnego udziału w pracach Akademii i wbrew postanowieniom § 15 statutu PAU nie spełniają zasadniczych obowiązków członków PAU w nim przewidzianych i utrudniają przez to statutową działalność PAU". • 20.11 — JiRŁ przybywają do Manchesteru (Anglia), gdzie JŁ wygłasza o. o logice ARYSTOTELESA w VUM. • 30.11 — JŁ wygłasza o. „On variable functors of propositional arguments" na p. RIA.

1950

27.01 — powstaje Polskie Towarzystwo Naukowe na Obczyźnie w Londynie; JŁ zostaje członkiem czynnym zamiejscowym jego Wydziału I (Humanistycznego). • W lutym i marcu JŁ wygłasza pierwszy cykl 8 wykładów z logiki matematycznej (obejmujący m.in. rachunek zdań i logikę stoicką) w QU w Belfaście. • W maju JŁ kończy pisane książki *Aristotle's syllogistic from the standpoint of modern formal logic*. • 7–9.12 — JŁ uczestniczy w Colloque International de Logique Mathématique pod tytułem *Les méthodes formelles en axiomatique*, zorganizowanym przez Wydział Przyrodniczy UP. • 7.12 — JŁ wygłasza o. „Sur la formalisation des théories mathématiques" podczas tego Kolokwium. • Podczas pobytu w Paryżu JŁ wygłasza też dwa o. na WF UP.

1951

W sierpniu zostaje w Clarendon Press ukończony druk książki JŁ *Aristotle's syllogistic from the standpoint of modern formal logic*.

1952

4.05 — JŁ przyjeżdża do Belfastu i wygłasza drugi cykl wykładów z logiki matematycznej w QU, w którym przedstawia zarys Arystotelesowskiej logiki modalnej [?]; podczas pobytu w Belfaście JŁ spotyka się z G. RYLEM.

1953

10–12.07 — JŁ bierze udział w sympozjum „Berkeley and modern problems", zorganizowanym przez Aristotelian Society i MA w Dublinie. • 11.07 — JŁ wygłasza na tym Sympozjum o. „The principle of individuation". • 20–26.09 — JŁ bierze udział w XVème Congrès International de Philosophie w Brukseli i wygłasza o. „A system of modal logic". • JŁ otrzymuje stypendium od Philosophical Fellowship Fund w Cambridge i Oxfordzie. • Jesienią JŁ podupada na zdrowiu do tego stopnia, że nie podejmuje już wykładów w RIA.

1954

W lutym — JŁ przyjeżdża do VUM, aby wziąć udział w przewodzie doktorskim Cz. LEJEWSKIEGO. • JŁ zostaje członkiem MA.

1955

W styczniu ukazuje się tekst G. E. MOORE'A „Wittgenstein's lectures in 1930–1933. III" (*Mind* vol. LXIV nr 253 s. 1–27), w którym autorstwo odkrycia logiki trójwartościowej przypisywanie jest znowu A. TARSKIEMU (s. 5), co bardzo dotyka ciężko już chorego JŁ. • W kwietniu G. E. MOORE ogłasza „Two corrections" (*Mind* vol. LXIV nr 254 s. 264), ze sprostowaniem: „Rachunek, o który chodzi [tj. wielowartościowy; dopisek mój, JJJ], został wynaleziony wyłącznie przez profesora J. ŁUKASIEWICZA, a TARSKI nie miał w tym wynalazku żadnego udziału", zaznaczając, że nie jest w stanie ustalić, czy ów „wielki błąd" popełnił sam, czy też był udziałem L. WITTGENSTEINA, z którego wykładów zdawał sprawę. • 5.07 — JŁ otrzymuje doktrat *h.c.* Trinity College w Dublinie. • 10.08 — JŁ otrzymuje za całość twórczości, a w szczególności za *Aristotle's syllogistic from the standpoint of modern formal logic* pierwszą nagrodę pisarską (50 funtów brytyjskich), przyznawaną za prace naukowe, reprezentujące polską kulturę naukową wobec innych narodów, ufundowaną przez Stowarzyszenie Polskich Kombatantów w Londynie. • 15.08 — następuje wręczenie nagród Stowarzyszenia w Londynie; JŁ z powodu stanu zdrowia jest nieobecny.

1956

JŁ doznaje drugiego poważnego ataku serca. • 13.02 — JŁ umiera na skrzeplinę naczynia wieńcowego w wyniku trzeciego ataku serca, doznanego w godzinę po operacji kamieni woreczka żółciowego w Sir Patrick Dunn's Hospital w Dubli-

nie. • JŁ zostaje pochowany na Cmentarzu w dublińskiej dzielnicy Glasnewin (w kwaterze 495, pole A8), „daleko od Polski i ukochanego Lwowa" (jak głosi napis na nagrobku). • Część materiałów naukowych po JŁ zostaje zaraz po jego śmierci zdeponowana w RIA. • 25.07 — RŁ przekazuje w depozyt RIA także większość pozostałych po JŁ papierów i wydawnictw.

1957

19.08 — RŁ powraca do polski z częścią materiałów naukowych i rodzinnych po JŁ i zamieszkuje w Gdańsku-Wrzeszczu: najpierw przy ul. Srebrniki 2 m. 4, potem Sobótki 2A m. 5, a następnie przy ul. Sienkiewicza 12 m. 4.

1963

29.04 — RIA przekazuje materiały po JŁ do MU.



1. Walerian Holtzer, dziad macierzysty (1878)



2. Leopoldyna Łukasiewiczowa, matka (1877)

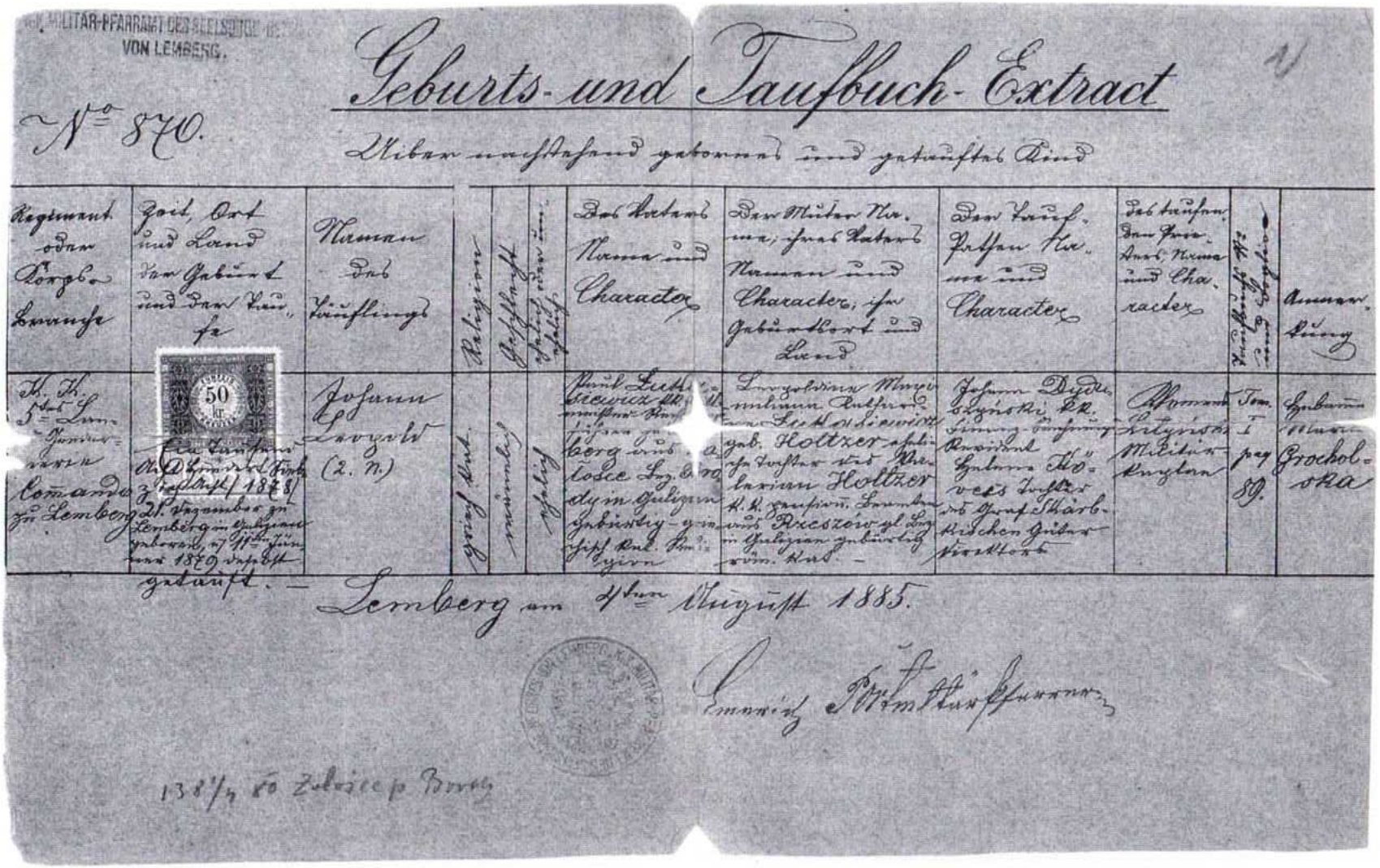


3. Matka (1902)



4. Paweł Łukasiewicz, ojciec (1897)

5. Wypis aktu urodzenia (4.08.1885)



K. K. MILITÄR-PFARRAMT DES SEELSORGE-BEZIRKES VON LEMBERG.

Geburts- und Taufbuch-Extract

N° 870.

Hiebei wurde gebohren und getauft das Kind

Regiment oder Corps Branche	Zeit, Ort und Land von Geburt und Taufe	Namen des Täuflings	Religion	Geschlecht	ehelich oder unehelich	Des Vaters Name, Stand Character	Der Mutter Name, Stand Character, ihr Geburtsort und Land	Der Taufpathen Name und Character	Des Täufers Name, Stand, Name und Character	Folio des Taufbuches	Anmerkung
K. K. 1 = Lemberger = Infanterie = Regiment Commando zu Lemberg	50 kr. Die Taufhandlung ist laut Zeugnisses vom 21. Dezember zu Lemberg in Galizien geboren, am 11. Jänner 1878 vollzogen.	Johann Ludwig (2. N.)	griech. kath.	männlich	ehelich	Paul Lutkiewicz, Unteroffizier des Infanterie-Regiments Nr. 77 in Lemberg und Apolonia Lutkiewicz geb. Holtzer in Zolocze Lemberger Kreises in Galizien gebürtig	Ludwig Nikolaus Lutkiewicz Taufpathe und Marianna Lutkiewicz geb. Holtzer Taufpathin sind Mannschaft des K. K. Infanterie-Regiments Nr. 77 und Brzeszów bei Lemberg in Galizien gebürtig röm. kath.	Johann Dydeszyński röm. kath. Einwohner Lemberg Taufpathe Hedwig Holtzer Taufpathin ist Gräfin Skarbkischen Gutsverwalterin	Alexander Krzyżanowski Militär-Kurat	Tom. I pag. 89.	Taufbuch der griech. kath. Militär-Kirche Brochol-ska

Lemberg am 4ten August 1885.

Emmerich Pfarrer

138/11 80 Zolocze Post



6. (1889)



7. Z rodzicami (1897)



8. (1897)



9. (Ok. 1900)



10. Dwór w Bilczu Złotym (I poł. XX w.)



11. (Ok. 1910)



12. Szkoła Lwowska. Jan Łukasiewicz – siedzi drugi od prawej (1913)

TREŚĆ wykładu pożegnalnego prof. Jana Łukasiewicza, wygłoszonego w auli Uniwersytetu Warszawskiego dnia 7-go marca 1918 r.

W tym wykładzie pożegnalnym chcę dać syntezę prac swoich, opartą na wyznaniach autobiograficznych. Chcę przedstawić tło uczuciowe, na jakim wyrastały moje poglądy.

Wypowiedziałem walkę duchową wszelkiemu przymusowi, krępującemu wolną twórczość człowieka.

Są dwa rodzaje przymusu: Jeden z nich, to przymus *fizyczny*, który występuje bądź jako siła zewnętrzna, pętająca swobodę ruchów, bądź jako niemoc wewnętrzna, ubezwładniająca działanie. Od przymusu tego można się uwolnić. Wytężeniem mięśni można rozerwać krępujące pęta, wytężeniem woli przemóc bezwład ciała. A gdy wszystkie środki zawiodą, zawsze jeszcze pozostaje *śmierć* — wybawicielka.

Drugi rodzaj, — to przymus *logiczny*. Musimy uznawać zasady oczywiste i płynące z nich twierdzenia. Przymus ten jest o wiele silniejszy od fizycznego; niema tu nadziei wyzwolenia. Żadna siła fizyczna ani umysłowa nie może pokonać zasad logiki lub matematyki.

Począł się ten przymus z chwilą powstania logiki Arystotelesa i geometrji Euklidesa. Zrodziło się wtedy pojęcie *nauki* jako systemu zasad i twierdzeń, połączonych stosunkami logicznymi. Z Grecji pojęcie to wyszło i zapanowało wszechwładnie. Na wzór systemu naukowego pomyślano wszechświat: wszystkie zdarzenia i zjawiska połączone są z sobą łańcuchem przyczynowym i wynikają jedne z drugich, jak twierdzenia teorji naukowej. Wszystko, co jest, podlega *prawom* koniecznym.

W tak pojętym świecie niema miejsca dla czynu twórczego, nie wynikającego z prawa, lecz z samorzutnego porywu. I porywy podlegają prawom, powstają z konieczności, mogłyby być przewidziane przez istotę wszechwiedną. Zanim zaistniałem na świecie, czyny moje były już ustalone w najdrobniejszych szczegółach.

Koncepcja ta wtargnęła aż do praktyki życiowej. Okazało się, że postępowanie poddane prawu, tak przyrodniczemu, jak społecznemu, a więc uporządkowane i celowe, jest zawsze *skuteczne*. Jeżeli naród cały potrafi stać się mechanizmem, odtwarzającym w swej konstrukcji system naukowy, to nabiera tak olbrzymiej mocy, iż może się pokusić o władzę nad światem.

Wobec tej koncepcji nauki, świata i życia—burzy się umysł twórczy. Jednostka dzielna, czująca swą wartość, nie chce być tylko ogniwem w łańcuchu przyczyn i skutków; chce na bieg świata wpływać samodzielnie.

Na tym tle przeciwstawiała się zawsze nauce twórczość artystyczna. Ale twórcy-artyści stoją zdala od zagadnień naukowych, nie odczuwają przymusu logicznego. Cóż ma począć uczony?

Dwie drogi pozostają mu do wyboru: albo utonąć w sceptycyzmie, rezygnując z pracy naukowej, albo *podjąć walkę z istniejącą koncepcją nauki, opartą na logice Arystotelesa.*

Wybrałem drugą drogę. Powoli i stopniowo uświadamiałem sobie cel walki, którą teraz głoszę. Nieświadomie jednak wszystkie moje prace dawniejsze zdążały ku temu celowi.

Chcąc przekształcić koncepcję nauki, opartej na logice Arystotelesa, trzeba było ukuć oręż, od tej logiki silniejszy. Orężem tym stała się dla mnie logika symboliczna.

W świetle tej logiki rozważałem wielkie *systemy filozoficzne*, głoszące powszechną przyczynowość zjawisk. Przekonałem się, że wszystkie, nie wyłączając krytycyzmu Kanta, poddane krytyce logicznej, rozpadają się w nicość. Stają się zbiorem luźnych, genialnych niekiedy pomysłów, pozbawionych atoli wartości naukowej. Z tej strony nie grozi wolności żadne niebezpieczeństwo.

Nauki empiryczne dochodzą do praw ogólnych drogą rozumowania indukcyjnego. Zająłem się logiczną budową wniosków indukcyjnych. Biorąc za punkt wyjścia badania Jevonsa i Sigwarta, starałem się wykazać, że indukcja jest rozumowaniem redukcyjnym, szukającym racji dla danych następstw. Rozumowanie takie nie daje nigdy wyników pewnych, lecz tylko przypuszczenia. I tutaj zatym przestaje działać przymus logiczny.

Prawa i teorje przyrodnicze, będąc przypuszczeniami, nie są odtworzeniem faktów, lecz twórczym płodem myśli. Należy je przyrównać nie do mechanicznej fotografji, lecz do obrazu, namalowanego przez artystę. Jak ten sam krajobraz może być różnie ujęty w dziełach różnych artystów, tak dla wytłomaczenia tych samych zjawisk służyć mogą różne teorje. Ujrzałem w tym po raz pierwszy zbliżenie się twórczości naukowej do artystycznej.

Przymus logiczny przejawia się najsilniej *w naukach aprjorycznych*. Tu walka była najtrudniejsza. W roku 1910-ym wydałem książkę o zasadzie sprzeczności u Arystotelesa, w której usiłowałem wykazać, że zasada ta nie jest tak oczywista, za jaką uchodzi. Dążyłem już wówczas do utworzenia logiki niearystotelesowej, lecz bezskutecznie.

Dziś, jak mniemam, zdołałem cel ten osiągnąć. Drogę wskazały mi *antynomje*, które dowiodły, że w logice Arystotelesa istnieje luka. Wypełnienie tej luki doprowadziło mnie do przekształcenia tradycyjnych zasad logiki.

Rozważania na ten temat były treścią ostatnich moich wykładów. Dowodziłem, że oprócz zdań prawdziwych i fałszywych istnieją zdania *możliwe*, którym odpowiada objektywna możliwość, jako coś trzeciego obok bytu i niebytu.

Tak powstał system *logiki trójwartościowej*, który opracowałem szczegółowo ubiegłego lata. System ten jest w sobie równie zwarty i konsekwentny, jak logika Arystotelesa, a bogactwem praw i wzorów przewyższa ją o wiele.

Ta nowa logika, wprowadzając objektywną możliwość, łamie dotychczasową koncepcję nauki, opartą na konieczności. Zjawiska możliwe nie mają przyczyn, choć same mogą być początkiem szeregu przyczynowego. Czyn jednostki twórczej może być wolny i wpływać zarazem na bieg świata.

Możność tworzenia różnych systemów logicznych świadczy, że logika nie jest skrępowana odtwarzaniem faktów, lecz jest wolnym dziełem człowieka, jak twór artystyczny. Przymus logiczny rozpływa się w samym swym źródle.

Takie to były prace moje, takie ich tło uczuciowe i cel, który im przyświecał.

A teraz muszę na jakiś czas te poczynania odłożyć i sam poddać się przymusowi i słuchać praw i przepisów, a nawet stać na ich straży. Nie będę wolny, choć zdecydowałem się na to z własnej woli. Lecz gdy znów uczuję się wolny, wrócę do nauki. Wrócę i stanę może przed Wami lub przed następcami Waszymi, by dalej wieść tę idealną walkę o wyzwolenie ducha ludzkiego.

RZECZPOSPOLITA POLSKA
NACZELNIK PAŃSTWA

Warszawa, dnia 9. grudnia 1919.

Do Pana

Dra. JANA ŁUKASIEWICZA

Ministra Wyznań Religijnych i Oświecenia Publicznego

w Warszawie.

Przychylając się do przedstawionej mi przez Pana prośby o dymisję, zwalniam Pana z urzędu Ministra Wyznań Religijnych i Oświecenia Publicznego.

Przy tej sposobności wyrażam Panu gorące podziękowanie za usilną i owocną pracę na trudnem i odpowiedzialnem stanowisku.

NACZELNIK PAŃSTWA:

PREZYDENT MINISTRÓW:

14. Akt mianowania na stanowisko ministra WRiOP (20.01.1919)

Do

Pana Dra Jana Łukasiewicza

w Warszawie.-

Mianuję Pana Ministrem Wyznań Religijnych i Oświecenia Publicznego.-

Warszawa, dnia 20 Stycznia 1919 roku.-

Naczelnik Państwa:

Prezydent Ministrów:

15. Akt odwołania ze stanowiska ministra WRiOP (9.12.1919)

Lwów 25. stycznia 1919.

Szanowny Panie Ministrze!

Najserdeczniejsze zanoszę gratulacje. Cieszę się niezmiernie wiadomością o powierzeniu Panu tego ważnego stanowiska w Państwie. Radość ta zgodna jest zdaniem, które zawsze miałem widząc dawnego ucznia swego wyniesionego na tak wysokie i ważne stanowisko, płynie ona też z głębokiego przekonania że Pan, obejmując to stanowisko, wniesiesz do niego rozległe wiadomości historyczne a przedewszystkiem bezstronność, która i jednej i drugiej stronie zjednać się musi, zarówno ze strony najwyższej w Państwie władzy duchownej. Życzyć mi więc tylko pozostaje, aby Pan jaknajdłużej na tem stanowisku pozostał i abym Panu nigdy nie brakło ani też Panu zabrakło ani rozumu w przeprowadzeniu zamysłów i zamiarów, które – nie wątpię – zawsze będą miały na celu tylko dobro ojczyzny. Proszę przyjąć na tem nowem polu życia dawnego Kazimierza a wiernego kolegi wyrazy uczuć życzliwości i serdeczny uścisk dłoni.

Pan
Dr. Jan Łukaszewicz
Minister wyznań religijnych i oświecenia publicznego
Warszawa
Jasna 8.
„Jaskółka".

16. List gratulacyjny Kazimierza Twardowskiego (25.01.1919)

MINISTERJUM
WYZNAŃ RELIGIJNYCH
I
OŚWIECENIA PUBLICZNEGO.

Warszawa 20 Lutego 1919

Kochany Panie Profesorze!

Dziękuję najserdeczniej za serdeczne życzenia, zdrowie z okazji mojej nominacji. Podjąłem się tego trudnego i odpowiedzialnego zadania głównie w tem przekonaniu, że może lepiej będzie dla ciągłości naszych prac organizacyjnych, jeżeli na ten krótki czas przejściowy, przez który może działać obecny gabinet, stanie na czele Ministerstwa urzędnik tegoż Ministerstwa, aniżeli i najodpowiedniejszy człowiek, powołany z zewnątrz. A być to takie chciała, że trzeba być obecnie mojej in medias res i osobie zbliżającego się Sejmu przedstawić na Radzie Ministrów w formie dekretów szereg od dawna przygotowanych ustaw. W ciągu dwu tygodni zostałem wyjednać referaty Rady Ministrów dla jedenastu dekretów.

Pamiętam zawsze, co winien jestem Uniwersytetowi lwowskiemu i Panu Profesorowi jako dawny uczeń Jego. Chciałbym przyjść z dorobku pomocą Uniwersytetowi w tych ciężkich chwilach, które [illegible] wraz z całym Lwowem przeszedł, i wiem, że w Jej sferze jest jak najwięcej uprawnionych. Oby tylko najlepsze zamiary moje nie rozbiły się o opór Ministerstwa Skarbu, które ciężko walczy z trudnościami finansowemi.

Nie zapomniałem też o filozofji. Ustąpienie mi jestem do pracy naukowej i gdy ustąpię z zajmowanego stanowiska, co prędzej prędzej czy później nastąpić musi, wrócę do filozofji, o ile praca moja gdzieindziej mi będzie potrzebna.

Raz jeszcze dziękuję za [illegible] życzenia, łącząc serdeczny uścisk dłoni i pozostaję z wyrazami prawdziwego szacunku

Jan Kasprowicz

17. Podziękowanie za gratulacje (20.02.1919)



18. Pierwsze posiedzenie gabinetu Ignacego Paderewskiego.
Jan Łukasiewicz – pierwszy od lewej przy stole (16.01.1919)



19. (Sierpień 1922)



20. (Ok. 1924)



21. Jako rektor UW,
obraz Czesława Wdowiszewskiego



22. Pierwszy Polski Zjazd Matematyczny we Lwowie.
Jan Łukasiewicz – ósmy od lewej w pierwszym rzędzie (7-10.09.1927)



23. Jan i Regina z Barwińskich Łukasiewiczowie. Zdjęcie ślubne (30.04.1929)

REGINA Z BARWIŃSKICH I JAN

ŁUKASIEWICZOWIE

MAJĄ ZASZCZYT ZAWIADOMIĆ, ŻE ŚLUB ICH ODBYŁ SIĘ

30 KWIETNIA 1929 ROKU W KOŚCIELE ŚW. ALEKSANDRA

W WARSZAWIE.

WARSZAWA UL. HOŻOWA 12.

24. Zawiadomienie o ślubie



25. Regina Łukasiewiczowa z diamentowym pierścieniem doktorskim męża (1930?)



26. Z żoną (3.01.1931)



27. Inauguracja r. akad. 1931/1932 w UW. Jan Łukasiewicz – siedzi trzeci od lewej (29.10.1931)



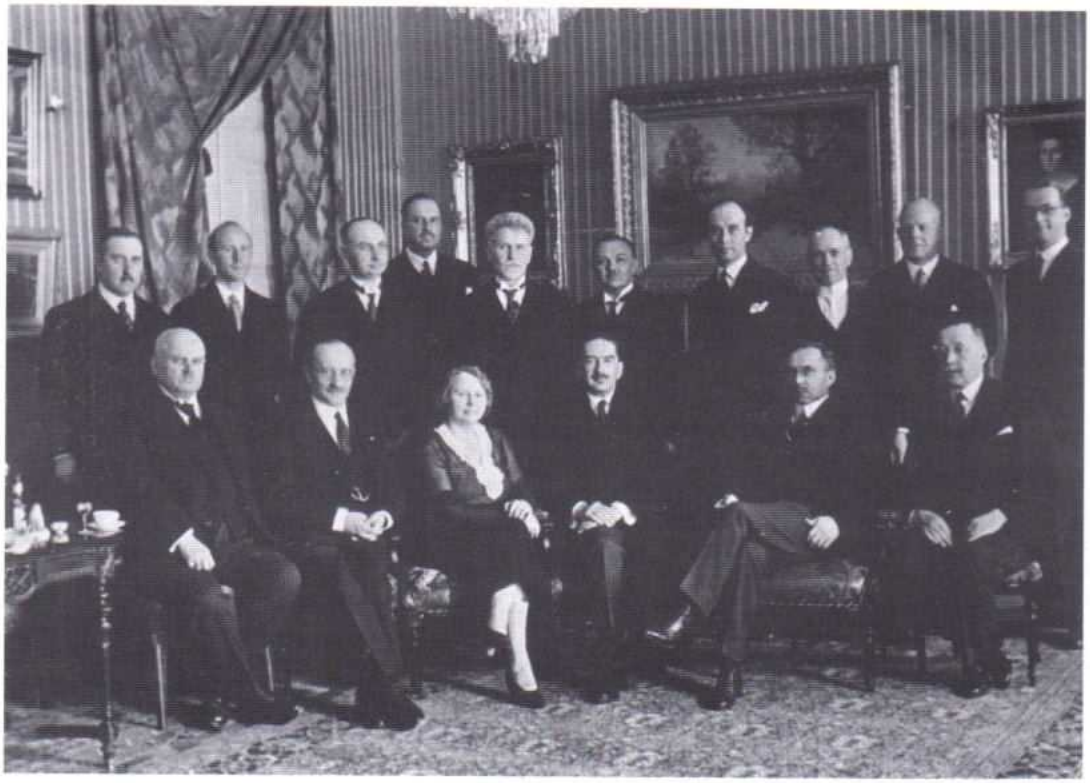
28. Obchody 50-lecia Kasy im. J. Mianowskiego.
Jan Łukasiewicz – siedzi w pierwszym rzędzie (pod krzyżem) (28.02.1932)



29. Akademia ku czci 100 rocznicy śmierci J.W. von Goethego.
Jan Łukasiewicz – siedzi trzeci od lewej (22.05[03?].1932)



30. Na werandzie Zamku Królewskiego w Warszawie.
Jan Łukasiewicz – stoi drugi od lewej (1934)



31. W Ambasadzie Szwedzkiej w Warszawie. Jan Łukasiewicz – siedzi drugi od lewej (1932)



32. W Ambasadzie Niemieckiej w Warszawie. Jan Łukasiewicz – siedzi drugi od lewej (8.10.1932)



33. Inauguracja r. akad. 1932/1933 w UW. Jan Łukasiewicz – na mównicy (23.10.1932)



34. (1933)



35. W restauracji warszawskiej. Jan Łukasiewicz – pierwszy od prawej (1933?)



36. (1934)



37. (1934)



38. Zjazd studentów Wydziału Matematyczno-Fizycznego UW.
Jan Łukasiewicz – siedzi trzeci od prawej (1934)



39. VIII Międzynarodowy Kongres Filozoficzny w Pradze (1934)



41. Jan Łukasiewicz – stoi w środku



40. Jw. Jan Łukasiewicz – siedzi w trzecim rzędzie od dołu pierwszy od prawej



42. (1935?)

DZIENNIK ZARZĄDU M. ST. WARSZAWY

№ 60 — 11 listopada — 1935 r.

43. Obwieszczenie o nagrodach m. st. Warszawy za rok 1935

NAGRODY M. ST. WARSZAWY

NAGRODA NAUKOWA MIASTA STOŁ. WARSZAWY.

Sąd Konkursowy Nagrody Naukowej m. st. Warszawy na posiedzeniu dnia 6.XI—35 r. przyznał rzeczoną nagrodę w roku bieżącym

prof. dr. Janowi Łukasiewiczowi

Orzeczenie Sądu Konkursowego brzmi:

„Sąd Konkursowy na posiedzeniu w dn. 6 listopada 1935 roku przyznał Nagrodę Naukową m. stoł. Warszawy

prof. dr. Janowi Łukasiewiczowi,

za to, iż przez stworzenie i ugruntowanie logiki wielowartościowej myśl ludzką na nowe pchnął tory. Przez subtelne i przenikliwe badania historyczne przyczynił się znakomicie do wyświetlenia dziejów logiki. W licznych pracach nacechowanych śmiałym krytycyzmem stał się pionierem stosowania metod naukowych w filozofji. Skupiwszy grono uczniów i współpracowników stworzył na terenie Warszawy własną szkołę logiczną".

Warszawa, dn. 6.XI—1935 r.

Skład Sądu Konkursowego:

Wiceprezydent Jan Pohoski — przewodniczący—Leopold Białobrzeski— Jan Biłek — Czesław Jędraszko — Stanisław Kętrzyński — Stefan Pieńkowski.

NAGRODA MUZYCZNA MIASTA STOŁ. WARSZAWY.

Sąd Konkursowy Nagrody Muzycznej m. st. Warszawy na posiedzeniu dn. 31.X—35 r. przyznał rzeczoną nagrodę w roku bieżącym

Karolowi Szymanowskiemu

Orzeczenie Sądu Konkurs. brzmi: „Sąd Konkursowy w dniu 31.X 1935 r. jednomyślnie przyznał nagrodę muzyczną m. st. Warszawy na r. 1935

Karolowi Szymanowskiemu,

za działalność kompozytorską, bezkompromisową, artystyczną i utrzymaną na najwyższym poziomie współczesnej sztuki muzycznej, pracę wielostronną i w każdym dziale kompozycji świetną, uwieńczoną długim pocztem wspaniałych dzieł, których pierwsze wykonanie w znacznej części było przywilejem m. Warszawy. — Dzieła te zdobią programy muzyczne i repertuary całego świata, imię Jego zdobyło miejsce w pierwszym rzędzie najdzielniejszych poszukiwaczy nowego stylu muzycznego. Twórczość Karola Szymanowskiego ma znaczenie odnowy dla muzyki polskiej, ma ożywczy wpływ na szereg naszych młodych kompozytorów.

Warszawa, dnia 31 października 1935 r.

Skład Sądu Konkursowego:

Wiceprezydent Jan Pohoski—przew. Zofja Berbecka—Tadeusz Czerniawski — Eugenjusz Morawski — Stefan Lidzki-Sledziński — Karol Stromenger — Adam Wieniawski.

NAGRODA LITERACKA M. ST. WARSZAWY.

Sąd Konkursowy Nagrody Literackiej m. st. Warszawy na posiedzeniu w dn. 31.X.1935 r. przyznał rzeczoną nagrodę w roku bieżącym

Poli (Apolonji) Gojawiczyńskiej.

Orzeczenie Sądu Konkursowego brzmi:

„Sąd Konkursowy Nagrody Literackiej m. st. Warszawy na posiedzeniu w dn. 31.X.35 r. uchwalił:

Przyznać Nagrodę Literacką m. st. Warszawy za rok 1935

Poli Gojawiczyńskiej

za powieść pod tytułem „Dziewczęta z Nowolipek", w której autorka odmalowuje ze znajomością i prawdą głębokie przeżycia „ludu Warszawy". Sąd pragnął w ten sposób zastosować postanowienia nowego Statutu Nagród m. st. Warszawy, które na plan pierwszy wysuwają utwory artystyczne, związane z Warszawą, jej dziejami oraz życiem mieszkańców— pragnął ponadto, aby Nagroda Literacka m. st. Warszawy zachęciła młodsze pokolenie pisarzy do traktowania tematów, łączących się najistotniejszemi węzłami z duchowem życiem Warszawy, a tem samem wpłynęła na spotęgowanie miłości mieszkańców Stolicy do ich rodzinnego miasta".

Warszawa, dn. 31.X.35 r.

Skład Sądu Konkursowego:

Prezydent Miasta—Stefan Starzyński, przewodniczący — Jan Biłek — Zbigniew Lepecki — Wacław Sieroszewski — Artur Śliwiński — Józef Ujejski—Władysław Zawistowski.

NAGRODA ARTYSTYCZNA MIASTA STOŁ. WARSZAWY.

Sąd Konkursowy Nagrody Artystycznej m. st. Warszawy na posiedzeniu w dn. 31.X.1935 r. przyznał rzeczoną nagrodę w roku bieżącym

Alfonsowi Karnemu artyście rzeźbiarzowi,

w uznaniu jego dotychczasowej twórczości, która rozwinęła się w Warszawie i ma swój mocny wyraz w rzeźbie portretowej: Noakowski, autoportret, Kotarbiński, Młynarski, Maszyński.

Przyznając tę nagrodę, Sąd Konkursowy wierzy, że spotęguje ona jeszcze bardziej wysiłek artystyczny laureata oraz pobudzi twórczość młodego pokolenia rzeźbiarzy warszawskich do wielkich zadań artystycznych, jakich domaga się od nich Stolica.

Warszawa, dn. 31.X.1935 r.

Skład Sądu Konkursowego:

Prezydent Miasta Stefan Starzyński—przewodniczący — Włodzimierz Antoniewicz — Klemens Frelek — Bohdan Pniewski — Tadeusz Pruszkowski — Jerzy Sienkiewicz — Wojciech Jastrzębowski (nieobecny)



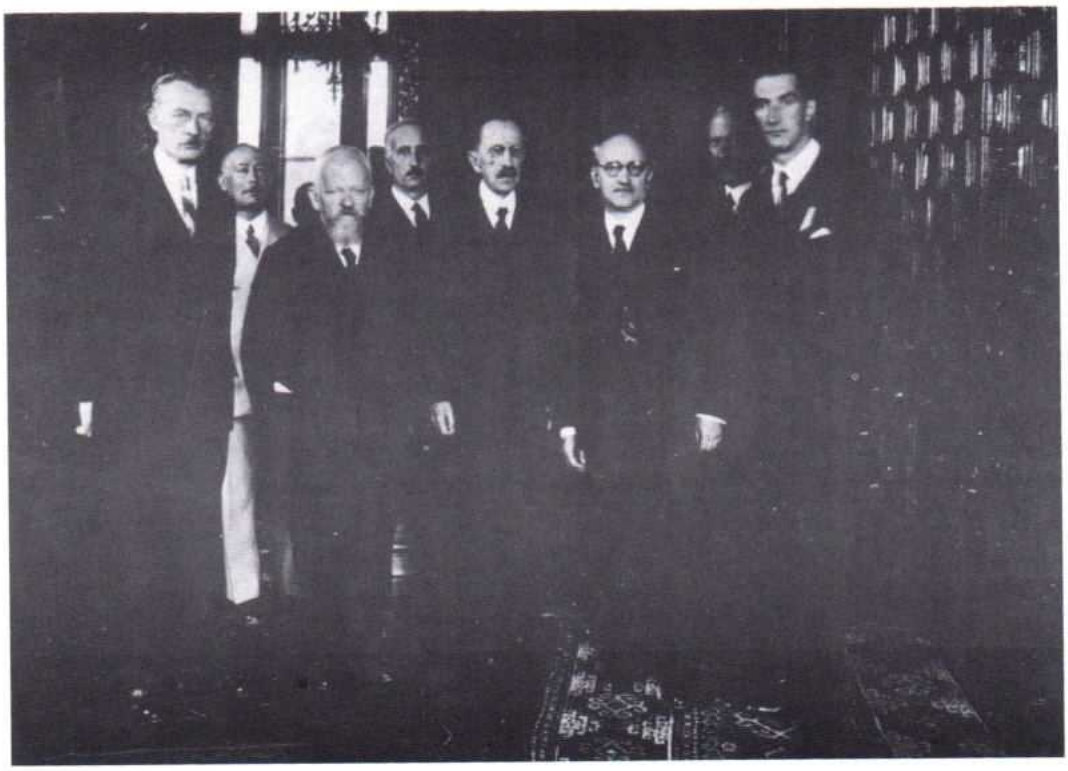
44. W sali Rady m. st. Warszawy. Jan Łukasiewicz – drugi od lewej (28.11.1935)



45. Jw. Jan Łukasiewicz – siedzi pierwszy od lewej



46. (1935)



47. III Polski Zjazd Filozoficzny w Krakowie. Jan Łukasiewicz – trzeci od prawej (24.09.1936)



48. Przyjęcie w Hotelu Europejskim. Jan Łukasiewicz – siedzi przy stole ósmy od lewej pod ścianą (9.10.1936)



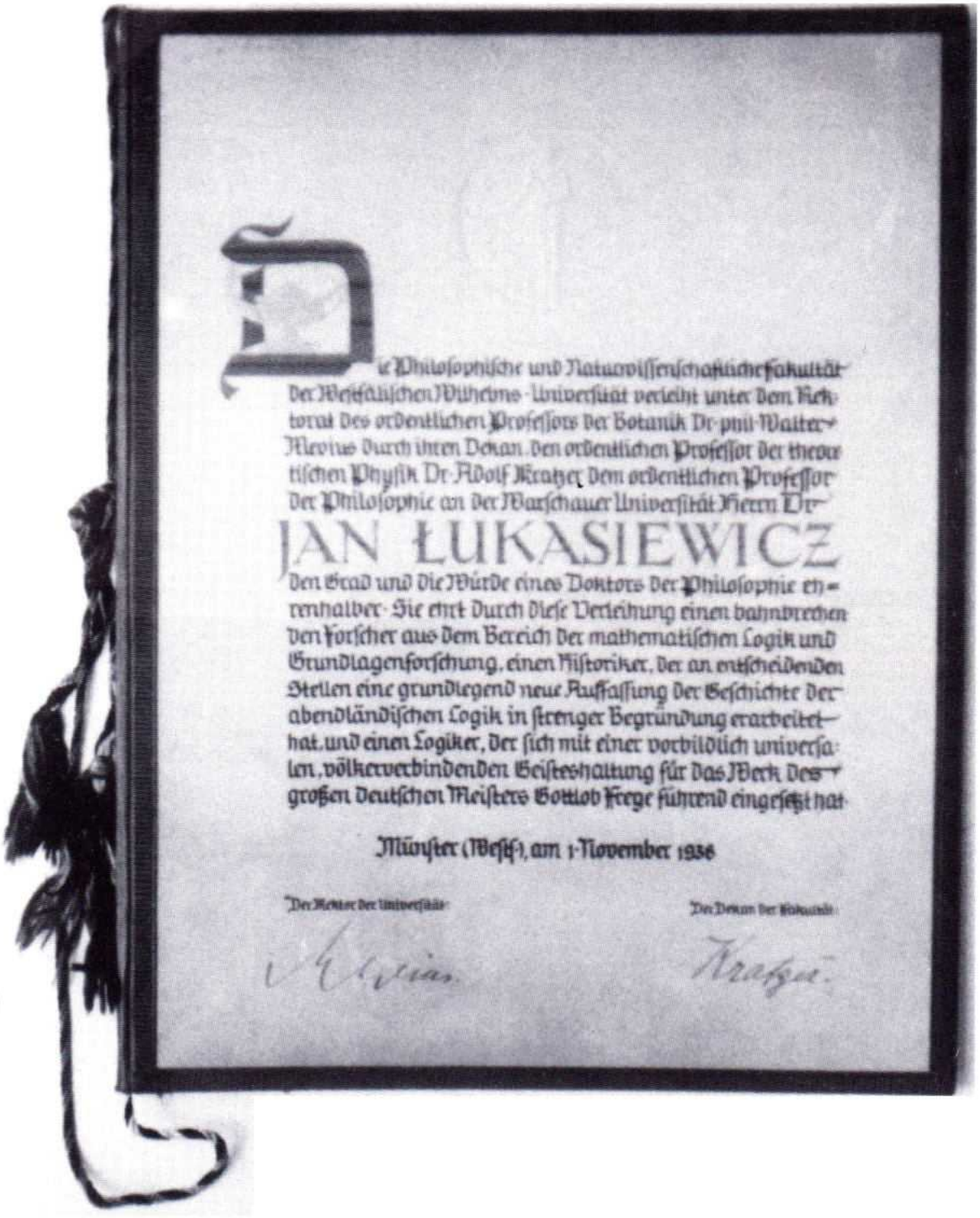
49. W Wilanowie (1937?)



50. Po wręczeniu dyplomu doktora *h.c.* Uniwersytetu Monasterskiego w Ambasadzie Niemieckiej w Warszawie. Jan Łukasiewicz – siedzi trzeci od prawej (21.12.1938)



51. Jak obok



Die Philosophische und Naturwissenschaftliche Fakultät der Westfälischen Wilhelms-Universität verleiht unter dem Rektorat des ordentlichen Professors der Botanik Dr. phil. Walter Klovius durch ihren Dekan, den ordentlichen Professor der theoretischen Physik Dr. Adolf Kratzer, dem ordentlichen Professor der Philosophie an der Warschauer Universität Herrn Dr.

JAN ŁUKASIEWICZ

den Grad und die Würde eines Doktors der Philosophie ehrenhalber. Sie ehrt durch diese Verleihung einen bahnbrechenden Forscher aus dem Bereich der mathematischen Logik und Grundlagenforschung, einen Historiker, der an entscheidenden Stellen eine grundlegend neue Auffassung der Geschichte der abendländischen Logik in strenger Begründung erarbeitet hat, und einen Logiker, der sich mit einer vorbildlich universalen, völkerverbindenden Geisteshaltung für das Werk des großen deutschen Meisters Gottlob Frege führend eingesetzt hat.

Münster (Westf.), am 1. November 1938

Der Rektor der Universität

Der Dekan der Fakultät

52. Dyplom doktora *h.c.* Uniwersytetu Monasterskiego (1.11.1938)



53. W salonie mieszkania przy ul. Sewerynów 6 m. 7 w Warszawie (1938)



54. Tamże na tle rzeźby Alfonsa Karnego (1938)



55. Rzeźba w brązie Alfonsa Karnego (1938)



56. Jak obok



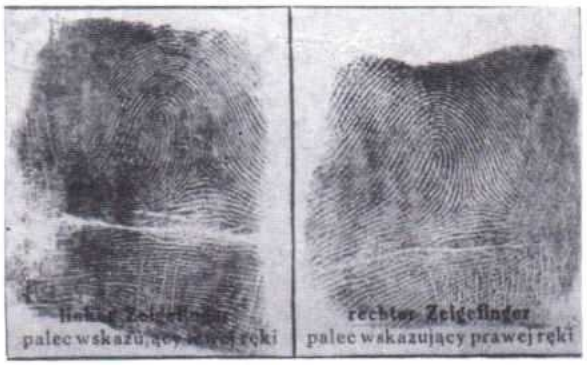
57. Jw.



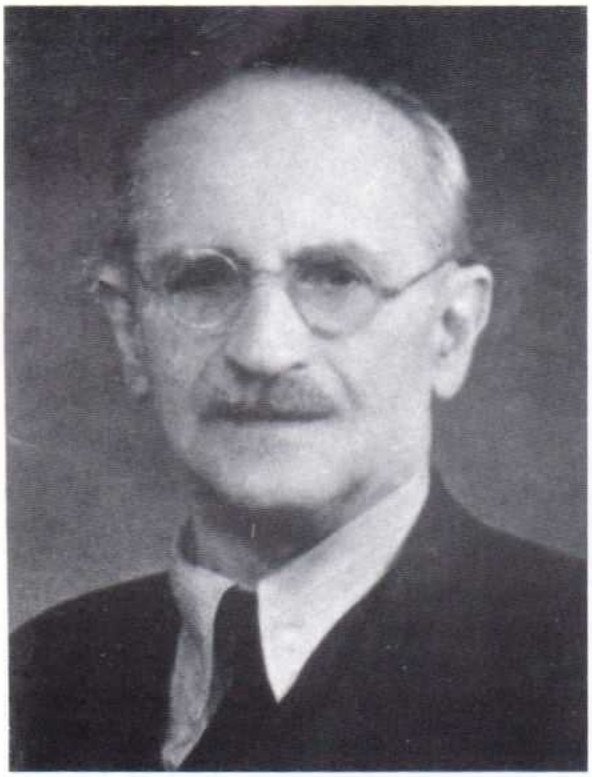
58. Z żoną na Krakowskim Przedmieściu w Warszawie (29.05.1939)



59. (1942)



60. Odciski palców
z karty rozpoznawczej GG (30.04.1942)



61. (4.07.1946)



62. Z żoną (1946)



63. W ogrodzie przy Fitzwilliam Square w Dublinie (jesień 1947)



64. Dom przy Fitzwilliam Square 57 w Dublinie (stan z czasu pobytu Jana Łukasiewicza)



65. Dom przy Fitzwilliam Square 57 w Dublinie (1996)



66. Podczas obchodów Dnia Niepodległości w Konsulacie Generalnym RP (Rządu Emigracyjnego) w Dublinie. Jan Łukasiewicz – siedzi w pierwszym rzędzie (11.11.1947-1951?)



67. Na Boulevard Montparnasse w Paryżu (7.12.1950)



68. W Queen's University w Belfaście (13.05.1952)



69. Podczas wręczania doktoratu *h.c.*
Trinity College w Dublinie (5.07.1955)



70. Po wręczeniu doktoratów *h.c.* i *iure dignitatis*. Jan Łukasiewicz – stoi czwarty od lewej



71. Nagrobek Jana Łukasiewicza na cmentarzu w Dublinie (17.09.1956)



72. Regina Łukasiewiczowa przy grobie męża (17.09.1956)



73. Nagrobek Jana Łukasiewicza na cmentarzu w Dublinie (1996)

74. Japoński przekład *Elementów logiki matematycznej* Jana Łukasiewicza (1992)

≪近代ポーランド論理学の原典≫

ヤン・ウカシェーヴィチ

数理論理学原論

（1929年ワルシャワ大学初版本）

高松　鶴吉　訳

文化書房博文社

≪The Original Text of Modern Polish Logic≫

Japanese Translation from Polish
by
TSURUKICHI TAKAMATSU

Original title:

Prof. dr. JAN ŁUKASIEWICZ:
ELEMENTY LOGIKI MATEMATYCZNEJ,
Uniwersytet Warszawski, Warszawa, 1929.
(First Edition)

BIBLIOGRAFIA

Gwiazdka * przed tytułem danego tekstu sygnalizuje, że jest on zamieszczony w niniejszym tomie.

Skróty:

DS — Dominican Studies; *E — Erkenntnis*; *FN — Filozofia Nauki*; *IM — Indagationes Mathematicae. Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen, Proceedings*; *JCS — The Journal of Computing Systems*; *NP — Nauka Polska*; *PF — Przegląd Filozoficzny*; *PL — Polish logic* (wyd. S. McCall), Oxford 1967, The Clarendon Press, s: VIII, 406; *PRIA — Proccedings of the Royal Irish Academy*; *RF — Ruch Filozoficzny*; *RPTM — Rocznik Polskiego Towarzystwa Matematycznego*; *SPTNW — Sprawozdania z posiedzeń Towarzystwa Naukowego Warszawskiego*; WKM-F — Wydawnictwo Koła Matematyczno-Fizycznego Słuchaczów Uniwersytetu Warszawskiego

a. — annuaire/année; B. — Band; cl. — classe; H. — Heft; f. — fasciculus; nr — numer; r. — opracowanie; r. — rok/rocznik; rec. — recenzja; red. — redakcja; s. — strona; sec. — section; str. — streszczenie; t. — tom; tł. — tłumaczenie; vol. — volumen/volume; wyd. — wydanie/wydawca; z. — zeszyt.

Pisma wybrane:

A. *Z zagadnień logiki i filozofii. Pisma wybrane* (opr. J. Słupecki), Warszawa 1961, PWN, s: 312

B. *Selected works* (wyd. L. Borkowski), Amsterdam–Warszawa 1970, North-Holland Publishing Company — PWN, s: XII, 406

C. *Estudios de lugica y filosofla* (wyd. A. Deaño), Madrid 1975, Biblioteca de la Revista de Occidente, s: 144

1. **Vierteljahrschrift für wissenschafliche Philosophie* t. XXIII(1899) z. 3–4 [str.], *PF* r. V(1902) z. 2 s. 232–236
2. *O indukcji jako inwersji dedukcji, *PF* r. VI(1903) z. 1 s. 9–24, z. 2 s. 138–152
3. *T. Mianowski: *O tzw. pojęciach wrodzonych u Locke'a i Leibniza* [rec.], *PF* r. VII(1904) z. 1 s. 94–95
4. *O stosunkach logicznych, *PF* r. VII(1904) z. 2 s. 245
5. *Teza Husserla o stosunku logiki do psychologii, *PF* r. VII(1904) z. 4 s. 476–477
6. *Z psychologii porównania, *PF* r. VIII(1905) z. 3 s. 290–291
7. *[O przekładzie *Badań* Hume'a.] Od tłumaczy, w: D. Hume, *Badania dotyczące rozumu ludzkiego* (tł. J. Łukasiewicz i K. Twardowski), Lwów 1905, PTF, s. 247–248; 2 wyd. — Lwów 1919, PTF, s. 200; 3 wyd. — Lwów

1928, PTF, s. 200; następne wydania (4 wyd. — Warszawa 1947, PAU; 5 wyd. — Warszawa 1977, PWN) nie mają wstępu „Od tłumaczy"

8. *O dwóch rodzajach wniosków indukcyjnych, *PF* r. IX(1906) z. 1 s. 83–84
9. Analiza i konstrukcja pojęcia przyczyny, *PF* r. IX(1906) z. 2–3 s. 105–179. Toż w: A. 9–62
10. *Tezy Höflera w sprawie przedstawień i sądów egzystencjalnych, *PF* r. IX(1906) z. 4 s. 451–452
11. *Co począć z pojęciem nieskończoności? *PF* r. X(1907) z. 1 s. 135–137
12. *H. Struve: *Die polnische Philosophie der letzten zehn Jahre (1894–1904)* [rec.] *PF* r. X(1907) z. 3 s. 336–346
13. *O wnioskowaniu indukcyjnym, *PF* r. X(1907) z. 4 s. 474–475. Toż w: *FN* r. IV(1996) nr 3 s. 152–153
14. *W sprawie wnioskowania przez analogię, *PF* r. X(1907) z. 4 s. 488
15. Logika a psychologia, *PF* r. X(1907) z. 4 s. 489–491. Toż w: *FN* r. IV(1996) nr 3 s. 154–156. Toż w: A. 63–65
16. *W. James: *Pragmatism. A new name for some old ways of thinking* [rec.], *PF* r. XI(1908) z. 4 s. 341–342
17. *K. Stumpf: *Erscheinungen und psychische Funktionen; Zur Einteilung der Wissenschaften* [spr.], *PF* r. XI(1908) z. 4 s. 342–343
18. *M. Borowski: *Krytyka pojęcia związku przyczynowego* [str.], *PF* r. XI(1908) z. 4 s. 343
19. *Zadania i znaczenie ogólnej teorii stosunków, *PF* r. XI(1908) z. 4 s. 344–347
20. Listy do A. Meinonga [1908 i 1910], w: P. Simons, *Philosophy and logic in Central Europe from Bolzano to Tarski*, Dordrecht 1992, Kluwer Academic Publishers, s. 219–221
21. *O prawdopodobieństwie wniosków indukcyjnych, *PF* r. XII(1909) z. 2 s. 209–210
22. O poglądach filozoficznych Meinonga, *PF* r. XII(1909) s. 559
23. O zasadzie wyłączonego środka, *PF* r. XIII(1910) z. 3 s. 372–373. Toż po angielsku: „On the principle of the excluded middle", *History and Philosophy of Logic* vol. VIII(1987) no 1 s. 69
24. *Über den Satz von Widerspruch bei Aristoteles, *Bulletin International de Académie des Sciences de Cracovie*, cl. I–II a. 1910 nr 1–2 [1911] s. 15–38. Też po angielsku: On the principle of contradiction in Aristotle (tłum. V. Wedin), *Review of Metaphysics* 24(1970/1971) no 1–4 s. 485–509; Aristotle on the law of contradiction, w: J. Barnes, M. Schofield i R. Sorabji (wyd.), *Articles on Aristotle 3. Metaphysics*, London 1979, Duckworth, s. 50–62.

Toż po polsku: „O zasadzie sprzeczności u Arystotelesa" (tł. J. Pluta), *FN* r. V(1997) nr 1 s. 147–164

25. *O zasadzie sprzeczności u Arystotelesa. Studium krytyczne*, Kraków 1910, Akademia Umiejętności, s: IV, 212; wyd. 2 (opr. J. Woleński) — Warszawa 1987, PWN, s: LIV, 210. Toż po niemiecku: *Über den Satz des Widerspruchs bei Aristoteles* (tł. J. Barski), Hildesheim *etc.* 1993, G. Olms, s: XVI, 252
26. *W. Tatarkiewicz: *Die Disposition der aristotelischen Prinzipien* [rec.], *RF* I(1911) nr 2 s. 20a–21b
27. *O wartościach logicznych, *RF* t. I(1911) nr 3 s. 52a. Toż w: *FN* r. II(1994) nr 3–4 s. 228
28. *O rodzajach rozumowania. Wstęp do teorii stosunków, *RF* t. I(1911) nr 4 s. 78b
29. *P. Natorp: *Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften* [rec.], *RF* t. I(1911) nr 5 s. 101a–102a
30. *H. Struve: *Historia logiki jako teorii poznania w Polsce* [rec.], *RF* t. I(1911) nr 6 s. 115a–117a
31. *Zagadnienie prawdy, *RF* t. I(1911) nr 8 s. (161–162). Toż w: *FN* r. II(1994) nr 3–4 s. 228
32. *O potrzebie założenia instytutu metodologicznego, *RF* t. II(1912) nr 2 s. 17–19
33. *Filozofia [Zygmunta] Krasińskiego (odczyt prof. dr J. Łukasiewicza) (opr. A. Fischer), *Gazeta Lwowska* r. CII(1912) nr 69(z 24.03) s. 4
34. *W. Biegański: *Czym jest logika?* [rec.], *RF* t. II(1912) nr 8 s. 149a–b
35. *O twórczości w nauce, *Księga pamiątkowa ku uczczeniu 250–tej rocznicy założenia Uniwersytetu Lwowskiego przez Króla Jana Kazimierza r. 1661.* T. I, Lwów 1912, Uniwersytet Lwowski, s. 3–15 [numeracja własna każdego tekstu]; 2 wyd. zmienione i rozszerzone — jako „O nauce" — w: *Poradnik dla samouków* (wyd. nowe). T. I, Warszawa 1915, Wydawnictwo A. Heflicha i S. Michalskiego, s. XV–XXXIX; 3 wyd. (odb. chemiograficzna) — w: tamże, Warszawa 1923; 4 wyd.: *O nauce*, Lwów 1934, PTF, s: 40; 5 wyd. (= 2 wyd. niezmienione *O nauce*), Lwów 1936, PTF, s: 40. Toż w: A. 66–75. Toż po angielsku: „Creative elements in science" (tł. O. A. Wojtasiewicz), w: B. 1–15. Toż po hiszpańsku: „Elemento creativos en la ciencia" (tł. A. Deaño), w: C. 23–36
36. *Nowa teoria prawdopodobieństwa, *RF* t. III(1913) nr 2 s. 22a. Toż w: *FN* r. II(1994) nr 3–4 s. 228–229
37. *J. Kleiner: *Zygmunt Krasiński. Dzieje myśli* [rec.], *RF* t. III(1913) nr 5 s. 109b–111a
38. *Die logischen Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung*, Kraków 1913, Spółka Wydawnicza Polska, s: 76. Toż po polsku: „Podstawy logiczne ra-

chunku prawdopodobieństwa" (tł. E. Vielrose), w: A. 76–113. Toż po angielsku: „Logical foundations of probability theory" (tł. O. A. Wojtasiewicz), w: B. 16–63

39. *W sprawie odwracalności stosunku racji i następstwa, *PF* r. XVI(1913) z. 2–3 s. 298–314
40. *Zagadnienia prawdy, *Księga pamiątkowa XI Zjazdu Lekarzy i Przyrodników Polskich*, Kraków [1913], s. 84–85, 87. Toż w: *FN* r. IV(1996) nr 3 s. 156–157
41. *Logiczne podstawy rachunku prawdopodobieństwa, *Sprawozdania z czynności i posiedzeń Akademii Umiejętności w Krakowie* t. XVIII(1913) [1914] nr 2 s. 5–7
42. *Rozumowanie a rzeczywistość, *RF* t. IV(1914) nr 2 s. 54a
43. *O nauce i filozofii. Treść wykładu wstępnego wygłoszonego w Uniwersytecie Warszawskim d. 22 listopada 1915 r., *PF* r. XVIII(1915) z. 3–4 s. 190–196
44. *O pojęciu wielkości (z powodu dzieła Stanisława Zaremby *Arytmetyka teoretyczna*), *PF* r. XIX(1916) z. 1–2 s. 1–70. Toż po angielsku: „On the concept of magnitude (in connection with Stanisław Zaremba's *Theoretical arithmetic*)" (tł. O. A. Wojtasiewicz), w: B. 64–83
45. *[O walce duchowej.] Treść wykładu pożegnalnego wygłoszonego w auli Uniwersytetu Warszawskiego 7 marca 1918 r., *Pro arte et studio* r. III(1918) z. 11 s. 3–4. Toż w: *Wiadomości* r. X(1955) nr 45(501) (z 6.11.) s. 3. Toż po angielsku: „Farewell lecture by professor Jan Łukasiewicz, delivered in the Warsaw University Lecture Hall on march 7, 1918" (tł. O. A. Wojtasiewicz), w: B. 84–86. Toż po hiszpańsku: „Leccion de despedida por el profesor Jan Łukasiewicz en el Aula Magna de la Universidad de Varsovia el 7 de marzo de 1918" (tł. A. Deaño), w: C. 36–40
46. J. L. Couturat, *Algebra logiki* (tł. B. Knaster; red. J. Łukasiewicz), Warszawa 1918, WKM-F, s: IV, 112
47. *O pojęciu możliwości, *RF* t. V(1919/1920) nr 9 s. 169b–170a. Toż w: *FN* r. II(1994) nr 3–4 s. 229–230. Toż po angielsku: „On the notion of possibility" (tł. H. Hiż), w: *PL* s. 15–16
48. *O logice trójwartościowej, *RF* t. V(1919/1920) nr 9 s. 170a–171a. Toż w: *FN* r. II(1994) nr 3–4 s. 230–231. Toż po angielsku: „On three-valued logic" (tł. H. Hiż), w: *PL* s. 16–18. Toż (tł. O. A. Wojtasiewicz) w: B. 87–88. Toż po hiszpańsku: „Sobre la lógica trivalente" (tł. A. Deaño), w: C. 41–42
49. *O przedmiocie logiki, *Tydzień Polski* r. I(1920) nr 33 (z 28.11.) s. 16
50. *Logika dwuwartościowa, *PF* r. XXIII(1921) z. 1–4 s. 189–205. Toż po angielsku: „Two-valued logic" (tł. O. A. Wojtasiewicz), w: B. 89–109
51. *O przedmiocie logiki, *RF* t. VI(1921/1922) nr 1–2 s. 26a–b

52. *Interpretacja liczbowa teorii zdań, *RF* t. VII(1922/1923) nr 6 s. 92b–93a. Tож po angielsku: „A numerical interpretation of the theory of propositions" (tł. O. A. Wojtasiewicz), w: B. 129–130
53. *J. Sleszyński: *O logice tradycyjnej* [rec.], *RF* t. VIII(1923) nr 7–8 s. 107a–108a. Tож w: A. 127–128
54. *Kant i filozofia nowożytna, *Wiadomości Literackie* I(1924) nr 19 (z 11.05) s. 1. Tож w: *FN* r. V(1997) nr 2 s. 163–166
55. *Prawdziwość i fałszywość definicji, *PF* r. XXVII(1924) z. 3–4 s. 264
56. *[Przemówienie na otwarcie Uniwersytetu Poznańskiego], w: A. Wrzosek (red.), *Uniwersytet Poznański w pierwszych latach swego istnienia*, Poznań 1924, Senat Uniwersytetu Poznańskiego, s. 79–80
57. *Démonstration de la compatibilité des axiomes de la théorie de la déduction, *RPTM* t. III(1924) [1925] s. 149
58. *Dlaczego nie zadowala nas logika filozoficzna? *RF* t. IX(1925) nr 1–2 s. 25a–b
59. *O pewnym sposobie pojmowania teorii dedukcji, *PF* r. XXVIII(1925) z. 1–2 s. 134–135
60. **Sprawozdanie z działalności Uniwersytetu Warszawskiego za rok akademicki 1922–23*, Warszawa 1925, UW, s: 20
61. *Z najnowszej niemieckiej literatury logicznej, *RF* t. X(1926/1927) nr 7–10 s. 197b–198a
62. *O logice stoików, *PF* XXX(1927) z. 4 s. 278–279. Tож w: *FN* r. IV(1996) nr 3 s. 157–158
63. *O metodę w filozofii, *PF* r. XXXI(1928) z. 1–2 s. 3–5. Tож w: *FN* r. IV(1996) nr 3 s. 158–159
64. *Wrażenia z VI Międzynarodowego Zjazdu Filozoficznego, *RF* t. XI(1928/1929) nr 1–10 s. 1–5
65. *Rola definicyj w systemach dedukcyjnych, *RF* t. XI(1928/1929) nr 1–10 s. 164a
66. O definicjach w teorii dedukcji, *RF* t. XI(1928/1929) nr 1–10 s. 177a–178a
67. *F. Weidauer: *Zur Syllogistik* [spr.], *RF* t. XI(1928/1929) nr 1–10 s. 178a–b
68. *O znaczeniu i potrzebach logiki matematycznej, *NP* t. 10(1929) s. 604–620
69. *Elementy logiki matematycznej. Skrypt autoryzowany* (opr. M. Pressburger), Warszawa 1929, WKM-F, s: VIII, 200; wyd. 2 (opr. J. Słupecki) — Warszawa 1958, PWN, s: 100. Tож po angielsku: *Elements of mathematical logic* (tł. O. A. Wojtasiewicz), Oxford 1966, Pergamon Press, s: 124. Tож po japońsku: *Sūri ronrigaku genron* (tł. Tsurukichi Takamatsu), Tokio 1992, Bunka Shobō Hakubunsha, s: 230

70. Untersuchungen über Aussagenkalkül [z A. Tarskim], SPTNW wydz. III r. XXIII(1930) z. 1–3 s. 30–50. Tож po angielsku: „Investigations into the sentential calculus" (tł. J. H. Woodger), w: A. Tarski, *Logic, semantics, metamathematics. Papers form 1923 to 1938*, Oxford 1956, The Clarendon Press, s. 38–59. Tож w: B. 131–152. Tож po francusku: „Recherches sur le calcul propositionnel" (tł. Ph. NGuyen Van Minh), w: A. Tarski, *Logique, sémantique, méthamathématique*. 1923–1944. T. 1, Paris 1972, Libraire Armand Colin, s. 45–65. Tож po polsku: „Badania nad rachunkiem zdań" (tł. E. Vielrose), w: A. 129–143

71. Philosophische Bemerkungen zu mehrwertigen Systemen des Aussagenkalkül, SPTNW wydz. III r. XXIII(1930) z. 1–3 s. 51–77. Tож po japońsku: „Tachi meidai keisangaku ni tuite" (tł. Yoitsu Kondo), *Tetsugaku Kenkyû* t. XXI(1936) s. 1092–1116. Tож po polsku: „Uwagi filozoficzne o wielowartościowych systemach rachunku zdań" (tł. E. Vielrose), w: A. 144–163. Tож po angielsku: „Philosophical remarks on many-valued systems of propositional logic" (tł. H. Weber), w: *PL* s. 40–65. Tож w: B. 153–178. Tож po hiszpańsku: „Observaciones filosóficas sobre los sistemas polivalentes de lógica propostitional" (tł. A. Deaño), w: C. 61–86

72. Uwagi o aksjomacie Nicoda i «dedukcji uogólniającej», *Księga pamiątkowa Polskiego Towarzystwa Filozoficznego*, Lwów 1931, s. 366–382. Tож w: A. 164–177. Tож po angielsku: „Comments on Nicod's axiom and on «generalizing deduction» (tł. O. A. Wojtasiewicz), w: B. 179–196

73. *Ein Vollständigkeitsbeweis des zweiwertigen Aussagenkalküls, SPTNW wydz. III r. XXIV(1931) [1932] z. 2–6 s. 153–183

74. *Z dziejów logiki starożytnej, *RF* t. XIII(1932–1936) nr 1–4 s. 46a

75. *Znaczenie analizy logicznej dla poznania, *PF* r. XXXVII(1934) z. 4 s. 369–377. Tож w: *FN* r. IV(1996) nr 3 s. 160–167. Tож po niemiecku: Bedeutung der logischen Analyse für die Erkenntnis, *Actes du VIIIème Congrès International de Philosophie*, Prague 1936, s. 75–84, 117–118

76. Z historii logiki zdań, *PF* XXXVII(1934) z. 4 s. 417–437. Tож w: A. 178–194. Tож po niemiecku: Zur Geschichte der Aussagenlogik, *E* B. V(1935–1936) H. 2–3 s. 111–131. Tож po japońsku: „Meidai ronrigaku no rekishi" (tł. Hiroo Mita), *Tetsugaku Kenkyû* t. XXII(1937) s. 268–290. Tож po angielsku: „On the history of the logic of propositions" (tł. z niem. S. McCall), w: *PL* s. 66–87. Tож w: B. 197–217. Tож po kastylijsku: „Para una historia de la lugica de enunciados" (tł. J. Sanmartín), w: A. Moreno, *Lógica matemática*, Buenos Aires 1969, Eudeba; 2 wyd. — 1971; przedruk w: jako oddzielna książeczka: Valencia 1975, Universidad de Valencia, s: 42; 2 wyd. — 1977. Tож po hiszpańsku: „Para la historia de la lógica de proposiciones" (tł. A. Deaño), w: C. 87–107

77. *Zur vollen dreiwertigen Aussagenlogik, *E* B. V(1935/1936) H. 2–3 s. 176

78. Logistyka a filozofia, *PF* XXXIX(1936) z. 2 s. 113–131. Toż w: A. 195–209. Toż po angielsku: „Logistic and philosophy" (tł. O. A. Wojtasiewicz), w: B. 218–235. Toż po hiszpańsku: „Lógistíca y filosoffa" (tł. A. Deaño), w: C. 109–126

79. *Co dała filozofii współczesna logika matematyczna? *PF* r. XXXIX(1936) z. 4 s. 325–326, 329. Toż w: *FN* r. IV(1996) nr 3 s. 167–169

80. W obronie logistyki, *Myśl katolicka wobec logiki współczesnej. Studia Gnesnensia* vol. XV(1937) s. 12–26, 159–165 [str. po francusku: „En défense de la logistique"]. Toż w: A. 210–219. Toż po francusku: „En défense de la logique", *La pensée catholique et la logique moderne. Compte rendu de la session spéciale tenue le 26.IX.1936 pendant le III*ème *Congrès Polonais de Philosophie*, Kraków 1937, Wydawnictwa Wydziału Teologicznego UJ, s. 7–13. Toż po angielsku: „In defence of logistic" (tł. O. A. Wojtasiewicz), w: B. 236–249. Toż po hiszpańsku: „En defensa de la logística" (tł. A. Deaño), w: C. 127–139

81. *Statut Polskiego Towarzystwa Logicznego*, Warszawa 1937, PTL, s: 20

82. *[Curriculum vitae,] S. Łoza, *Czy wiesz, kto to jest?*, Warszawa 1938, Wydawnictwo Głównej Księgarni Wojskowej, s. 446

83. *Kartezjusz, *Kwartalnik Filozoficzny* t. XV(1938) s. 123–128. Toż w: *FN* r. V(1997) nr 2 s. 159–163

84. *Geneza logiki trójwartościowej, *NP* t. XXIV(1939) s. 215–223. Toż w: *FN* r. II(1994) nr 3–4 s. 232–240

85. *[Logika a prawo,] *NP* t. XXIV(1939) s. 214

86. *[Myślenie racjonalne,] *NP* t. XXIV(1939) s. 228

87. Der Äquivalenzkalkül, *Collectanea Logica* vol. I(1939) s. 145–169. Toż po polsku: „Równoważnościowy rachunek zdań" (tł. E. Vielrose), w: A. 228–249. Toż po angielsku: „The equivalential calculus" (tł. P. Woodruff), w: *PL.* s. 88–115. Toż w: B. 250–277

88. O sylogistyce Arystotelesa, *Sprawozdania PAU* t. XLIV(1939) [1946] nr 6 s. 220–227. Toż w: A. 220–227

89. *Die Logik und das Grundlagenproblem, *Les entretiens de Zurich sur les fondements et la méthode des sciences mathématiques 6–9.XII.1938* (red. F. Gonseth), Zürich 1941, Editeurs S. A. Leemann freres & Cie., s. 82–100. Toż po angielsku: „Logic and the problem of the foundations of mathematics" (tł. O. A. Wojtasiewicz), w: B. 278–294. Toż po polsku: „Logika i problem podstaw matematyki" (tł. J. Pluta i W. Jadacka), *FN* r. V(1997) nr 3 s. 147–162

90. *[Fragmenty lekcji logiki, w:] M. Bizoń, *Geneza logiki dla inżynierów, techników i innych zawodów w 10-ciu lekcjach odbytych z prof. Janem Łuka-*

siewiczem w Warszawie w czasie od 1 do 20 lipca 1942 roku, Katowice 1946, Biuro Handlowo-Montażowe Inż. M. Bizonia, s: 152

91. *The shortest axiom of the implicational calculus of propositions, *PRIA* sec. A vol. LII(1948) no 3 s. 25–33. Toż w: B. 295–305
92. *O zasadzie najmniejszej liczby, Dodatek do *RPTM* t. XXI(1948/1949) [1950] s. 28–29. Toż w: *FN* r. IV(1996) nr 3 s. 169–170
93. *W sprawie aksjomatyki implikacyjnego rachunku zdań, *VI Zjazd Matematyków Polskich. Warszawa 20–23.09.1948*. Dodatek do *RPTM* t. XXII(1950) s. 87–92. Toż po angielsku: „On the system of axioms of the implicational propositional calculus" (tł. O. A. Wojtasiewicz), w: B. 306–310
94. On variable functors of propositional arguments, *PRIA* sec. A vol. LIV(1951) nr 2 s. 25–35. Toż w: B. 311–324. Toż po polsku: „O zmiennych funktorach od argumentów zdaniowych" (tł. L. Borkowski), w: A. 250–260
95. *Aristotle's syllogistic from the standpoint of modern formal logic*, Oxford 1951, Clarendon Press, s: XII, 142; 2 wyd. powiększone: Oxford 1957, Clarendon Press, s: XVI, 224. Toż po rosyjsku: *Aristotelevskaja sillogistika s točki zrenija sovremennoj formal'noj logiki* (tł. N. I. Stjażkin i A. L. Subbotin), Moskva 1959, Izdatelstvo Inostrannoj Literatury, s: 312. Toż po arabsku: *Nazariyat al-qi'yas al-Aristiy'a: min weg'hat nazar al-mntiq al-souri al-hadees* (tł. A. I. Sabra), Alexandria 1961, Mounsha'at al-Ma'arif, s: 368. Toż po włosku: *La sillogistica di Aristotele dal punto di vista della logica formale moderna* (tł. C. Negro), w: J. Łukasiewicz — C. Negro, *La sillogistica di Aristotele*, Morcelliana-Brescia 1964, Archivum Philosophorum Aloisianum, s. 107–244. Toż po francusku: *La syllogistique d'Aristote dans la perspective de la logique formelle moderne* (tł. F. Caujolle-Zaslawsky), Paris 1972, Libraire Armand Colin, s: 228. Toż po kastylijsku: *La silogística de Aristóteles desde el punto de vista de la lógica formal moderna* (tł. J. F. Robles; opr. M. Garrido), Madrid 1977, Editorial Tecnos, s: 182. Toż po chińsku: *Yalishiduode de sanduan luo* (tł. Li Zhen & Li Xiankuang), Pekin 1981, Shang Wu Yin Szu Gan, s: XVI, 280. Toż po polsku: *Sylogistyka Arystotelesa z punktu widzenia współczesnej logiki formalnej* (tł. A. Chmielewski), Warszawa 1988, PWN, s: XXVI, 342
96. On the intuitionistic theory o deduction, *IM* vol. XIV(1952) nr 3 s. 202–212. Toż w: B. 325–340. Toż po polsku: „O intuicjonistycznym rachunku zdań" (tł. L. Borkowski), w: A. 261–274
97. *Sur la formalisation des théories mathématiques, *Colloques Internationaux du Centre National de la Recherche Scientifique* vol. XXXVI(1953) [*Les méthodes formelles en axiomatique. Paris. Décembre 1950*] s. 11–19. Toż po angielsku: „Formalization of mathematical theories" (tł. O. A. Wojtasiewicz), w: B. 341–351

98. A system of modal logic, *JCS* vol. I(1953) nr 3 (1953) s. 111–149. Tож w: B. 352–390. Tож po polsku: „System logiki formalnej" (tł. L. Borkowski), w: A. 275–305

99. *A system of modal logic, *Actes du XIème Congrès International de Philosophie. Bruxelles. 20–26.08.1953*, vol. XIV, Amsterdam–Louvain 1953, North-Holland Publishing Company — Éditions E. Nauwelaerts, s. 82–87

100. *Comment on K. J. Cohen's remarks, *IM* vol. XV(1953) nr 2 s. 113

101. *The principle of individuation, *Proceedings of the Aristotelian Society. Supplementary Volume* (Berkeley and modern problems) vol. XXVII(1953) s. 69–82

102. *Arithmetic and modal logic, *JCS* vol. I(1954) nr 4 s. 213–219. Tож w: B. 391–400

103. *On a controversial problem of Aristotle's modal syllogistic, *DS* vol. VII(1954) s. 114–128

104. [Boole.] Letter from Jan Łukasiewicz, *PRIA* sec. A vol. LVII(1955) nr 6 s. 63

105. *[Warszawska Szkoła Logiczna.] List prof. J. Łukasiewicza [do Stowarzyszenia Polskich Kombatantów], *Życie. Katolicki Tygodnik Religijno-Kulturalny* (Londyn) r. IX(1955) nr 43 (z 25.10.) s. 5

106. *Curriculum vitae, *Philosophical Studies* vol. VI(1956) s. 43–46. Tож w: *Rassegna di Scienze Filosofiche* a. XXX(1977) nr 2–3 s. 23–26

107. O determinizmie [1922/1923, 1946], w: A. 114–126. Tож po angielsku: „On determinism" (tł. Z. Jordan), w: *PL* s. 19–39. Tож w: B. 110–128. Tож po hiszpańsku: „Sobre el determinismo" (tł. A. Deaño), w: C. 43–60

WYKAZ ILUSTRACJI

Skróty:

ADM — Archiwum Dokumentacji Mechanicznej w Warszawie
APTF — Archiwum Polskiego Towarzystwa Filozoficznego w Warszawie
AUW — Archiwum Uniwersytetu Warszawskiego
HR — Zbiory Heleny Rajewskiej z Łodzi
MUW — Muzeum Uniwersytetu Warszawskiego

1. Walerian Holtzer, dziad macierzysty Jana Łukasiewicza (1878). Fot. Zakład Fotograficzny L. Błachowskiego we Lwowie, ul. Pańska (Kręcone Stupy) nr 504 4/4 [AUW]
2. Leopoldyna z Holtzerów Łukasiewiczowa (1844–1911), matka Jana Łukasiewicza (1877). Fot. jw. [AUW]
3. Jw. (1902). Fot. J. Henner, Lwów, ul. Akademicka 18 [HR]
4. Paweł Łukasiewicz (1824–1902), ojciec Jana Łukasiewicza (1897). Fot. Zakład Fotograficzny D. Mazura we Lwowie, ul. Pańska 5 [AUW]
5. Wypis aktu urodzenia Jana Łukasiewicza (4.08.1885). Treść. [Pieczęć podłużna:] K. K. MILITÄR-PFARRAMT DES SEELSORGE-BEZIRKES VON LEMBERG. Geburts- und Taufbuch-Extract. No 870. Über nachstehend geborens und getauftes Kind. Regiment oder Kropsbranche: K. K. 5tes Land-Gendarmerie Commando zu Lemberg. Zeit, Ort und Land der Geburt und der Taufe: Ein Tausend Achthundert Siebzig Acht (1878), 21 Dezember, zu Lemberg in Galizien geboren, 11ten Jänner 1879 daselbst getauft. Namen des Täuflings: Johann Leopold (2 N.). Religion: griech.-kat. Geschlecht: männlich. Ehelich oder unehelich: ehelich. Des Vaters Namen und Character: Paul Łukasiewicz, K. K. Rittmeister-Rechnungsführer zu Lemberg, aus Załośce Bez. Brody in Galizien gebürtig, griechisch-kat. Religion. Der Mut[t]er Name, ihres Vaters Namen und Character, ihr Geburtsort und Land: Leopoldine Maximiliane Katharine Łukasiewicz, geb. Holtzer, eheliche Tochter des Walerian Holther, K. K. pension. Beamten, aus Rzeszów gl. Bez. in Galizien gebürtig, röm.-kat. Des Taufpathen Name und Character: Johann Dyduszyński, K. K. Finanz-Rechnungs Revident, Helene Kövess Tochter des Graf Skärbkischen Güterdirektors. Des Taufenden Priesters Namen und Character: Klemens Lityński Militär-Kaplan. Taufbuchs No und Foglio: Tom. I, pag. 89. Anmerkung: Hebamme Maria Grocholska. Lemberg am 4ten August 1885. Emerich Portm[i]tter Pfarrer. [Pieczęć okrągła:] K. K. MILITÄR-PFARRAMT DES SEELSORGE-BEZIRKES VON LEMBERG [AUW]
6. Jan Łukasiewicz (1889). Fot. J. Henner, Lwów, ul. Akademicka 18 [AUW]

7. Jan Łukasiewicz z rodzicami (1897). Fot. Zakład Fotograficzny D. Mazura we Lwowie, jw. [AUW]
8. Jan Łukasiewicz (1897). Fot. jw. [AUW]
9. Jw. (ok. 1900) [APTF]
10. Dwór w Bilczu Złotym (stan z I poł. XX w.)
11. Jan Łukasiewicz (ok. 1910). Fot. A. Trzemeski, Lwów, ul. 3 Maja l. 5; filia, ul. Łyczakowska l. 9; tel. 1122 [APTF]
12. Szkoła Lwowska (1913). Siedzą od lewej: Feliks Kierski, ks. Tadeusz Olejniczak, Zofia Pasławska-Drexlerowa, Mścisław Wartenberg, Kazimierz Twardowski, Daniela Tennerówna-Gromska, Jan Łukasiewicz, Maria Fränklówna. Stoją od lewej: Marian Borowski, Edmund Gromski, Józef Brokman, Jan Ihnatowicz, Bronisław Bandrowski, Kazimierz Ajdukiewicz, Karol Frenkel, Stanisław Leśniewski, Alfons Baron [za: Marek Jaworski, *Tadeusz Kotarbiński*, Wydawnictwo Interpress, Warszawa 1971, po s. 32]
13. „Treść wykładu pożegnalnego prof. Jana Łukasiewicza, wygłoszonego w auli Uniwersytetu Warszawskiego dnia 7-go marca 1918 r.", *Pro arte et studio* r. III(1918) z. 1 s. 3–4
14. Akt mianowania Jana Łukasiewicza na stanowisko ministra WRiOP (20.01.1919) [AUW]
15. Akt odwołania Jana Łukasiewicza ze stanowiska ministra WRiOP (9.12.1919) [AUW]
16. List gratulacyjny Kazimierza Twardowskiego po mianowaniu Jana Łukasiewicza na stanowisko Ministra WRiOP (25.01.1919) [APTF]
17. Podziękowanie za gratulacje (20.02.1919) [APTF]
18. Pierwsze posiedzenie gabinetu Ignacego Paderewskiego (16.01.1919). Od lewej wokół stołu: Jan Łukasiewicz, Władysław Wróblewski (pods. stanu), Ignacy Paderewski, Stanisław Wojciechowski (min. spraw wewn.), Fr[anciszek?] Bubeniczek (protokolant), Antoni Minkiewicz (min. aprowiz.), Jerzy Iwanowski (min. pracy i op. społ.), Leon Supiński (min. spraw.), Julian Eberhardt (kier. min. kolei żel.), Kazimierz Hącia (min. przem. i handlu), Józef Englich (min. skarbu), Stanisław Janicki (min. roln. i dóbr państw.), Bohdan Cywiński (min. rob. publ.) [Zenon Przesmycki (min. kult. i szt.)?]. Fot. M. Fuks [Za: *Świat* nr 4/1919] [MUW]
19. Jan Łukasiewicz (sierpień 1922) [Zbiory Prof. Andrzeja Tomczaka z Torunia]
20. Jw. (ok. 1924) [AUW]
21. Jan Łukasiewicz jako rektor UW. Mal. Czesław Wdowiszewski. Obraz wisiał w Sali Senatu UW (zaginiony [zniszczony?] we wrześniu 1939 roku) [MUW]

22. Pierwszy Polski Zjazd Matematyczny we Lwowie (7–10.09.1927). Od lewej w pierwszym rzędzie: Samuel Dickstein (4), Wacław Sierpiński (5), Stanisław Zaremba (7), Jan Łukasiewicz (8), Kazimierz Kuratowski (9); nad nim — Stefan Banach. Od prawej w pierwszym rzędzie: Mieczysław Biernacki (4). Od prawej w ostatnim rzędzie: Hugo Steinhaus (5), Zygmunt Zawirski (7) [atrybucje moje, JJJ] [Za: *Księga pamiątkowa Pierwszego Polskiego Zjazdu Matematycznego. Lwów 5–10.IX.1927*, UJ, Kraków, przed stroną tytułową]
23. Jan i Regina z Barwińskich Łukasiewiczowie. Zdjęcie ślubne (30.04.1929) [MUW]
24. Zawiadomienie o ślubie Jana i Reginy Łukasiewiczów [MUW]
25. Regina Łukasiewiczowa z diamentowym pierścieniem doktorskim męża (1930?) [HR]
26. Jan i Regina Łukasiewiczowie (3.01.1931) [HR]
27. Inauguracja r. akad. 1931/1932 w UW (29.10.1931). Jan Łukasiewicz (trzeci od lewej) w otoczeniu Senatu; przemawia Mieczysław Michałowicz. Fot. J. Dulewicz [ADM]
28. Obchód 50-lecia Kasy im. J. Mianowskiego w auli UW (28.02.1932). Jan Łukasiewicz — w pierwszym rzędzie (pod krzyżem) [AUW]
29. Akademia ku czci 100 rocznicy śmierci J. W. von Goethego w auli UW (22.05[03?].1932). Jan Łukasiewicz (trzeci od lewej) w otoczeniu Senatu; przemawia Zygmunt Łempicki. Fot. J. Binek [ADM]
30. Na werandzie Zamku Królewskiego w Warszawie (1934). Siedzą od lewej: prezydent Ignacy Mościcki (2), Maria Skłodowska-Curie (3), premier Aleksander Prystor (4). Stoją od lewej: Jan Łukasiewicz (2), Regina Łukasiewiczowa (3) [MUW]
31. Hans von Euler-Chelpin, szwedzki toksykolog, w Ambasadzie Szwedzkiej w Warszawie (1932). Siedzą od lewej: Mieczysław Michałowicz (prorektor UW), Jan Łukasiewicz, Gudrun Hennings (żona amb.), Hans von Euler-Chelpin, Einar Hennings (amb. szwedzki); w tle członkowie ambasady. Fot. dla: *Światowid* 24(409) z dnia 11.06.1932 [ADM]
32. Odznaczenie Tadeusza Zielińskiego medalem im. Gothego (8.10.1932). Siedzą od lewej: hr. Józef Potocki, Jan Łukasiewicz, Józef Ujejski (rektor UW), Tadeusz Zieliński, Hans Adolf von Molte (amb. Rzeszy), Marceli Handelsman [ADM]
33. Inauguracja r. akad. 1932/1933 w UW (23.10.1932). Jan Łukasiewicz (jako prorektor) — na mównicy [ADM]
34. Jan Łukasiewicz (1933) [APTF]

35. Regina (pierwsza od lewej) i Jan (pierwszy od prawej) Łukasiewiczowie w jednej z restauracji warszawskich. Druga od lewej siedzi Leokadia z Barwińskich, siostra przyrodnia Reginy Łukasiewiczowej (1933?) [HR]
36. Jan Łukasiewicz (1934) [AUW]
37. Jw. (1934) [AUW]
38. Zjazd studentów Wydziału Matematyczno-Fizycznego UW (1934). Przed budynkiem WM-F UW siedzą od lewej: Zygmunt Aleksander Klemensiewicz, Stefan Pieńkowski, Michał Kamieński, Stefan Mazurkiewicz, Samuel Dickstein, Regina Łukasiewiczowa, Jan Łukasiewicz, Stanisław Leśniewski, Alfred Tarski. Stoją od prawej w pierwszym rzędzie: Jerzy Słupecki (1), Bolesław Sobociński (3), Adolf Lindenbaum (5), Andrzej Mostowski (6), Edward Spielereier-Marczewski (7?), Stanisław Jaśkowski (9) [atrybucje moje, JJJ] [MUW]
39. VIII Międzynarodowy Kongres Filozoficzny w Pradze (1934). Rudolfina, sala obrad parlamentu czechosłowackiego. Fot. František Hertl. Odborny Fotografický Zápod. Illustr. Odd. „Efha" Photopres, Praha XII, Jugoslávské 9 [AUW]
40. Jw. W trzecim rzędzie od dołu siedzą od prawej: Jan Łukasiewicz (1) i Regina Łukasiewiczowa (2). Fot. jw. [AUW]
41. Jw. Stoją w środku: Regina i Jan Łukasiewiczowie. Fot. Centropress, Praha XII, Fochova 62, tel. 54692 [AUW]
42. Jan Łukasiewicz (1935?) [Za: *Tygodnik Uniwersytecki* [*UW*] nr 19(27) z 28.10.1990, s. 2]
43. Obwieszczenie o nagrodach m. st. Warszawy za rok 1935, *Dziennik Zarządu m. st. Warszawy* nr 60 z 11.11.1935 s. 1–2
44. Wręczenie nagród m. st. Warszawy za rok 1935 w Sali Rady m. Warszawy (28.11.1935). Od lewej: Stefan Starzyński (prezydent), Jan Łukasiewicz, Pola Gojawiczyńska, Alfons Karny [ADM]
45. Po wręczeniu nagród m. st Warszawy za rok 1935 w Sali Rady m. Warszawy (28.11.1935). Siedzą od lewej: Jan Łukasiewicz, Pola Gojawiczyńska, Alfons Karny [ADM]
46. Jan Łukasiewicz (1935) [Za: *Kalendarz IKC 1937*, s. 116]
47. III Polski Zjazd Filozoficzny w Krakowie (24.09.1936). Stoją od lewej członkowie Komitetu Ogólnego, Komitetu Organizacyjnego i Prezydium Zjazdu: Zygmunt Zawirski, Ludwik Chmaj, Witold Rubczyński, Władysław Tatarkiewicz, Tadeusz Garbowski, Jan Łukasiewicz, Tadeusz Czeżowski, Marian Heitzman [ADM]
48. Przyjęcie w Hotelu Europejskim (9.10.1936). Siedzą przy stole od lewej pod ścianą: Regina Łukasiewiczowa (7) i Jan Łukasiewicz (8); ostatni po prawej Stanisław Leśniewski [MUW]

49. Jan i Regina (po prawej) Łukasiewiczowie w Wilanowie (1937?) [HR]
50. Po wręczeniu dyplomu doktora *h.c.* Uniwersytetu Monasterskiego w Ambasadzie Niemieckiej w Warszawie (21.12.1938). Siedzą od lewej: Heinrich Scholz (?), Adolf Kratzer (?), Regina Łukasiewiczowa, Jan Łukasiewicz, Tadeusz Zieliński. Stoją od lewej: Czesław Białobrzeski (1), Zygmunt Łempicki (5), Wlodzimierz Antoniewicz (6?), Hans Adolf von Moltke (abm. Rzeszy) (7), Adam Krokiewicz (8?), Stefan Mazurkiewicz (9), Władysław Tatarkiewicz (10), Stanisław Leśniewski (11?), Stefan Pieńkowski (15?) [atrybucje moje, JJJ] [AUW]
51. Jw.
52. Dyplom doktora *h.c.* Uniwersytetu Monasterskiego (1.11.1938) [AUW]
53. Jan Łukasiewicz w salonie swego mieszkania przy ul. Sewerynów 6 m. 7 w Warszawie (1938) [AUW]
54. Jan Łukasiewicz tamże na tle rzeźby Alfonsa Karnego (1938) [AUW]
55. Jan Łukasiewicz, rzeźba w brązie Alfonsa Karnego (1938), 52 cm. Fot. Atelier Fotograficzne Fryderyki Olesińskiej, Warszawa, ul. 6-go Sierpnia 12 [AUW]
56. Jw.
57. Jw.
58. Regina i Jan Łukasiewiczowie na Krakowskim Przedmieściu w Warszawie (29.05.1939) [HR]
59. Jan Łukasiewicz (1942) [AUW]
60. Odciski palców z karty rozpoznawczej (Kennkarte) GG (30.04.1942) [AUW]
61. Jan Łukasiewicz (4.07.1946) [AUW]
62. Regina i Jan Łukasiewiczowie (1946). Fot. Irish Press Photo dla: *The Irish Press* vol. XVI nr 276 z dnia 19.11.1946 [AUW]
63. Jan Łukasiewicz w ogrodzie przy Fitzwilliam Square w Dublinie (jesień 1947) [MUW]
64. Dom przy ul. Fitzwilliam Square 57 w Dublinie (stan z czasu pobytu Jana Łukasiewicza w mieszkaniu na drugim piętrze nad wejściem). Fot. M. J. Ross, 22, Longford Tce., Monkstown, Co, Dublin [MUW]
65. Dom przy ul. Fitzwilliam Square 57 w Dublinie (1996). Fot. Jacek J. Jadacki
66. Jan i Regina Łukasiewiczowie (siedzą w pierwszym rzędzie) oraz Petronela Brown (za R. Łukasiewiczową) podczas obchodów Dnia Niepodległości w Konsulacie Generalnym RP (Rządu Emigracyjnego) w Dublinie (11.11.1947–1951). Na pierwszym planie L. Teclaff [Za: *The Irish Independent*?] [MUW]
67. Jan i Regina Łukasiewiczowie na Boulevard Montparnasse w Paryżu (7.12.1950) [HR]

68. Przed budynkiem nr 11 Queen's University w Belfaście (13.05.1952). Stoją od lewej: ks. Cahal Daly, Jan Łukasiewicz, Regina Łukasiewiczowa i ks. Theodore Crowley [HR]
69. Podczas wręczania doktoratu *h.c.* Trinity College w Dublinie (5.07.1955). Fot. Independent Newspaper Ltd., Independent House, Dublin (nr negatywu: 37958) [MUW]
70. Po wręczeniu doktoratów *h.c.* i *iure dignitatis* — na dziedzińcu głównym przed wejściem do budynku nr 1 Trinity College w Dublinie. Stoją od lewej: Alderman Alfred Byrne (prezydent Dublina, 1), Jan Łukasiewicz (4), Terri S. Broderick (starszy wykładowca, 5), lord Iveagh (kanclerz Uniwersytetu, 6), Albert Joseph McConnell (prezydent Uniwersytetu, 8), ks. Victor (?) Pike (biskup, doktor *i.d.*, 13), ks. Theodor (?) Pike (biskup, doktor *i.d.*, 14). Fot. Irish Times Photograph, Irish Times Ltd, Dublin (nr negatywu: 556105) [AUW]
71. Nagrobek Jana Łukasiewicza na cmentarzu w Dublinie (17.09.1956). Napis głosi: IN MEMORY OF MY DEAR HUSBAND, PROF. DR JAN ŁUKASIEWICZ, BORN 21 DEC. 1878, WHO DIED 13 FEB. 1956, FAR FROM DEAR LWÓW AND POLAND. Fot. Lamb's Photographic Centre, 105, Middle Abbey Street, Dublin [MUW]
72. Regina Łukasiewiczowa na grobie męża (17.09.1956). Fot. jw. [MUW]
73. Nagrobek Jana Łukasiewicza na cmentarzu w Dublinie (1996). Fot. Jacek J. Jadacki
74. Strona 1 i 2 japońskiego przekładu *Elementów logiki matematycznej* Jana Łukasiewicza, dokonanego przez Tsurukichi Takamtsu (1992)

SPIS NAZWISK

Spis nie obejmuje imion i nazwisk patronów ulic, kościołów i innych instytucji oraz właścicieli firm i wydawnictw, a także imion i nazwisk wchodzących w skład żywej paginy. Są w nim natomiast imiona i nazwiska osób, wskazywanych w tekście za pomocą zwrotów opisowych (typu „Księżna", „Matka" itp.), jeśli udało się je zidentyfikować.

Kursywą zaznaczono numery stron, na których dane nazwisko występuje w tytule dzieła lub w przytaczanym tekście dzieła literackiego. Jeśli dane nazwisko występuje w przypisie, to do numeru odpowiedniej strony dodano literę „p".

A

Abramowski, Edward 383, 480
Ackermann, Nathan Ward 133p, 138p, 155p, 426p
Ajdukiewicz, Kazimierz 87p, 93p, 94p, 99, 109, 425, 425p, 483, 486, 487, 490, 494, 496, 523, 533, 537, 558
Aleksander z Afrodyzji 95, 253, 253p, 254, 254p, 256p, 261, 261p, 348p, 369, 370, 525
Alembert, Jean le Rond d' 321
Alexander — zob. Aleksander z Afrodyzji
Andrian-Werburg, Leopold von 479
Andrycz, Nina X
Antoniewicz, Włodzimierz 561
Antystenes 362
Archimedes 28
Arnim, Johannes von 369, 370, 489
Arystarch z Samos 28
Arystofanes 10, 10p
Arystoteles VII, *XII, 1*, 11, 11p, 13, 14, *20p*, 27, 28, 39, 40, *40*, 42, *43p*, 44, *44, 45, 53*, 59, 61, 63, 67, 68, 70, 79, 83, 84, 87, *87p*, 88–92, 88p–90p, 92p, 95, 95p, 112, *160p*, 203, 204, 235, 236, 238, 241, 243–245, *246p*, 247, 247p, 252–258, 254p, 255p, 260–262, 262p, 319, 336, 344–352, 348p, 355–359, 357p, 362, 368, 369, *385*, 385, 391, 392, 397, 401, 402, *402*, 427, 429p, 432p, 442, 443, 469–471, 494, 503, 507, 519, 524, 525, 528, 538, 539, 541, 542, 544, *544, 545, 548, 549, 553–555*
Augustyn, św. 372, 373

B

Bachelard, Gaston 523
Bacon, Francis 442, 443, 458
Baczewski, Henryk 459
Bad, Hersch 474
Badeni, Stefan 523
Balicki, Zygmunt 382, 532
Baliński-Jundziłł, Jan 411
Ballanche, Pierre Simon 398
Banach, Stefan 559
Banachowska-Prociów, Elżbieta XI
Bandrowski, Bronisław 457–462, 474, 535, 558
Barnes, Jonathan 548
Baron, Alfons 558
Barski, Jacek 549
Barth, Paul 376
Barwińska, Irena — zob. Wieczerzyńska, Irena
Barwińska, Leokadia 560
Barwińska, Marianna 539
Barwińska, Regina — zob. Łukasiewiczowa, Regina
Barwiński, Jan 539
Batowski, Zygmunt 416

Batowski, Zygmunt 416
Bayes, Thomas 234
Bądzyński, Stanisław Ludwik Filip 410
Becher, Erich 422
Becker, Albrecht 247, 247p,
Becker, Oskar 493
Beethoven, Ludwig van 468
Bell, Eric Temple 514
Benndorf, Hans 472
Berbecki, Leon 4, 7
Bergson, Henri 13p, 116, 535
Berkeley, George *545, 555*
Bernays, Paul 73, 75, 138, 138p, 155p, 160p, 185, 189–191, 195, 198, 327p, 518, 519, 523, 524
Bersu, Gerhard 528
Beseler, Hans Hartwig von 479
Białobrzeski, Czesław 244, 561
Biegański, Władysław VII, 33p, 230, 384, 385, 387, 397, 460, *549*
Biegeleisen, Bronisław 19p
Biernacki, Edmund 383
Biernacki, Mieczysław 559
Bilczewski, Józef 406
Bizoń, Mieczysław X, 156, 159p, 542, 553
Blaton, Jan 244
Bocheński, Józef (Innocenty) Maria VIII, X, 44, 160p, 247, 247p, 258p, 502, 506, 513–529
Boccjusz — zob. Boëthius, Anicius Manlius Torquatus Severinus
Boehner, Philotheus 45
Boëthius, Anicius Manlius Torquatus Severinus 133p, 369, 370
Boëthos — zob. Boëthius, Anicius Manlius Torquatus Severinus
Bolzano, Bernard 48, 235, *506*
Boole, George VII, 43, 203, 268, 345, 374, 425
Borkowski, Ludwik 547, 554, 555
Borowski, Marian VII, 50, 390, 391, 457, 458, 461, 462, 534, *548*, 558
Borowy, Wacław 416
Boucher de Perthes, Jacques 399
Bouglé, Celestin 422
Brentano, Franz 111, 468, 469, 470
Brightman, Edgar Sheffield 419p
Broad, Charlie Dunbar 4, 7
Brochard, Victor 368
Broderick, Terri S. 562
Brokman, Józef 558
Brouwer, Leitzen Egbert Jan 71, 244, 251
Brown, Petronela 561
Bruchnalski, Wilhelm Adolf 477, 511
Brudziński, Józef Polikarp 536
Brun, Georg XII
Brunner, Jerzy 414
Brzozowski, Stanisław 383
Bubeniczek, Fr[anciszek?] 558
Bukowski, Julian 409
Burali-Forti, Cesare 49
Burgeois, Emile 410
Burkamp, Wilhelm 402
Burski, Adam 395
Byrne, Alderman Alfred 562

C

Cantor, Georg 48, 49, 394
Carlyle, Thomas 13p
Carnap, Rudolf 257, 431p
Cartesius, Renatus — zob. Descartes, René
Caujolle-Zaslawsky, Françoise 554
Celsus *369, 370*
Chajrefont *10*, 11, 15
Champollion, Jean François 404
Chmaj, Ludwik 560
Chmielewski, Adam 554
Chmielowska, Maria 457
Chmielowski, Piotr 445, 457, 459, 490
Chojecki, Edward 480

Chrystus — zob. Jezus Chrystus
Chryzyp 124
Chwistek, Leon 424, 424p, 482, 483, 517
Cicero, Marcus Tullius 124, 542
Cieszkowski, August 38, 363, 381, 395, 399
Cięgielewicz, Edmund Żegota 10p
Cohen, Herman 391, 393, 394
Cohen, Kalman Joseph VI, *XII*, 251, 252, *555*
Comte, August 13p, 14p, 38
Condillac, Étienne Bonnot de 395
Couturat, Louis Alexandre 49, 105, 111, 358p, 474, 533, 534, 550
Crowley, Theodore 562
Curie-Skłodowska, Maria — zob. Skłodowska-Curie, Maria
Cybichowski, Zygmunt 410
Cywiński, Bohdan 558
Czartoryski, Witold 446
Czeżowski, Tadeusz 485, 560
Czubalski, Franciszek Mieczysław 412
Czubaty [medium z Kołomyi] 508

Ć

Ćwikliński, Ludwik 475, 476, 478, 479

D

Daisuke Kachi XII
Daly, Cahal 562
Darwin, Charles Robert 32, 422
Daublebsky von Sterneck, Robert 472
Dąborowski, Konstanty 436
Dąbrowski, Feliks 418
Deaño, Alfredo 547, 549, 550, 552, 553, 555
Dedekind, Julius Wilhelm Richard 20p, 29, 48, 360p, 394
Dembiński, Bronisław 410, 415
Demetrykiewicz, Włodzimierz Józef 438
De Morgan, August 50, 51, 123, 268, 345
Descartes, René VII, 41, 45, 364, 366, 370–374, 396, 473, 480, 524, 541, *553*
Dessoir, Max 402, 463
Dewey, John 389
Dębicki, Władysław Michał 383
Dickstein, Samuel 211p, 383, 384, 559, 560
Diels, Hermann 465
Dilthey, Wilhelm 465
Diogenes Laercjusz — zob. Diogenes Laërtios
Diogenes Laërtios 124, 369
Dmytrykiewicz, Włodzimierz Józef — zob. Demetrykiewicz, Włodzimierz Józef
Dobrowolski, Kazimierz 86, 541
Dobrzyńska-Cantwell, Krystyna XII
Drewnowski, Jan 506
Driesch, Hans 421, 422
Du Bois-Reymond, Emil 463
Ducasse, Curt John 422
Duhamel, Jean Marie Constant 205, 205p
Dünges, August 377
Duns Scotus 328, 429p
Duns Szkot — zob. Duns Scotus
Dürr, Karl 518, 519, 522
Dürr [żona Karla] 519
Dyduszyński, Jan 534, 535
Dzieduszycki, Wojciech 364, 382, 387, 458, 557
Dzierzgowski, Szymon 419

E

Eberhardt, Julian 558
Ebbinghaus, Hermann 465
Ehrenfels, Christian von 50, 375
Ehrenkreutzowa, Cezaria 415
Einstein, Albert 394

Ejsmond, Józef 414
Elmer, Benedykt 457, 459
Emerson, Ralph Waldo *421*
Engel, Herman Günter 212p
Enriques, Frederico 421
Epimenides 535
Erdmann, Benno 203, 204, 209p, 214–216, 214p, 221–228, 221p–223p, 507
Erdmann, Edmund T. 383
Eudemos 253, 253p, 254, 256, 260
Euklides 39, 135p, 185, 243p, 319, 324, 345, 365, 427, 429p
Euler-Chelpin, Hans von 559

F

Fabre, Jean Henri 34
Falkowski, Czesław 413
Faunarete 95
Fechner, Gustav Theodor 467
Felici, Ettore 527
Fenareta — zob. Faunarete
Fermat, Pierre de 13p, 22, 322, 323, 329, 329p, 428
Feys, Robert 248, 248p, 519
Fichte, Johann Gottlieb 399
Filon z Megary 242
Finkel, Ludwik Michał 437, 439
Fischer, Adam 362, 549
Foch, Ferdinand 406
Franciszek Józef I (cesarz) 2, 475, 532, 534,
Franklin, Benjamin 440
Fränklówna, Maria 558
Frankowski, Eugeniusz 415
Frege, Friedich Ludwig Gottlob 43, 70, 75, 111, 133p, 155, 183, 235, 241, 268, 306, 306p, 319p, 345, 361p, 394, 426, 426p, 430, 507, 508
Frenkel, Karol 558
Fries, Jakob Friedrich *361p, 507*
Fronczak, Franciszek Eustachy 418
Frycz, Stefan 461, 462, 464, 471

G

Gabryl, Franciszek 385, 388
Galenus 369, 370, 528
Galilei, Galileo 13, 18, 25, 26, 365, 396, 404
Galileusz — zob. Galilei, Galileo
Galle, Johann Gottfried 26
Garbowski, Tadeusz 560
Garrido, Manuel 554
Gaszyński, Konstanty 399
Gauss, Carl Friedrich 13, 13p, 15
Gawkowski, Robert X
Gawlina, Józef Feliks 528
Gąsiorowski, Mirosław 410
Geminos 28
Gergonne, Joseph 401
Gmeiner, Josef Anton 270, 271p, 287, 287p, 288, 291, 296, 319
Gocłowski, Tadeusz XI
Gödel, Kurt 77
Goethe, Johann Wolfgang von 559
Gojawiczyńska, Pola 560
Goldman, Bernard 534
Gołuchowski, Józef 38, 395
Gonseth, Ferdinand 3, 5, 70, 518, 519, 523, 543, 553
Gordziałkowski, Jan 415
Gosiewski, Władysław 384
Górski, Jakub 395
Grabski, Władysław 382
Grassmann, Hermann 212, 212p
Green, Thomas Hill 342
Grelling, Kurt 235, 361p
Grocholska, Maria 557
Gromski, Emund 558
Grose, Thomas Hodge 342, 449
Guiness, Rupert Edward Cecil Lee 561
Gumplowicz, Ludwik 382, 385
Gwynn, Aubrey 515, 517, 524, 526, 527

H

Halecki, Oskar 513, 514
Handelsman, Marceli 410, 559
Hankel, Hermann 212–214, 212p, 217p, 219, 222
Hardy, Godfrey Harold 325p
Heesch, Elli 503, 504
Hegel, Georg Wilhelm Friedrich 45, 350p, 359, 363, 399
Heidegger, Martin 89
Heine, Eduard 319p
Heinrich, Władysław 382
Heinze, Max 395
Heitzman, Marian 560
Helmholtz, Hermann Ludwig Ferdinand von 464, 465
Hennings, Einar 559
Hennings, Gudrun 559
Heraklit 362
Hering, Jean 464
Hernik, Mikołaj VI, XI, 252, 265
Herschel, John Frederick William 458
Hertl, František 559
Heyde, Johannes Erich 422
Heyting, Arend 73, 77, 78, 80, 81, 140p, 493, 504
Hilbert, David 127, 131, 133p, 138p, 183, 184, 155p, 278, 285, 422, 426, 426p, 427
Hipp, Matthäus 470
Hiroo Mita 552
Hitler, Adolf 3, 5, 543
Hiż, Henryk XII, 542, 543, 550
Hoborski, Antoni Maria Emilian 267p, 317, 319
Hoene-Wroński, Józef Maria 384, 395, 399
Höfler, Alois VII, 343, 443, 468, 507, *548*
Holtzer, Leopoldyna — zob. Łukasiewiczowa, Leopoldyna
Holtzer, Walerian 557
Hopkins, John *19p*
Hornowski, Józef 406, 410
Hosiassonówna-Lindenbaumowa, Janina 492
Hoyer, Henryk Fryderyk 384
Hryniewiecki, Bolesław 499
Hume, David VII, IX, 18, 18p, 35, 50, 68, 342, 366, 438–440, 445–450, 452, 456, 467–469, 532, *547*, 547
Huntington, Edward Vermilye 291
Husik, Issac 357p
Husserl, Edmund VII, 212p, 341, 349p, 459, 469, 472, 533, *547*
Hutten-Czapski, Bogdan 479
Huxley, Thomas Henry 382

I

Ihnatowicz, Jan 558
Ilešič, Fran 410
Ingarden, Roman 498, 533
Iveagh [lord] — zob. Guiness, Rupert Edward Cecil Lee
Iwanowski, Jerzy 558

J

Jabłoński, Antoni 418/419
Jadacka, Wanda VII, 85, 332, 553
Jadacki, Jacek Juliusz III–VII, XII, 1p, 7, 9p, 14p, 17p, 43p, 51p, 55p, 60p, 64p, 69p, 89p, 90p, 92p, 96, 111p, 127, 183p, 159p, 160p, 167p, 168p, 175p, 185p, 187p, 197, 230p, 242p, 247p, 251, 269p, 289p, 293p, 306p, 322p, 325p, 332p, 334p, 337p, 346p, 374, 397p, 431p, 436p, 438p, 545, 558–562
Jagiełło — zob. Władysław Jagiełło
Jakimowicz, Edward 406
Jakubisiak, Augustyn 524
James, William VII, 31p, 389, 421, 440, *548*

Janicki, Stanisław 558
Janossy, Lajos 526
Jarecki, Kazimierz 456, 461
Jaśkowski, Stanisław 77, 134p, 425p, 520, 540, 559, 560
Jawicówna-Pannenkowa, Irena 457
Jaworski, Marek 558
Jerusalem, Wilhelm 389
Jespersen, Otto 474
Jevons, William Stanley 17p, 40, 203, 205–211, 205p–207p, 209p–211p, 213, 214, 214p, 230, 507, 523
Jezus Chrystus 28, 33, 364
Jędrzejewicz, Janusz 540
Johansson, Ingebrigt 73
Jordan, Zbigniew 93p, 517, 519, 522, 524, 555
Jørgensen [*vel* Jürgensen], Jørgen 494, 496

K

Kakowski, Aleksander 479
Kalbfleich, Karl 528
Kallenbach, Józef 478, 479
Kallias 87, 87p, 92, 94, 95, 357, 358
Kamieński, Michał 415, 503, 560
Kant, Immanuel VII, 31p, 38, 40–42, 45, 59, 87, 89, 203, 344, 365–368, 383, 384, 393–395, 423, 430, 457, 458, 469, 524, 538, 551
Karny, Alfons IV, *XI*, 560, 561
Kartezjusz — zob. Descartes, René
Keipert, Maria XII
Kelles-Krauz, Kazimierz 383
Kempski, Jürgen von 3, 7, 543
Kerr, Fergus XII
Kierski, Feliks 557
Kleiner, Juliusz VII, 362, 398, 399, *549*
Klejn, Stanisław 414
Klemensiewicz, Zygmunt Aleksander 560
Knaster, Bronisław 550
Kobrzyński, Zygmunt 539
Kochanowski, Jan 11p
Kochanowski, Jan Karol 410, 479
Kochański, Adam 383
Kodisowa, Józefa 383
Kodymówna, Natalia 413
Konarski, Hieronim (Stanisław) 395
Koncewski, Marian 459
Kondyllak — zob. Condillac, Étienne Bonnot de
Konopacki, Mieczysław Ferdynad 415
Konrad, Anke XII
Kopernik, Mikołaj 28, 32, 365, 503
Kostanecki, Antoni 479
Kotarbińska, Janina 425p
Kotarbiński, Tadeusz 425, 425p, 482, 487, 488, 493, 499, 500, 523, 524, 533, 542, *558*
Kouba, Pavel XII
Kövess, Helena 557
Kövess de Kövesshaza, Hermann 2, 5
Kozłowski, Władysław Mieczysław 382, 385, 388, 421
Krasiccy [bracia] 446
Krasiński, Zygmunt VII, 362–364, 398–400, 534, *549*
Kratzer, Adolf 561
Kremer, Józef 38, 395
Kries, Johannes von 234, 235
Krokiewicz, Adam 542, 561
Król, Kazimierz 380, 386, 388
Kryński, Leon 410
Krysiński, Alfons 479
Krystyna (królowa) 371
Ksenofont 386
Kulczycki, Ludwik 382
Kumaniecki, Kazimierz Feliks 416
Kuratowski, Kazimierz 559
Kwiatkowski, Wincenty 409, 410

L

Lafèrriere, Firmin Julien 410
Lamennais, Hugues Félicité Robert de 399
Lamprecht, Karl 376
Landau, Ludwik 6p
Langford, Cooper Harold 250p, 338p, 540
Laplace, Pierre Simon de 228, 231
Lassota, Witold 382
Leibniz, Gottfried Wilhelm VII, 41, 42, 48, 50, 52, 237, 363, 366, 367, 379, *389*, 380, 383, 384, 396, 491, 536, 547
Lejewski, Czesław 44, 520, 522
Le Roy, Édouard 13p
Leśniak, Kazimierz 88p, 247p
Leśniewski, Stanisław 43, 44, 92, 92p, 93, 93p, *93p*, 94, 95, 134p, 139, 139p, 244, 245, 248p, 373, 401, 424, 424p, 427p, 483, 492, 494, 517, 519, 520, 525, 539, 558, 560, 561
Leverrier, Urbain Jean Joseph 26
Levi, Ernst — zob. Lewy, Ernst
Lévy-Bruhl, Lucien 421
Lewiński, Jan 412
Lewis, Clarence Irving 250, 250p, 338, 338p, 421, 486–488, 493, 514, 517, 540
Lewkowicz, Jakub 457
Lewy, Ernst 527
Libelt, Karol 38, 381, 395
Lilienfeld, Zygmunt 457, 459
Lindenbaum, Adolf 76, 425p, 505, 535, 541, 560
Lipps, Theodor 447
Lityński, Alfred 415
Lityński, Klemens 557
Li Xiangquang 554
Li Zhen 554
Locke, John 50, *379*, 379, 380, 547
Lorentowicz, Leonard 414
Lorentz, Hendrik Antoon 394
Loth, Edward 410
Lutosławski, Wincenty 382, 385
Lyons, William XII

Ł

Łapiński, Wacław 414
Łempicki, Zygmunt 412, 559, 561
Łoza, Stanisław 1, 553
Łukasiewicz, Jan Leopold II–IV, IX–XI, *XI*, 6p, 18p, 43p, 61p, 63p–65p, 84, 86, 87, 135p, 139p, 140p, 154p, 156, 159p, 160p, 190p, 191p, 244, 246p, 248p, 269p, 293p, 325p, 332p, 334p, 337p, 342, 343, 374, 405, 406, 419, 436, 438, 440–450, 452–462, 464, 467, 468, 471, 473–508, 511–516, 521, 523, 524, 526, 528, 529, 531–546, 547, *549, 550, 553/554, 555*, 557–562, 558–562
Łukasiewicz, Paweł 1, 2, 5, 531, 534, 557
Łukasiewiczowa, Leopoldyna Maksymiliana Katarzyna 1, 2, 5, 451, 455, 475, 476, 507, 531, 534, 557
Łukasiewiczowa, Regina X, 1, 3, 5, 491, 492, 495–497, 504, 513–516, 518, 519, 521, 523, 524–529, 531, 536, 539–544, 546, 559–562

M

MacCracken, Henry Noble 410
Mach, Ernst 18p
Maher, Abdel Kader Mohamed Ali XII
Maier, Heinrich 62p, 348p, 351p, 357p
Majchrowicz, Franciszek 461
Majewski, Erazm 406
Makowiecki, Tadeusz 436, 451
Malinowski, Edmund 415
Malinowski, Feliks 414
Mally, Edward 472
Mańkowski, Bolesław 457
Marquand Allan 19p

Marx, Karl *383*
Mateusz z Krakowa 395, 396
Matuszewski, Ignacy 32p
Mazurkiewicz, Stefan 410, 504, 540, 560, 561
McCall, Storrs 552
McConnell, Albert Joseph 562
McQuaid, John Charles 527
Medyński, Piotr 406
Meinong, Alexius VII, VIII, XI, 50, 344, 347, 360, 360p, 397, 471–473, 506, *506*, 534, *548*
Mendeleev, Dmitrij 52
Mendelejew, Dymitr — zob. Mendeleev, Dmitrij
Mercier, Désire Joseph 519
Meredith, Carew Arthur 249p, 262, 325p, 332p, 522, 524, 525, 529
Messer, August 472
Michejda, Karol 413
Michałowicz, Mieczysław 559
Mianowski, Teodor VII, 379, 442, *547*
Michalski, Konstanty 44, 409, 433, 506, 521, 522, 524
Michalski, Stanisław 406, 485
Mickiewicz, Adam 12, 12p, *12p*, 33, *33p*, 109, *536*
Migne, Jacques Paul 133p
Miklaszewski, Bolesław 486
Mill, James 50
Mill, John Stuart 38, 204, 204p
Minas [*vel* Mynas], Minoïde 369
Minkiewicz, Antoni 558
Minkowski, Hermann 394
Mochnacki, Maurycy *461*
Modzelewski, Jan 518
Moltke, Hans Adolf von 559, 560, 561
Monsiorski, Zygmunt 414
Moore, Georg Edward 4, 7, 545
Moreno, Alberto 552
Mostowski, Andrzej 505, 520, 541, 560
Mościcki, Ignacy 559
Mroczek, Joanna IV

N

Narutowicz, Gabriel 537
Nat[h]ansonówna, [Sabina] 447, 449
Natorp, Paul VII, 391, 393, 394, *549*
Negro, Camillo 554
Nelson, Leonard 56, 361p, 507
Nernst, Walther Hermann 458
Neumann, John Ludwig von 422
Newton, Isaac 15, 24, 26, 365, 396
NGuyen Van Minh, Ph. 552
Nicod, Jean 139, *191p*, 494–496, *552*
Niedźwiecka, Maria — zob. Ossowska, Maria
Nikodym, Otton 316p
Nowak, Wojciech VII, XI, 340
Nuckowski, Jan 385, 459
Nusbaum-Hilarowicz, Józef 382

O

Obuchowski, Wiktor X
O'Doherty, Éamon Feichin 522
Odyniec, Antoni Edward 33p
Ogden, Charles Kay 486, 487
Ó Háinle, Cathal G. XII
Oken, Lorenz 399
Olejniczak, Tadeusz 558
Olender-Dmowska, Elżbieta IV
Olesińska, Fryderyka 561
O'Raffety, Siobhán XII
Orłowski, Stanisław 406
Orygenes 369, 370
Orzęcki, Roman 406
Ossowska, Maria 485–487, 537
Ossowski, Stanisław 535
Ostwald, Wilhelm 474

P

Paderewski, Ignacy Jan 1, 2, 5, 536, 558
Pap, Pál XII
Pasławska-Drexlerowa, Zofia 558
Paszkiewicz, Ludwik 414
Paszkowski, Wilhelm 479
Paulsen, Friedrich 465
Pawlicki, Stefan 38, 381, 385–387, 450, 472
Pawlikowski, Michał 458, 460
Paygert, Korneli 459
Pątek, Krzysztof XI
Peano, Giuseppe 93, 235, 278, 345, 536
Peirce, Charles Sanders 43, 50, 51, 65, 74, 183, 187, 195, 196, 198, 200, 201, 241, 268, 268, 308p, 345, 389, 421
Petöfi, Sándor 406
Petrażycki, Leon 517
Petrus Aureolus 245
Phillips, Richard Percival 89p
Picavet, François 474
Pieńkowski, Stefan 560, 561
Pike, Theodor 562
Pike, Victor 562
Pilat, Władysław 382
Pilecki, Krzysztof XI
Platon 385, 397, 423
Pluta, Jerzy VI–VIII, XI, 155, 240, 481, 508, 549, 553
Poincaré, Henri 13p, 14p, 49, 318
Polmanówna, Marianna — zob. Barwińska, Marianna
Porębowicz, Edward 362
Posch, Eugen 375, 376
Post, Nicolas 486
Post, Emil Leon 138p, 155p, 421
Potocki, Józef 559
Prantl, Karl von 62p, 133p, 368, 369, 370, 427p, 525, 527, 528
Presburger, Mojżesz 64p, 154p, 551
Pręgowski, Piotr 459, 460
Prior, Arthur Norman 264p
Protagoras 362
Prystor, Aleksander 559
Przeborski, Antoni 415
Przesmycki, Zenon 558
Przychocki, Gustaw 415, 419
Przysiecki, Ludwik 457
Pseudo-Apuleius 369
Ptolemeusz 28
Purkinje (*vel* Purkyně), Jan Evangelista 464
Puzyna, Julian 532

Q

Quine, Willard van Orman 264p, 265, 333, 333p, 334, 519

R

Rabski, Janusz 417
Rafacz, Józef 412, 413
Rajewska, Helena X, 557
Rasiowa, Helena 543
Regamey, Konstanty 519
Reeve, Henry 399
Rehmke, Johannes 422
Reidemeister, Kurt Werner Friedrich 504
Renan, Ernest 381
Richards, Ivor Armstrong 486
Rieffert, Johann Baptist 402
Roback, Abraham Aaron 421
Robles, Josefina Fernandez 554
Rolbiecki, Jan Józef 422
Rosłan, Władysław 542
Rosłaniec, Franciszek 409
Ross, Willam David 87p, 88p, 89, 90, 254, 255p, 257, 525
Rosser, John Barkley 517, 543
Rothwell, Frances XII
Rouse Ball, Walter William 329p
Royce, Josiah 421

Rozenberg, Chaim Salomon 134
Rozwadowski, Jan Michał 540
Rubczyński, Witold 382, 385, 387, 457, 459, 478, 560
Russell, Bertrand 20, 20p, 43, 48–52, 70, 75, 91p, 95, 105, 125, 132p, 235, 268, 278, 302p, 303p, 308p, 345, 360p, 361, 361p, 368, 394, 421, *425p*, 507, 508, 533
Ryczan, Kazimierz XI
Rygiel, Stefan 415
Ryle, Gilbert 4, 7, 545
Rzętkowski, Kazimierz 410

S

Sabra, Adelhameid Ibraheim 554
Saciuk, Ryszard X
Salamucha, Jan 44, 501, 502, 506, 512, 522, 535, 540, 542, 543
Sanmartín Esplugues, José 552
Sapieha, Maurycy XI
Sapieha, Paweł 446
Sapieha, Paweł Florian 437, 439, 440, 446, 451, 461
Sapieha, Teresa 437, 445, 447–451, 453, 532
Sapieżanka, Jadwiga Maria 437, 448
Sapieżanka, Maria Józefina 437, 445, 447, 448, 451, 453, 532
Schaefer [*vel* Schäfer], Karl Ludolf 463, 465
Schelling, Friedrich Wilhelm Joseph von 399
Schiller, Ferdinand Canning Scott 31p, 389, 421, 422
Schlick, Moritz 431p, 540
Schmid, Arnold 504
Schmid, Helga XII
Schmidkunz, Hans 447, 463, 464, 468, 469
Schmidt am Busch, Hans-Christoph XII
Schoenflies, Arthur Moritz 293p, 294, 296, 316p, 319, 458
Schofield, Malcolm 548
Scholz, Heinrich 3, 5, 61p, 73, 372, 431p, 493, 494, 496, 499–501, 503, 504, 521, 522, 524, 541–543, 561
Scholz, Elisabeth [Erna?] 501
Schrade, Ulryk XI
Schröder, Ernst 50, 51, 111, 268, 289p, 308p, 345, 425
Schubert, Franz 468
Schubert-Soldern, Richard von 399
Schumann, Friedrich 47, 463, 465, 467, 468, 533
Schwarz, Hermann Amandus 375
Semerau-Siemianowski, Mściwój Maria Tadeusz 414
Semkowicz, Aleksander 439
Serini, Karol 412
Sextus Empiricus 204p, 369
Sextus Empiryk — zob. Sextus Empiricus
Shang Wu 554
Sheffer, Henry Maurice 139, *191p*, 421, 489
Shine, John 515, 522, 526
Siedlecka, Ewa 512
Siedlecki, Michał IX, 512
Siek, Jan XI
Sienkiewicz, Henryk *546*
Sierakowski, Stanisław 414
Sierpiński, Wacław 74, 289p, 308p, 316p, 410, 542, 559
Sigwart, Christoph 17p, 40, 116, 203–210, 205p, 206p, 209p, 213–215, 214p, 222p, 230, 350p, 359, 442, 443, 507, 523
Simons, Peter 506, 548
Simony, Oskar 510
Skłodowska-Curie, Maria 559
Skubiszewski, Ludwik 414
Sleszyński, Jan VII, 400, 401, 424, 424p, 426p, 430, *551*

Tretiak, Andrzej 415
Tsurukichi Takamatsu 551, 561
Turquett, Atwell Rufus 517, 543
Twardowska, Kazimiera 461, 493
Twardowski, Kazimierz VIII, IX, 1, 2, 5, 16p, 18p, 19p, 203p, 232, 269, 342, 343, 382, 386, *386*, 388, *425p*, 426, 437–507, 511, 512, 517, 532, 533, 535, 547, 558
Tylbor, Stanisław 419
Tyszka, Kazimierz 459

U

Ueberweg, Friedrich 395
Ujejski, Józef 415, 559
Ulanowski, Bolesław 475, 478
Urbański, Jan XI

V

Vaihinger, Hans 457, 458–460
Vailati, Giovanni 123, *123*, 243
Valera, Éamon de II, 4, 7, 514, 518, 520
Veronese, Giuseppe 394
Vielrose, Egon 550, 552, 553
Vierkandt, Alfred 378
Vorovka, Karel 421
Vorzimmer, Jakub 460

W

Wachowski, Kazimierz 466
Wajsberg, Mordchaj 66, 66p, 81, 82, 131, 140p, 160, 160p, 191, 191p, 198, 198p, 200, 240, 244, 337, 337p, 495, 539
Wallies, Maximilian 253p
Walsh, Jusice Brian 4, 7
Wartenberg, Mścisław 382, 457, 459, 558
Wdowiszewski, Czesław 558
Weber, Horst 552
Wehmeier, Kai Frederick XII
Weidauer, Friedrich VII, 402, 494, 539, 551
Weinbergowa, Sabina 474
Weir, Alan John XII
Wendin, Vernon 548
Weryho, Władysław 383, 440, 457, 478, 480, 481, 536
Weyl, Herman 422
Whitehead, Alfred North 43, 70, 91p, 125, 132p, 278, 368, 421, 422, *425*, 533
Widener, Harry Elkins 421
Wieczerzyńska, Helena — zob. Rajewska, Helena
Wieczerzyńska, Irena X
Wilkosz, Witold 424
Witasek, Stephan 472
Witkiewicz, Stanisław Ignacy 541
Wittgenstein, Ludwig 133p, 545
Witwicki, Władysław 14p, 442, 457, 458, 461, 541
Wize, Kazimierz Filip 422
Władysław Jagiełło (król) 12, 15
Wodzicki, Stanisław 446
Wojciechowski, Stanisław 448
Wojtasiewicz, Olgierd Adrian 549–554
Woleński, Jan XI, 549
Wolff, Christian 395
Wolfrun, Heinrich 543
Woodger, Joseph Henry 552
Woodruff, Peter 553
Woyciechowska, Teresa Danuta XI
Wójtowicz, Krzysztof XI
Wright, Edward Maitland 325p
Wright, George Henrik von 248, 248p, 325p
Wroński, Józef Maria — zob. Hoene-Wroński, Józef Maria
Wróblewski, Stanisław 454
Wróblewski, Władysław 558
Wrzosek, Adam X, 405, 419, 551

Wyrozumski, Jerzy XI

X

Xenopol, Alexandru Dimitrie 9p

Y

Yoitsu Kondo 552

Z

Zabellewicz, Adam Ignacy 38
Zabielski, Zdzisław 438–440
Zamoyski, Jan (sen.) 446
Zamoyski, Jan (jun.) XI
Zaremba, Stanisław 130, 267, 268, 271, 271p, 275, 278, 280, 287, 287p, 288, 291, 292, 294, 296, 298, 302, 303, 306, 308, 317–319, 319p, 424, 424p, 430, 517, *550*, 559
Zaremba, Stanisław Krystyn 424p
Zawirski, Zygmunt 520, 559, 560
Zdziechowski, Marian 362
Zeller, Eduard *209p*, 368–370
Zermelo, Ernest 74, 316
Zeus 28
Zieliński, Tadeusz 410, 559, 561
Złotnicki, Antoni 384
Zwoliński, Zbigniew XI

Ż

Żongołłowicz, Bronisław 502
Żółtowski, Adam 370, 524
Żuławski, Jerzy 385

ERRATA

Wykaz błędów zauważonych podczas druku

Cyfry duże wskazują numer strony; wskaźnik górny — numer wiersza od góry (bez żywej paginy); wskaźnik dolny — numer wiersza od dołu.

strona	jest	powinno być
2_{15}	1906	1906,
2_{3}	purposes)	purposes),
4_{14}	1949	1949,
4_{12}	1952	1952,
4_{11}	1950	1950,
4_{8}	1953	1953,
$5^{13\text{-}14}$	charakter,	charakter.
7_{16}	Eamon	Éamon
36^{8}	rzczywistości	rzeczywistości
36^{9}	wymgają	wymagają
37^{16}	teorią	teorię
40^{15}	przyrodznicze	przyrodnicze
50_{19}	MATEMATYCZNEGO należą: LEBNIZ	MATEMATYCZNEGO, należą: LEIBNIZ
55_{1}	Rekonstukcja	Rekonstrukcja
65^{2}	6 q/p,*r*/*p*	6 *q*/*p*, *r*/*p*
65_{14}	*NIESPRZECZNY*	NIESPRZECZNY
75^{13}	wzgędu	względu
79^{1}	$K12 = 1$	$K12 = 2$
80^{10}	Matomiast	Natomiast
83^{13}	*T*p	*Tp*
89_{6}	arystoteleowska	arystotelesowska
92^{11}	Indywidua	indywidua
93_{5}	*Rendus de Séances*	*rendus de séances*
93_{2}	Ressellienne	Russellienne
101_{19}	nastomiast uznać za prawdę, że *r* wynika albo z *a′*	natomiast uznać za prawdę, że *r* wynika z *a*
105_{11}	NIERÓWANOWAŻNYMI	NIERÓWNOWAŻNYMI
106_{19}	prawdziwe	prawdziwe,
106_{10}	$f(y)$	$f(x)$
106_{6}	$f(x)$, nie bądąc	$f(y)$, nie będąc
107^{14}	$f(x_k, y)$ sprawdzają, jak i takie, które sądu $f(x_k, y)$	$f(x_k,y)$ sprawdzają, jak i takie, które sądu $f(x_k,y)$
107_{18}	$x + x_k$	$x = x_k$
107_{12}	połączniu	połączeniu
108_{14}	formalymi	formalnymi
111^{19}	definicji	definicyj
111_{4}	WARTOŚCIAMILOGICZNYMI	WARTOŚCIAMI LOGICZNYMI
111_{1}	s. 239	s. 238–239
113_{5}	Wyprowadzam	Wprowadzam
116^{11}	$D_3\ U : \Pi pr$	$D_3\ U : \Pi pr$.
118_{2}	Z_6 ...	Z_5
118_{1}	Z_7 ...	Z_6
119^{11}	Uzaję	Uznaję
124^{5}	formułę pod kwantyfikatorem należy przesunąć o 6 punktów w lewo	
124^{15}	CICERO	CICERO,
125_{4}	logicznych	logicznych,
138^{17}	przeciwiestwie	przeciwieństwie
150_{13}	a więc w „α", to	a więc w „β", to
151_{7}	przyjmie się	przyjmiemy
151_{6}	formuła	formuła wolna
160_{16}	24 lutego	24 czerwca
164_{16}	Mówąc	Mówiąc
166_{2}	poprzednikim	poprzednikiem
174_{11}	Dzięku	Dzięki

173[17]	zamiast „β"	zamiast „β")
177[13]	podawać	używać
183[18]	toerii	teorii
187[11]	wzrór	wzór
187[4]	zpełnia	spełnia
190[13]	*Sociétes des Scientes*	*Société des Sciences*
189[8]	TARSKIEGO— BERNAYSA	TARSKIEGO-BERNAYSA
190[5]	C1*p*/ α	C1 *p*/α
191[7]	*Montshefte*	*Monatshefte*
191[3]	mehrwerigen	mehrwetigen
212[21]	połącznia	połączenia
212[18]	założnie	założenie
213[4]	postawą	podstawą
213[3]	deiser	dieser
221[7]	Połączenia	Połączenia
223[8]	symbol (1***) należy podnieść do wiersza, w którym jest symbol (3***)	
224[10]	orzywiste	oczywiste
228[6]	ugoólniającej	uogólniającej
234[15]	dochodzi	dochodzi,
237[9]	determinizmowi	indeterminizmowi
238[8]	„*S* jest *P*,	„*S* jest *P*",
238[9]	*S* może nie być *P*"	„*S* może nie być *P*"
249[15]	jakąś inną cyfrę	jakiejś innej cyfry
262[14]	*C-N-d-p*	*C-N-δ-p*
264[1]	s. 332–334	s. 332–340
265[3]	*LIxx,r /LIxy*	*Lixx, r/LIxy*
270[8]	*całkowtą*	*całkowitą*
272[19]	ze zdań (α), (β),	ze zdań (β),
276[21]	zachodzi *Z* > *C*	zachodzi *A* > *C*
276[4]	zwrócmy	zwróćmy
277[17]	II1*c*	II 1*c*
280[17]	[...]	...
286[7]	symbol (*M*) należy podnieść do wiersza między formułą II 1*c* a formułą II 1*d*	
288[4]	Uczy na	Uczy nas
291[6]	to zawiera	bo zawiera
293[5]	erfült	erfüllt
294[7]	jaki	jakie
296[12]	symbol (*O*) należy podnieść do wiersza między formułą (2) a formułą *Df.* 1	
297[3]	rónoważny	równoważny
301[3]	saamo	samo
309[1]	zrosumiałe	zrozumiałe
309[20]	jest mniejsze od *B*, bo	jest mniejsze od *C*, bo
313[2]	wymieniem	wymienieniem
318[10]	bezwarunkowaego	bezwarunkowego
319[23]	ołówkien	ołówkiem
319[8]	*typique*	*typiques*
319[7]	subsistant	subsistent
320[17]	ścisłości	ścisłości
323[19-18]	odpowienio	odpowiednio
325[1]	sumę	iloczyn
325[9]	sumę	iloczyn
325[22]	„jeżeli—to"	„jeżeli–to"
325[13]	myślnik — na	myślnik – na
342[17]	London — New York — Bombay	London – New York – Bombay
327[17]	tychotomii	trychotomii
338[8]	Σ *αφα*	Σ*αφα*
351[14-13]	którą tylko pozornie zasłania	tylko pozornie zasłaniana przez
363[10]	różnorodznych	różnorodnych
363[15]	polegające	polegającej
369[1]	*zdaniowe*	ZDANIOWE
369[2]	*nazwowe*	NAZWOWE
380[2]	argumetu	argumentu

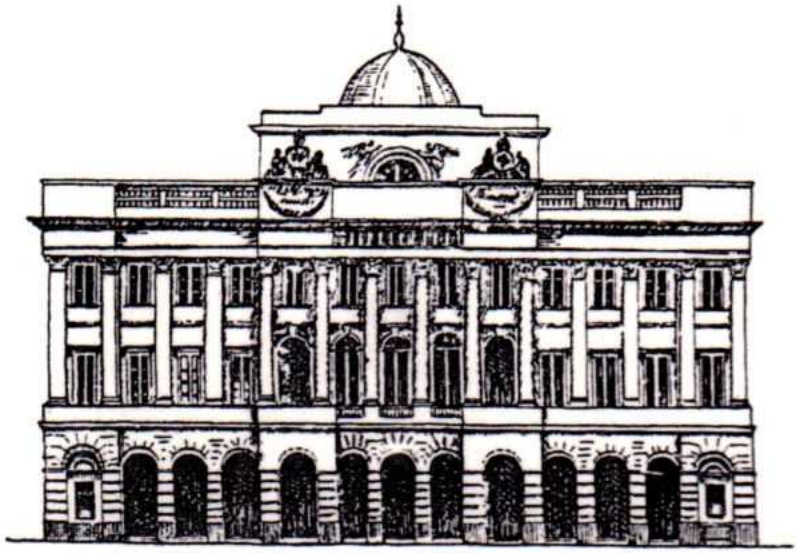
387_{17}	konträrer)	(konträrer)
394_{12}	JESNEGO	JASNEGO
397_{12}	PSYCHOLOGICZMU	PSYCHOLOGIZMU
398_{22}	Dzieła	Dzieło
411^{20}	akadmickim	akademickim
414_3	wykładających	wykładających
416_{10}	Biblitece	Bibliotece
417_8	MŁOCKICH	Młockich
418_{13}	przyciół	przyjaciół
424_9	construcive	constructive
427^9	logiki	logik,
427_5	Przykonałem	Przekonałem
430_3	*Pamiątkowej*	*pamiątkowej*
441^6	najserdzeczniej	najserdeczniej
460^5	widzocznie	widocznie
460_{14}	indukcyjego	indukcyjnego
473_{10}	pozdrowienia i	pozdrowienia, i
481^{17}	Redakcja	Redakcję
490^{11}	załączone wyjaśnienia	załączonych wyjaśnień
290_8	pomyślonści	pomyślności
494_{11}	względm	względem
295^{13}	października i	października, i
501_9	czterotygodnioej	czterotygodniowej
502_7	konktaktu	kontaktu
503^{17}	całkiwicie	całkowicie
507_5	*Zetschrift*	*Zeitschrift*
520^{19}	*Science*	*Sciences*
527_7	średniowiczną	średniowieczną
528_6	chwiliwo	chwilowo
531^{13}	TPNT	TPNP
531^{15}	Univeristé	Université
531^{17}	WRiP	WRiOP
533^{12}	spędzia	spędza
537_{14}	poltyczną	polityczną
540^9	vol	vol.
542^{13}	Scholza	SCHOLZA
543^{10}	się u H. SCHOLZA w Monasterze,	się w Monasterze u SCHOLZA
543_5	VALERA	VALERĘ
567^8	McCall	MCCALL
546^2	od Polski i ukochanego Lwowa	od ukochanego Lwowa i Polski
547^{14}	numer; r.	numer/number; opr.
548	przy pozycjach 20, 22 i 23 należy wstawić gwiazdkę *	
548_7	no 1	nr 1
548_4	Też	Toż
549^{17}	(161–162)	161–162
551	przy pozycji 66 należy wstawić gwiazdkę *	
551_6	Pressburger	Presburger
552^{18}	propostitional	propositional
554^4	no 3	nr 3
554_{19}	Łukasiewicz — C. Negro	Łukasiewicz – C. Negro
554_8	theory o deduction	theory of deduction
555^7	remarks	remark
557_{10}	Holther	Holtzer
559_7	Gothego	Goethego
560_{12}	m. st	m. st.
561^6	Wlodzimierz	Włodzimierz
561_4	L. Teclaff	Ludwik Teclaff
562_1	Takamtsu	Takamatsu
568	w haśle Kopernik, Mikołaj należy dopisać stronę 406	
570	w haśle McCall, Storrs należy dopisać stronę 547	
574	w haśle Tsurukichi Takamatsu należy wpisać stronę 562 zamiast strony 561	

Warszawa 1998
Wydział Filozofii i Socjologii UW
00-047 Warszawa, Krakowskie Przedmieście 3
Wydanie I. Obj. 38 ark. wyd., 36 ark. druk.
Format B5. Papier offset kl. III.
Druk: Agencja Wydawnicza CB
02-495 Warszawa, ul. Kolorowa 1

Tom niniejszy zawiera

wszystkie prace Jana Łukasiewicza

— poza książką *O zasadzie sprzeczności u Arystotelesa, Elementami logiki matematycznej* i *Sylogistyką Arystotelesa z punktu widzenia współczesnej logiki formalnej* — które nie weszły do jedynego (polskiego) wyboru jego pism *Z zagadnień logiki i filozofii*, opublikowanego prawie czterdzieści lat temu przez Jerzego Słupeckiego. W ten sposób otrzymujemy całość drukowanego dzieła naszego genialnego logika, a także niektóre *inedita*, w szczególności zachowaną korespondencję z Kazimierzem Twardowskim — niezwykle interesującą, bo rzucającą wiele światła na rozwój poglądów filozoficznych i logicznych twórcy logiki trójwartościowej.



ISBN: 83-910113-3-X

ŁUKASIEWICZ

logika i metafizyka